Нижегородский государственный университет имени Н. И. Лобачевского

Радиофизический факультет

Отчет по лабораторной работе №1

Многозвенные LC-фильтры

Работу выполнили студенты
Есюнин М.В., Есюнин Д.В.
420 группы

Преподаватель:
Половинкин А.В.

Нижний Новгород, 2018

Содержание

1. Уравнения многозвенного электрического фильтра

Система, состоящая из цепочки идентичных звеньев, будучи системой с пространственной дисперсией, обладает селективными свойствами в определенной области частот. В зависимости от того, какова область частот, в которой колебания пропускаются практически без искажений, фильтры подразделяются на фильтры низких и высоких частот, полосовые и задерживающие фильтры. Четырехполюсники, образующие звенья рассматриваемых в работе электрических

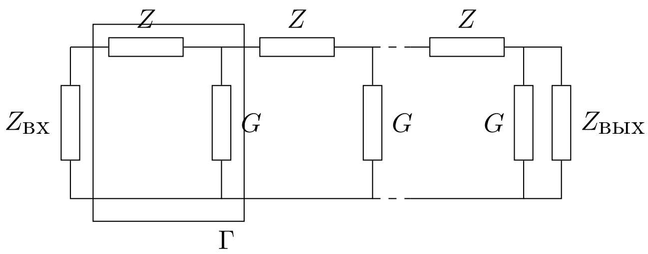


Рис. 1. Общая схема фильтра

фильтров, состоят из пассивных элементов: индуктивностей, ёмкостей и сопротивлений. Для большей методической простоты мы будем изучать только консервативные фильтры, состоящие из чисто реактивных элементов – индуктивностей и ёмкостей, так называемые LC - фильтры. Общая схема фильтра приведена на рис. 1, где введены следующие обозначения: $Z(p)$ – операторный импеданс, $G(p)$ –операторная проводимость, и $Z_{\text{вх}}(p)$ и $Z_{\text{вых}}(p)$ – операторные импедансы на входе и выходе фильтра, соответственно, где ω – частота колебаний. При расчетах фильтры могут быть разбиты на так называемые Г-образные, Т- образные и П-образные звенья. Заметим, что такое деление – чисто условное и не влияет на коэффициент передачи рассчитываемого фильтра.

Рассмотрим для примера фильтр, разбитый на Т-образные звенья (см. рис. 2), и запишем для него операторные уравнения квазистатики.

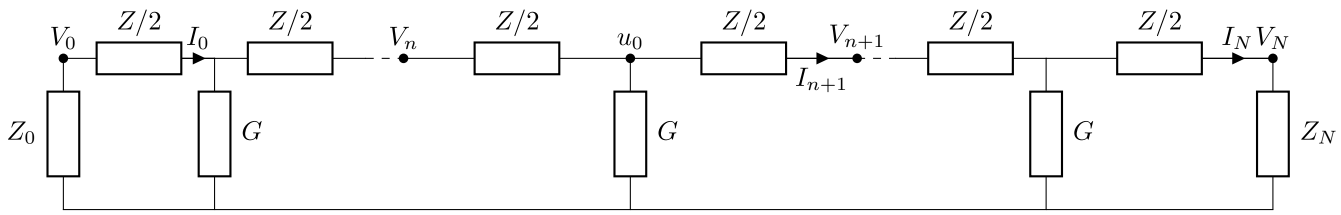


Рис. 2. Фильтр из Т-образных звеньев

При этом на основании законов Кирхгофа для комплексных амплитуд напряжений V_n и токов I_n, где n номер звена, будем иметь:

$$
\begin{aligned}
V_n - U_0 &= \frac{Z}{2} I_n, \\
U_0 - V_{n+1} &= \frac{Z}{2} I_{n+1}, \\
GU_0 &= I_n - I_{n+1}
\end{aligned}
\tag{1.1}
$$

Исключая из этих уравнений U_0 и разрешая их относительно переменных V_{n+1} и I_{n+1}, получим:

$$\begin{aligned} V_{n+1} &= a_{11}(p)V_n - a_{12}pI_n, \\ I_{n+1} &= -a_{21}V_n + a_{22}(p)I_n, \end{aligned} \tag{1.2}$$

где

$$\begin{aligned} a_{11} = 1 + \frac{1}{2}GZ,\ a_{12} = Z\left(1 + \frac{1}{4}GZ\right) \\ a_{21} = G,\ a_{22} = 1 + \frac{1}{2}GZ \end{aligned} \tag{1.3}$$

