

Отчет по лабораторной работе №14.7309<sup>2</sup>

## Изучение интерференции в схеме с бипризмой Френеля

Выполнили студенты 20.49<sup>2</sup> группы  
Понур К.А., Сарафанов Ф.Г., Сидоров Д.А.

Нижний Новгород, 2018

# Содержание

<b>1</b>	<b>Изучение интерференции в схеме с бипризмой Френеля . . . . .</b>	<b>2</b>
1.1	Введение . . . . .	2
1.2	Теоретическая часть . . . . .	2
<b>2</b>	<b>Практическая часть . . . . .</b>	<b>6</b>
2.1	Задание 1 . . . . .	6
2.2	Задание 2 . . . . .	8
2.3	Задание 3 . . . . .	11
2.4	Задание 4 . . . . .	13
<b>3</b>	<b>Заключение . . . . .</b>	<b>13</b>

# 1. Изучение интерференции в схеме с бипризмой Френеля

## 1.1. Введение

Цель работы – целью данной работы является получение интерференционной картины, проверка некоторых теоретических формул и определение средней длины волны света, пропускаемого красным и зеленым светофильтрами. В данной работе для получения когерентных источников света применяется способ, предложенный Френелем и связанный с использованием бипризмы.

## 1.2. Теоретическая часть

В произвольной точке экрана результирующая интенсивность  $I(x)$  есть усредненное за время регистрации  $\tau$  значение квадрата напряженности суммарного электрического поля:

$$\begin{aligned} \mathbf{E}(r, t) &= \mathbf{E}_1(r_1, t) + \mathbf{E}_2(r_2, t) = \\ &= -\mathbf{A}_1(r_1) \cos(\omega t - kr_1 + \varphi_1) + \mathbf{A}_2(r_2) \cos(\omega t - kr_2 + \varphi_2), \text{ то есть} \end{aligned} \quad (1)$$

$$I(x) = A_1^2 + A_2^2 + 2(\mathbf{A}_1, \mathbf{A}_2) \cos[k(r_2 - r_1 - (\varphi_2 - \varphi_1))] \quad (2)$$

Бипризма представляет собой две соединенные своими основаниями призмы с одинаковыми и очень малыми (порядка долей градуса) преломляющими углами.

Каждая из половинок бипризмы отклоняет падающие на неё лучи к своему основанию и поворачивает тем самым фронт волны. Продолжения лучей, отклоненных первой половиной бипризмы, пересекаются в точке  $S_1$ , которую можно рассматривать как мнимый источник света. Продолжения всех лучей, отклоненных второй половиной бипризмы, пересекаются в точке  $S_2$ , которую можно рассматривать как другой мнимый источник света. Так как лучи, отклоненные обеими половинками бипризмы, падают на неё от одного и того же источника света, то мнимые источники света  $S_1$  и  $S_2$  будут когерентны.

Та область, в которой распространяется волна, отклоненная одной только первой половиной бипризмы, на рис. 3 заштрихована линиями, параллельными  $OA$ . Та область, в которой распространяется волна, отклоненная одной только второй половиной бипризмы, заштрихована линиями, параллельными  $OB$ . В области  $OMN$ , покрытой на рис. 3 двойной штриховкой, происходит наложение двух когерентных волн от двух мнимых источников  $S_1$ , и  $S_2$ . В этой области пространства имеют место явления интерференции и на участке  $MN$  экрана наблюдения мы увидим ряд светлых и темных (при освещении белым

светом - окрашенных) интерференционных полос.

