

**Определение 1**

Случайное событие - это событие, которое может произойти некоего опыта, а может и не наступить.

**Определение 2**

События, которые нельзя разбить на более простые, именуют *элементарными*.

**Определение 3**

Элементарные события, при которых наступает событие  $A$ , называют *благоприятствующими* событию  $A$ .

**Формула классической вероятности. Определение.**

Вероятностью  $P$  события  $A$  —  $P(A)$  называют отношение  $m$  благоприятствующих исходов этого события к числу  $n$  равновозможных исходов.

$$P(A) = \frac{m}{n}$$

**0.0.1 Задача**

На клавиатуре телефона 10 цифр 0..9. Какова вероятность того, что случайно набранная цифра будет четной? А будет меньше 4? Или будет четной и больше 3?

Решение

- $m = 0; 2; 4; 6; 8 \rightarrow m = 5, n = 0..9 \rightarrow n = 10. P(A) = \frac{m}{n} = \frac{5}{10} = 0.5$
- $m = 0; 1; 2; 3 \rightarrow m = 4, n = 0..9 \rightarrow n = 10. P(A) = \frac{m}{n} = \frac{4}{10} = 0.4$
- $m = 4; 6; 8 \rightarrow m = 3, n = 0..9 \rightarrow n = 10. P(A) = \frac{m}{n} = \frac{3}{10} = 0.3$

**0.0.2 Задача**

Василий выбирает случайное трехзначное число. Найдите вероятность того, что число делится на 51.

Решение

$$999 = 100(n - 1) * 1$$

$$999 - 100 + 1 = n$$

$$n = 900$$

$$969 = 102 + (m - 1) * 51$$

$$m = 18$$

$$P(A) = \frac{m}{n} = \frac{18}{900} = 0.02$$

## Геометрическая вероятность

Вероятность  $P$  события  $A$  —  $P(A)$  есть отношение меры  $A$ : длины, площади, объема к мере  $Y$  — пространства элементарных событий.

### 0.0.3 Задача

В круг радиуса  $R$  случайным образом бросают точку. Найдите вероятность того, что это точка окажется внутри вписанного:

1. правильного треугольника
2. квадрата
3. правильного шестиугольника

#### Решение

1. Пусть  $a$  — сторона правильного треугольника,  $h$  — его высота, а  $B$  — вершина треугольника, противоположная высоте. Тогда

$$n = S_{\text{окр}} = \pi R^2$$

$$S_{\text{пр.}\Delta} = \frac{1}{2}ah$$

$$h = \sqrt{a^2 - \left(\frac{1}{2}a\right)^2} = \frac{a\sqrt{3}}{2}$$

$$S_{\text{пр.}\Delta} = \frac{1}{2}a \frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$$

$$BO = R$$

$$BO = \frac{2}{3}h$$

$$BO = \frac{2}{3} * \frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{a\sqrt{3}}{3}$$

$$a = \frac{3R}{\sqrt{3}} = R\sqrt{3}$$

$$S_{\Delta} = \frac{(3\sqrt{3})^2\sqrt{3}}{4} = \frac{3\sqrt{3}R^2}{4}$$

$$P(A) = \frac{3\sqrt{3}R^2}{4\pi R^2} = \frac{3\sqrt{3}}{4\pi} = 0.41$$

2. Пусть  $a$ -сторона квадрата,  $h$  — его высота. Тогда

$$n = S_{\text{окр}} = \pi R^2$$

$$m = a^2$$

$$R = \frac{a\sqrt{2}}{2}$$

$$a = R\sqrt{2}$$

$$S_{\square} = a^2 = (R\sqrt{2})^2 = 2R^2$$

$$P(A) = \frac{m}{n} = \frac{2R^2}{\pi R^2} \approx \frac{2}{3} = 0.67$$

3. Пусть  $a$ -сторона квадрата,  $h$  — его высота. Тогда

$$n = S_{\text{окр}} = \pi R^2$$

$$R = a$$

$$m = S_{\text{шестиугольника}} = \frac{3R^2\sqrt{3}}{2}$$

$$P(A) = \frac{m}{n} = \frac{3R^2\sqrt{3}}{2\pi R^2} = \frac{3\sqrt{3}}{2\pi} \approx 0.63$$

#### 0.0.4 Задача

Случайным образом выбирается одно из решений неравенства  $x^2 \leq 9$ , найдите вероятность того, что оно является решением неравенства:

1.  $x^2 \leq 10$

2.  $2x * 3 \leq 17$

3.  $x^2 \geq 10$

4.  $x^3 + 2x \geq 0$

Решение