Отметим следующее важное свойство четырёхполюсников. Четырёхполюсники, для которых выполняются условия

$$a_{11} = a_{22},\ a_{12} = Z \tag{1.4}$$

называются взаимными.Для них выполняется теорема взаимности, согласно которой свойства четырёхполюсника не изменяются, если его вход и выход поменять местами. Нетрудно видеть, что Т-образное звено представляет собой взаимный четырёхполюсник. В случае П-образного разбиения на звенья в уравнениях (1.2) следует положить

$$\begin{aligned} a_{11} = 1 + \frac{1}{2}GZ,\ a_{12} = Z \\ a_{21} = G\left(1 + \frac{1}{4}GZ\right)\ a_{22} = 1 + \frac{1}{2}GZ \end{aligned} \tag{1.5}$$

Отсюда следует, что П-образное звено также удовлетворяет теореме взаимности. Система (1.2) должна быть дополнена граничными условиями

$$V_0 = -I_0Z_0,\ V_N = Z_NI_N \tag{1.6}$$

Исследование явлений, описываемых уравнениями (1.2) при условии (1.6) включает в себя задачи:

1. описание собственных колебаний
2. описание вынужденных колебаний

Прежде чем переходить к решению первой задачи, исследуем собственные колебания (1.2) в безграничной цепочке, положим $N \to \infty$.

2. Дисперсионное уравнение

Важнейшей особенностью рассматриваемой цепочной структуры является её периодичность, являющаяся следствием идентичности звеньев и проявляющаяся при $N \to \infty$ в виде свойства так называемой *трансляционной симметрии*. Это свойство равнозначно свойству инвариантности уравнений (2.1) относительно преобразования трансляции $n \Rightarrow n'$ вида $n' = n+m$, где m– любое целое число. Трансляционная симметрия (1.1) в сочетании с линейностью этих уравнений позволяет искать их решение в виде

$$V_n = Ae^{-in\theta}, I_n = Be^{-in\theta}, \tag{2.1}$$

где $n = 0, \pm1, \pm2, \ldots,$, а θ– некоторая величина, подлежащая определению. Она находится из условия существования нетривиального решения алгебраической системы

$$\begin{aligned} &A(e^{-i\theta} - a_{11}) + Ba_{12} = 0, \\ &Aa_{21} + B(e^{-i\theta} - a_{22}) = 0, \end{aligned} \tag{2.2}$$

получаемой подстановкой (2.1) в (2.2). Этим условием является равенство нулю детерминанта (2.2),что, с учётом (1.4), даёт

$$(e^{-i\theta} - a_{11})^2 - a_{11}^2 + 1 = 0 \tag{2.3}$$

или

$$\cos\theta = a_{11} \tag{2.4}$$

Величина θ, определяемая из 2.4 называется *постоянной распространения* и принимает в общем случае комплексные значения ($\theta = \theta' + i\theta''$). Мнимая часть θ представляет собой декремент (или инкремент) волны, а действительная часть – набег фазы волны на одно звено. При этом θ' связана с длиной волны λ очевидным соотношением

$$\lambda = 2\frac{\pi}{\theta'}, \tag{2.5}$$

в котором

$$\lambda = min|n_1 - n_2| \tag{2.6}$$

где и n_1 и n_2- номера ячеек, отвечающих синфазным колебаниям. Поскольку параметр является функцией частоты ω, уравнение (2.4) связывает постоянную распространения с частотой и называется дисперсионным уравнением системы. Дисперсионное уравнение исчерпывающе характеризует безграничную систему. В случае, когда отсутствует временное и пространственное затухание ($\mathrm{Im}\,\omega = \mathrm{Im}\,\theta = 0$), оно позволяет определить фазовую ($V_{\text{ф}}$) и групповую ($V_{\text{гр}}$) скорости волн:

$$V_{\text{ф}} = \frac{\omega}{\theta},\ V_{\text{гр}} = \frac{d\omega}{d\theta} \tag{2.7}$$
$$(-\pi \leq \theta \leq \pi)$$

Дисперсионное уравнение (2.4) описывает два типа волн – прямую ($\theta = \theta^+$) и обратную ($\theta = \theta^-$) волну. При этом для фиксированного ω значения θ^+и θ^- будут отличаться только знаком:

$$\theta^- = -\theta^+. \tag{2.8}$$

Подставляя θ^- и θ^+ в одно из уравнений системы (2.2), можно найти связь между амплитудами напряжения и тока для прямой и обратной волн

$$B^+ = G_x A^+, B^- = -G_x A^-, \tag{2.9}$$

где

$$G_x = \left(\frac{a_{21}}{a_{12}}\right)^{\frac{1}{2}} \tag{2.10}$$

–*характеристическая проводимость фильтра*. Наряду с G_x, вводят также и обратную ей величину

$$Z_x = \sqrt{\frac{a_{12}}{a_{21}}}, \tag{2.11}$$

именуемую *характеристическим импедансом* фильтра.