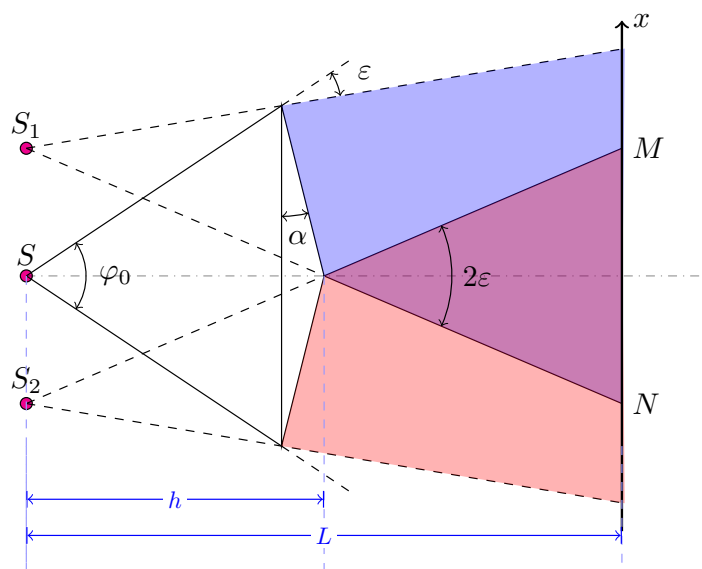


Рис. 1

При построении хода лучей, отклоняемых бипризмой (1) в случае малого преломляющего угла  $\alpha$  бипризмы и малых углов падения лучей на призму можно воспользоваться следующей приближенной формулой для угла отклонения  $\varepsilon$ . Согласно этому выражению угол отклонения призмой лучей в рассматриваемом приближении не зависит от угла падения и целиком определяется материалом и геометрией призмы. Так, например, если показатель преломления стекла, из которого сделана бипризма,  $n = 1.5$ , то угол отклонения  $\varepsilon$  просто равен половине преломляющего угла  $\alpha$  призмы:

$$\varepsilon = \frac{\alpha}{2} \quad (3)$$

Воспользовавшись формулой  $s$  или  $s$  и выполнив построение хода лучей, можно убедиться в том, что, если  $SO \perp AB$  (1), то мнимые изображения и действительного источника света  $S$  лежат в одной плоскости с действительным источником, причем эта плоскость параллельна передней грани бипризмы. Это обстоятельство в дальнейшем облегчит нам нахождение расстояния  $\delta$  между мнимыми источниками  $S_1$  и  $S_2$ . Ограничения поля интерференции  $MN$  за бипризмой зависят от величины предельного угла расходимости  $\varphi_0$  светового пучка, падающего на бипризму от щели  $S$ . Особый интерес представляют два частных случая:

1. При  $\varphi_0 = 2\varepsilon$  линейная ширина поля интерференции, начиная с расстояния  $h$  за бипризмой, остается неизменной и равна расстоянию  $\delta$  между мнимыми источниками  $S_1$  и  $S_2$ .

2. При  $h \rightarrow \infty$ , что можно осуществить, осветив бипризму параллельным пучком лучей, полученным с помощью вспомогательной линзы (??), сечение поля интерференции имеет форму ромба. Максимальная ширина поля интерференции  $MN$  в этом случае равна половине ширины параллельного пучка падающего на бипризму. Такая схема интерференции соответствует случаю наложения двух параллельных когерентных световых пучков пересекающихся друг друга под постоянным углом.

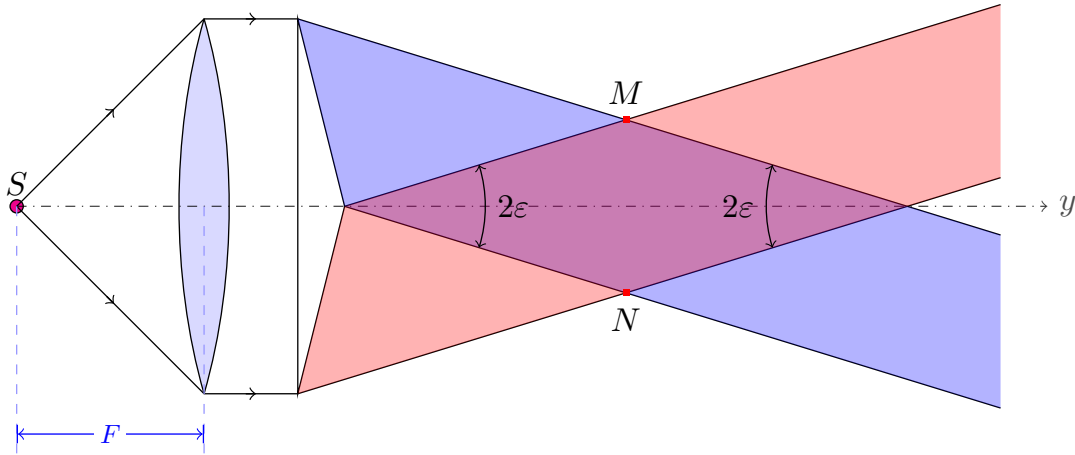


Рис. 2

Для расчета наблюдаемой на экране интерференционной картины воспользуемся тем, что бипризма Френеля так изменяет ход лучей от действительного источника, что дает нам право рассматривать световое возмущение в области  $MN$  (1) как результат синфазного излучения двух мнимых источников  $S_1$  и  $S_2$ . При этом рассматривая выражение (1) для соответствующих проекций  $\mathbf{E}_1(r, t)$   $\mathbf{E}_2(r, t)$ , пренебрежем зависимостью амплитуд  $A_1$  и  $A_2$  от расстояния  $r$ , то есть будем считать  $A_1 = A_2 = A_0$  и положим  $\varphi_1 = \varphi_2 = 0$ .

