Нижегородский государственный университет имени Н. И. Лобачевского
Радиофизический факультет

Отчет по лабораторной работе №22

Определение коэффициента внутреннего трения (вязкости) жидкости

Выполнил студент 410 группы
Сарафанов Ф.Г.

Нижний Новгород, 2016

Запишем II закон Ньютона $$m\vec{a} = \vec{F}_{\text{тр}} + m\vec{g} + \vec{F}_{\text{арх}} \tag{1}$$

Где сила Стокса $$F_{\text{тр}} = 6\pi\eta r v \tag{2}$$

В проекции на x: $$ma = mg - 6\pi\eta r v - \rho_{\text{жид}} g V \tag{3}$$

$$V = \frac{4}{3}\pi r^3, m = \rho_{\text{шар}} V \tag{4}$$

Перепишем (3): $$ma = mg - 6\pi\eta r v - \rho_{\text{жид}} g V \tag{5}$$

Введем константу k: $$k = 6\pi\eta r \cdot \frac{1}{V\rho_{\text{шар}}} = \frac{6\pi\eta r}{m} \tag{6}$$

$$\rho_{\text{шар}} V \frac{dv}{dt} = gV(\rho_{\text{шар}} - \rho_{\text{жид}}) - kv \cdot V\rho_{\text{шар}} \tag{7}$$

$$\frac{dv}{g\frac{\rho_{\text{шар}} - \rho_{\text{жид}}}{\rho_{\text{шар}}} - kv} = dt \tag{8}$$

Замена переменной: $$c = g\frac{\rho_{\text{шар}} - \rho_{\text{жид}}}{\rho_{\text{шар}}} - kv \tag{9}$$

$$dc = -k\,dv \tag{10}$$

$$-\frac{1}{k}\int_{g\frac{\rho_{\text{шар}} - \rho_{\text{жид}}}{\rho_{\text{шар}}} - kv_0}^{g\frac{\rho_{\text{шар}} - \rho_{\text{жид}}}{\rho_{\text{шар}}} - kv(t)} \frac{dc}{c} = \int_0^t dt \tag{11}$$

$$\ln\left(\frac{g\frac{\rho_{\text{шар}} - \rho_{\text{жид}}}{\rho_{\text{шар}}} - kv(t)}{g\frac{\rho_{\text{шар}} - \rho_{\text{жид}}}{\rho_{\text{шар}}} - kv_0}\right) = -kt \tag{12}$$

$$\frac{g\frac{\rho_{\text{шар}} - \rho_{\text{жид}}}{\rho_{\text{шар}}} - kv(t)}{g\frac{\rho_{\text{шар}} - \rho_{\text{жид}}}{\rho_{\text{шар}}} - kv_0} = e^{-kt} \tag{13}$$

$$g\frac{\rho_{\text{шар}} - \rho_{\text{жид}}}{\rho_{\text{шар}}} - kv(t) = e^{-kt}(g\frac{\rho_{\text{шар}} - \rho_{\text{жид}}}{\rho_{\text{шар}}} - kv_0) \tag{14}$$

$$kv(t) = e^{-kt}kv_0 - e^{-kt}g\frac{\rho_{\text{шар}} - \rho_{\text{жид}}}{\rho_{\text{шар}}} + g\frac{\rho_{\text{шар}} - \rho_{\text{жид}}}{\rho_{\text{шар}}} \tag{15}$$

$$kv(t) = g\frac{\rho_{\text{шар}} - \rho_{\text{жид}}}{\rho_{\text{шар}}}(1 - e^{-kt}) + e^{-kt}kv_0 \tag{16}$$

$$v(t) = g\frac{\rho_{\text{шар}} - \rho_{\text{жид}}}{\rho_{\text{шар}}}\frac{1 - e^{-kt}}{k} + e^{-kt}v_0 \tag{17}$$

$$v(t) = Vg\frac{\rho_{\text{шар}} - \rho_{\text{жид}}}{6\pi\eta r}(1 - e^{-kt}) + e^{-kt}v_0 \tag{18}$$

$$v(t) = \frac{2}{9}gr^2\frac{\rho_{\text{шар}} - \rho_{\text{жид}}}{\eta} \cdot (1 - e^{-kt}) + e^{-kt}v_0, \text{ где } k = \frac{6\pi\eta r}{m}. \tag{19}$$

$$s(t) = \int_0^{s(t)} v(t)\,dt = \frac{2}{9}gr^2\frac{\rho_{\text{шар}} - \rho_{\text{жид}}}{\eta} \cdot (\frac{e^{-kt}}{k} + t) + \frac{e^{-kt}v_0}{k} \tag{20}$$

Для движения без начальной скорости

$$v(t) = \frac{2}{9} g r^2 \frac{\rho_{\text{шар}} - \rho_{\text{жид}}}{\eta} \cdot (1 - e^{-kt}) \tag{21}$$

$$s(t) = \frac{2}{9} g r^2 \frac{\rho_{\text{шар}} - \rho_{\text{жид}}}{\eta} \cdot (\frac{e^{-kt}}{k} + t) \tag{22}$$

$$1 - e^{-kt^*} = \alpha = 0.95 \tag{23}$$

$$e^{-kt^*} = \beta = 0.05 \tag{24}$$

$$-kt^* = \ln\beta \tag{25}$$

$$t^* = -\frac{1}{k} \ln\beta = -\frac{m}{6\pi\eta r} \ln\beta \tag{26}$$

$$s^* = \frac{2}{9} g r^2 \frac{\rho_{\text{шар}} - \rho_{\text{жид}}}{\eta} \cdot (\frac{\beta - \ln\beta}{k}) = \frac{m}{27\pi} g r \frac{\rho_{\text{шар}} - \rho_{\text{жид}}}{\eta^2} (\beta - \ln\beta) \tag{27}$$

t^* – время установления, когда скорость будет отличаться от установившейся $v_{\text{уст}}$ на бесконечности не более чем в α раз.

s^* – соответственно путь установления, когда скорость отличается от установившейся $v_{\text{уст}}$ на бесконечности не более чем в α раз.

$$v_{\text{уст}} = \lim_{t \to \infty} \left[\frac{2}{9} g r^2 \frac{\rho_{\text{шар}} - \rho_{\text{жид}}}{\eta} \cdot (1 - e^{-kt}) \right] = \frac{2}{9} g r^2 \frac{\rho_{\text{шар}} - \rho_{\text{жид}}}{\eta} \tag{28}$$