# МИНОБРНАУКИ РОССИИ САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ЭЛЕКТРОТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ «ЛЭТИ» ИМ. В.И. УЛЬЯНОВА (ЛЕНИНА) Кафедра МО ЭВМ

## ОТЧЕТ

# по лабораторной работе №1 по дисциплине «Построение и анализ алгоритмов»

Тема: Поиск с возвратом

Студент гр. 3343	Бондаренко Ф. А
Преподаватель	Жангиров Т. Р.

Санкт-Петербург 2025

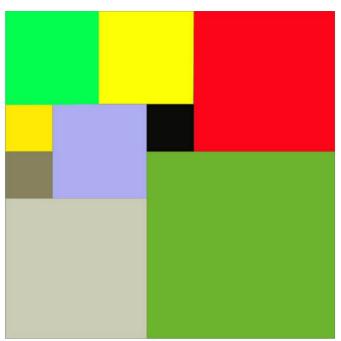
# Цель работы.

Изучение алгоритма бэктрекинга (поиска с возвратом) для решения задачи о квадрировании квадрата.

#### Задание.

У Вовы много квадратных обрезков доски. Их стороны (размер) изменяются от 1 до N-1, и у него есть неограниченное число обрезков любого размера. Но ему очень хочется получить большую столешницу – квадрат размера N. Он может получить ее, собрав из уже имеющихся обрезков (квадратов).

Например, столешница размера 7×7 может быть построена из 9 обрезков.



Внутри столешницы не должно быть пустот, обрезки не должны выходить за пределы столешницы и не должны перекрываться. Кроме того, Вова хочет использовать минимально возможное число обрезков.

#### Входные данные

Размер столешницы - одно целое число N ( $2 \le N \le 20$ ).

## Выходные данные

Одно число K, задающее минимальное количество обрезков(квадратов), из которых можно построить столешницу(квадрат)

заданного размера N. Далее должны идти K строк, каждая из которых должна содержать три целых числа x,y и w, задающие координаты левого верхнего угла  $(1 \le x, y \le N)$  и длину стороны соответствующего обрезка(квадрата).

#### Пример входных данных

7

#### Соответствующие выходные данные

9

- 1 1 2
- 1 3 2
- 3 1 1
- 4 1 1
- 3 2 2
- 5 1 3
- 444
- 153
- 3 4 1

# Выполнение работы.

Вар. 2и. Итеративный бэктрекинг. Исследование времени выполнения от размера квадрата.

Для решения задачи был применен алгоритм итеративного бэктрекинга. Описание реализованных структур, классов, методов и функций:

- *struct Square* структура, отвечающая за работу с квадратом: хранит такие поля, как:
  - $\circ$  *int x, int y* целочисленные координаты квадрата.
  - ∘ *int size* размер квадрата.
- class Board класс отвечающий за работу с доской для замощения.
   Содержит:
  - ∘ *int size* размер поля для замощения.
  - *int emptyCells* число свободных (пустых) клеток.

- int startX, int startY координаты первой теоретически незанятой (пустой) клетки (необходимы для ускорения поиска первой свободной клетки (см. п. Оптимизации)).
- o std::vector<Square> squares вектор квадратов, участвующих в замощении.
- Board(int size) конструктор, принимающий размер полотна.
- Board(const Board& other) конструктор копирования.
- Board& operator=(const Board& other) оператор присваивания.
- o int getSize() const метод, который возвращает размер полотна.
- o int getEmptyCells() const метод, который возвращает количество пустых клеток.
- o const std::vector<Square>& getSquares() const метод, возвращающий вектор квадратов, участвующих в замощении.
- void setStartCoordinates(int x, int y) метод, устанавливающий startX и startY.
- $\circ$  bool is Point Occupied (int x, int y) const метод, проверяющий, является ли данная клетка поля пустой.
- bool isValid(std::pair<int, int> coordinates, int squareSize) const метод, проверяющий валидность расстановки квадрата в данной области.
- void addSquare(const Square& square) метод добавления квадрата в вектор квадратов.
- std::pair<int, int> findEmptyCell() const метод поиска первой свободной клетки.
- void scale(int scaleFactor) метод для увеличения размера полотна (вместе с размером квадратов) на определенный целый коэффициент.
- В файле *Tiling.hpp* и *Tiling.cpp* приведены реализации алгоритма итеративного backtracking вместе с оптимизациями. Отведение для реализации алгоритма отдельного файла необходимо для

корректного подключения через *include* функции *solve()* в файле *benchmarks.cpp*.

• Board backtrack(Board initBoard) — итеративная функция поиска с возвратом. Вначале определяются такие поля, как: int minimalCount — минимальное число квадратов, участвующее в замощении полотна, Board bestBoard — лучший результат замощения, std::stack<Board> stack — стек состояний доски.

