

МИНОБРНАУКИ РОССИИ
САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ
ЭЛЕКТРОТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ
«ЛЭТИ» ИМ. В.И. УЛЬЯНОВА (ЛЕНИНА)
Кафедра МО ЭВМ

ОТЧЕТ
по лабораторной работе №1
по дисциплине «Построение и анализ алгоритмов»
Тема: Поиск с возвратом

Студент гр. 3343

Бондаренко Ф. А.

Преподаватель

Жангиров Т. Р.

Санкт-Петербург

2025

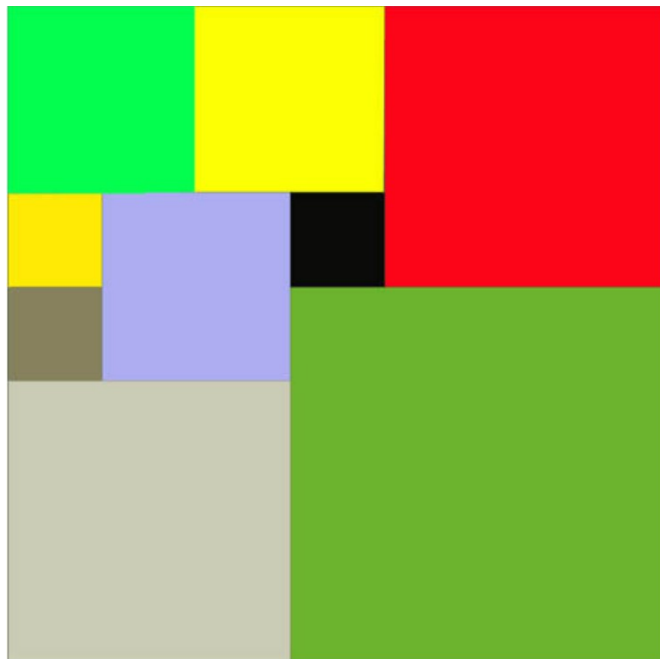
Цель работы.

Изучение алгоритма бэктрекинга (поиска с возвратом) для решения задачи о квадрировании квадрата.

Задание.

У Вовы много квадратных обрезков доски. Их стороны (размер) изменяются от 1 до $N-1$, и у него есть неограниченное число обрезков любого размера. Но ему очень хочется получить большую столешницу – квадрат размера N . Он может получить ее, собрав из уже имеющихся обрезков (квадратов).

Например, столешница размера 7×7 может быть построена из 9 обрезков.



Внутри столешницы не должно быть пустот, обрезки не должны выходить за пределы столешницы и не должны перекрываться. Кроме того, Вова хочет использовать минимально возможное число обрезков.

Входные данные

Размер столешницы - одно целое число N ($2 \leq N \leq 20$).

Выходные данные

Одно число K , задающее минимальное количество обрезков(квадратов), из которых можно построить столешницу(квадрат)

заданного размера N . Далее должны идти K строк, каждая из которых должна содержать три целых числа x, y и w , задающие координаты левого верхнего угла ($1 \leq x, y \leq N$) и длину стороны соответствующего обрезка(квадрата).

Пример входных данных

7

Соответствующие выходные данные

9

1 1 2

1 3 2

3 1 1

4 1 1

3 2 2

5 1 3

4 4 4

1 5 3

3 4 1

Выполнение работы.

Вар. 2и. Итеративный бэктрекинг. Исследование времени выполнения от размера квадрата.

Для решения задачи был применен алгоритм итеративного бэктрекинга.

Описание реализованных структур, классов, методов и функций:

- *struct Square* — структура, отвечающая за работу с квадратом: хранит такие поля, как:
 - *int x, int y* — целочисленные координаты квадрата.
 - *int size* — размер квадрата.
- *class Board* — класс отвечающий за работу с доской для замощения.

Содержит:

- *int size* — размер поля для замощения.
- *int emptyCells* — число свободных (пустых) клеток.

- *int startX, int startY* — координаты первой теоретически незанятой (пустой) клетки (необходимы для ускорения поиска первой свободной клетки (см. п. Оптимизации)).
- *std::vector<Square> squares* — вектор квадратов, участвующих в замощении.
- *Board(int size)* — конструктор, принимающий размер полотна.
- *Board(const Board& other)* — конструктор копирования.
- *Board& operator=(const Board& other)* — оператор присваивания.
- *int getSize() const* — метод, который возвращает размер полотна.
- *int getEmptyCells() const* — метод, который возвращает количество пустых клеток.
- *const std::vector<Square>& getSquares() const* — метод, возвращающий вектор квадратов, участвующих в замощении.
- *void setStartCoordinates(int x, int y)* — метод, устанавливающий *startX* и *startY*.
- *bool isPointOccupied(int x, int y) const* — метод, проверяющий, является ли данная клетка поля пустой.
- *bool isValid(std::pair<int, int> coordinates, int squareSize) const* — метод, проверяющий валидность расстановки квадрата в данной области.
- *void addSquare(const Square& square)* — метод добавления квадрата в вектор квадратов.
- *std::pair<int, int> findEmptyCell() const* — метод поиска первой свободной клетки.
- *void scale(int scaleFactor)* — метод для увеличения размера полотна (вместе с размером квадратов) на определенный целый коэффициент.
- В файле *Tiling.hpp* и *Tiling.cpp* приведены реализации алгоритма итеративного backtracking вместе с оптимизациями. Отведение для реализации алгоритма отдельного файла необходимо для

корректного подключения через *include* функции *solve()* в файле *benchmarks.cpp*.

