

12

МВ и ССО РСФСР

ГОРЬКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ им. Н. И. ЛОБАЧЕВСКОГО

Лаборатория общей физики радиофизического факультета

ОПРЕДЕЛЕНИЕ УСКОРЕНИЯ СВОБОДНОГО ПАДЕНИЯ

(описание к лабораторной работе)

ГОРЬКИЙ - 1984

## А Н Н О Т А Ц И Я

В работе рассмотрен метод определения ускорения свободного падения по измерениям периода колебаний математического маятника. Студентам предлагается перед экспериментом выбрать условия измерений всех величин так, чтобы обеспечить точность определения величины ускорения не менее 1%.

Составитель: Емелин З.В.

Редактор: Скворцов В.А.

# ОПРЕДЕЛЕНИЕ УСКОРЕНИЯ СВОБОДНОГО ПАДЕНИЯ

Для измерения ускорения свободного падения в настоящей работе используются опыты с математическим маятником (шарик на нити, причем радиус шарика много меньше длины нити  $l$ ). Чтобы найти период колебаний математического маятника (рис. 1), предположим, что 1) нить невесома и нерастяжима, 2) силами трения можно пренебречь. Запишем второй закон Ньютона для шарика:

$$m\vec{a} = m\vec{g} + \vec{N}$$

где  $m$  и  $a$  - масса и ускорение шарика,  $mg$  - сила тяжести,  $N$  - сила натяжения нити. Спроектируем это векторное уравнение на ось  $x$ , перпендикулярную нити:

$$ma_x = -mg \sin \varphi$$

Поскольку  $dx = l d\varphi$ , имеем  $a_x = \frac{d^2x}{dt^2} = l \frac{d^2\varphi}{dt^2}$  и получаем следующее уравнение движения маятника:

$$\frac{d^2\varphi}{dt^2} + \frac{g}{l} \sin \varphi = 0 \quad (1)$$

При малых отклонениях от положения равновесия можно считать  $\sin \varphi \approx \varphi$ . В этом случае из (1) получаем для угла  $\varphi$  уравнение гармонических колебаний (уравнение гармонического осциллятора):

$$\frac{d^2\varphi}{dt^2} + \frac{g}{l} \varphi = 0 \quad (2)$$

Из школьного курса физики известно, что решение уравнения (2) имеет вид

$$\varphi = \varphi_0 \sin(\omega t + \alpha)$$

где  $\varphi_0$  - амплитуда колебаний,  $\alpha$  - начальная фаза,  $\omega = \sqrt{\frac{g}{l}}$  -

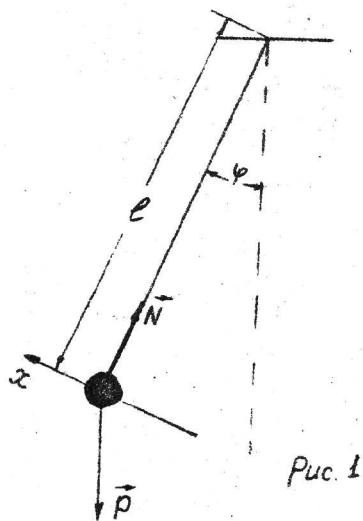


Рис. 1

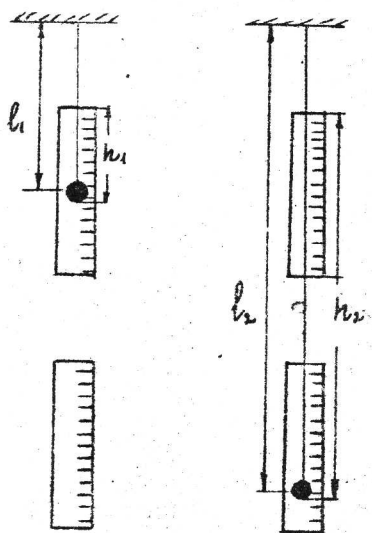


Рис. 2

частота колебаний. Поскольку период  $T$  и частота  $\omega$  связаны между собой известным соотношением  $T = \frac{2\pi}{\omega}$ , т.е.