Далее в стек заносится начальная доска *startBoard* и начинает работу цикл *while*. В цикле *while* достается первая доска *board* и обрабатывается: проверяется число квадратов, участвующее в замощении (если больше *minimalCount*, то сразу такую доску отметаем), если же число свободных клеток в такой доске равняется 0 и число квадратов меньше лучшего замощения (было проверено в прошлом *if*), то делаем данную доску лучшим вариантом.

После начальной проверки производится поиск первой свободной клетки. Затем в цикле for пробегаемся по возможным размерам квадратов, что можно установить в данной клетке. Если данный квадрат можно установить, то создаем новую доску newBoard, устанавливаем startX и startY для данной доски: если установленный квадрат не доходит до границы области полотна, то смещаемся вправо на размер квадрата, иначе спускаемся по оси Оу вниз на одну ячейку. Добавляем newBoard в стек.

Board solve(int size) — функция, которая использует оптимизацию для замощения полотна: берет не начальный входной размер, а находит его первый простой делитель. Затем применяет функцию initPrimeBoard() (устанавливает т. н. "штаны") и алгоритм backtracking к данной доске, и увеличивает размер полотна (и, соответственно, квадратов в полотне) на коэффициент масштабирования.

- ochoвания в факторизации целого числа.
- Воаrd initPrimeBoard(int size) функция, устанавливающая три начальных квадрата на полотно, размер которого простое число. Сначала создает доску определенного размера, затем устанавливает три квадрата на нее: одни в левый верхний угол (со стороной (size + 1) / 2), и два других: один под верхний квадрат (со стороной size / 2), другой сбоку справа (также со стороной size / 2). Возвращает полученную доску.
- Файл *Benchmark.hpp* содержит класс *Benchmark*, необходимый для подсчета времени выполнения алгоритма. Использует структуру *BenchmarkResult*, которая содержит размер доски и время замощения этой доски. В конструкторе класс *Benchmark* принимает число размер выборки для проведения исследования.
- В файле *main.cpp* происходит обработка параметров, поданных на вход через терминал, выбор режима работы: обычный (самый быстрый), подсчет времени выполнения (для исследования), визуализации результатов для разных размеров доски, режим поэтапной визуализации работы замощения.
- Файл *Visualizer.cpp* необходим для визуализации замощения. Содержит функции для отрисовки и создания gif- и .mp4 файлов. Для визуализации использовались библиотеки *matplotplusplus* и *ffmpeg*.
- Файл *JsonHandler.hpp* содержит клас для работы с файлами, удовлетворяя идиоме RAII: время жизни выделенного ресурса совпадает с временем жизни объекта.
- Файлы Serializer.hpp и Deserializer.hpp содержат классы для сериализации и десериализации квадратов и досок для замощения. Нужны для сохранения в json файл результата исследования работы

алгоритма и использования этих данных для построения визуализации.

# Оценка сложности алгоритма.

- По времени:  $O(c^{p^2})$ , где с положительная константа, р минимальный простой делитель стороны полотна (для  $p^2$  ячеек можно принять с решений).
- По памяти:  $O(p^2c^p)$ , где р минимальный простой делитель стороны полотна:
  - $p^2$  максимальное число квадратов, участвующих в замощении (максимальное теоретическое число квадратов в одном замощении).
  - $\circ$   $c^p$  число различных состояний на каждом ходе. (  $c \ge 1$  )

#### Оптимизации.

Основная идея оптимизации заключается в замощении меньшего полотна (чем то, что было дано на вход), а затем умножение на коэффициент масштабирования. Данная идея значительно уменьшает время работы алгоритма, так как сокращается число возможных расстановок.

По условию, квадраты, участвующие в замощении, имеют целочисленную сторону. Следовательно мы должны выбрать такой подполотно в нашем полотне, чтобы при умножении на коэффициент мы получили квадраты с целочисленной стороной.

Какой размер подполотна брать? **Первое требование**: размер подполотна должен быть **простым делителем** размера полотна. Иначе: квадраты в замощении могут быть с нецелой стороной.

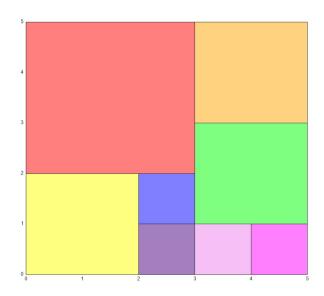


Рисунок 1 — результат замощения квадрата 5х5

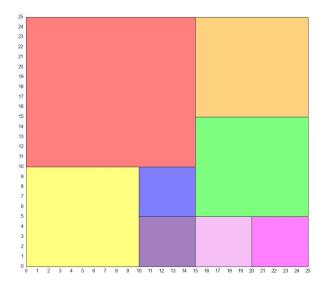


Рисунок 2 — результат замощения квадрата 25х25

**Второе требование**: размер подполотна должен быть **минимальным простым делителем** размера полотна. Иначе число квадратов замощении будет не минимальным.