Найдем как ширина  $d$  полос интерференции зависит от параметров нашей измерительной установки, то есть от длины установки  $L$ , расстояния между мнимыми источниками и длины волны света  $\lambda$ , испускаемого действительным источником  $S$ . В точку  $P$  на экране  $MN$  колебания источников  $S_1$  и  $S_2$  придут с разностью хода:

$$\Delta = S_2B = r_2 - r_1 \quad (4)$$

и, следовательно, с разностью фаз

$$\varphi(x) = \frac{2\pi}{\lambda}(r_2 - r_1) \quad (5)$$

На основании вышеизложенного и в соответствии с выражением (1) интенсивность резуль-

тирующего колебания в точке наблюдения  $P$  с координатой  $x$  определяется формулой

$$I(x) = 2A^2[1 + \cos \varphi(x)] = A^2 \cos^2 \frac{\varphi}{2} \quad (6)$$

Максимумы освещенности будут получаться в тех местах экрана, для которых разность фаз

$$\varphi(x) = \frac{2\pi}{\lambda} \Delta = 2\pi m, \text{ где } m = 0; \pm 1, \pm 2, \dots \quad (7)$$

То есть для которых разность хода

$$\Delta = r_2 - r_1 = m\lambda \quad (8)$$

Для нахождения координат максимумов интенсивности вычислим разность хода  $\Delta = r_2 - r_1$ . Несложно получить:

$$\begin{aligned} r_2 - r_1 &= \frac{4ax}{r_1 + r_2} \\ r_1^2 &= L^2 + (x - a)^2 \\ r_2^2 &= L^2 + (x + a)^2 \end{aligned} \quad (9)$$

Предполагая величины  $\frac{x+a}{L}$  и  $\frac{x-a}{L}$  малыми, разложим  $r_1$  и  $r_2$  в ряд и ограничимся двумя членами в разложении. В результате получим

$$r_1 + r_2 \simeq 2L + \frac{x^2 + a^2}{L} \quad (10)$$

Подставляя (10) в (9) найдём, что

$$r_2 - r_1 \simeq \frac{2ax}{L} \left( 1 - \frac{x^2 + a^2}{2L^2} \right) \quad (11)$$

При условии

$$\frac{\delta x(x^2 + a^2)}{2L^3} \ll \frac{\lambda}{2} \quad (12)$$

которое позволяет в выражении для разности хода (11) отбросить слагаемое, дающее малый по сравнению с  $\pi$  вклад в разность фаз интерферирующих волн, точное выражение (9) может быть заменено на приближенное

$$r_1 - r_2 \simeq \frac{\delta x}{L} \quad (13)$$

Отметим, что выражение (13) сразу следует при условии малости угла  $\theta$  ( $\sin \theta \simeq \theta$ ) из

приближения приближения параллельных лучей.

$$\Delta = S_2 C = \delta \sin \theta \simeq \frac{\delta x}{L} \quad (14)$$

Следовательно, ширина полос интерференции, равная расстоянию между двумя соседними максимумами освещенности в первой приближении равна:

$$x_{m+1} - x_m = d = \frac{L\lambda}{\delta} \quad (15)$$

Формулу (15), переписанную в другом виде

$$\delta d = L\lambda \quad (16)$$

удобно использовать для проверки теории интерференционных явлений. Если оставлять неизменным расстояние  $L$  между щелью  $S$  и экраном наблюдения и работать с одной и той же длиной волны  $\lambda$  (пользоваться одним и тем же светофильтром), то произведение  $\delta d$  должно оставаться (согласно теории) постоянным. Таким образом, для проверки теории нужно, меняя расстояние между мнимыми источниками, независимыми способами измерять расстояния  $\delta$  и  $d$ . Если их произведение будет оставаться постоянным (конечно, при  $L = \text{const}$  и  $\lambda = \text{const}$ ), то это будет служить доказательством правильности изложенной теории. Расстояние  $\delta$  между мнимыми источниками в данной работе можно изменять, изменяя величину  $h$  (см. рис. ). То есть помещая бипризму на различных расстояниях от щели.

## 2. Практическая часть

### 2.1. Задание 1

Качественно пронаблюдали зависимость между  $d$  и  $h$ : с возрастанием  $h$   $d$  уменьшается.