Пространственная дисперсия фильтра (описываемая 2.4) обуславливает его селективные свойства. Для характеристики этих свойств вводят понятие *полосы прозрачности*, а именно полосы частот, в которой $\theta'' = 0$(отсутствует затухание по переменной n).

Найдём связь ширины полосы прозрачности с параметрами фильтра. С этой целью заметим, что поскольку

$$\sin\theta = \operatorname{ch}\theta'' \sin\theta' + i \operatorname{sh}\theta'' \cos\theta', \tag{2.12}$$

то в полосе прозрачности

$$\sin\theta = \sin\theta'. \tag{2.13}$$

Отсюда, в силу (2.3), заключаем, что

$$1 - a_{11}^2 \geq 0, \tag{2.14}$$

или, с учётом (2.3),–

$$GZ(1 + \frac{1}{4}GZ) \leq 0 \tag{2.15}$$

Из этого условия и находится полоса прозрачности фильтра. Из него, в частности следует, что в полосе прозрачности фильтра характеристический импеданс (2.11) будет действительной величиной.

Вне полосы прозрачности $\sin\theta' = 0$ и, следовательно, $\sin\theta = i \operatorname{sh}\theta''$. С учётом (3.4), будем иметь

$$\operatorname{sh}\theta'' = \pm\sqrt{a_{11}^2 - 1} \tag{2.16}$$

3. Собственные колебания

Найдём собственные колебания в цепочке, состоящей из N одинаковых Т-образных звеньев, описываемой системой уравнений (2.2) при граничных условиях (1.6). Общее решение такой системы будет представлять собой суперпозицию прямой и обратной волн вида

$$\begin{aligned} V_n &= A_1 e^{-i\theta} + A_2 e^{i\theta}, \\ I_n &= B_1 e^{-i\theta} + B_2 e^{i\theta}. \end{aligned} \tag{3.1}$$

Для внутренних звеньев прямая и обратная волны распространяются независимо и для них, в силу (2.9), общее решение запишется в виде

$$\begin{aligned} V_n &= A_1 e^{-i\theta} + A_2 e^{i\theta}, \\ I_n &= G_x (A_1 e^{-i\theta} + A_2 e^{i\theta}). \end{aligned} \tag{3.2}$$

Подставляя это решение в граничные условия (1.6), получим следующую однородную систему уравнений для нахождения амплитуд A_1 и A_2:

$$(1 + Z_0 G_x) A_1 + (1 - Z_0 G_x) A_2 = 0, (1 - Z_N G_x) e^{-iN\theta} A_1 + (1 + Z_N G_x) e^{iN\theta} A_2 = 0. \tag{3.3}$$

Отсюда, расписав условие существования ненулевых решений для A_1 и A_2, найдём *характеристическое уравнение* рассматриваемой системы

$$1 - \Gamma_0 \Gamma_N e^{-2iN\theta} = 0, \tag{3.4}$$

где $\Gamma_0 \dfrac{A_1}{A_2} = -\dfrac{1 - Z_0 G_x}{1 + Z_0 G_x}$ –коэффициент отражения от левой границы фильтра, а $\Gamma_N \dfrac{A_2 e^{iN\theta}}{A_1 e^{-iN\theta}} = -\dfrac{1 - Z_N G_x}{1 + Z_N G_x}$ –коэффициент отражения от правой границы фильтра.

Решая совместно дисперсионное уравнение (2.4) и характеристическое уравнение (3.4), найдём спектр собственных (нормальных) частот фильтра и соответствующий ему спектр значений постоянной распространения θ. Очевидно, что этот спектр будет зависеть не только от параметров звена фильтра, но и от условий на его концах. Отметим также, что число нормальных частот всегда совпадает с числом степеней свободы системы.

4. Вынужденные колебания

Рассмотрим вынужденные колебания в фильтре, составленном из Т-образных звеньев, при условии, что на входе фильтра действует источник синусоидальной ЭДС $E = E_0 \cos(\omega t)$ с внутренним сопротивлением r_0 (см. 3). Решение в такой системе можно искать в виде синусоидальных колебаний на частоте внешней силы ω. При этом остаются справедливыми уравнения (1.2), а граничные условия принимают вид:

$$V_0 = E_0 - r_0 Z_0, \; V_N = Z_N I_N. \tag{4.1}$$

Подставляя (3.2) в (4.1), получим

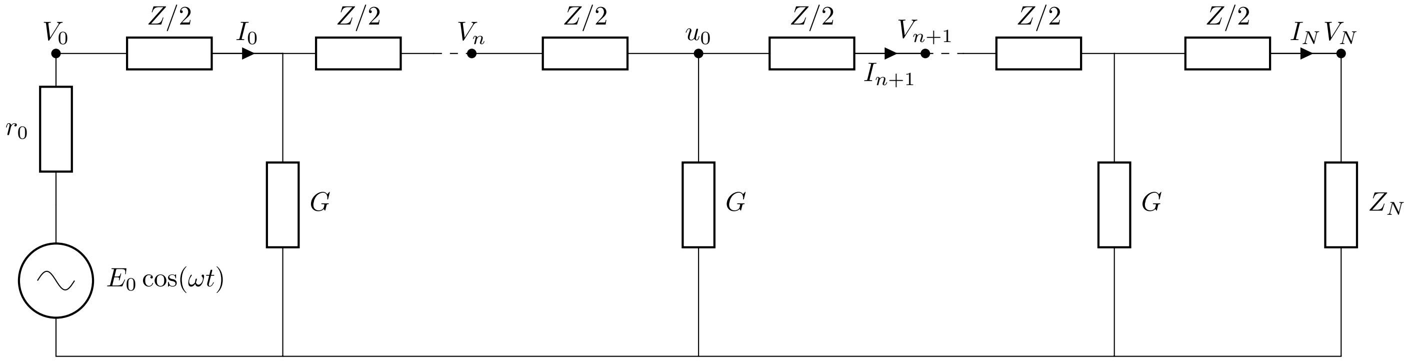


Рис. 3

$$
\begin{aligned}
(1+r_0G_x)A_1+(1-r_0G_x)A_2&=E_0\\
(1-Z_NG_x)e^{-iN\theta}A_1+(1+Z_NG_x)e^{iN\theta}A_2&=0
\end{aligned}
\tag{4.2}
$$

Отсюда для A_1 и A_2 будем иметь

$$
\begin{aligned}
A_1&=\frac{1-\Gamma_0}{2}\cdot\frac{E_0}{1-\Gamma_0\Gamma_Ne^{-2iN\theta}},\\
A_2&=\frac{1-\Gamma_0}{2}\cdot\frac{E_0\Gamma_Ne^{-2iN\theta}}{1-\Gamma_0\Gamma_Ne^{-2iN\theta}},
\end{aligned}
\tag{4.3}
$$

Подставляя (4.3) в (3.2), получим следующие выражения для комплексных амплитуд напряжения V_n и I_n тока в n-ой ячейке:

$$
\begin{aligned}
V_n&=\frac{1-\Gamma_0}{2}\cdot\frac{E_0e{-}in\theta}{1-\Gamma_0\Gamma_Ne^{-2iN\theta}}\left[1+\Gamma_Ne^{-2i(N-n)\theta}\right],\\
I_n&=\frac{1-\Gamma_0}{2}\cdot\frac{E_0e{-}in\theta}{1-\Gamma_0\Gamma_Ne^{-2iN\theta}}G_x\left[1-\Gamma_Ne^{-2i(N-n)\theta}\right],
\end{aligned}
\tag{4.4}
$$

Из (4.4) следует, что если частота внешней ЭДС совпадает с одной из собственных частот фильтра, то амплитуды напряжений и токов во всех звеньях фильтра принимают бесконечно большие значения (явление резонанса). Очевидно, что это возможно лишь в отсутствии затухания, т. е. при условии $\operatorname{Im}\omega_m=0$. В реальных системах всегда существуют потери ($\omega_m=\omega'_m+i\omega''_m$) и знаменатель в (4.4) не обращается в ноль. При этом в случае произвольных потерь картина резонанса достаточно сложна и далека от той, какую мы имеем в одиночном резонансном контуре. Однако, при $\omega''_m/\omega'_m<<1$ эта картина существенно упрощается, и влияние потерь можно описать на привычном языке добротности, вводя её для каждой моды отношением

$$
Q_m=\omega'_m/\omega''_m \tag{4.5}
$$

Таким образом, для системы со многими степенями свободы не имеет смысла говорить о добротности системы вообще, необходимо оговаривать, о добротности какой моды идёт речь.

При изучении вынужденных колебаний важную роль играют два семейства статических характеристик: семейство амплитудно-частотных характеристик (АЧХ) и семейство фазочастотных характеристик (ФЧХ). Эти семейства находятся из выражения для коэффициента передачи, представляющего собой отношение комплексной амплитуды напряжения на выходе фильтра к амплитуде ЭДС на входе, т.е.

$$W(\omega) = \frac{V_N(\omega)}{E_0(\omega)} = \frac{(1-\Gamma_0)(1+\Gamma_N)e^{-iN\theta}}{2\left(1-\Gamma_0\Gamma_N e^{-2iN\theta}\right)} \tag{4.6}$$

По определению АЧХ – это функция

$$A(\omega) = |W(\omega)| \tag{4.7}$$

а ФЧХ – функция

$$\Phi(\omega) = -argW(\omega) \tag{4.8}$$

Очевидно, что вид того и другого семейства характеристик зависит от условий на концах фильтра.