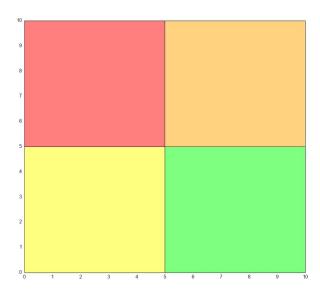


Рисунок 3 — результат замощения квадрата 2х2

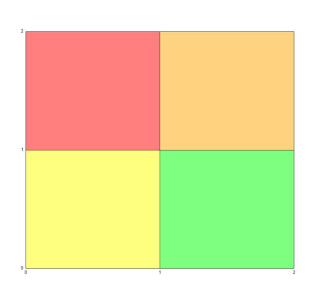


Рисунок 4 — результат замощения квадрата 10х10

Как видно из примера: квадрат со стороной 10 имеет в своем минимальном замощении 4 квадрата (как у подполотна 2х2), а не 8 (как у подполотна 5х5). Хотя 10 кратно и 2, и 5.

Итого, задача о замощении квадрата свелся к замощению подквадрата, размер которого — минимальный делитель размера начального квадрата.

В ходе проверок результатов, было эмпирически выведено, что для полотен с простой стороной р в замощении обязательно участвуют три квадрата: один размера  $[\frac{p+1}{2}]$ , два размерами  $[\frac{p}{2}]$ , где [x] — целая часть от числа x. Для удобства восприятия и обработки, данные квадраты устанавливаются по координатам: 1) (1,1) (самый большой), 2)  $(1+[\frac{p+1}{2}],1)$  (первый из двух маленьких (справа от большого)), 3)  $(1,1+[\frac{p+1}{2}])$  (второй из двух маленьких (под большим)). Таким образом, будет оптимально замощено примерно 70 - 75 % от изначального полотна.

Замощения квадарата со сторонами: 25х25

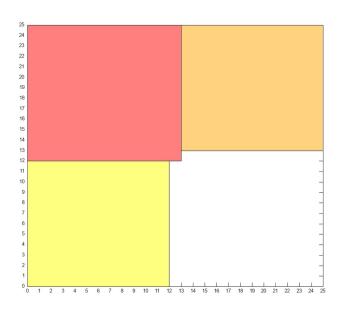


Рисунок 5 — пример начальной расстановки

В связи с такой начальной расстановкой, в класс Board были добавлены стартовые координаты для поиска свободной клетки (startX, startY). После инициализации подполотна они будут равны  $(1+[\frac{p+1}{2}],1+[\frac{p}{2}])$ , соответственно. Далее в методе класса Board — findEmptyCell() проверка разбивается на две части: 1) нижняя часть полотна: если строка — первая

(т. е. y == startY), то обход начинается с x = startX, иначе: x = 0 (т. е. полностью обходится строка). 2) верхняя часть полотна: если в нижней части полотна свободная клетка не нашлась. То проверяется верхняя (до y == startY).

# Исследование.

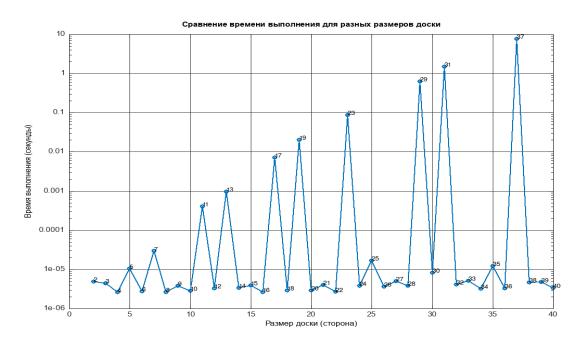


Рисунок 6 — зависимость времени выполнения алгоритма от размера доски (по логарифмической шкале)

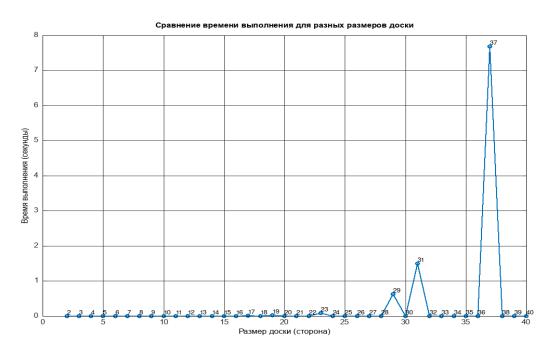


Рисунок 7 — зависимость времени выполнения алгоритма от размера доски (по линейной шкале)

По результатам графиков, можно сделать вывод, что время выполнения алгоритма сильно (экспоненциально) возрастает при возрастании минимального делителя стороны полотна.

# Тестирование.

Входные данные	Выходные данные	Комментарий
13	11	Успех
	1 1 7	
	8 1 6	
	186	
	8 7 2	
	10 7 4	
	7 8 1	
	7 9 3	
	10 11 1	
	11 11 3	
	7 12 2	
	9 12 2	
26	4	Успех
	1 1 13	
	14 1 13	
	1 14 13	
	14 14 13	
37	15	Успех
	1 1 19	
	20 1 18	
	1 20 18	
	20 19 2	
	22 19 5	
	27 19 11	
	19 20 1	
	19 21 3	
	19 24 8	

27 30 3	
30 30 8	
19 32 6	
25 32 1	
26 32 1	
25 33 5	

# Вывод.

По ходу данной лабораторной работы была написана программа, решающая задачу о квадрировании квадрата с использованием итеративного алгоритма бэктрекинг (поиск с возвратом). Было проведено исследование зависимости времени работы алгоритма от начального размера квадрата.