- *Board backtrack(Board initBoard)* — итеративная функция поиска с возвратом. Вначале определяются такие поля, как: *int minimalCount* — минимальное число квадратов, участвующее в замощении полотна, *Board bestBoard* — лучший результат замощения, *std::stack<Board> stack* — стек состояний доски.

Далее в стек заносится начальная доска *startBoard* и начинается работу цикл *while*. В цикле *while* достаётся первая доска *board* и обрабатывается: проверяется число квадратов, участвующее в замощении (если больше *minimalCount*, то сразу такую доску отмечаем), если же число свободных клеток в такой доске равняется 0 и число квадратов меньше лучшего замощения (было проверено в прошлом *if*), то делаем данную доску лучшим вариантом.

После начальной проверки производится поиск первой свободной клетки. Затем в цикле *for* пробегаемся по возможным размерам квадратов, что можно установить в данной клетке. Если данный квадрат можно установить, то создаем новую доску *newBoard*, устанавливаем *startX* и *startY* для данной доски: если установленный квадрат не доходит до границы области полотна, то смещаемся вправо на размер квадрата, иначе спускаемся по оси Oy вниз на одну ячейку. Добавляем *newBoard* в стек.

- *Board solve(int size)* — функция, которая использует оптимизацию для замощения полотна: берет не начальный входной размер, а находит его первый простой делитель. Затем применяет функцию *initPrimeBoard()* (устанавливает т. н. "штаны") и алгоритм *backtracking* к данной доске, и увеличивает размер полотна (и, соответственно, квадратов в полотне) на коэффициент масштабирования.

- `std::set<int> baseFactorize(int n)` — функция, находящая основания в факторизации целого числа.
- `Board initPrimeBoard(int size)` — функция, устанавливающая три начальных квадрата на полотно, размер которого — простое число. Сначала создает доску определенного размера, затем устанавливает три квадрата на нее: один в левый верхний угол (со стороной $(size + 1) / 2$), и два других: один под верхний квадрат (со стороной $size / 2$), другой сбоку справа (также со стороной $size / 2$). Возвращает полученную доску.
- Файл `benchmarks.cpp` содержит класс `Benchmark` и дополнительную структуру `BenchmarkResult`, необходимый для подсчета времени выполнения алгоритма.
- В файле `main.cpp` происходит считывание пользовательского значения размера полотна, запуск алгоритма квадрирования, а также вывод полученных результатов.
- Python-скрипт `visual.py` необходим для визуализации результата замощения полотна.

Оценка сложности алгоритма.

- По времени: $O(c^{p^2})$, где c — положительная константа, p — минимальный делитель стороны полотна (для p^2 ячеек можно принять c решений).
- По памяти: $O(k \cdot n)$, где k — максимальный размер стека, n — число квадратов в векторе квадратов данной доски.

Оптимизации.

Основная идея оптимизации заключается в замощении меньшего полотна (чем то, что было дано на вход), а затем умножение на коэффициент масштабирования. Данная идея значительно уменьшает время работы алгоритма, так как сокращается число возможных расстановок.

По условию, квадраты, участвующие в замощении, имеют целочисленную сторону. Следовательно мы должны выбрать такой подполотно в нашем полотне, чтобы при умножении на коэффициент мы получили квадраты с целочисленной стороной.

Какой размер подполотна брать? **Первое требование:** размер подполотна должен быть **делителем** размера полотна. Иначе: квадраты в замощении могут быть с нецелой стороной.