Были измерены предельные значения ширины щели  $\Delta x$  и ширины интерференционной полосы  $d$  при минимальном и максимальном значении  $h$ , при которых происходило размытие картины:

$$h_{\min} \rightarrow d = 0.80 \text{ мм}, \quad \Delta x = -0.06 \text{ мм}$$

$$h_{\max} \rightarrow d = 0.13 \text{ мм}, \quad \Delta x = 1.95 \text{ мм}$$

Из геометрии можно получить зависимость сдвига интерференционной картины  $\xi$  от

положения источника над главной оптической осью  $\varkappa$ :

$$\xi = \varkappa \frac{L - h}{L} \quad (17)$$

Будем считать интерференционную картину размытой, когда максимумы, приходящие от противоположных концов щели, будут сдвинуты на половину пространственного периода:

$$2\xi = \frac{d}{4} \quad (18)$$

Отсюда выражаем максимальную ширину щели:

$$\text{Ш} = 2\varkappa = \frac{hd}{2(L - h)} \quad (19)$$

Например, для  $h_{\min} = 0.80$  мм мы имеем ширину щели  $\Delta x = 0.09$  мм



## 2.2. Задание 2

Из подобия треугольников можно получить формулу для вычисления расстояния между мнимиыми источниками

$$\delta = \frac{l_1}{l_2} \cdot b \quad (20)$$

Были произведены измерения  $\delta$  и  $d$  при нескольких  $h$  при постоянном  $L$  с красным светофильтром:

Таблица 1: Результаты эксперимента

№	$h$ , мм	$d$ , мм	$l_1$ , мм	$l_2$ , мм	$b$ , мм	$\delta$ , мм	$\delta \cdot d$ , мм	$\lambda$ , нм	$\langle \lambda \rangle$ , нм
1	1626.50	0.330	1398	297	0.69	3.247	1.072	632	634
2	1253.00	0.145	1305	300	1.51	7.021	1.018	601	634
3	940.00	0.230	1397	298	1.00	4.687	1.078	636	634
4	847.50	0.270	1397	298	0.88	4.125	1.114	657	634
5	313.25	0.780	1395	300	0.30	1.395	1.088	642	634

