

4. ДВИЖЕНИЕ ЗАРЯЖЕННЫХ ЧАСТИЦ В ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ И МАГНИТНЫХ ПОЛЯХ

Лабораторная работа 4.3

И. В. Суровцев

Определение удельного заряда электрона методом магнитной фокусировки

Цель работы: изучение характера движения заряженных частиц в однородном магнитном поле и определение удельного заряда электрона методом магнитной фокусировки.

Введение

Удельный заряд электрона e/m представляет интерес для исследователей во всем мире уже более 100 лет. Именно работы 1897 г. известного английского физика Томсона по измерению удельного заряда q/m катодно-лучевых частиц – «корпускул», как он их назвал, по отклонению катодных лучей в электрическом и магнитном полях, считаются открытием электрона. Хотя следует отметить, что в действительности «открытие» электрона растянулось более чем на полстолетия и не завершилось в 1897 г.; в нем принимало участие множество ученых и изобретателей. Со времени открытия электрона были предложены различные методы измерения удельного заряда электрона. Внимание к этой величине объясняется тем, что электрон является самой «востребованной» частицей, особенно в области атомной физики. Поэтому величина e/m относится к фундаментальным физическим константам, определяющим общее мировоззрение. В настоящее время удельный заряд электрона e/m является одной из наиболее точно измеренных физических констант.

Движение заряженных частиц в электромагнитном поле

На движущуюся заряженную частицу действуют сила Кулона (со стороны электрического поля) и сила Лоренца (со стороны магнитного поля), и уравнение движения данной частицы в электромагнитном поле имеет вид

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = e\vec{E} + \frac{q}{c} \left[\vec{v} \times \vec{B} \right], \quad (1)$$

здесь \vec{p} , \vec{v} , q – импульс, скорость и заряд частицы соответственно; c – скорость света; \vec{E} и \vec{B} – электрическое и магнитное поля.

Рассмотрим простейший случай – движение заряженной частицы (электрона с зарядом e) в однородном магнитном поле. Считаем, что электрическое поле отсутствует ($\vec{E} = 0$), и что вектор начальной скорости частицы произвольным образом ориентирован относительно вектора \vec{B} . Разложим вектор начальной скорости на две составляющие – параллельную магнитному полю $v_{||} = v \cos \alpha$ и перпендикулярную к нему $v_{\perp} = v \sin \alpha$ (см. рис. 1).

В процессе движения величина $v_{||}$ остается постоянной, поскольку сила Лоренца не имеет составляющей вдоль магнитного поля. Сила Лоренца лежит в плоскости, перпендикулярной к магнитному полю, и равна по модулю

$$F = \frac{e}{c} v_{\perp} B.$$

Эта сила перпендикулярна к v_{\perp} , а потому только искривляет траекторию частицы, не меняя величины скорости. Поскольку сила постоянна по величине, траекторией частицы в плоскости, перпендикулярной к магнитному полю, будет окружность, а сила Лоренца будет в таком случае центростремительной силой:

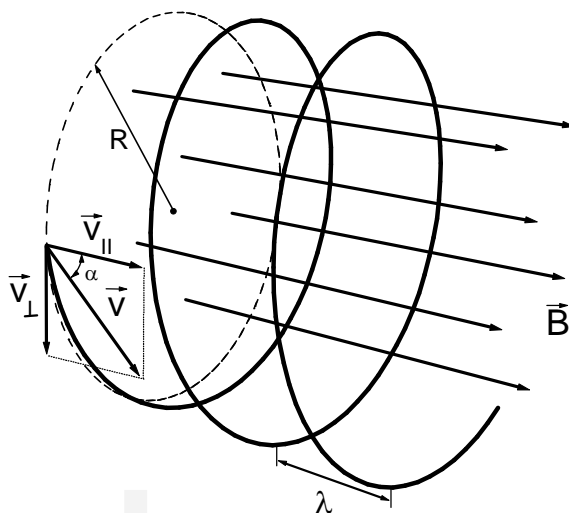


Рис. 1. Движение частицы в однородном магнитном поле

$$\frac{mv_{\perp}^2}{R} = \frac{e}{c} v_{\perp} B.$$

Отсюда нетрудно найти радиус кривизны траектории или, точнее говоря, радиус окружности R , а также период обращения T и круговую частоту ω :

$$R = \frac{mv_{\perp} c}{eB}, \quad (1)$$

$$T = \frac{2\pi mc}{eB}, \quad (2)$$

$$\omega = \frac{eB}{mc}. \quad (3)$$

Окружность, по которой движется частица под действием поперечного магнитного поля, принято называть *ларморовской окружностью*, а величину R – *ларморовским радиусом*, по имени английского физика (Лармор), изучавшего движение частиц в магнитных полях. Частоту ω называют *циклотронной частотой*.