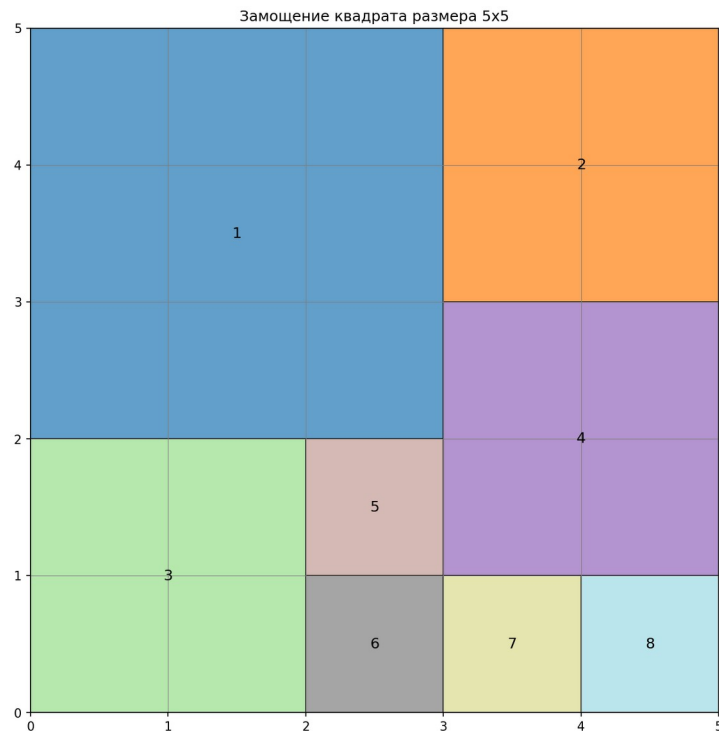


Рисунок 1 — результат замощения квадрата 5x5

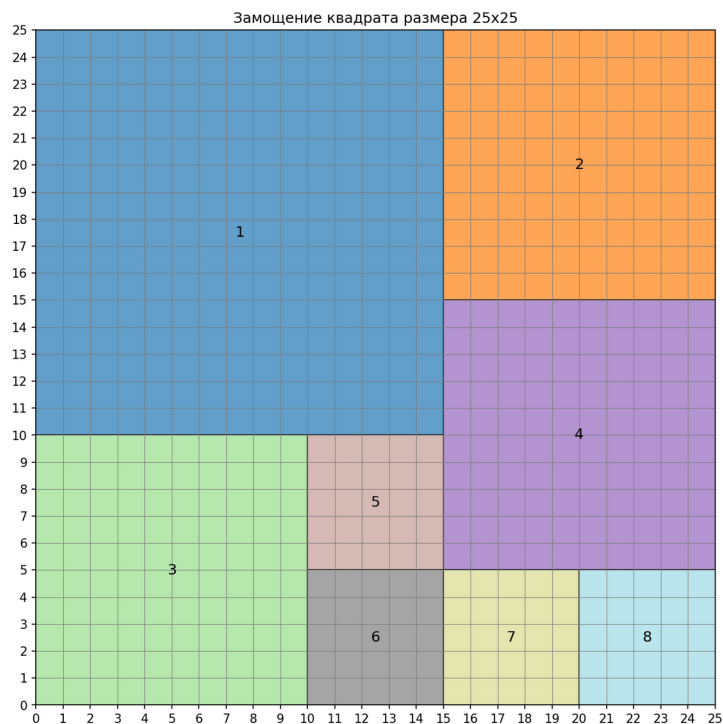


Рисунок 2 — результат замощения квадрата 25x25

Второе требование: размер подполотна должен быть **минимальным делителем** размера полотна. Иначе число квадратов замощении будет не минимальным.