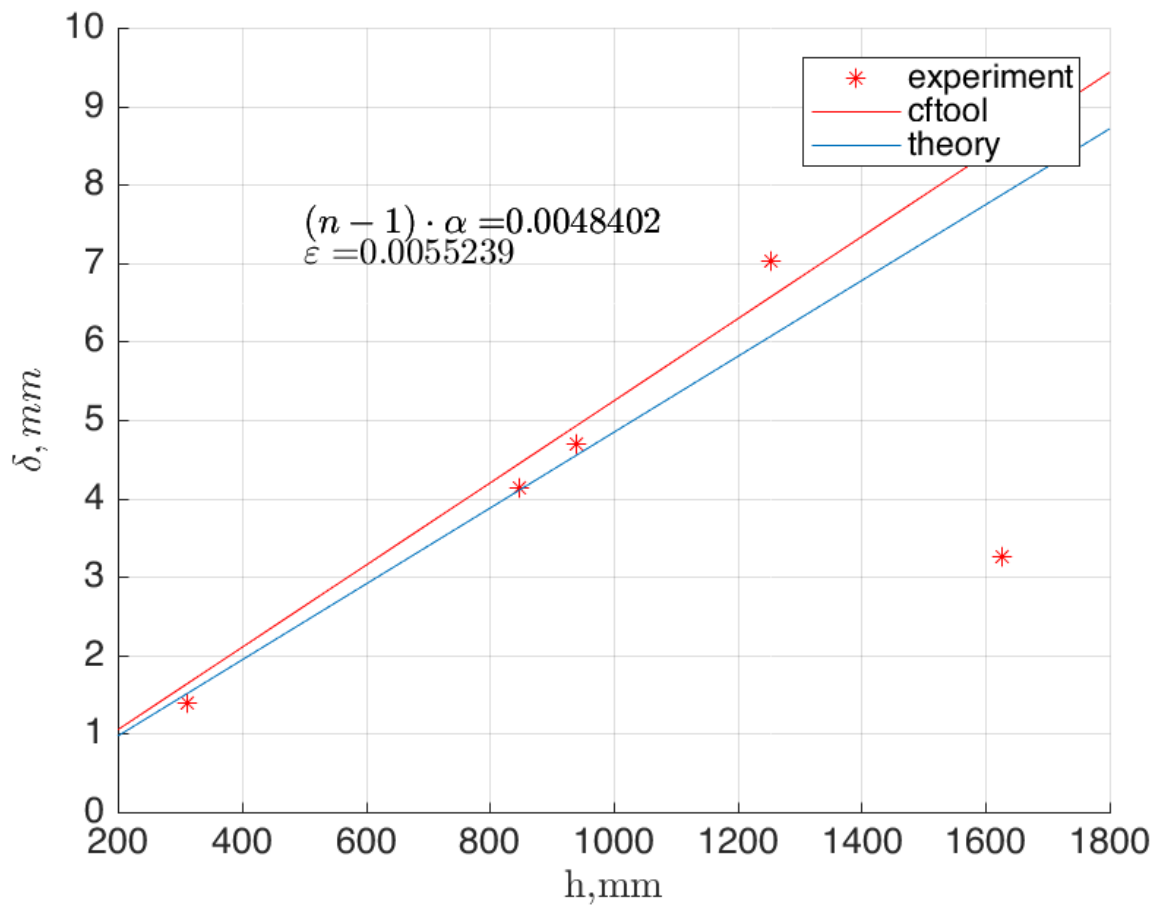


Рис. 3: Красный светофильтр

И с зеленым светофильтром:

Таблица 2: Результаты эксперимента

№	$h$ , мм	$d$ , мм	$l_1$ , мм	$l_2$ , мм	$b$ , мм	$\delta$ , мм	$\delta \cdot d$ , мм	$\lambda$ , нм	$\langle \lambda \rangle$ , нм
1	1 259.00	0.118	1 395	300	1.68	7.812	0.922	544	531
2	950.00	0.180	1 398	297	1.01	4.754	0.856	505	531