Сложение равномерного движения вдоль силовой линии поля с равномерным вращением в перпендикулярной плоскости приводит в результате к движению частицы по винтовой линии. Шаг винтовой линии λ равен расстоянию, на которое перемещается частица в направлении поля за время одного оборота по окружности:

$$\lambda = v_{\parallel} T = \frac{2\pi mc v_{\parallel}}{eB}. \quad (4)$$

Поскольку частота вращения частицы ω не зависит от величины поперечной скорости частицы, однородное магнитное поле обладает фокусирующим действием как по отношению к пучкам заряженных частиц, лежащим в плоскости, перпендикулярной к направлению поля (см. лаб. работу 4.1), так и по отношению к пучкам, образующим малый угол с направлением поля. Особенности движения электрона в магнитном поле позволяют определить отношение e/m .

Определение e/m для электрона методом магнитной фокусировки

В данной работе используется электронно-лучевая трубка осциллографа, помещенная внутри соленоида, создающего магнитное поле, направленное вдоль оси трубки. Электроны, эмитируемые раскаленным катодом трубки, ускоряются вдоль ее оси приложенным напряжением U до энергии

$$\frac{mv_{\parallel}^2}{2} = eU$$

и приобретают скорость

$$v_{\parallel} = \sqrt{2eU/m}. \quad (5)$$

При отсутствии магнитного поля электронный пучок разворачивается на экране осциллографа в линию под действием электрического поля внутри пластин горизонтального отклонения, на которые подано переменное напряжение пилообразной формы. Проходя отклоняющие пластины в различные моменты времени, электроны приобретают поперечную скорость v_{\perp} , величина которой изменяется от нулевой до некоторой $v_{\perp\text{макс}}$ скорости. При этом на экране осциллографа появляется линия, длина которой определяется выражением

$$b_0 = \frac{v_{\perp\text{макс}} L}{v_{\parallel}}, \quad (10)$$

где L – расстояние от отклоняющих пластин до экрана.

Для простоты рассмотрения можно считать, что имеется точечный источник пучка электронов, у всех электронов есть одинаковая продольная скорость (вдоль магнитного поля) v_{\parallel} и есть небольшой разброс горизонтальной (поперечной) составляющей v_{\perp} в пределах от 0 до $v_{\perp\text{макс}}$.

Электроны, имеющие разные скорости в поперечном направлении, через период T из соотношения (5) вернуться к тем же поперечным координатам. Поскольку продольная скорость у них одинакова, это произойдет на расстоянии $v_{\parallel}T$ (далее снова на $lv_{\parallel}T$). Зная это расстояние можно определить удельный заряд электрона.

Проследим, как будет трансформироваться линия на экране при появлении магнитного поля, направление которого совпадает с осью трубки осциллографа (рис. 2). По мере увеличения магнитного поля уменьшается радиус R (1) и шаг спирали λ (4), по которой электроны движутся в магнитном поле до экрана. При одном и том же магнитном поле электроны с разными скоростями $v_{\perp\text{макс}}$ будут двигаться по винтовым линиям, оси которых вертикально смещены от начала линии на экране на радиус окружности R , пропорциональный поперечной скорости v_{\perp} : $R \sim v_{\perp}$. При этом частота вращения ω одинакова для всех электронов, так как не зависит от их скорости (3).

Рис. 2. Траектории электронов в трубке осциллографа при наличии и отсутствии магнитного поля.

На рис. 3 точками приведены проекции траекторий электронов, имеющих $v_{\perp} = v_{\perp \text{ макс}}$ для некоторых значений магнитного поля. Угол поворота φ , набираемый электронами за время движения до экрана,

$$\varphi = \frac{2\pi L}{\lambda} = \frac{eB}{mc} \frac{L}{v_{\parallel}}. \quad (11)$$

Рис. 3. Изображение светящейся полосы на экране осциллографа для некоторых значений магнитного поля в соленоиде (при $B = B_{\text{фок}}$ происходит первая фокусировка электронов в точку). Светлыми кружками изображены проекции траекторий электронов на экран, имеющих $v_{\perp} = v_{\perp \text{ макс}}$, темными – наблюдаемые светящиеся точки на экране осциллографа

Угол поворота одинаков для всех электронов с различными скоростями v_{\perp} . Следовательно, линия, высвечиваемая на экране осциллографа, сохранится, повернувшись на угол $\psi = \varphi / 2$ (см. рис. 3). Используя выражения (5) и (7), нетрудно связать угол поворота линии ψ с величиной магнитного поля и ускоряющего напряжения U :

$$\psi = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{e}{m}} \frac{B \cdot L}{\sqrt{2U} \cdot c} \quad (8a)$$

или

$$\frac{e}{m} = 8 \cdot \psi^2 \frac{U \cdot c^2}{B^2 \cdot L^2}. \quad (8b)$$

Отсюда легко определить отношение e/m , добившись изменением магнитного поля B хорошо измеряемого угла поворота $\Psi = \pi/4, \pi/2$ или π , когда происходит фокусировка электронов в точку. Таким образом, измеряя угол поворота линии на экране осциллографа для заданной величины магнитного поля, можно определить удельный заряд электрона по наклону зависимости $\psi(B)$.