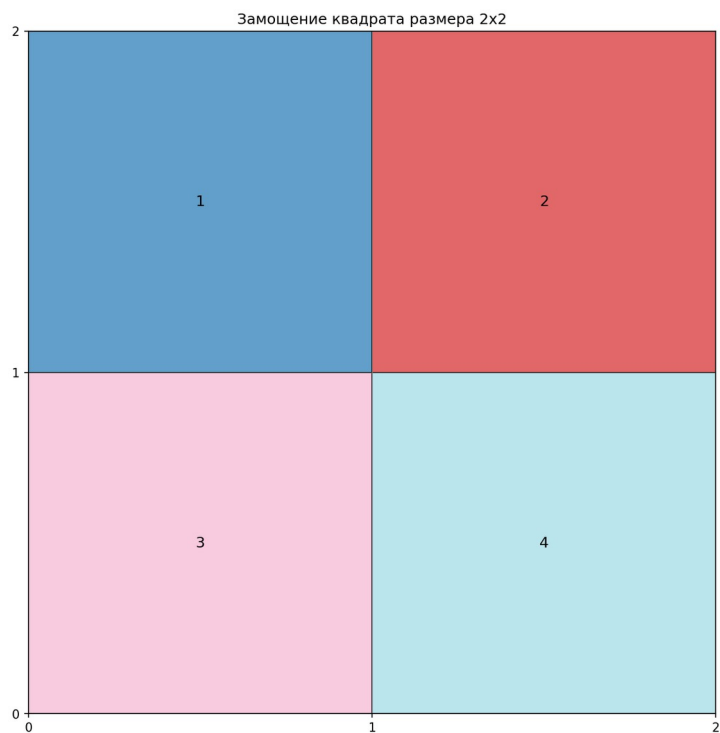


Рисунок 3 — результат замощения квадрата 2x2

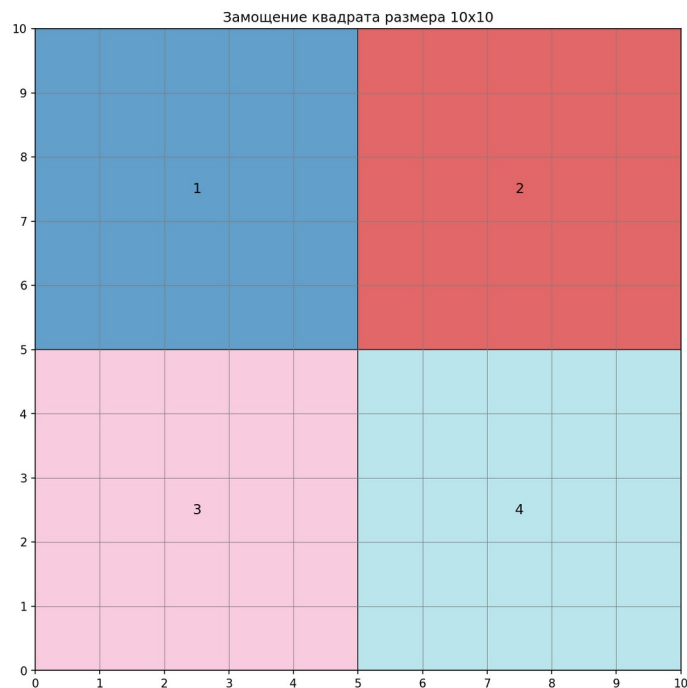


Рисунок 4 — результат замощения квадрата 10x10

Как видно из примера: квадрат со стороной 10 имеет в своем минимальном замощении 4 квадрата (как у подполотна 2x2), а не 8 (как у подполотна 5x5). Хотя 10 кратно и 2, и 5.

Итого, задача о замощении квадрата свелся к замощению подквадрата, размер которого — минимальный делитель размера начального квадрата.

В ходе проверок результатов, было эмпирически выведено, что для полотен с простой стороной p в замощении обязательно участвуют три квадрата: один размера $\lceil \frac{p+1}{2} \rceil$, два размерами $\lfloor \frac{p}{2} \rfloor$, где $\lceil x \rceil$ — целая часть от числа x . Для удобства восприятия и обработки, данные квадраты устанавливаются по координатам: 1) $(1,1)$ (самый большой), 2) $(1+\lceil \frac{p+1}{2} \rceil, 1)$ (первый из двух маленьких (справа от большого)), 3) $(1, 1+\lceil \frac{p+1}{2} \rceil)$ (второй из двух маленьких (под большим)). Таким образом, будет оптимально замощено примерно 70 - 75 % от изначального полотна.

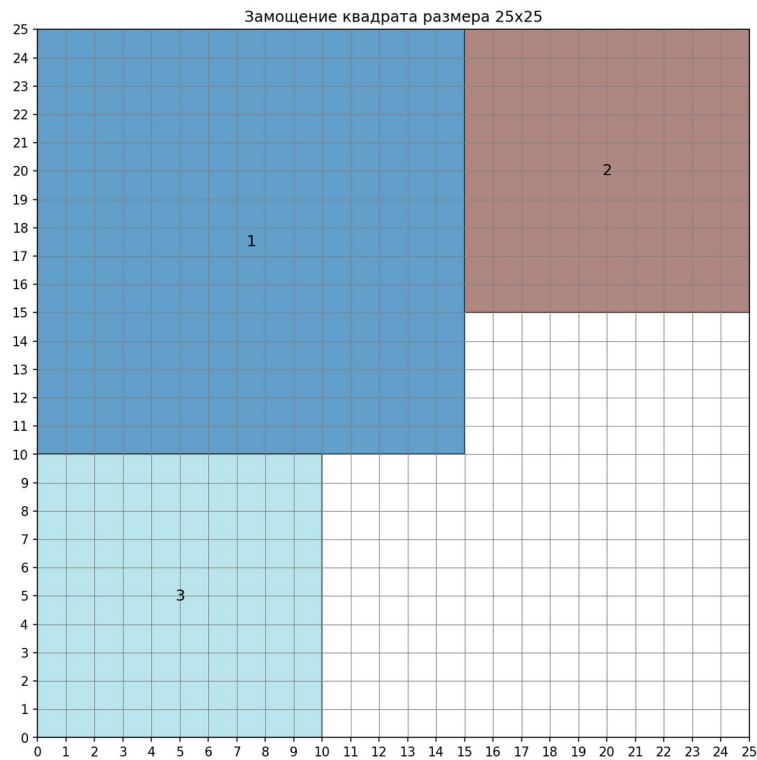


Рисунок 5 — пример начальной расстановки

В связи с такой начальной расстановкой, в класс *Board* были добавлены стартовые координаты для поиска свободной клетки (*startX*, *startY*). После инициализации подполотна они будут равны $(1 + \lfloor \frac{p+1}{2} \rfloor, 1 + \lfloor \frac{p}{2} \rfloor)$, соответственно. Далее в методе класса *Board* — *findEmptyCell()* проверка разбивается на две части: 1) нижняя часть полотна: если строка — первая (т. е. $y == startY$), то обход начинается с $x = startX$, иначе: $x = 0$ (т. е. полностью обходится строка). 2) верхняя часть полотна: если в нижней части полотна свободная клетка не нашлась. То проверяется верхняя (до $y == startY$).

Исследование.