#### ПРИЛОЖЕНИЕ А

# Файл таіп.срр:

```
#include <exception>
#include <functional>
#include <iostream>
#include <map>
#include <string>
#include "../include/Benchmark.hpp"
#include "../include/Board.hpp"
#include "../include/Deserializer.hpp"
#include "../include/JsonHandler.hpp"
#include "../include/Square.hpp"
#include "../include/Tiling.hpp"
#include "../include/Visualizer.hpp"
#define MIN SIZE 2
#define MAX SIZE 40
#define JSON FILE "benchmark/benchmark.json"
#define ITERATIONS 3
#define VISUAL DIR "visual-output/"
void solveMode() {
 int n = 0;
 std::cin >> n;
 if (n < MIN SIZE || n > MAX SIZE) {
      std::cerr << "Invalid input size (" << MIN SIZE << "-" <<
MAX SIZE << ")!"
             << std::endl;
   return;
 Board board = tiling::solve(n, false).first;
 std::cout << board.getSquares().size() << std::endl;</pre>
 for (const Square& square : board.getSquares()) {
     std::cout << square.x + 1 << " " << square.y + 1 << " " <<
square.size
             << std::endl;
  }
}
void benchmarkMode() {
 Benchmark benchmark( ITERATIONS);
 benchmark.run( MIN SIZE, MAX SIZE);
 benchmark.save( JSON FILE);
  std::cout << "Benchmarks completed and saved to " << JSON FILE <<
std::endl;
void visualizeMode() {
 nlohmann::json benchmark = nlohmann::json::object();
 try {
```

```
JsonHandler handler ( JSON FILE);
   benchmark = handler.read();
  } catch (const std::exception& e) {
   benchmarkMode();
   JsonHandler handler (_JSON_FILE);
   benchmark = handler.read();
 std::vector<int> sizes;
 std::vector<double> times;
 for (const auto& result : benchmark["benchmarks"]) {
   Board board = deserialize::get board(result["board"]);
   sizes.push back(board.getSize());
   times.push back(result["time"].get<double>());
   std::string title =
                        "Замощение квадрата со стороной: " +
std::to_string(board.getSize()) +
       "x" + std::to string(board.getSize());
    std::string filename = "tiling " + std::to string(board.getSize())
+ ".png";
   std::string path =
                  visualize::visualizeTiling(board, title, filename,
VISUAL DIR);
   std::cout << "Generated: " << path << std::endl;</pre>
 std::string path = visualize::visualizeExecutionTimes(
     sizes, times, "execution_times.png", _VISUAL_DIR);
   std::cout << "Generated execution time graph: " << path <<
std::endl;
void stepsMode() {
 int n = 0;
 std::cin >> n;
 if (n < MIN SIZE | | n > MAX SIZE) {
      std::cerr << "Invalid input size (" << MIN SIZE << "-" <<
MAX SIZE << ")!"
             << std::endl;
   return;
 auto [board, steps] = tiling::solve(n, true);
 steps.push back(board);
 std::string path = visualize::visualizeSteps(steps, VISUAL DIR);
 std::cout << board.getSquares().size() << std::endl;</pre>
  for (const Square& square : board.getSquares()) {
     std::cout << square.x + 1 << " " << square.y + 1 << " " <<
square.size
             << std::endl;
  }
```

```
std::cout << "Generated steps animation: " << path << std::endl;</pre>
}
int main(int argc, char* argv[]) {
  if (argc < 2) {
   return 1;
  std::string mode = argv[1];
  const std::map<std::string, std::function<void()>> modes = {
      {"solve", solveMode},
      {"benchmark", benchmarkMode},
      {"visualize", visualizeMode},
      {"steps", stepsMode}};
  auto it = modes.find(mode);
  if (it != modes.end()) {
    it->second();
  return 0;
}
     Файл Board.hpp:
#ifndef BOARD HPP
#define BOARD HPP
#include <utility>
#include <vector>
#include "Square.hpp"
class Board {
private:
  int size;
  int emptyCells;
  int startX, startY;
  std::vector<Square> squares;
  bool isPointOccupied(int x, int y) const;
 public:
  Board(int size);
  Board (const Board & other);
  Board& operator=(const Board& other);
  int getSize() const { return size; }
  int getEmptyCells() const { return emptyCells; }
  const std::vector<Square>& getSquares() const { return squares; }
  int getSquaresCount() const { return squares.size(); }
  void setStartCoordinates(int x, int y) {
    startX = x;
    startY = y;
  }
  bool isValid(std::pair<int, int> coordinates, int squareSize) const;
  void addSquare(const Square& square);
```

```
std::pair<int, int> findEmptyCell() const;
  void scale(int scaleFactor);
#endif // BOARD HPP
     Файл Square.hpp:
#ifndef SQUARE HPP
#define SQUARE HPP
#include <utility>
struct Square {
 int x, y;
 int size;
 Square() = default;
  Square(std::pair<int, int> coordinates, int size)
      : x(coordinates.first), y(coordinates.second), size(size) {}
};
#endif // SQUARE HPP
     Файл Tiling.hpp:
#ifndef TILING HPP
#define TILING HPP
#include <utility>
#include <vector>
#include "Board.hpp"