Рассмотрим влияние этих условий на $A(\omega)$ и $W(\omega)$ в полосе прозрачности фильтра, полагая для простоты, что нагрузка фильтра чисто активная (т. е. Γ_0 и Γ_N –действительные функции). При этом

$$A(\omega) = \frac{1-\Gamma_0}{2} \cdot \frac{1+\Gamma_N}{\sqrt{1-\Gamma_0\Gamma_N\cos 2N\theta + \Gamma_0^2\Gamma_N^2}} \tag{4.9}$$

Из полученного выражения следует, что если фильтр согласован на обоих концах ($\Gamma_0 = \Gamma_N = 0$), то $A(\omega) = 1/2$, т.е. напряжение источника ЭДС делится поровну между фильтром и внутренним сопротивлением источника. Если фильтр согласован только на входе ($\Gamma_0 = 0$), или только на выходе($\Gamma_N = 0$), то $A(\omega) = (1+\Gamma_N)/2$ и $A(\omega) = (1-\Gamma_0)/2$, соответственно. Во всех трёх случаях АЧХ не зависит от числа звеньев фильтра.

Если фильтр согласован хотя бы на одном из своих концов, а нагрузка на другом конце – чисто активная, то существенно упрощается и $\Phi(\omega)$:

$$\Phi(\omega) = N\theta(\omega) \tag{4.10}$$

Т.е. ФЧХ с точностью до множителя N сводится к дисперсионной характеристике фильтра.

Многозвенные фильтры представляют собой разновидность длинных линий и используются в радиотехнических устройствах в качестве *линий задержки*. Время запаздывания сигнала при прохождении его через фильтр легко оценить для случая узкополосного сигнала при условии, что спектр его лежит в полосе прозрачности фильтра и укладывается в диапазон частот, в котором фазо-частотную характеристику фильтра можно считать линейной. Спектральную плотность такого сигнала на выходе фильтра для прямой волны можно записать в виде

$$u_N(\eta) = A_1(\xi)e^{i[(\Omega+\eta)t - N\theta(\Omega+\eta)t]} \tag{4.11}$$

Учитывая, что $|\eta| \leq \Delta\omega$, где $\Delta\omega$ – полуширина спектра, и принимая во внимание условие узкополосности $\Delta\omega << \Omega$, разложим в этом выражении нелинейную функцию $\theta(\Omega+\eta)$ в ряд по степеням η, ограничившись двумя первыми членами:

$$\theta(\Omega+\eta) \approx \theta(\Omega) + \left.\frac{d\theta}{d\omega}\right|_{\Omega} \eta \tag{4.12}$$

При этом выражение (4.11) примет вид

$$u_N(\eta) \approx A_1(\xi) e^{i[\Omega t - N\theta\Omega]} e^{i(t - N\frac{d\theta}{d\omega}\eta)} \tag{4.13}$$

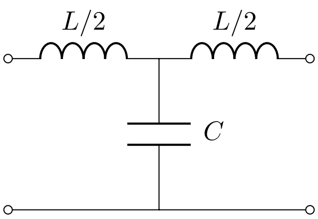
Отсюда следует, что время задержки сигнала при прохождении через N-звенный фильтр равно $\tau_N = N\frac{d\omega}{d\theta}\Omega$. Т.е. групповая скорость $(d\omega\ /d\theta)$ имеет смысл времени запаздывания, приходящегося на одно звено.

5. Фильтр низкой частоты (ФНЧ)

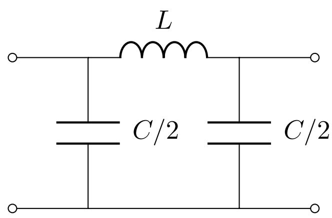
Вид отдельного звена ФНЧ изображен на рис 4. ФНЧ служит для пропускания колебаний низкой частоты от $\omega = 0$ до $\omega_{\text{ср}}$ (*частота "среза"*). Для ФНЧ

$$Z = i\omega L,\ G = i\omega C. \tag{5.1}$$

При этом **диспресионное уравнение** имеет вид



Т-образное звено



П-образное звено

Рис. 4

$$\omega^2 = \frac{2}{LC}(1 - \cos\theta) \tag{5.2}$$

Из периодического характера этого уравнения следует, что физический смысл имеет лишь та часть дисперсионных ветвей, которая лежит в области $|\theta| \leq \pi$. Т.е. набег фазы на одно звено не может превышать π. Поскольку постоянная распространения θ связана с длиной волны λ соотношением $\lambda = 2\pi/\theta$, то из существования $\theta_{\max} = \pi$ вытекает существо-вание $\lambda_{\min}$. Иными словами, волны с длиной в одну ячейку существовать не могут. Этот результат порождён дискретным характером структуры фильтра и может быть предсказан заранее.

