

**Задача 1.** а) Решите уравнение

$$\sqrt{7 - 8\sin x} = -2\cos x$$

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку  $\left[-\frac{3\pi}{2}; \frac{3\pi}{2}\right]$

Решение а).

$$\begin{aligned} \sqrt{7-8\sin x} &= -2\cos x \\ \begin{cases} 7-8\sin x = 4\cos^2 x \\ -2\cos x \geq 0 \end{cases} & \quad \begin{cases} 7-8\sin x = 4-4\sin^2 x \\ -2\cos x \leq 0 \end{cases} & \quad \begin{cases} 4\sin^2 - 8\sin x + 3 = 0 \\ \cos x \leq 0 \end{cases} \\ \begin{cases} \sin x = \frac{3}{2} \text{ и } \sin x = \frac{1}{2} \\ \cos x \leq 0 \end{cases} & \quad \begin{cases} \sin x = \frac{1}{2} \\ \cos x \leq 0 \end{cases} \\ \begin{cases} x = \frac{\pi}{6} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z} \text{ и } x = \frac{5\pi}{6} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z} \\ \frac{\pi}{2} + 2\pi n \leq \frac{3\pi}{2} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z} \end{cases} & \quad x = \frac{5\pi}{6} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z} \end{aligned}$$

□

Решение б). Укажем все корни этого уравнения, принадлежащие промежутку  $(-\frac{3\pi}{2}; \frac{3\pi}{2})$ .

Решим двойное неравенство:

$$\begin{aligned} \sqrt{7-8\sin x} &= -2\cos x \\ -\frac{3\pi}{2} &< \frac{5\pi}{6} + 2\pi n < \frac{3\pi}{2} \\ -\frac{3}{2} &< \frac{5}{6} + 2n < \frac{3}{2} - 9 < 5 + 12n < 9 \\ -14 &< 12n < 4 \\ -\frac{7}{6} &< n < \frac{1}{3} \end{aligned}$$

При  $n = -1 \rightarrow x_1 = \frac{5\pi}{6} - 2\pi = -\frac{7\pi}{6}$

При  $n = 0 \rightarrow x_2 = \frac{5\pi}{6}$

□

Ответ. а)  $x = \frac{5\pi}{6} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$

б)  $-\frac{7\pi}{6}, \frac{5\pi}{6}$

□

**Задача 2.** а) Решите уравнение

$$\operatorname{ctg}^2 x + 2\sqrt{3}\operatorname{ctg} x + 3\sin^2 x = -3\sin^2\left(x - \frac{3\pi}{2}\right)$$

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку  $\left[-\frac{11\pi}{4}; -4\pi\right]$

Решение а).

$$\operatorname{ctg}^2 x + 2\sqrt{3}\operatorname{ctg} x + 3\sin^2 x = -3\sin^2\left(x - \frac{3\pi}{2}\right)$$

$$\operatorname{ctg}^2 x + 2\sqrt{3}\operatorname{ctg} x + 3\sin^2 x = -3\cos^2 x$$

$$\operatorname{ctg}^2 x + 2\sqrt{3}\operatorname{ctg} x + 3\sin^2 x - 3\cos^2 x = 0$$

$$\operatorname{ctg}^2 x + 2\sqrt{3}\operatorname{ctg} x + 3(\sin^2 x + \cos^2 x) = 0$$

$$\operatorname{ctg}^2 x + 2\sqrt{3}\operatorname{ctg} x + 3 = 0$$

$$(\operatorname{ctg} x + \sqrt{3})^2 = 0$$

$$\operatorname{ctg} x + \sqrt{3} = 0$$

$$\operatorname{ctg} x = -\sqrt{3}$$

$$x = -\frac{\pi}{6} + \pi n, \quad n \in \mathbb{Z}$$

□

Решение б). Найдем все решения уравнения на отрезке  $\left[-\frac{11\pi}{4}; -4\pi\right]$ .

$$-4\pi - \frac{\pi}{6} = -\frac{25\pi}{6}$$

$$-5\pi - \frac{\pi}{6} = -\frac{31\pi}{6}$$

□

Ответ. а)  $x = \frac{\pi}{6} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$

б)  $-\frac{31\pi}{6}; -\frac{25\pi}{6}$

□