

Отчет по лабораторной работе №14.7309²

Изучение интерференции в схеме с бипризмой Френеля

Выполнили студенты 20.49² группы
Понур К.А., Сарафанов Ф.Г., Сидоров Д.А.

Нижний Новгород, 2018

Содержание

1	Изучение интерференции в схеме с бипризмой Френеля	2
1.1	Введение	2
1.2	Теоретическая часть	2
2	Практическая часть	6
2.1	Задание 1	6
2.2	Задание 2	8
2.3	Задание 3	11
2.4	Задание 4	12
3	Заключение	12

1. Изучение интерференции в схеме с бипризмой Френеля

1.1. Введение

Цель работы – целью данной работы является получение интерференционной картины, проверка некоторых теоретических формул и определение средней длины волны света, пропускаемого красным и зеленым светофильтрами. В данной работе для получения когерентных источников света применяется способ, предложенный Френелем и связанный с использованием бипризмы.

1.2. Теоретическая часть

В произвольной точке экрана результирующая интенсивность $I(x)$ есть усредненное за время регистрации τ значение квадрата напряженности суммарного электрического поля:

$$\begin{aligned} \mathbf{E}(r, t) &= \mathbf{E}_1(r_1, t) + \mathbf{E}_2(r_2, t) = \\ &= -\mathbf{A}_1(r_1) \cos(\omega t - kr_1 + \varphi_1) + \mathbf{A}_2(r_2) \cos(\omega t - kr_2 + \varphi_2), \text{ то есть} \end{aligned} \quad (1)$$

$$I(x) = A_1^2 + A_2^2 + 2(\mathbf{A}_1, \mathbf{A}_2) \cos[k(r_2 - r_1 - (\varphi_2 - \varphi_1))] \quad (2)$$

Бипризма представляет собой две соединенные своими основаниями призмы с одинаковыми и очень малыми (порядка долей градуса) преломляющими углами.

Каждая из половинок бипризмы отклоняет падающие на неё лучи к своему основанию и поворачивает тем самым фронт волны. Продолжения лучей, отклоненных первой половиной бипризмы, пересекаются в точке S_1 , которую можно рассматривать как мнимый источник света. Продолжения всех лучей, отклоненных второй половиной бипризмы, пересекаются в точке S_2 , которую можно рассматривать как другой мнимый источник света. Так как лучи, отклоненные обеими половинками бипризмы, падают на неё от одного и того же источника света, то мнимые источники света S_1 и S_2 будут когерентны.

Та область, в которой распространяется волна, отклоненная одной только первой половиной бипризмы, на рис. 3 заштрихована линиями, параллельными OA . Та область, в которой распространяется волна, отклоненная одной только второй половиной бипризмы, заштрихована линиями, параллельными OB . В области OMN , покрытой на рис. 3 двойной штриховкой, происходит наложение двух когерентных волн от двух мнимых источников S_1 , и S_2 . В этой области пространства имеют место явления интерференции и на участке MN экрана наблюдения мы увидим ряд светлых и темных (при освещении белым

светом - окрашенных) интерференционных полос.

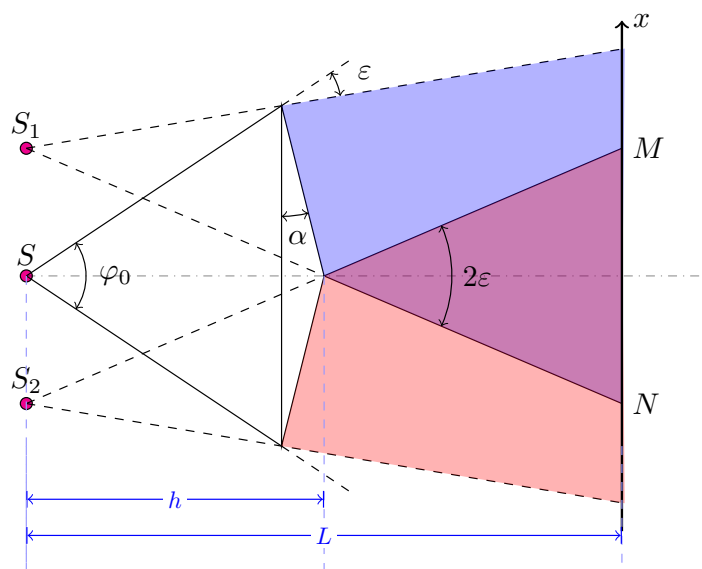


Рис. 1

При построении хода лучей, отклоняемых бипризмой (1) в случае малого преломляющего угла α бипризмы и малых углов падения лучей на призму можно воспользоваться следующей приближенной формулой для угла отклонения ε . Согласно этому выражению угол отклонения призмой лучей в рассматриваемом приближении не зависит от угла падения и целиком определяется материалом и геометрией призмы. Так, например, если показатель преломления стекла, из которого сделана бипризма, $n = 1.5$, то угол отклонения ε просто равен половине преломляющего угла α призмы:

$$\varepsilon = \frac{\alpha}{2} \quad (3)$$

Воспользовавшись формулой s или s и выполнив построение хода лучей, можно убедиться в том, что, если $SO \perp AB$ (1), то мнимые изображения и действительного источника света S лежат в одной плоскости с действительным источником, причем эта плоскость параллельна передней грани бипризмы. Это обстоятельство в дальнейшем облегчит нам нахождение расстояния δ между мнимыми источниками S_1 и S_2 . Ограничения поля интерференции MN за бипризмой зависят от величины предельного угла расходимости φ_0 светового пучка, падающего на бипризму от щели S . Особый интерес представляют два частных случая:

1. При $\varphi_0 = 2\varepsilon$ линейная ширина поля интерференции, начиная с расстояния h за бипризмой, остается неизменной и равна расстоянию δ между мнимыми источниками S_1 и S_2 .

2. При $h \rightarrow \infty$, что можно осуществить, осветив бипризму параллельным пучком лучей, полученным с помощью вспомогательной линзы (??), сечение поля интерференции имеет форму ромба. Максимальная ширина поля интерференции MN в этом случае равна половине ширины параллельного пучка падающего на бипризму. Такая схема интерференции соответствует случаю наложения двух параллельных когерентных световых пучков пересекающихся друг друга под постоянным углом.

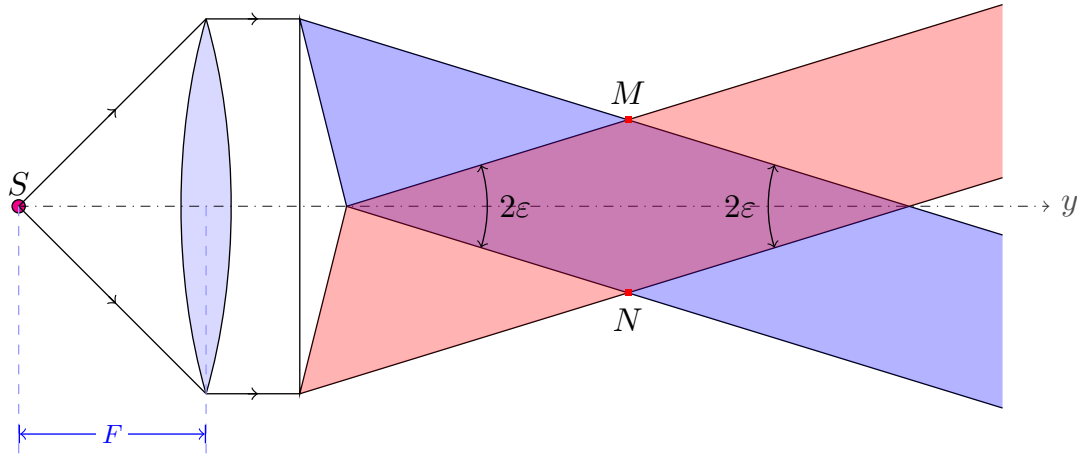


Рис. 2

Для расчета наблюдаемой на экране интерференционной картины воспользуемся тем, что бипризма Френеля так изменяет ход лучей от действительного источника, что дает нам право рассматривать световое возмущение в области MN (1) как результат синфазного излучения двух мнимых источников S_1 и S_2 . При этом рассматривая выражение (1) для соответствующих проекций $\mathbf{E}_1(r, t)$ $\mathbf{E}_2(r, t)$, пренебрежем зависимостью амплитуд A_1 и A_2 от расстояния r , то есть будем считать $A_1 = A_2 = A_0$ и положим $\varphi_1 = \varphi_2 = 0$.