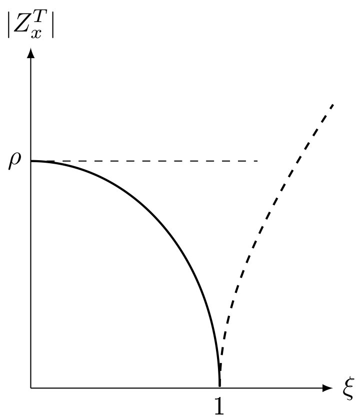


Рис. 5

Полоса прозрачности ФНЧ, в силу (2.15), задаётся условием

$$\omega^2 \leq \frac{4}{LC} \; (\xi^2 = \frac{\omega^2}{\omega_{\text{ср}}^2} \leq 1) \tag{5.3}$$

Характеристический импеданс фильтра, состоящего из Т- и П-образных звеньев задаётся соотношениями

$$Z_x^T = \rho\sqrt{1-\xi^2}, \; Z_x^\Pi = \frac{\rho}{\sqrt{1-\xi^2}}, \; (\rho = \sqrt{L/C}) \tag{5.4}$$

Соответствующие им частотные зависимости изображены на рис. 6.

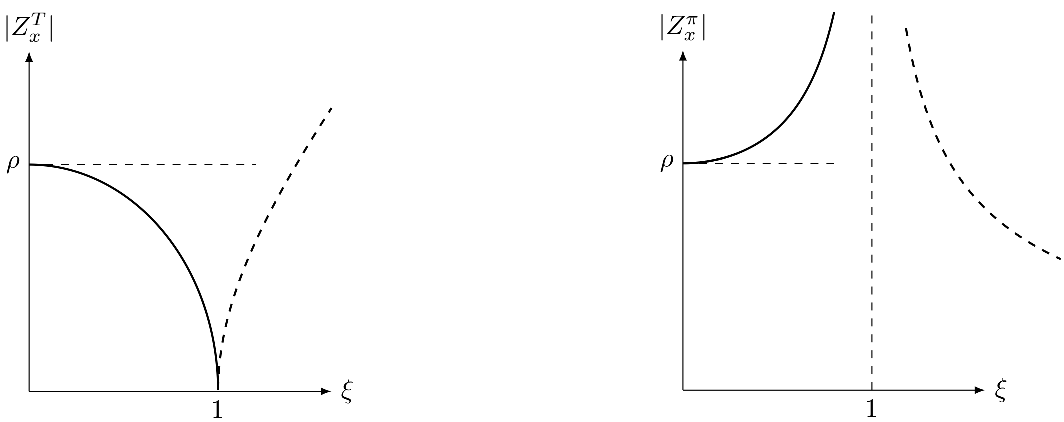


Рис. 6

Параметры звеньев фильтра рассчитываются по формулам

$$L = \frac{2\rho}{\omega_{\text{ср}}}, \; C = \frac{2}{\rho\omega_{\text{ср}}} \tag{5.5}$$

Время задержки на одно звено даётся выражением

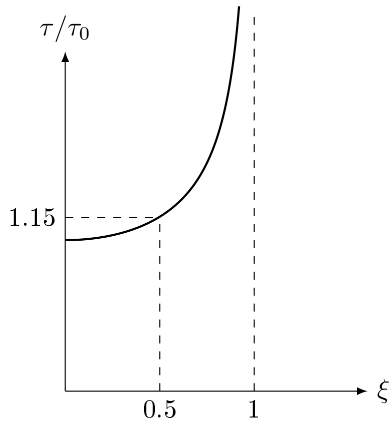


Рис. 7

$$\tau = \frac{2}{\omega_{\text{ср}}\sqrt{1-\xi^2}} \tag{5.6}$$

Графически зависимость времени задержки от частоты изображена на рис. 7

6. Фильтр высокой частоты (ФВЧ)