Кроме этого из уравнений (4), (10), (11) следует, что длина линии на экране осциллографа $b(\psi)$ изменяется следующим образом:

$$b(\psi) = b_0 \frac{|\sin \psi|}{\psi}. \quad (9)$$

Это уравнение спирали, называемой кохлеоидой. Очевидно, что при $\psi = \pi k$, или при $\varphi = 2\pi k$, где k – целое число, происходит фокусировка электронов в точку. Первая фокусировка электронов происходит при величине магнитного поля, для которого электрон за время движения до экрана успеет описать полный круг в перпендикулярной к магнитному полю плоскости. Эта величина определяется следующим равенством

$$B_{\text{фок}} = 2\pi \frac{mv_{\parallel} c}{eL} \quad (10)$$

Необходимо обсудить еще один момент, касающийся пролета электронов между отклоняющими пластинами, где движение происходит, вообще говоря, в скрещенных полях. Рассмотренная выше картина будет справедлива, если угол $\alpha = v_{\perp} / v_{\parallel}$, получаемый в отклоняющих пластинах, не зависит от величины магнитного поля. Условием пренебрежимости влияния магнитного поля на движение в отклоняющих пластинах является малость фазы φ , набираемой при прохождении пластин, длина которых для трубки «8ЛЮЧИ» равна $l = 3$ см. Поскольку величина фазы, равная 2π , набирается на длине, равной шагу спирали λ , то отмеченное выше условие можно записать в виде

$$\varphi = 2\pi l / \lambda \ll 1$$

или

$$l \ll \lambda / 2\pi = mv_{\parallel} c / eB. \quad (11)$$

Расстояние до экрана $L = 23$ см, то есть в точке первой фокусировки $\lambda = 23$ см, и условие (11) примет вид $l \ll 4$ см, что, очевидно, не выполняется.

Кроме того, необходимо отметить, что все выше приведенные формулы написаны в системе СГС. В системе СИ, использующей практические единицы (такие, как ампер, вольт), выражения несколько изменятся. В частности, в системе СГС векторы H и B имеют одинаковую размерность и для вакуума совпадают ($B = H$), а в системе СИ они не только не совпадают, но и имеют разную размерность ($B = \mu_0 H$, где $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \approx 1,256 \cdot 10^{-6}$ Г/м). Поэтому при вычислениях нужно соблюдать известную осторожность и четко представлять, какая система единиц используется. Например, используемая для определения удельного заряда формула (10) в системе СИ будет следующей: $\frac{e}{m} = 8 \psi^2 \frac{U}{B^2 L^2}$.

Подробнее о различиях в электрических единицах СГС и СИ смотри [4, 6].

Практическая часть

1. Собрать схему по рис. 4.

$$B_{\text{эф}} = \int_{z_1}^{z_2} \frac{B(z) dz}{z_2 - z_1}.$$

Для значений, используемых в работе ($h = 34$ см, $b = 6,5$ см, $a = 5$ см, $n = 150$ витков/см), верно соотношение

$$B_{\text{эф}} \approx 0,85B_0.$$

5. Используя полученную ранее формулу (8), связь B и H (в зависимости от используемых единиц) и учитывая, что расстояние до экрана $L = 23$ см, а ускоряющее напряжение $U = 2,5$ кВ, определить среднюю величину e/m и ее погрешность по зависимости $\psi = f(B)$. Чем может быть обусловлена погрешность?

6. Проверить справедливость формулы (9), связывающей длину первоначальной развертки b_0 с длиной развертки при некотором поле B . Построить зависимость $b = f(B)$.

Контрольные вопросы

1. Чем вызвано отклонение измеренной зависимости $\psi = f(B)$ от прямой линии?
2. Какие существуют способы определения удельного заряда электрона?

Библиографический список

1. Арцимович Л. А., Лукьянов С. Ю. Движение заряженных частиц в электрических и магнитных полях. М.: Наука, 1978. С. 51–57.
2. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Теория поля. М.: Наука, 1985. С. 78–81.
3. Парселл Э. Электричество и магнетизм. М.: Наука, 1983. с. 411–413.
4. Портис А. Физическая лаборатория. М.: Наука, 1978. с. 2–38, 266.
5. Сивухин Д. В. Электричество. М.: Наука, 1983. с. 370–382.