Найдем как ширина d полос интерференции зависит от параметров нашей измерительной установки, то есть от длины установки L , расстояния между мнимыми источниками и длины волны света λ , испускаемого действительным источником S . В точку P на экране MN колебания источников S_1 и S_2 придут с разностью хода:

$$\Delta = S_2B = r_2 - r_1 \quad (4)$$

и, следовательно, с разностью фаз

$$\varphi(x) = \frac{2\pi}{\lambda}(r_2 - r_1) \quad (5)$$

На основании вышеизложенного и в соответствии с выражением (1) интенсивность резуль-

тирующего колебания в точке наблюдения P с координатой x определяется формулой

$$I(x) = 2A^2[1 + \cos \varphi(x)] = A^2 \cos^2 \frac{\varphi}{2} \quad (6)$$

Максимумы освещенности будут получаться в тех местах экрана, для которых разность фаз

$$\varphi(x) = \frac{2\pi}{\lambda} \Delta = 2\pi m, \text{ где } m = 0; \pm 1, \pm 2, \dots \quad (7)$$

То есть для которых разность хода

$$\Delta = r_2 - r_1 = m\lambda \quad (8)$$

Для нахождения координат максимумов интенсивности вычислим разность хода $\Delta = r_2 - r_1$. Несложно получить:

$$\begin{aligned} r_2 - r_1 &= \frac{4ax}{r_1 + r_2} \\ r_1^2 &= L^2 + (x - a)^2 \\ r_2^2 &= L^2 + (x + a)^2 \end{aligned} \quad (9)$$

Предполагая величины $\frac{x+a}{L}$ и $\frac{x-a}{L}$ малыми, разложим r_1 и r_2 в ряд и ограничимся двумя членами в разложении. В результате получим

$$r_1 + r_2 \simeq 2L + \frac{x^2 + a^2}{L} \quad (10)$$

Подставляя (10) в (9) найдём, что

$$r_2 - r_1 \simeq \frac{2ax}{L} \left(1 - \frac{x^2 + a^2}{2L^2} \right) \quad (11)$$

При условии

$$\frac{\delta x(x^2 + a^2)}{2L^3} \ll \frac{\lambda}{2} \quad (12)$$

которое позволяет в выражении для разности хода (11) отбросить слагаемое, дающее малый по сравнению с π вклад в разность фаз интерферирующих волн, точное выражение (9) может быть заменено на приближенное

$$r_1 - r_2 \simeq \frac{\delta x}{L} \quad (13)$$

Отметим, что выражение (13) сразу следует при условии малости угла θ ($\sin \theta \simeq \theta$) из

приближения приближения параллельных лучей.

$$\Delta = S_2 C = \delta \sin \theta \simeq \frac{\delta x}{L} \quad (14)$$

Следовательно, ширина полос интерференции, равная расстоянию между двумя соседними максимумами освещенности в первой приближении равна:

$$x_{m+1} - x_m = d = \frac{L\lambda}{\delta} \quad (15)$$

Формулу (15), переписанную в другом виде

$$\delta d = L\lambda \quad (16)$$

удобно использовать для проверки теории интерференционных явлений. Если оставлять неизменным расстояние L между щелью S и экраном наблюдения и работать с одной и той же длиной волны λ (пользоваться одним и тем же светофильтром), то произведение δd должно оставаться (согласно теории) постоянным. Таким образом, для проверки теории нужно, меняя расстояние между мнимыми источниками, независимыми способами измерять расстояния δ и d . Если их произведение будет оставаться постоянным (конечно, при $L = \text{const}$ и $\lambda = \text{const}$), то это будет служить доказательством правильности изложенной теории. Расстояние δ между мнимыми источниками в данной работе можно изменять, изменяя величину h (см. рис.). То есть помещая бипризму на различных расстояниях от щели.

2. Практическая часть

2.1. Задание 1

Качественно пронаблюдали зависимость между d и h : с возрастанием h d уменьшается.