namespace tiling {
std::pair<Board, std::vector<Board>> backtrack(Board startBoard, bool
record);
std::pair<Board, std::vector<Board>> solve(int size, bool record);
} // namespace tiling
#endif // TILING HPP
     Файл Benchmark.hpp:
#include <string>
#include <vector>
#include "BenchmarkResult.hpp"
class Benchmark {
private:
  int iterations;
  std::vector<BenchmarkResult> benchmarkResults;
public:
 Benchmark(int iterations);
 void run(size t minSize, size t maxSize);
  void save(const std::string& ouput) const;
```

```
const std::vector<BenchmarkResult>& getResults() const {
    return benchmarkResults;
};
     Файл JsonHandler.hpp:
#ifndef JSONHANDLER HPP
#define JSONHANDLER HPP
#include <fstream>
#include <nlohmann/json.hpp>
#include <string>
class JsonHandler {
private:
 std::fstream file;
public:
 JsonHandler(const std::string& filename);
 void write(nlohmann::json& json);
 nlohmann::json read();
  ~JsonHandler();
};
#endif // JSONHANDLER HPP
     Файл Serializer.hpp:
#ifndef SERIALIZER HPP
#define SERIALIZER HPP
#include <nlohmann/json.hpp>
struct Square;
class Board;
namespace serialize {
nlohmann::json to_json(const Square& square);
nlohmann::json to json(const Board& board);
} // namespace serialize
#endif // SERIALIZER HPP
     Файл Deserializer.hpp:
#ifndef DESERIALIZER HPP
#define DESERIALIZER HPP
#include <nlohmann/json.hpp>
struct Square;
class Board;
namespace deserialize {
Square get square (const nlohmann::json& square json);
```

```
Board get board(const nlohmann::json& board json);
} // namespace deserialize
#endif // DESERIALIZER HPP
     Файл Visualizer.hpp:
#ifndef VISUALIZER HPP
#define VISUALIZER HPP
#include <string>
#include <vector>
class Board;
namespace visualize {
std::string visualizeTiling(const Board& board, const std::string&
title,
                            const std::string& filename,
                            const std::string& output dir,
                            const std::string& additional="");
std::string visualizeExecutionTimes(const std::vector<int>& sizes,
                                    const std::vector<double>& times,
                                    const std::string& filename,
                                    const std::string& output dir);
std::string visualizeSteps(const std::vector<Board>& steps,
                           const std::string& output dir);
} // namespace visualize
#endif // VISUALIZER HPP
     Файл Board.cpp:
#include "../include/Board.hpp"
Board::Board(int size) : size(size), emptyCells(size * size) {}
Board::Board(const Board& other)
    : size(other.size),
      emptyCells(other.emptyCells),
      startX(other.startX),
      startY(other.startY),
      squares(other.squares) {}
Board& Board::operator=(const Board& other) {
  if (this != &other) {
    size = other.size;
    emptyCells = other.emptyCells;
    startX = other.startX;
    startY = other.startY;
    squares = other.squares;
 return *this;
bool Board::isPointOccupied(int x, int y) const {
  for (const Square& square : squares) {
```

```
if (x \ge square.x \&\& x < square.x + square.size \&\& y >= square.y
& &
        y < square.y + square.size) {</pre>
      return true;
  return false;
bool Board::isValid(std::pair<int, int> coordinates, int squareSize)
const {
  if (squareSize >= size) {
    return false;
  int x = coordinates.first;
  int y = coordinates.second;
  if (x < 0 \mid | y < 0 \mid | x + squareSize > size \mid | y + squareSize >
size) {
   return false;
  }
  for (const Square& square : squares) {
    if (x < square.x + square.size && x + squareSize > square.x &&
        y < square.y + square.size && y + squareSize > square.y) {
      return false;
    }
  }
  return true;
void Board::addSquare(const Square& square) {
  squares.push back(square);
  emptyCells -= square.size * square.size;
std::pair<int, int> Board::findEmptyCell() const {
  for (int y = startY; y < size; y++) {
    int startX pos = (y == startY ? startX : 0);
    for (int x = startX pos; x < size; x++) {
      if (!isPointOccupied(x, y)) {
        return {x, y};
      }
    }
  for (int y = 0; y < startY; y++) {
    for (int x = 0; x < size; x++) {
      if (!isPointOccupied(x, y)) {
        return {x, y};
      }
    }
  return {-1, -1};
void Board::scale(int scaleFactor) {
```

```
for (Square& square : squares) {
    square.x *= scaleFactor;
    square.y *= scaleFactor;
    square.size *= scaleFactor;
  size *= scaleFactor;
     Файл Tiling.cpp:
#include "../include/Tiling.hpp"
#include <cmath>
#include <cstdint>
#include <set>
#include <stack>
#include "../include/Board.hpp"
#include "../include/Square.hpp"