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}} \quad (3)$$

формулу (3) можно использовать для определения ускорения свободного падения:

$$g = 4\pi^2 \frac{l}{T^2} \quad (4)$$

Действительно, измеряя длину нити  $l$  и период его колебаний  $T$ , можно на основании формулы (4) найти величину ускорения  $g$ .

Однако, точно измерить длину маятника сложно, так как приходится определять расстояние между точкой подвеса и центром тяжести шарика. Поэтому обычно поступают следующим образом: в точке (рис. 2) закрепляют нить, к которой подвешен шарик, и отмечают на верхней зеркальной шкале изображение наименьшей точки шарика. Зеркальная шкала помогает избежать ошибки на параллакс при определении деления шкалы  $h_1$ , совпадающего с этой наименьшей точкой шарика и ее зеркальным изображением. Назовем длину нити, соответствующую этому положению шарика  $l_1$ . Период колебаний маятника, который определяется с помощью секундомера, обозначим  $T_1$ .

Затем удлиняют нить до тех пор, пока шарик не опустится до нижней зеркальной шкалы. Делают отсчет  $h_2$  по нижней зеркальной шкале и снова при помощи секундомера определяют новый период  $T_2$  маятника для нового значения длины нити  $l_2$ . Если

$$T_1^2 = 4\pi^2 \frac{l_1}{g} \quad (4a)$$

$$T_2^2 = 4\pi^2 \frac{l_2}{g} \quad (46)$$

вычитая из (46) соотношение (4а), получим следующее выражение для ускорения  $g$  :

$$g = 4\pi^2 \frac{l_2 - l_1}{T_2^2 - T_1^2} \quad (5)$$

В формулу (5) входят не отдельно длины маятников  $l_2$  и  $l_1$ , разность этих длин, которая равна разности отсчетов  $h_2 - h_1$  по зеркальной шкале. Чтобы измерения были точнее, нужно брать как можно большую разность высот  $h_2 - h_1$ . Расстояние между концом верхней шкалы и началом нижней указано на приборе.

#### ЗАДАНИЕ

1. Определить, какую разность длин маятника нужно взять и сколько колебаний отсчитывать при определении периода, чтобы относительная погрешность  $\delta g$  была не больше 1%. При вычислении из формулы (5) погрешности необходимо знать величины  $T_2$  и  $T_1$ . Их можно измерить секундомером (при этих предварительных измерениях  $T_2$  и  $T_1$  не следует гнаться за большой точностью и достаточно взять десяток колебаний). Все измерения, указанные в пп. 2 и 3, проводите с учетом полученных ограничений для разности длин и числа колебаний (с ошибкой не больше 1%).

2. Поскольку формула (2) (а, следовательно, и (5)) справедлива лишь для малых амплитуд, установите, до каких амплитуд (т.е. значений максимального угла отклонения нити) период в пределах точности измерений не зависит от амплитуды.

3. Измерив периоды колебаний при разных длинах маятника,

определить ускорение  $g$ . Измерения проводите лишь для таких амплитуд, для которых, в соответствии с заданием 2, период не зависит от амплитуды (малые колебания).

### ВОПРОСЫ

1. При определении периода пускать в ход и останавливать секундомер можно: а) когда маятник имеет наибольшее отклонение; б) когда он проходит положение равновесия. В каком случае измерение точнее?

2.  $g$  можно определить, измерив время свободного падения и измерив период колебаний маятника. Какой метод даст результат точнее, если пользоваться одним секундомером в обоих случаях?

3. В каких точках земной поверхности  $g$  максимально, в каких минимально и почему?

4. Чему равно  $g$  в центре земли?

5. На какую высоту над землей нужно подняться, чтобы с помощью приборов, которыми вы пользовались, можно было заметить изменение  $g$ ?

Подп. к печ. 16.10.84 г. Форм. бум. 60х90 I/16. Бумага писчая.  
Печать офсетная. Усл. печ. 0,4 л. Уч. изд. 0,3 л. Заказ № 453.  
Тираж 300 экз. Бесплатно.

Лаборатория физ. техники ГИУ им. Н.А. Лобачевского,  
г. Горький, пр. Гагарина - 23.