Были измерены предельные значения ширины щели Δx и ширины интерференционной полосы d при минимальном и максимальном значении h , при которых происходило размытие картины:

$$h_{\min} \rightarrow d = 0.80 \text{ мм}, \quad \Delta x = -0.06 \text{ мм}$$

$$h_{\max} \rightarrow d = 0.13 \text{ мм}, \quad \Delta x = 1.95 \text{ мм}$$

Из геометрии можно получить зависимость сдвига интерференционной картины ξ от

положения источника над главной оптической осью \varkappa :

$$\xi = \varkappa \frac{L - h}{L} \quad (17)$$

Будем считать интерференционную картину размытой, когда максимумы, приходящие от противоположных концов щели, будут сдвинуты на половину пространственного периода:

$$2\xi = \frac{d}{4} \quad (18)$$

Отсюда выражаем максимальную ширину щели:

$$\text{Ш} = 2\varkappa = \frac{hd}{2(L - h)} \quad (19)$$

Например, для $h_{\min} = 0.80$ мм мы имеем ширину щели $\Delta x = 0.09$ мм

2.2. Задание 2

Из подобия треугольников можно получить формулу для вычисления расстояния между мнимиыми источниками

$$\delta = \frac{l_1}{l_2} \cdot b \quad (20)$$

Были произведены измерения δ и d при нескольких h при постоянном L с красным светофильтром:

Таблица 1: Результаты эксперимента

№	h , мм	d , мм	l_1 , мм	l_2 , мм	b , мм	δ , мм	$\delta \cdot d$, мм	λ , нм	$\langle \lambda \rangle$, нм
1	1626.50	0.330	1398	297	0.69	3.247	1.072	632	634
2	1253.00	0.145	1305	300	1.51	7.021	1.018	601	634
3	940.00	0.230	1397	298	1.00	4.687	1.078	636	634
4	847.50	0.270	1397	298	0.88	4.125	1.114	657	634
5	313.25	0.780	1395	300	0.30	1.395	1.088	642	634