3	847.50	0.220	1 397	298	0.91	4.266	0.939	554	531
4	626.50	0.270	1 397	298	0.68	3.180	0.859	507	531
5	313.25	0.550	1 410	285	0.34	1.680	0.924	545	531

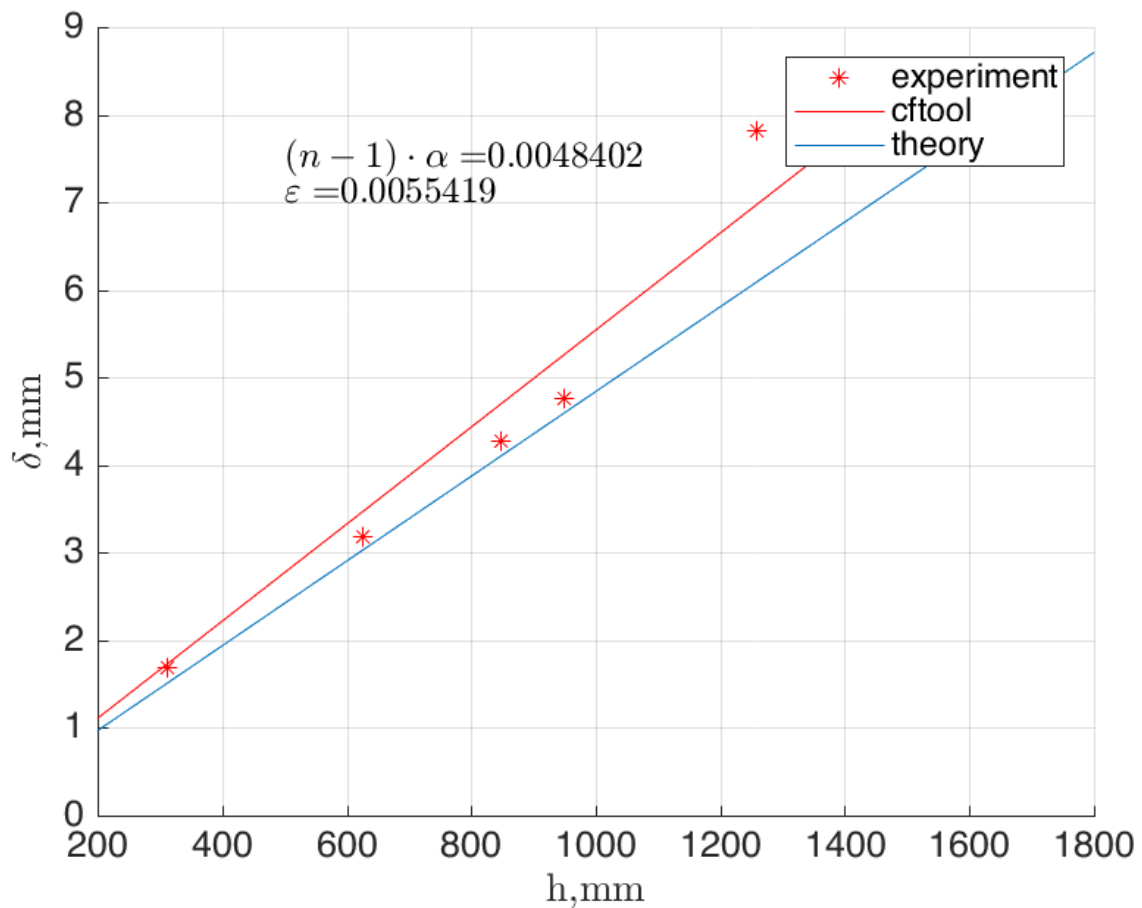


Рис. 4: Зеленый светофильтр

По экспериментальным данным построили графики зависимости  $\delta \cdot d$  и  $\delta$  от  $h$ :