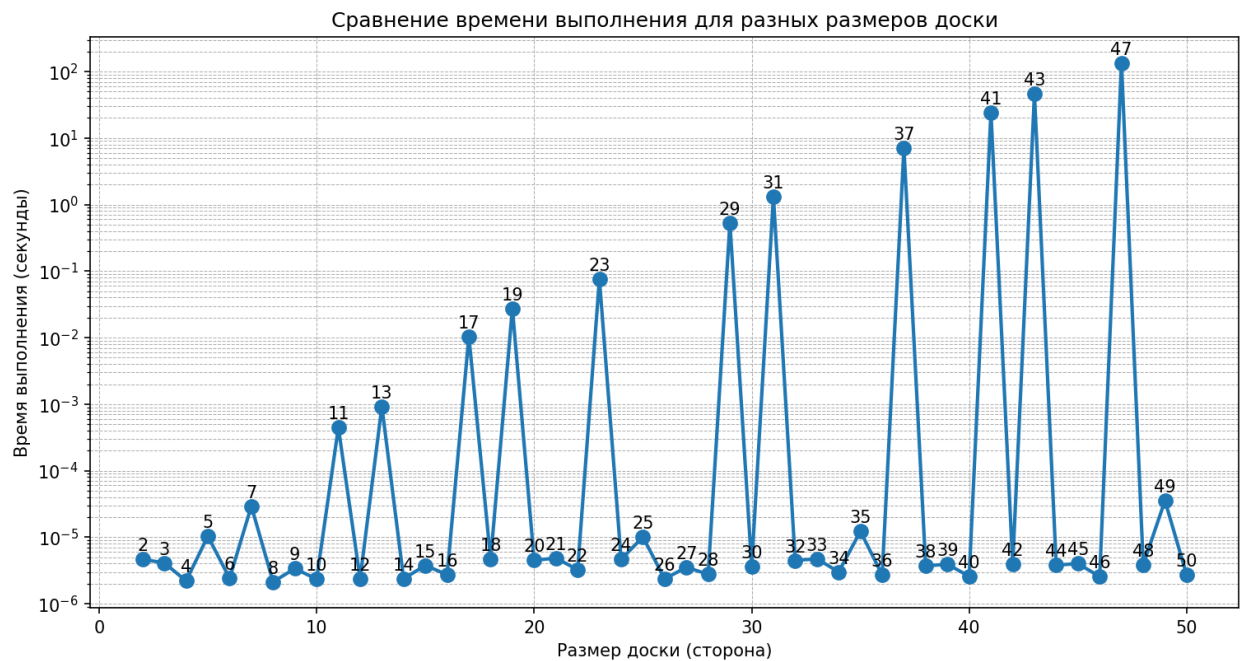


Рисунок 6 — зависимость времени выполнения алгоритма от размера доски (по логарифмической шкале)

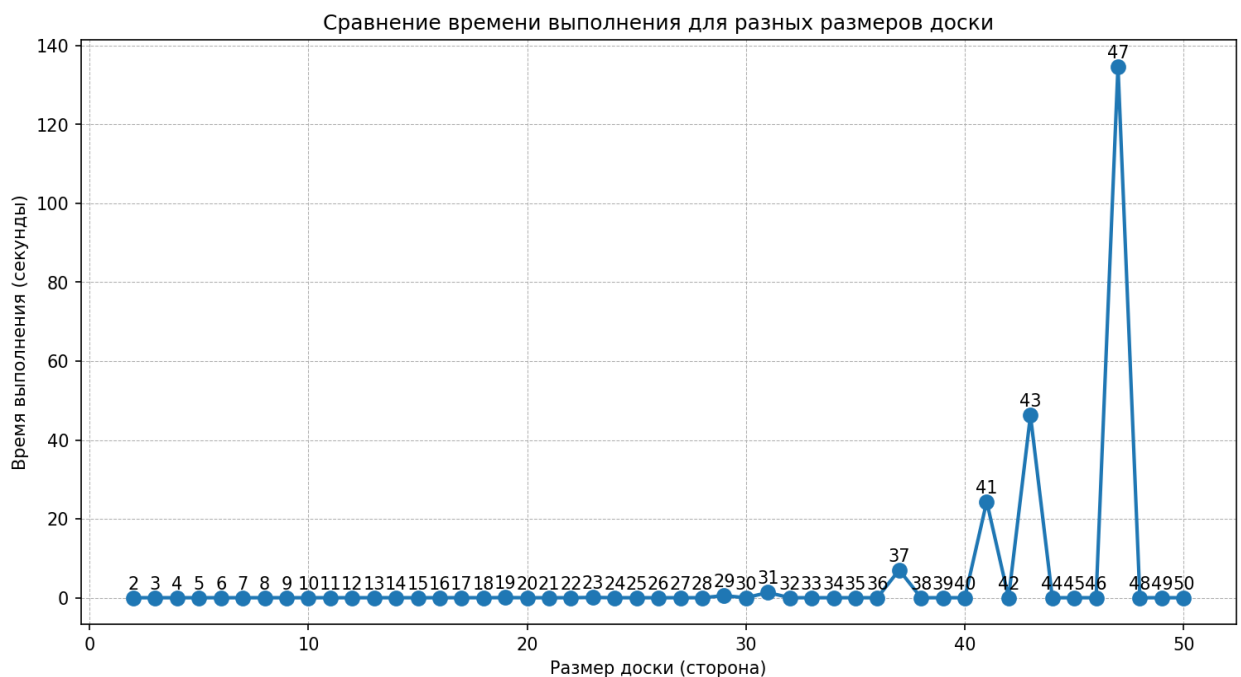


Рисунок 7 — зависимость времени выполнения алгоритма от размера доски (по линейной шкале)

По результатам графиков, можно сделать вывод, что время выполнения алгоритма сильно (экспоненциально) возрастает при возрастании минимального делителя стороны полотна.