Вид отдельного звена ФВЧ изображен на рис 8. ФВЧ служит для пропускания колебаний с частотами $\omega \geq$. Для ФНЧ

$$Z = i/\omega C,\ G = i/\omega L. \tag{6.1}$$

При этом **диспресионное уравнение** имеет вид

Рис. 8

$$\omega^2 = \frac{1}{2LC(1-\cos\theta)} \tag{6.2}$$

График дисперсионной зависимости приведен на рис. 9

Полоса прозрачности ФНЧ, определяется из условия

$$1 - \frac{1}{4\omega^2 LC \geq 0}\ (\xi^2 \geq 1) \tag{6.3}$$

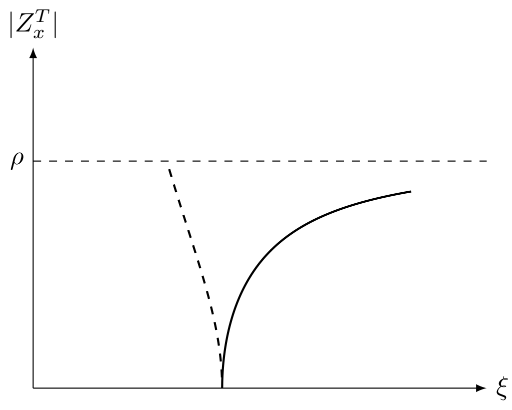


Рис. 9

Характеристический импеданс фильтра, состоящего из Т- и П-образных звеньев задаётся соотношениями

$$Z_x^T = \rho\sqrt{1-\frac{1}{\xi^2}},\ Z_x^\Pi = \frac{\rho\xi}{\sqrt{\xi^2-1}},\ (\rho=\sqrt{L/C}) \tag{6.4}$$

Соответствующие им частотные зависимости изображены на рис. 10.

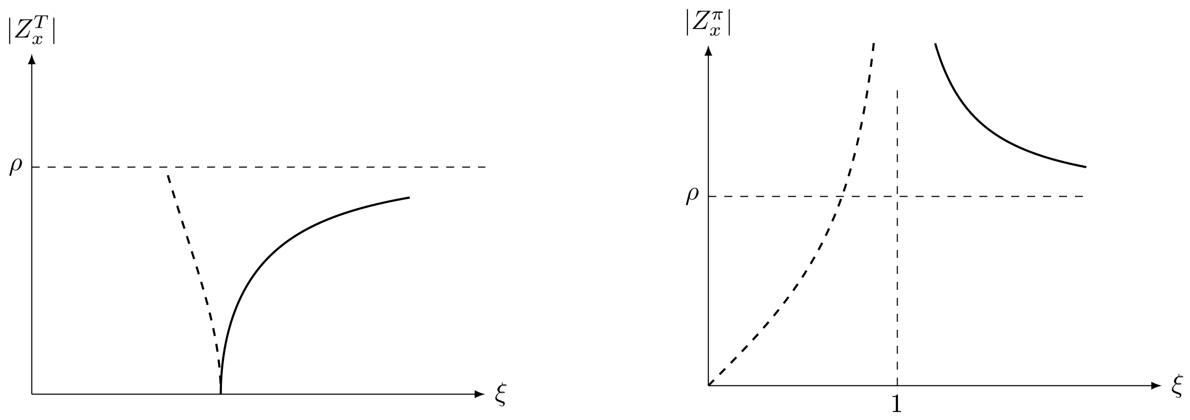


Рис. 10

Параметры звеньев фильтра рассчитываются по формулам

$$L = \frac{\rho}{2\omega_{\text{ср}}},\ C = \frac{1}{2\rho\omega_{\text{ср}}} \tag{6.5}$$

Время задержки на одно звено даётся выражением

$$\tau = \frac{1}{\omega_{\text{ср}}\xi\sqrt{\xi^2-1}} \tag{6.6}$$

Графически зависимость времени задержки от частоты изображена на рис.11

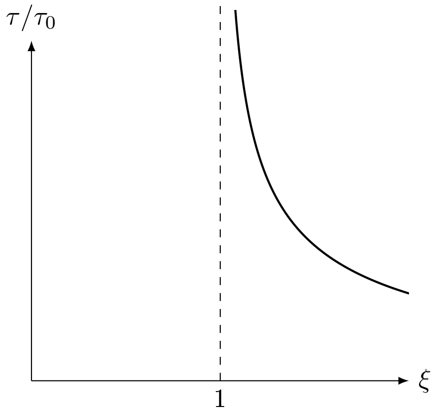


Рис. 11

7. Полосовой фильтр

Вид отдельного звена полосового фильтра изображен на рис.12. Полосовой фильтр служит для пропускания колебаний в полосе частот$\omega_1 \leq \omega \leq \omega_2$. Для полосового фильтра

Рис. 12

$$Z = i\omega L_1 + i/\omega C_1,\ G = i\omega C_2 + i/\omega L_2. \tag{7.1}$$

Дисперсионное уравнение полосового фильтра определяется следующей зависимостью

$$f(\omega^2) = \sin^2 \frac{\theta}{2} \tag{7.2}$$

где

$$f(\omega^2) = \frac{(L_1C_1\omega^2 - 1)(L_2C_2\omega^2 - 1)}{4\omega^2 L_2 C_1} \tag{7.3}$$