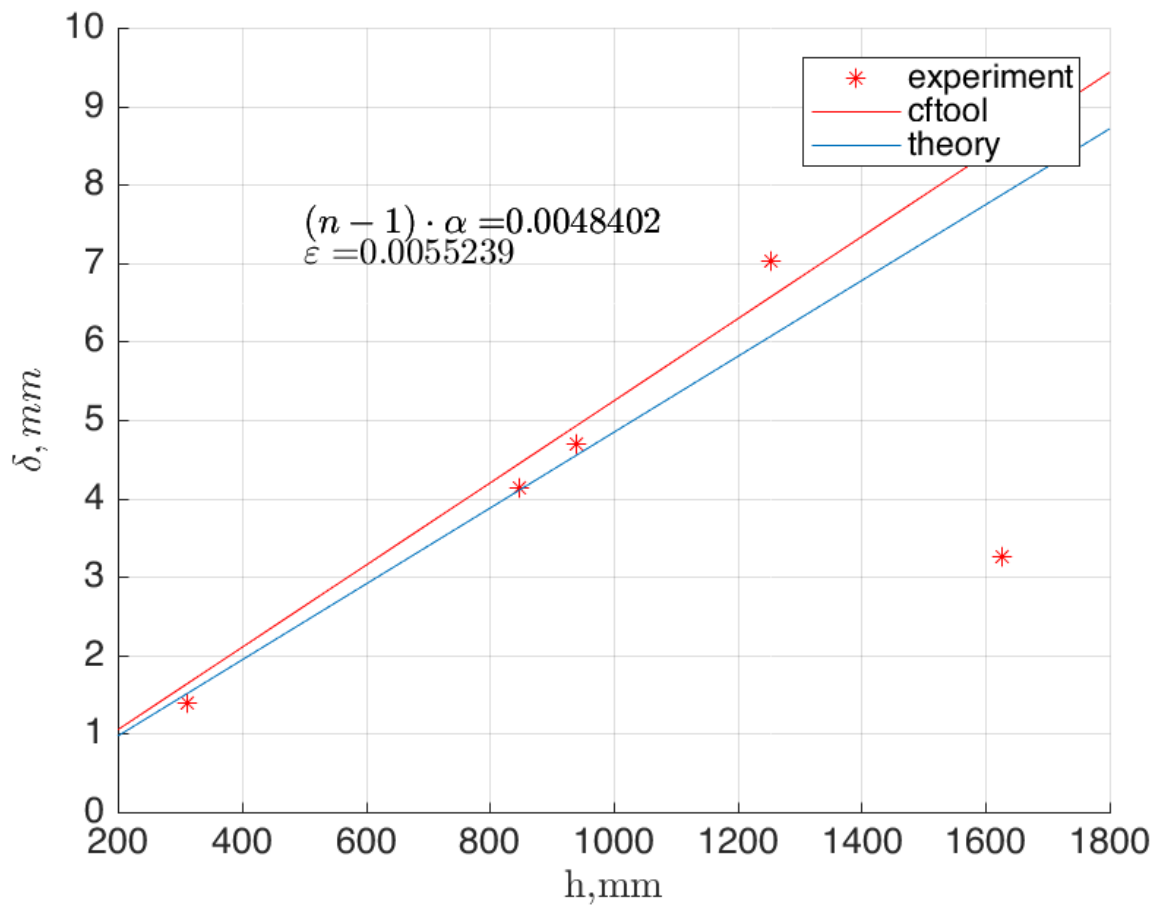


Рис. 3: Красный светофильтр

И с зеленым светофильтром:

Таблица 2: Результаты эксперимента

№	h , мм	d , мм	l_1 , мм	l_2 , мм	b , мм	δ , мм	$\delta \cdot d$, мм	λ , нм	$\langle \lambda \rangle$, нм
1	1 259.00	0.118	1 395	300	1.68	7.812	0.922	544	531
2	950.00	0.180	1 398	297	1.01	4.754	0.856	505	531
3	847.50	0.220	1 397	298	0.91	4.266	0.939	554	531
4	626.50	0.270	1 397	298	0.68	3.180	0.859	507	531
5	313.25	0.550	1 410	285	0.34	1.680	0.924	545	531

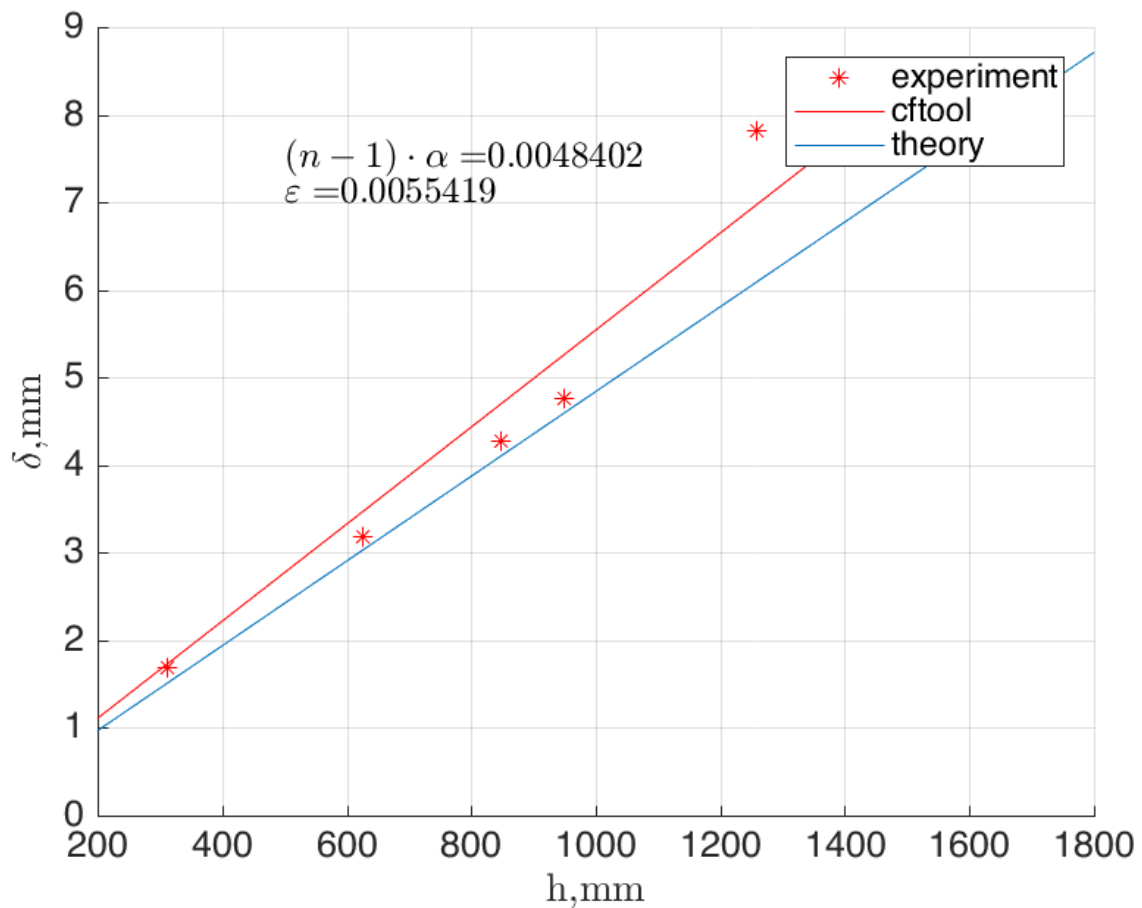


Рис. 4: Зеленый светофильтр

По экспериментальным данным построили графики зависимости $\delta \cdot d$ и δ от h :