Тестирование.

| Входные данные | Выходные данные | Комментарий |
|----------------|--|-------------|
| 13 | 11 1 1 7 8 1 6 1 8 6 8 7 2 10 7 4 7 8 1 7 9 3 10 11 1 11 11 3 7 12 2 9 12 2 | Успех |
| 26 | 4 1 1 13 14 1 13 1 14 13 14 14 13 | Успех |
| 37 | 15 1 1 19 20 1 18 1 20 18 20 19 2 22 19 5 27 19 11 19 20 1 19 21 3 19 24 8 | Успех |

| | | |
|--|---------|--|
| | 27 30 3 | |
| | 30 30 8 | |
| | 19 32 6 | |
| | 25 32 1 | |
| | 26 32 1 | |
| | 25 33 5 | |

Вывод.

По ходу данной лабораторной работы была написана программа, решающая задачу о квадрировании квадрата с использованием итеративного алгоритма бэктрекинг (поиск с возвратом). Было проведено исследование зависимости времени работы алгоритма от начального размера квадрата.

ПРИЛОЖЕНИЕ А

Файл *main.cpp*:

```
#include <iostream>

#include "include/Board.hpp"
#include "include/Square.hpp"
#include "include/Tiling.hpp"

#define MIN_SIZE 2
#define MAX_SIZE 40

int main() {
    int n = 0;
    std::cin >> n;

    if (n < MIN_SIZE || n > MAX_SIZE) {
        std::cerr << "Invalid input size!!" << std::endl;
        return 1;
    }

    Board board = solve(n);

    std::cout << board.getSquares().size() << std::endl;
    for (const Square& square : board.getSquares()) {
        std::cout << square.x + 1 << " " << square.y + 1 << " " <<
square.size
        << std::endl;
    }

    return 0;
}
```

Файл *Board.hpp*:

```
#ifndef BOARD_HPP_
#define BOARD_HPP_

#include <utility>
#include <vector>

#include "Square.hpp"

class Board {
private:
    int size;
    int emptyCells;
    int startX, startY;
    std::vector<Square> squares;

    bool isPointOccupied(int x, int y) const;

public:
    Board(int size);
    Board(const Board& other);
    Board& operator=(const Board& other);

    int getSize() const { return size; }
    int getEmptyCells() const { return emptyCells; }
```

```

const std::vector<Square>& getSquares() const { return squares; }
int getSquaresCount() const { return squares.size(); }

void setStartCoordinates(int x, int y) {
    startX = x;
    startY = y;
}

bool isValid(std::pair<int, int> coordinates, int squareSize) const;

void addSquare(const Square& square);

std::pair<int, int> findEmptyCell() const;

void scale(int scaleFactor);
};

#endif // BOARD_HPP_
    Файл Square.hpp:

#ifndef SQUARE_HPP_
#define SQUARE_HPP_

#include <utility>

struct Square {
    int x, y;
    int size;

    Square() = default;
    Square(std::pair<int, int> coordinates, int size)
        : x(coordinates.first), y(coordinates.second), size(size) {}
};

#endif // SQUARE_HPP_
    Файл Tiling.hpp:

#ifndef TILING_HPP_
#define TILING_HPP_

#include <set>

#include "Board.hpp"

std::set<int> baseFactorize(int n);
Board backtrack(Board startBoard);
Board solve(int size);

#endif // TILING_HPP_
    Файл Board.cpp:

#include "../include/Board.hpp"

Board::Board(int size) : size(size), emptyCells(size * size) {}

Board::Board(const Board& other)
    : size(other.size),
      emptyCells(other.emptyCells),
      startX(other.startX),

```



```

        startY(other.startY),
        squares(other.squares) {}

Board& Board::operator=(const Board& other) {
    if (this != &other) {
        size = other.size;
        emptyCells = other.emptyCells;
        startX = other.startX;
        startY = other.startY;
        squares = other.squares;
    }
    return *this;
}

bool Board::isPointOccupied(int x, int y) const {
    for (const Square& square : squares) {
        if (x >= square.x && x < square.x + square.size && y >= square.y
&&
            y < square.y + square.size) {
            return true;
        }
    }
    return false;
}

bool Board::isValid(std::pair<int, int> coordinates, int squareSize)
const {
    if (squareSize >= size) {
        return false;
    }

    int x = coordinates.first;
    int y = coordinates.second;

    if (x < 0 || y < 0 || x + squareSize > size || y + squareSize >
size) {
        return false;
    }

    for (const Square& square : squares) {
        if (x < square.x + square.size && x + squareSize > square.x &&
            y < square.y + square.size && y + squareSize > square.y) {
            return false;
        }
    }
    return true;
}

void Board::addSquare(const Square& square) {
    squares.push_back(square);
    emptyCells -= square.size * square.size;
}

std::pair<int, int> Board::findEmptyCell() const {
    for (int y = startY; y < size; y++) {
        int startX_pos = (y == startY ? startX : 0);
        for (int x = startX_pos; x < size; x++) {
            if (!isPointOccupied(x, y)) {
                return {x, y};
            }
        }
    }
}

