

Отчет по лабораторной работе №22
**Определение коэффициента внутреннего трения
(вязкости) жидкости**

Выполнил студент 410 группы
Сарафанов Ф.Г.

Нижний Новгород, 2016

Запишем II закон Ньютона $m\vec{a} = \vec{F}_{\text{тр}} + m\vec{g} + \vec{F}_{\text{арх}}$ (1)

Где сила Стокса $F_{\text{тр}} = 6\pi\eta r v$ (2)

В проекции на x : $ma = mg - 6\pi\eta r v - \rho_{\text{жид}} gV$ (3)

$$V = \frac{4}{3}\pi r^3, m = \rho_{\text{шар}} V$$
 (4)

Перепишем (3): $ma = mg - 6\pi\eta r v - \rho_{\text{жид}} gV$ (5)

Введем константу k : $k = 6\pi\eta r \cdot \frac{1}{V\rho_{\text{шар}}} = \frac{6\pi\eta r}{m}$ (6)

$$\rho_{\text{шар}} V \frac{dv}{dt} = gV(\rho_{\text{шар}} - \rho_{\text{жид}}) - kv \cdot V\rho_{\text{шар}}$$
 (7)

$$\frac{dv}{g \frac{\rho_{\text{шар}} - \rho_{\text{жид}}}{\rho_{\text{шар}}} - kv} = dt$$
 (8)

Замена переменной: $c = g \frac{\rho_{\text{шар}} - \rho_{\text{жид}}}{\rho_{\text{шар}}} - kv$ (9)

$$dc = -k dv$$
 (10)

$$-\frac{1}{k} \int_{g \frac{\rho_{\text{шар}} - \rho_{\text{жид}}}{\rho_{\text{шар}}} - kv_0}^{g \frac{\rho_{\text{шар}} - \rho_{\text{жид}}}{\rho_{\text{шар}}} - kv(t)} \frac{dc}{c} = \int_0^t dt$$
 (11)

$$\ln \left(\frac{g \frac{\rho_{\text{шар}} - \rho_{\text{жид}}}{\rho_{\text{шар}}} - kv(t)}{g \frac{\rho_{\text{шар}} - \rho_{\text{жид}}}{\rho_{\text{шар}}} - kv_0} \right) = -kt$$
 (12)

$$\frac{g \frac{\rho_{\text{шар}} - \rho_{\text{жид}}}{\rho_{\text{шар}}} - kv(t)}{g \frac{\rho_{\text{шар}} - \rho_{\text{жид}}}{\rho_{\text{шар}}} - kv_0} = e^{-kt}$$
 (13)

$$g \frac{\rho_{\text{шар}} - \rho_{\text{жид}}}{\rho_{\text{шар}}} - kv(t) = e^{-kt} \left(g \frac{\rho_{\text{шар}} - \rho_{\text{жид}}}{\rho_{\text{шар}}} - kv_0 \right)$$
 (14)

$$kv(t) = e^{-kt} kv_0 - e^{-kt} g \frac{\rho_{\text{шар}} - \rho_{\text{жид}}}{\rho_{\text{шар}}} + g \frac{\rho_{\text{шар}} - \rho_{\text{жид}}}{\rho_{\text{шар}}}$$
 (15)

$$kv(t) = g \frac{\rho_{\text{шар}} - \rho_{\text{жид}}}{\rho_{\text{шар}}} (1 - e^{-kt}) + e^{-kt} kv_0$$
 (16)

$$v(t) = g \frac{\rho_{\text{шар}} - \rho_{\text{жид}}}{\rho_{\text{шар}}} \frac{1 - e^{-kt}}{k} + e^{-kt} v_0$$
 (17)

$$v(t) = V g \frac{\rho_{\text{шар}} - \rho_{\text{жид}}}{6\pi\eta r} (1 - e^{-kt}) + e^{-kt} v_0$$
 (18)

$$v(t) = \frac{2}{9} gr^2 \frac{\rho_{\text{шар}} - \rho_{\text{жид}}}{\eta} \cdot (1 - e^{-kt}) + e^{-kt} v_0, \text{ где } k = \frac{6\pi\eta r}{m}.$$
 (19)

$$s(t) = \int_0^{s(t)} v(t) dt = \frac{2}{9} gr^2 \frac{\rho_{\text{шар}} - \rho_{\text{жид}}}{\eta} \cdot \left(\frac{e^{-kt}}{k} + t \right) - \frac{e^{-kt} v_0}{k}$$
 (20)

Для движения без начальной скорости

$$v(t) = \frac{2}{9}gr^2 \frac{\rho_{\text{шар}} - \rho_{\text{жид}}}{\eta} \cdot (1 - e^{-kt}) \quad (21)$$

$$s(t) = \frac{2}{9}gr^2 \frac{\rho_{\text{шар}} - \rho_{\text{жид}}}{\eta} \cdot \left(\frac{e^{-kt}}{k} + t\right) \quad (22)$$

$$1 - e^{-kt^*} = \alpha = 0.95 \quad (23)$$

$$e^{-kt^*} = \beta = 0.05 \quad (24)$$

$$-kt^* = \ln \beta \quad (25)$$

$$t^* = -\frac{1}{k} \ln \beta = -\frac{m}{6\pi\eta r} \ln \beta \quad (26)$$

$$s^* = \frac{2}{9}gr^2 \frac{\rho_{\text{шар}} - \rho_{\text{жид}}}{\eta} \cdot \left(\frac{\beta - \ln \beta}{k}\right) = \frac{m}{27\pi} gr \frac{\rho_{\text{шар}} - \rho_{\text{жид}}}{\eta^2} (\beta - \ln \beta) \quad (27)$$

t^* – время установления, когда скорость будет отличаться от установившейся $v_{\text{уст}}$ на бесконечности не более чем в α раз.

s^* – соответственно путь установления, когда скорость отличается от установившейся $v_{\text{уст}}$ на бесконечности не более чем в α раз.

$$v_{\text{уст}} = \lim_{t \rightarrow \infty} \left[\frac{2}{9}gr^2 \frac{\rho_{\text{шар}} - \rho_{\text{жид}}}{\eta} \cdot (1 - e^{-kt}) \right] = \frac{2}{9}gr^2 \frac{\rho_{\text{шар}} - \rho_{\text{жид}}}{\eta} \quad (28)$$