namespace tiling {
namespace details {
std::set<int> baseFactorize(int n) {
  std::set<int> factors;
  for (int i = 2; i <= std::sqrt(n); i++) {
    if (n % i == 0) {
      factors.insert(i);
      while (n % i == 0) {
        n /= i;
      }
    }
  if (n > 1) {
   factors.insert(n);
  return factors;
}
Board initPrimeBoard(int size) {
  Board initBoard(size);
  int centralSize = (size + 1) / 2;
  int sideSize = size / 2;
  Square central({0, 0}, centralSize);
  Square rightSide({centralSize, 0}, sideSize);
  Square leftSide({0, centralSize}, sideSize);
  initBoard.addSquare(central);
  initBoard.addSquare(rightSide);
  initBoard.addSquare(leftSide);
  initBoard.setStartCoordinates(centralSize, sideSize);
  return initBoard;
}
} // namespace details
```

```
std::pair<Board, std::vector<Board>> backtrack(Board startBoard, bool
record) {
  int minimalCount = INT32 MAX;
  Board bestBoard(startBoard.getSize());
  std::stack<Board> stack;
  stack.push(startBoard);
  std::vector<Board> steps;
  while (!stack.empty()) {
    Board board = stack.top();
    stack.pop();
    if (record) steps.push back(board);
    if (board.getSquaresCount() >= minimalCount) {
      continue;
    } else if (board.getEmptyCells() == 0) {
      minimalCount = board.getSquaresCount();
      bestBoard = board;
      continue;
    }
    auto [x, y] = board.findEmptyCell();
    for (int squareSize = 1;
         squareSize <= std::min(board.getSize() - x, board.getSize() -</pre>
y);
         ++squareSize) {
      if (board.isValid({x, y}, squareSize)) {
        Board newBoard = board;
        Square square({x, y}, squareSize);
        newBoard.addSquare(square);
        if (x + squareSize < board.getSize()) {</pre>
         newBoard.setStartCoordinates(x + squareSize, y);
        } else {
          newBoard.setStartCoordinates(0, y + 1);
        stack.push (newBoard);
        if (record) steps.push back(newBoard);
    }
    steps.pop_back();
  return {bestBoard, steps};
}
std::pair<Board, std::vector<Board>> solve(int size, bool record) {
  std::set<int> factors = details::baseFactorize(size);
  int minimal = *factors.begin();
  int coef = size / minimal;
  Board startBoard = details::initPrimeBoard(minimal);
  auto [board, steps] = backtrack(startBoard, record);
  board.scale(coef);
```

```
if (record) {
   for (Board& step : steps) {
     step.scale(coef);
 return {board, steps};
} // namespace tiling
     Файл Benchmark.cpp:
#include "../include/Benchmark.hpp"
#include <chrono>
#include <iostream>
#include <nlohmann/json.hpp>
#include "../include/JsonHandler.hpp"
#include "../include/Serializer.hpp"
#include "../include/Tiling.hpp"
Benchmark::Benchmark(int iterations) : iterations(iterations) {}
void Benchmark::run(size t minSize, size t maxSize) {
 benchmarkResults.clear();
  for (size t n = minSize; n < maxSize + 1; n++) {</pre>
        std::cout << "----" <<
std::endl;
   std::cout << "Testing board size " << n << "..." << std::endl;</pre>
   double totalTime = 0.0;
   Board result(n);
   for (int i = 0; i < iterations; i++) {
     auto start = std::chrono::high resolution clock::now();
     result = tiling::solve(n, false).first;
     auto end = std::chrono::high resolution clock::now();
     std::chrono::duration<double> elapsed = end - start;
     totalTime += elapsed.count();
     std::cout << " Iteration " << (i + 1) << "/" << iterations <<
              << elapsed.count() << "s" << std::endl;
   }
   double averageTime = totalTime / iterations;
     std::cout << "Average time for board size " << n << ": " <<
averageTime
             << " seconds" << std::endl;
   benchmarkResults.emplace back(averageTime, result);
        std::cout << "----" <<
std::endl;
 }
```

```
void Benchmark::save(const std::string& output) const {
  nlohmann::json results = nlohmann::json::object();
  nlohmann::json benchmarks = nlohmann::json::array();
  for (const auto& result : benchmarkResults) {
    nlohmann::json entry = nlohmann::json::object();
    entry["time"] = result.time;
    entry["board"] = serialize::to json(result.board);
   benchmarks.push back(entry);
  results["benchmarks"] = benchmarks;
  results["iterations"] = iterations;
  JsonHandler handler(output);
  handler.write(results);
  std::cout << "\nResults saved to " << output << std::endl;</pre>
}
}
     Файл JsonHandler.cpp:
#include "../include/JsonHandler.hpp"
JsonHandler::JsonHandler(const std::string& filename) {
 file.open(filename);
  if (!file.is open()) {
    throw std::runtime error("Couldn't open a json-file!");
  }
}
        JsonHandler::write(nlohmann::json& json) { file <</pre>
json.dump(2); }