```

```

    }
}

for (int y = 0; y < startY; y++) {
    for (int x = 0; x < size; x++) {
        if (!isPointOccupied(x, y)) {
            return {x, y};
        }
    }
}

return {-1, -1};
}

void Board::scale(int scaleFactor) {
    for (Square& square : squares) {
        square.x *= scaleFactor;
        square.y *= scaleFactor;
        square.size *= scaleFactor;
    }
    size *= scaleFactor;
}

```

Файл *Tiling.cpp*:

```

#include "../include/Tiling.hpp"

#include <cmath>
#include <cstdint>
#include <stack>
#include <utility>

#include "../include/Board.hpp"
#include "../include/Square.hpp"

std::set<int> baseFactorize(int n) {
    std::set<int> factors;
    for (int i = 2; i <= std::sqrt(n); i++) {
        if (n % i == 0) {
            factors.insert(i);
            while (n % i == 0) {
                n /= i;
            }
        }
    }
    if (n > 1) {
        factors.insert(n);
    }
    return factors;
}

Board backtrack(Board startBoard) {
    int minimalCount = INT32_MAX;
    Board bestBoard(startBoard.getSize());
    std::stack<Board> stack;
    stack.push(startBoard);

    while (!stack.empty()) {
        Board board = stack.top();

```

```

        stack.pop();

        if (board.getSquaresCount() >= minimalCount) {
            continue;
        } else if (board.getEmptyCells() == 0) {
            minimalCount = board.getSquaresCount();
            bestBoard = board;
            continue;
        }

        auto [x, y] = board.findEmptyCell();

        for (int squareSize = 1;
            squareSize <= std::min(board.getSize() - x, board.getSize() -
y);
            ++squareSize) {
            if (board.isValid({x, y}, squareSize)) {
                Board newBoard = board;
                Square square({x, y}, squareSize);
                newBoard.addSquare(square);

                if (x + squareSize < board.getSize()) {
                    newBoard.setStartCoordinates(x + squareSize, y);
                } else {
                    newBoard.setStartCoordinates(0, y + 1);
                }

                stack.push(newBoard);
            }
        }

        return bestBoard;
    }

Board initPrimeBoard(int size) {
    Board initBoard(size);

    int centralSize = (size + 1) / 2;
    int sideSize = size / 2;

    Square central({0, 0}, centralSize);
    Square rightSide({centralSize, 0}, sideSize);
    Square leftSide({0, centralSize}, sideSize);

    initBoard.addSquare(central);
    initBoard.addSquare(rightSide);
    initBoard.addSquare(leftSide);
    initBoard.setStartCoordinates(centralSize, sideSize);

    return initBoard;
}

Board solve(int size) {
    std::set<int> factors = baseFactorize(size);
    int minimal = *factors.begin();
    int coef = size / minimal;

    Board startBoard = initPrimeBoard(minimal);

```

```

    Board board = backtrack(startBoard);
    board.scale(coef);

    return board;
}

```

Файл *benchmarks.cpp*:

```

#include <chrono>
#include <fstream>
#include <iomanip>
#include <iostream>
#include <nlohmann/json.hpp>
#include <vector>

#include "../include/Board.hpp"
#include "../include/Square.hpp"
#include "../include/Tiling.hpp"

#define _DEFAULT_ITERATIONS 3
#define _DEFAULT_OUTPUT_FILE "results.json"

#define _MIN_SIZE 2
#define _MAX_SIZE 40

struct BenchmarkResult {
    int size;
    double time;
    int iterations;
    Board board;

    BenchmarkResult(int size, double time, int iterations, Board result)
        : size(size), time(time), iterations(iterations), board(result)
    {}
};

class Benchmark {
private:
    int iterations;
    std::vector<BenchmarkResult> benchmarkResults;

public:
    Benchmark(int iterations) : iterations(iterations) {}

    void runBenchmarks(const std::vector<int>& board_sizes) {
        benchmarkResults.clear();

        for (size_t idx = 0; idx < board_sizes.size(); idx++) {
            int n = board_sizes[idx];
            std::cout << "-----" <<
std::endl;
            std::cout << "Testing board size " << n << "..." << std::endl;

            double totalTime = 0.0;
            Board result(n);

            for (int i = 0; i < iterations; i++) {
                auto start = std::chrono::high_resolution_clock::now();
                result = solve(n);
                auto end = std::chrono::high_resolution_clock::now();