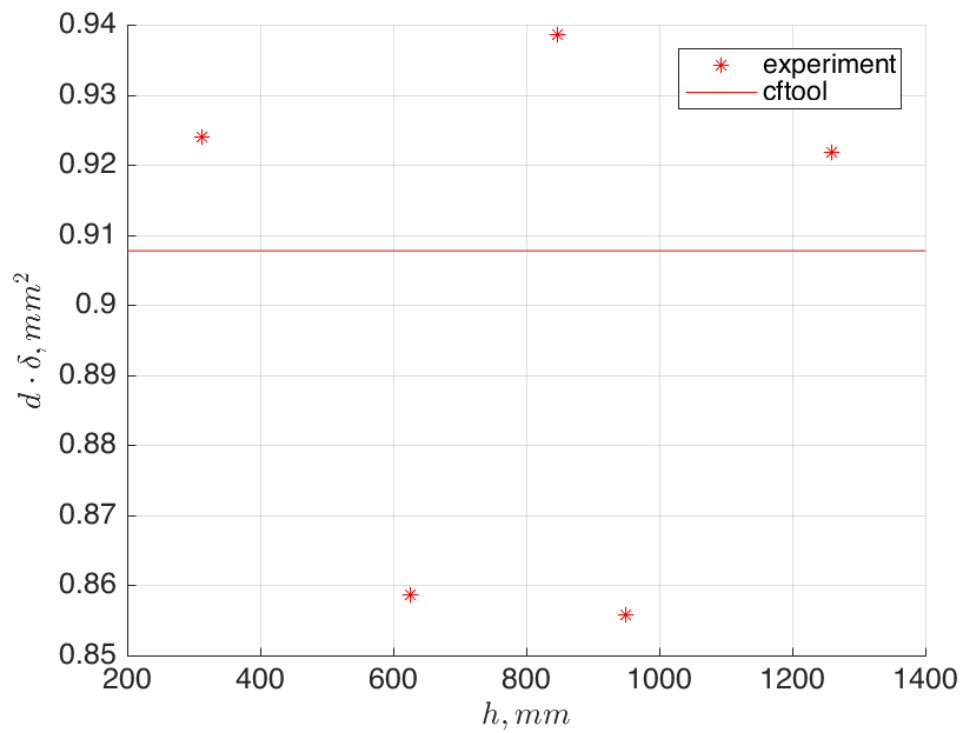


Рис. 5: Красный светофильтр

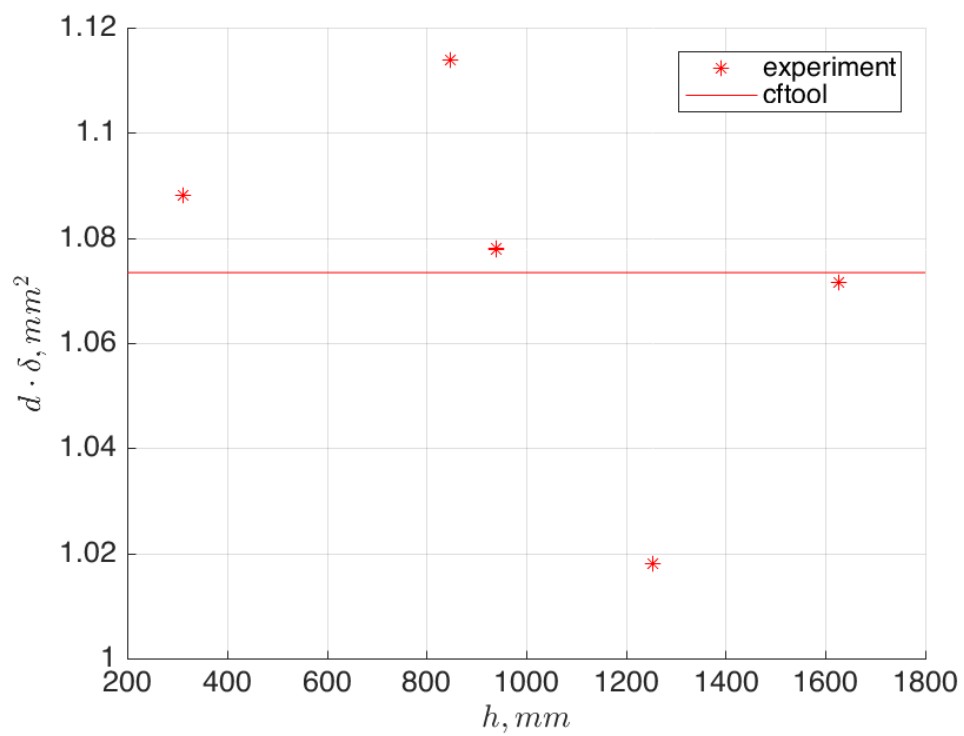


Рис. 6: Зеленый светофильтр

Из графика определили среднюю длину волны:

$$\langle \lambda_{\text{зел}} \rangle = 531 \text{ нм}$$

$$\langle \lambda_{\text{кр}} \rangle = 634 \text{ нм}$$

2.3. Задание 3

Также из подобия треугольников выводится формула зависимости количества полос N от расстояния h от источника до призмы:

$$N = \frac{2\delta(L - h)}{dh}$$

При этом необходимо учесть, что $\delta(h) = 2\varepsilon h$. Тогда получаем

$$N = 2 \frac{\varepsilon^2(Lh - h^2)}{L\lambda} \quad (21)$$

Функция принимает максимальное значение при $h = L/2$.

Примерно определили порядок следования цветов при интерференции в белом свете:

$$\text{Красный--Желтый--Зеленый--Синий} \quad (22)$$

Это, очевидно, следует из того, что мы пинали лабу (считать перечеркнутым, я забыл как перечеркивать) с изменением длины волны изменяется пространственный период интерференционной картины, а так как максимумы линейно зависят от длины волны, то мы можем наблюдать их чередование в интерференционной картине.

Мы сняли зависимость $N(h)$ и сопоставили с теоретической, где наблюдали хорошее совпадение теории с практикой:

Таблица 3: Результаты эксперимента

№	h , мм	N , красный	N , зеленый	N , белый
1	847	13	8	7
2	313	9	7	7
3	626	12	7	8
4	940	16	8	8
5	1 253	12	7	8

2.4. Задание 4