nlohmann::json JsonHandler::read() {
 nlohmann::json json = nlohmann::json::object();
  file >> json;
 return json;
JsonHandler::~JsonHandler() {
  if (file.is open()) {
    file.close();
  }
}
     Файл Serializer.cpp:
#include "../include/Serializer.hpp"
#include "../include/Board.hpp"
#include "../include/Square.hpp"
namespace serialize {
  nlohmann::json to json(const Square& square) {
    nlohmann::json square json = nlohmann::json::object();
    nlohmann::json coordinates = nlohmann::json::array();
    coordinates[0] = square.x;
```

```
coordinates[1] = square.y;
    square json["size"] = square.size;
    square json["coordinates"] = coordinates;
   return square json;
  nlohmann::json to_json(const Board& board) {
    nlohmann::json board_json = nlohmann::json::object();
    nlohmann::json squares json = nlohmann::json::array();
    for (const auto& square : board.getSquares()) {
      nlohmann::json square_json = to_json(square);
      squares_json.push_back(square_json);
    }
    board_json["size"] = board.getSize();
    board json["squares"] = squares json;
    return board json;
  }
} // namespace serialize
     Файл Deserializer.cpp:
#include "../include/Deserializer.hpp"
#include <stdexcept>
#include "../include/Board.hpp"
#include "../include/Square.hpp"
namespace deserialize {
namespace detail {
void validate_field(const nlohmann::json& json, const std::string&
field name,
                     const std::string& object type) {
  if (!json.contains(field name)) {
       throw std::runtime_error("Invalid " + object type + " JSON:
missing '" +
                               field name + "' field in '" + object type
+ "'");
  }
} // namespace detail
Square get_square(const nlohmann::json& square_json) {
  detail::validate_field(square_json, "coordinates", "square");
  detail::validate_field(square_json, "size", "square");
  int x = square json["coordinates"][0];
  int y = square_json["coordinates"][1];
  int size = square json["size"];
  return Square({x, y}, size);
```

```
}
Board get board(const nlohmann::json& board json) {
  detail::validate field(board json, "size", "board");
 detail::validate field(board json, "squares", "board");
  int size = board json["size"];
  Board board (size);
  for (const auto& square_json : board_json["squares"]) {
    Square square = deserialize::get square(square json);
   board.addSquare(square);
  }
  return board;
  // namespace deserialuze
     Файл Visualizer.cpp:
#include "../include/Visualizer.hpp"
#include <matplot/matplot.h>
#include <array>
#include <filesystem>
#include <vector>
#include "../include/Board.hpp"
#include "../include/Deserializer.hpp"
#include "../include/Square.hpp"
#define _TEMP DIR "temp/"
#define DELAY 100
namespace visualize {
namespace colors {
using color t = std::array<float, 3>;
const float alpha = 0.5f;
const float _thickness = 0.5f;
const color_t _red = {1.0f, 0.0f, 0.0f};
const color_t _orange = {1.0f, 0.65f, 0.0f};
const color t yellow = \{1.0f, 1.0f, 0.0f\};
const color_t _green = {0.0f, 1.0f, 0.0f};
const color_t _blue = {0.0f, 0.0f, 1.0f};
const color_t _indigo = \{0.29f, 0.0f, 0.51f\};
const color_t _violet = {0.93f, 0.51f, 0.93f};
const color_t _magenta = {1.0f, 0.0f, 1.0f};
const color_t _cyan = {0.0f, 1.0f, 1.0f};
const color_t _coral = {1.0f, 0.5f, 0.31f};
const color_t _lime = \{0.75f, 1.0f, 0.0f\};
const color t brown = \{0.65f, 0.16f, 0.16f\};
```

```
const color t black = \{0.0f, 0.0f, 0.0f\};
const color_t _white = {1.0f, 1.0f, 1.0f};
std::vector<color_t> _colors = {_red, _orange, _yellow, _green,
                                _blue, _indigo, _violet, _magenta,
                                _cyan, _coral, _lime,
                                                         brown};
color t getTransparentColor(const color t& foreground,
                             const color t& background, float alpha) {
 return {foreground[0] * alpha + background[0] * (1 - alpha),
         foreground[1] * alpha + background[1] * (1 - alpha),
          foreground[2] * alpha + background[2] * (1 - alpha);;
}
} // namespace colors
namespace details {
void configureAxes(matplot::axes handle ax, int width, int height) {
 ax->xlim({0.0, static cast<double>(width)});
 ax->ylim({0.0, static cast<double>(height)});
 auto x_ticks = matplot::linspace(0, width, width + 1);
 auto y ticks = matplot::linspace(0, height, height + 1);
 ax->x axis().tick values(x ticks);
 ax->y axis().tick values(y ticks);
void drawSquare(const Square& square, colors::color t fillCollor,
                colors::color t borderColor, float thickness) {
 auto rectangle =