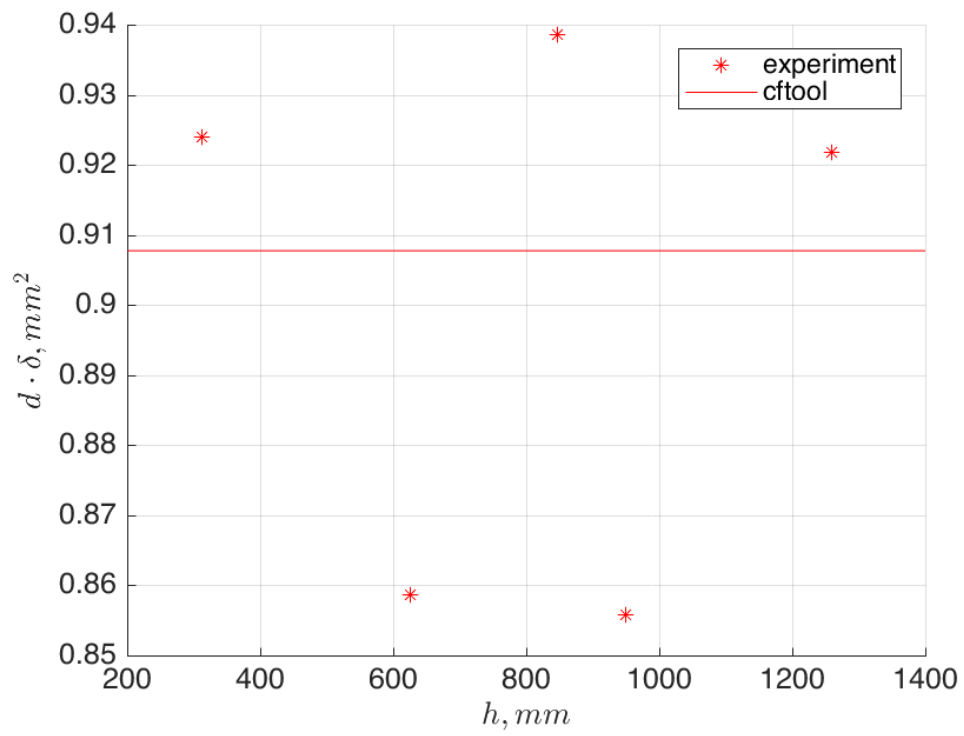


Рис. 5: Красный светофильтр

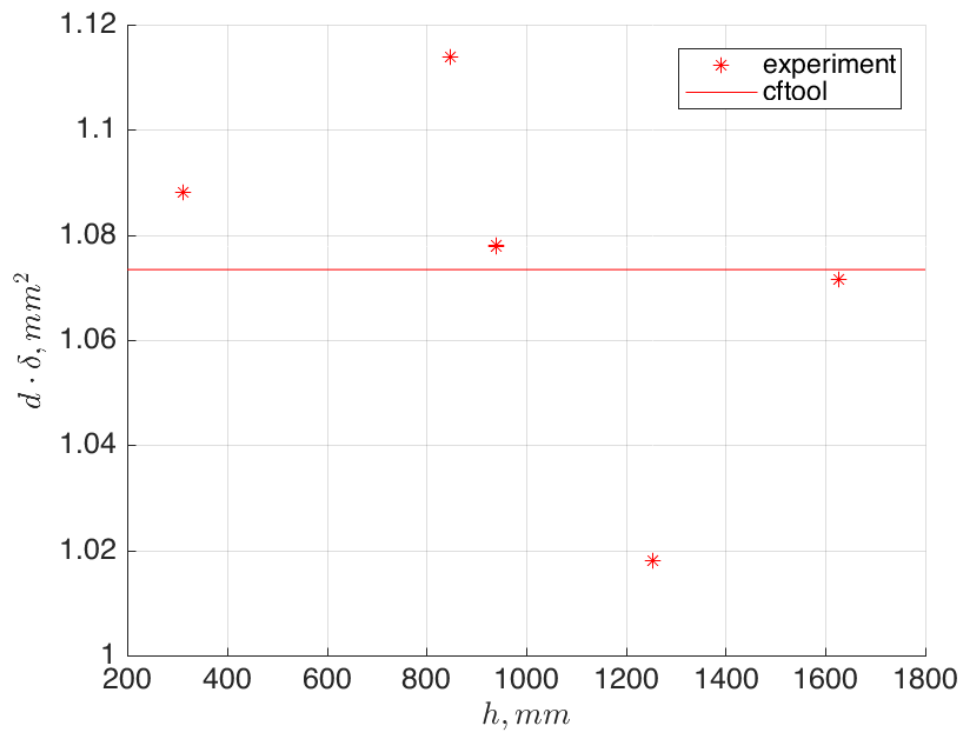


Рис. 6: Зеленый светофильтр

Из графика определили среднюю длину волны:

$$\langle \lambda_{\text{зел}} \rangle = 531 \text{ нм}$$

$$\langle \lambda_{\text{кр}} \rangle = 634 \text{ нм}$$

### 2.3. Задание 3

Также из подобия треугольников выводится формула зависимости количества полос  $N$  от расстояния  $h$  от источника до призмы:

$$N = \frac{2\delta(L-h)}{dh}$$

При этом необходимо учесть, что  $\delta(h) = 2\varepsilon h$ . Тогда получаем

$$N = 2 \frac{\varepsilon^2(Lh - h^2)}{L\lambda} \quad (21)$$

Функция принимает максимальное значение при  $h = L/2$ .

Примерно определили порядок следования цветов при интерференции в белом свете:

$$\text{Красный--Желтый--Зеленый--Синий} \quad (22)$$

Это, очевидно, следует из того, что с изменением длины волны изменяется пространственный период интерференционной картины, а так как максимумы линейно зависят от длины волны, то мы можем наблюдать их чередование в интерференционной картине.

Мы сняли зависимость  $N(h)$  и сопоставили с теоретической, где наблюдали хорошее совпадение теории с практикой:

Таблица 3: Результаты эксперимента

№	$h$ , мм	$N$ , красный	$N$ , зеленый	$N$ , белый
1	847	13	9	7
2	313	9	8	7
3	626	12	8	8
4	940	16	9	8
5	1 253	12	8	8