Так как $0 \leq \sin^2 \dfrac{\theta}{2} \leq 1$, то система будет пропускать частоты $\omega_1 \leq \omega \leq \dfrac{1}{\sqrt{L_1C_1}}$ и $frac1\sqrt{L_1C_1} \leq \omega \leq \omega_2$. На практике интересен случай, когда $\dfrac{1}{\sqrt{L_1C_1}} = \dfrac{1}{\sqrt{L_2C_2}} = \omega_0$, $\dfrac{L_1}{L_2} = \dfrac{C_1}{C_2} = \alpha$ При этом дисперсионное уравнение принимает вид

$$\left(\frac{\omega^2}{\omega_0^2} - 1\right)\frac{\omega_0}{2\omega}\sqrt{\alpha} = \pm\sin\frac{\theta}{2} \tag{7.4}$$

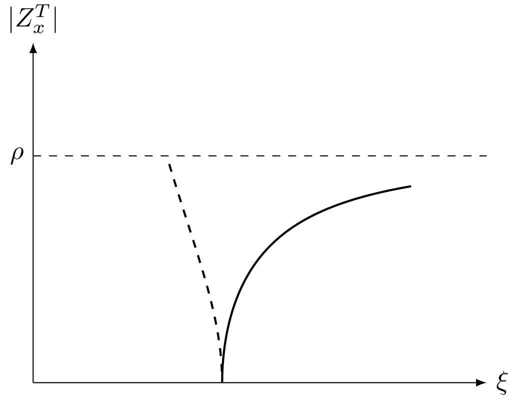


Рис. 13

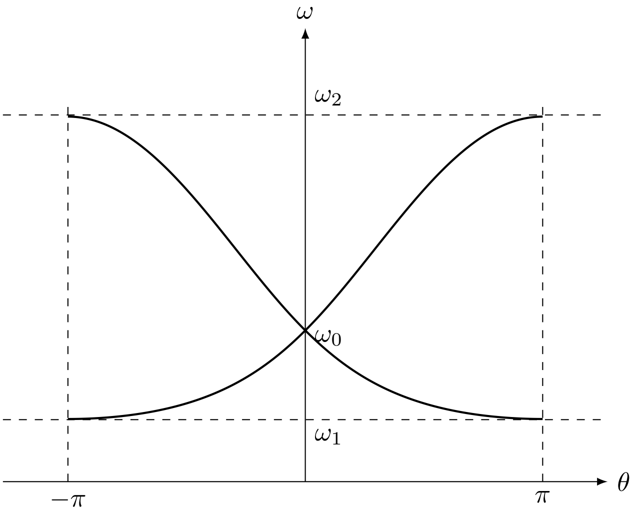


Рис. 14

Соответствующие ему дисперсионные кривые изображены на рис.14

$$\omega_1 = \frac{\omega_0}{\sqrt{\alpha}}(\sqrt{1+\alpha}-1),\ \omega_2 = \frac{\omega_0}{\sqrt{\alpha}}(\sqrt{1+\alpha}+1) \tag{7.5}$$

Полоса прозрачности фильтра определяется из условия

$$\left(\frac{\omega}{\omega_0}-\frac{\omega_0}{\omega}\right)^2\alpha \le 4. \tag{7.6}$$

Характеристический импеданс фильтра, состоящего из Т- и П- образных звеньев соотношениями

$$Z_x^T = \rho\sqrt{1-\frac{\alpha}{4}\left(\frac{\omega}{\omega_0}-\frac{\omega_0}{\omega}\right)^2},\ Z_x^{\Pi} = \frac{\rho}{\sqrt{1-\frac{\alpha}{4}\left(\frac{\omega}{\omega_0}-\frac{\omega_0}{\omega}\right)^2}} \tag{7.7}$$

где $\rho = \sqrt{L_2/C_1}$. Зависимость этого импеданса от частоты приведена на рис.15

Рис. 15

Параметры фильтра рассчитываются по следующим формулам:

$$\begin{gathered} L_1 = \frac{\sqrt{\alpha}\rho}{\omega_0} = \frac{2\rho}{\omega_2 - \omega_1},\ L_2 = \frac{L_1}{\alpha} = \frac{\rho(\omega_2 - \omega_1)}{2\omega_0^2} \\ C_1 = \frac{1}{\omega_0^2 L_1} = \frac{\omega_2 - \omega_1}{2\rho\omega_1\omega_2},\ C_2 = \alpha C_1 = \frac{2}{\rho(\omega_2 - \omega_1)} \\ \rho = \sqrt{\frac{L_2}{C_1}} = \sqrt{\frac{L_1}{\alpha C_1}} \end{gathered} \tag{7.8}$$

8. Эксперимент

8.1. ФЧХ и АЧХ