На оптической скамье была собрана установка по схеме, изображенной на рисунке (рис. 2). Сняли зависимость ширины поля интерференции MN и числа интерференционных полос от расстояния между бипризмой и экраном y :

Таблица 4: Результаты эксперимента

№	y , мм	$d_{\text{кр}}$	$N_{\text{кр}}$	$MN_{\text{кр}}$	$d_{\text{зел}}$	$N_{\text{зел}}$	$MN_{\text{зел}}$
1	1 290	0.12	11	1.59	0.12	6	0.66
2	146	0.11	6	0.60	0.11	5	0.60
3	500	0.11	8	0.90	0.10	5	0.55
4	300	0.14	7	0.78	0.13	6	0.63
5	800	0.12	9	1.02	0.10	5	0.54

Так как с помощью дополнительной линзы пучок был сделан более-менее параллельным, то изменение ширины полос d с изменением y было незначительным и уложилось в пределы погрешности.

Используя формулу

$$d = \frac{\lambda}{2\varepsilon} \quad (23)$$

можно вычислить угол ε под которым в данном случае сходятся интерференционные лучи. Используя средние значения длин волн, которые были найдены выше, получаем

$$\varepsilon_{\text{кр}} \simeq \varepsilon_{\text{зел}} = 0.00132$$

3. Заключение

Мы ознакомились с установкой, отъюстировали её, качественно пронаблюдали зависимость между d и h : с возрастанием h уменьшается d . Были измерены предельные значения ширины щели и ширины интерференционной полосы при минимальном и максимальном значении h :

$$h_{\min} \rightarrow d = 0.80 \text{ мм}, \quad \Delta x = -0.06 \text{ мм}$$

$$h_{\max} \rightarrow d = 0.13 \text{ мм}, \quad \Delta x = 1.95 \text{ мм}$$