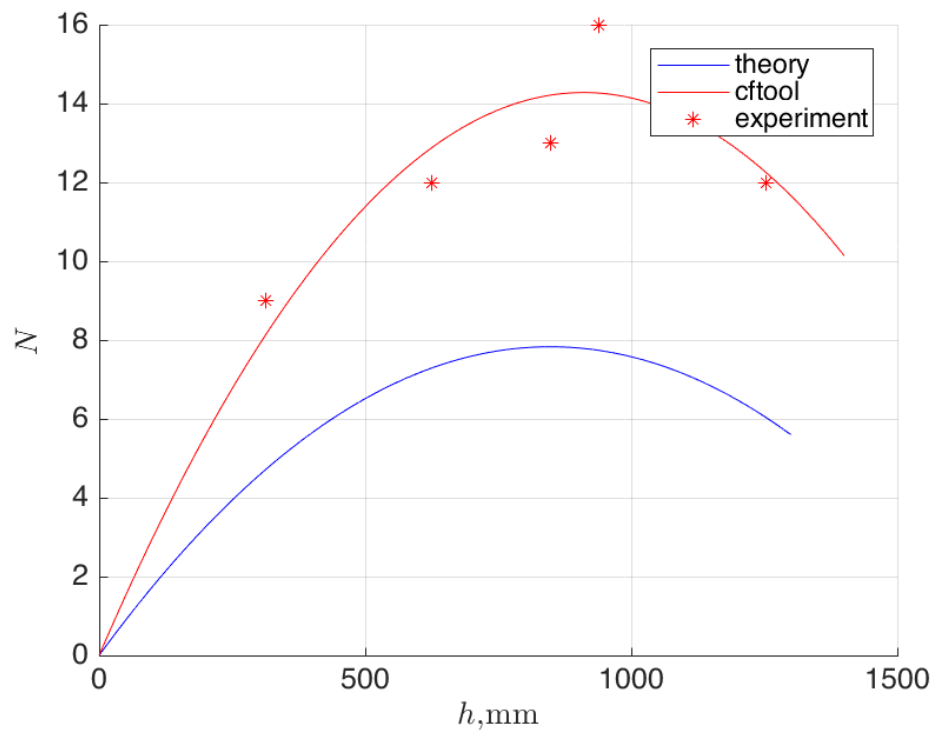


Рис. 7: Красный светофильтр

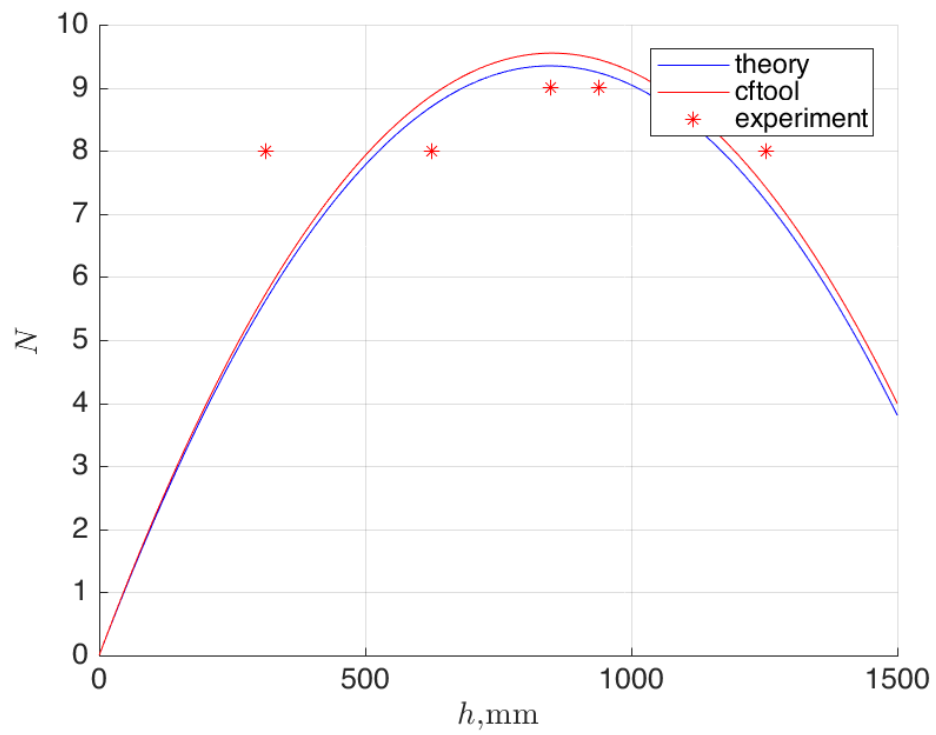


Рис. 8: Зеленый светофильтр

## 2.4. Задание 4

На оптической скамье была собрана установка по схеме, изображенной на рисунке (рис. 2). Сняли зависимость ширины поля интерференции  $MN$  и числа интерференционных полос от расстояния между бипризмой и экраном  $y$ :

Таблица 4: Результаты эксперимента

№	$y$ , мм	$d_{\text{кр}}$	$N_{\text{кр}}$	$MN_{\text{кр}}$	$d_{\text{зел}}$	$N_{\text{зел}}$	$MN_{\text{зел}}$
1	1 290	0.12	11	1.59	0.12	6	0.66
2	146	0.11	6	0.60	0.11	5	0.60
3	500	0.11	8	0.90	0.10	5	0.55
4	300	0.14	7	0.78	0.13	6	0.63
5	800	0.12	9	1.02	0.10	5	0.54

Так как с помощью дополнительной линзы пучок был сделан более-менее параллельным, то изменение ширины полос  $d$  с изменением  $y$  было незначительным и уложилось в пределы погрешности.

Используя формулу

$$d = \frac{\lambda}{2\varepsilon} \quad (23)$$

можно вычислить угол  $\varepsilon$  под которым в данном случае сходятся интерференционные лучи. Используя средние значения длин волн, которые были найдены выше, получаем

$$\varepsilon_{\text{кр}} \simeq \varepsilon_{\text{зел}} = 0.00132$$

Найденное ранее значение  $\varepsilon = 0.00121$

## 3. Заключение

Мы ознакомились с установкой, отъюстировали её, качественно пронаблюдали зависимость между  $d$  и  $h$ : с возрастанием  $h$  уменьшается  $d$ . Были измерены предельные значения ширины щели и ширины интерференционной полосы при минимальном и максимальном значении  $h$ :

$$h_{\min} \rightarrow d = 0.80 \text{ мм}, \quad \Delta x = -0.06 \text{ мм}$$

$$h_{\max} \rightarrow d = 0.13 \text{ мм}, \quad \Delta x = 1.95 \text{ мм}$$