```

```

        std::chrono::duration<double> elapsed = end - start;
        totalTime += elapsed.count();

        std::cout << "  Iteration " << (i + 1) << "/" << iterations <<
": "
        << elapsed.count() << "s" << std::endl;
    }

    double averageTime = totalTime / iterations;
    std::cout << "Average time for board size " << n << ": " <<
averageTime
        << " seconds" << std::endl;

    benchmarkResults.emplace_back(n, averageTime, iterations,
result);

    std::cout << "-----" <<
std::endl;
}
}

void saveResultsToJson(const std::string& output_file) const {
    nlohmann::json results = {};
    results["benchmarks"] = nlohmann::json::array();

    for (const auto& result : benchmarkResults) {
        nlohmann::json entry = {};
        entry["size"] = result.size;
        entry["time"] = result.time;
        entry["iterations"] = result.iterations;

        entry["squares"] = nlohmann::json::array();
        std::vector<Square> squares = result.board.getSquares();
        for (size_t i = 0; i < squares.size(); i++) {
            Square square = squares[i];
            nlohmann::json info = {};

            info["size"] = square.size;
            info["x"] = square.x;
            info["y"] = square.y;
            entry["squares"].push_back(info);
        }

        results["benchmarks"].push_back(entry);
    }

    std::ofstream outputFile(output_file);
    outputFile << std::setw(2) << results << std::endl;
    outputFile.close();

    std::cout << "\nResults saved to " << output_file << std::endl;
}

const std::vector<BenchmarkResult>& getResults() const {
    return benchmarkResults;
}
};

```

```

int main() {
    std::vector<int> board_sizes;
    for (int i = _MIN_SIZE; i <= _MAX_SIZE; i++) {
        board_sizes.push_back(i);
    }

    Benchmark benchmark(_DEFAULT_ITERATIONS);

    benchmark.runBenchmarks(board_sizes);
    benchmark.saveResultsToJson(_DEFAULT_OUTPUT_FILE);

    return 0;
}

```

Файл *visual.py*:

```

import json
import matplotlib.pyplot as plt
import matplotlib.patches as patches
import numpy as np
import os
from dataclasses import dataclass

_DEFAULT_OUTPUT_DIR = "visual/output"
_DEFAULT_JSON_PATH = "results.json"

@dataclass
class Square:
    x: int
    y: int
    size: int

@dataclass
class Board:
    size: int
    squares: list[Square]

def _load_data(json_path: str):
    with open(json_path, 'r') as file:
        data = json.load(file)
    file.close()

    if "benchmarks" not in data:
        raise ValueError(
            f"Invalid JSON format: 'benchmarks' key not found in {json_path}")

    if not data["benchmarks"]:
        raise ValueError(f"No benchmark data found in {json_path}")

    return data["benchmarks"]

def _deserialize_square(square_info) -> Square:
    return Square(square_info["x"], square_info["y"],
square_info["size"])

```

```

def _deserialize_board(board_info) -> Board:
    return Board(board_info["size"], [_deserialize_square(square) for
square in board_info["squares"]])

def _configure_ax(ax: plt.Axes, board: Board) -> None:
    ax.set_xlim(0, board.size)
    ax.set_ylim(0, board.size)

    ax.set_xticks(np.arange(0, board.size + 1, 1))
    ax.set_yticks(np.arange(0, board.size + 1, 1))
    ax.grid(True, color='gray', linestyle='-', linewidth=0.5)

    ax.set_title(f"Замощение квадрата размера
{board.size}x{board.size}")

def visualize_tiling(board_data, output_dir: str =
_DEFAULT_OUTPUT_DIR) -> str:
    os.makedirs(output_dir, exist_ok=True)

    board = _deserialize_board(board_data)

    fig, ax = plt.subplots(figsize=(10, 10))
    _configure_ax(ax, board)

    colors = plt.cm.tab20(np.linspace(0, 1, len(board.squares)))

    for i, square in enumerate(board.squares):
        rect = patches.Rectangle((square.x, board.size-square.y-
square.size), square.size, square.size,
                                linewidth=1, edgecolor='black',
                                facecolor=colors[i], alpha=0.7)
        ax.add_patch(rect)

        ax.text(square.x + square.size/2, board.size - square.y -
square.size/2, str(i+1),
                fontsize=12, ha='center', va='center')

    output_path = os.path.join(output_dir, f"tiling_{board.size}.png")
    plt.savefig(output_path, dpi=150, bbox_inches='tight')
    plt.close()

    return output_path

def plot_times(results, output_dir: str = _DEFAULT_OUTPUT_DIR) -> str:
    sizes = [result["size"] for result in results]
    times = [result["time"] for result in results]

    plt.figure(figsize=(12, 6))
    plt.semilogy(sizes, times, 'o-', linewidth=2, markersize=8)

    for size, time in zip(sizes, times):
        plt.annotate(f'{size}', (size, time), textcoords="offset
points",
                    xytext=(0, 5), ha='center')

```

```

plt.grid(True, which='both', linestyle='--', linewidth=0.5)
plt.title('Сравнение времени выполнения для разных размеров
доски')
plt.xlabel('Размер доски (сторона)')
plt.ylabel('Время выполнения (секунды)')

output_path = os.path.join(output_dir, "execution_times.png")
plt.savefig(output_path, dpi=150, bbox_inches='tight')
plt.close()

return output_path

def main(path: str = _DEFAULT_JSON_PATH, output: str =
_DEFAULT_OUTPUT_DIR):
    results = _load_data(path)
    print(f"Loaded data for {len(results)} board sizes")
    os.makedirs(output, exist_ok=True)

    for result in results:
        path = visualize_tiling(result, output)
        print(
            f"Created visualization for board size {result['size']} at
{path}")

    times_path = plot_times(results, output)
    print(f"Created execution time plot at {times_path}")

if __name__ == "__main__":
    try:
        main()
    except ValueError as e:
        print(f"Error: {e}")

```