                matplot::rectangle(square.x, square.y, square.size,
square.size);
 rectangle->color(fillCollor).fill(true);
 auto border =
                matplot::rectangle(square.x, square.y, square.size,
square.size);
 border->color(borderColor).fill(false).line width(thickness);
} // namespace details
std::string visualizeTiling(const Board& board, const std::string&
title,
                            const std::string& filename,
                            const std::string& output dir,
                            const std::string& additional) {
 matplot::figure handle figure = matplot::figure(true);
 figure->size(1200, 800);
 figure->position({0, 0, 1200, 800});
 figure->title(title);
 details:: configureAxes(figure->current axes(), board.getSize(),
                         board.getSize());
 if (additional.length() > 0) {
    figure->current axes()->title(additional);
```

```
}
 std::vector<Square> squares = board.getSquares();
  for (size t i = 0; i < squares.size(); ++i) {</pre>
   Square& square = squares[i];
   colors::color t fillColor = colors:: getTransparentColor(
       colors:: colors[i % colors:: colors.size()], colors:: white,
       colors:: alpha);
   square.y = board.getSize() - square.y - square.size;
           details:: drawSquare(square, fillColor, colors:: black,
colors:: thickness);
   square.y = (board.getSize() - square.size) / 2;
  }
 std::string output_path = output_dir + filename;
 matplot::save(output path, "png");
 return output path;
std::string visualizeExecutionTimes(const std::vector<int>& sizes,
                                   const std::vector<double>& times,
                                   const std::string& filename,
                                   const std::string& output dir) {
 matplot::figure handle figure = matplot::figure(true);
 figure->size(1200, 1200);
 figure->position({0, 0, 1200, 1200});
 std::vector<double> sizes double(sizes.begin(), sizes.end());
 auto p = matplot::semilogy(sizes double, times, "o-");
 p->line width(2);
 p->marker size(8);
 for (size t i = 0; i < sizes.size(); ++i) {</pre>
               1.1,
std::to string(sizes[i]));
 }
 auto ax = figure->current axes();
 ax->grid(true);
 ax->title("Сравнение времени выполнения для разных размеров доски");
 ax->x axis().label("Размер доски (сторона)");
 ax->y_axis().label("Время выполнения (секунды)");
 std::string output path = output dir + filename;
 matplot::save(output path, "png");
 return output_path;
}
std::string visualizeSteps(const std::vector<Board>& steps,
                          const std::string& output dir) {
 std::filesystem::create directory( TEMP DIR);
 std::vector<std::string> frame paths;
```

```
std::string boardSize = std::to string(steps[steps.size() -
1].getSize());
 int bestCount = INT32 MAX;
 for (size t i = 0; i < steps.size(); i++) {</pre>
    std::string filename = "frame " +
                                                      std::string(10 -
std::to string(i).length(), '0') +
                          std::to string(i) + ".png";
    std::string title =
                        "step " + std::to string(i) + "/"
std::to string(steps.size() - 1);
    Board step = steps[i];
    if (step.getEmptyCells() == 0) {
     if (step.getSquaresCount() <= bestCount) {</pre>
       bestCount = step.getSquaresCount();
      }
    }
    std::string additional =
        "current count: " + std::to string(step.getSquaresCount()) + "
" +
       "current best: ";
    if (bestCount != INT32 MAX)
     additional += std::to string(bestCount);
   else
     additional += "NS";
    std::string frame path =
        visualizeTiling(step, title, filename, TEMP DIR, additional);
   frame paths.push back(frame path);
  }
 int fps = 2;
 std::string ouput filename = "steps " + boardSize + "x" + boardSize;
   auto getPath = [](const std::string& dir, const std::string&
filename,
                    const std::string& extenton) -> std::string {
   return dir + filename + extenton;
 };
 std::string gifCommand = "ffmpeg -y -loglevel quiet -framerate " +
                            std::to_string(fps) + " -start number 0 -i
" +
                           std::string( TEMP DIR) + "frame %010d.png "
                                   getPath(output dir, ouput filename,
".gif");
 std::system(gifCommand.c str());
 std::string mp4Command = "ffmpeg -y -loglevel quiet -i " +
                           getPath(output dir, ouput filename, ".gif")
+ " " +
```

```
getPath(output_dir, ouput_filename,
".mp4");
std::system(mp4Command.c_str());
std::filesystem::remove_all(_TEMP_DIR);
return getPath(output_dir, ouput_filename, "");
}
// namespace visualize
```