



По определению,

$$\vec{v}_c = \frac{m\vec{v}_1 + m\vec{v}_2}{m+m} \tag{1}$$

После очень простых преобразований:

$$2m\vec{v}_c = \vec{p}_1 + \vec{p}_2 = const \tag{2}$$

При ударе сохраняется скорость центра масс, отсюда

$$\vec{p}_1 + \vec{p}_2 = \vec{p}_{1H} + \vec{p}_{2H} = 2m\vec{v}_c \tag{3}$$

Запишем ЗСЭ в виде $W = \frac{p^2}{2m}$:

$$\frac{p_1^2}{2m} + \frac{p_2^2}{2m} = \frac{p_{1\mathrm{H}}^2}{2m} + \frac{p_{2\mathrm{H}}^2}{2m} \tag{4}$$

Откуда

$$p_1^2 + p_2^2 = p_{1H}^2 + p_{2H}^2 \tag{5}$$

По теореме косинусов

$$4mv_c^2 = p_1^2 + p_2^2 - 2p_1p_2\cos\Theta_1 \tag{6}$$

И

$$4mv_c^2 = p_{1H}^2 + p_{2H}^2 - 2p_{1H}p_{2H}\cos\Theta_2 \tag{7}$$

Вычитая последние два уравнения, получим

$$p_1 p_2 \cos \Theta_1 = p_{1H} p_{2H} \cos \Theta_2 \tag{8}$$

Откуда получим окончательный ответ

$$\cos\Theta_2 = \cos\Theta_1 \frac{v_1 \cdot v_2}{v_{1H} \cdot v_{2H}} \tag{9}$$