



До отрыва груза от доски система доска-груз движется так, будто дело происходит в потенциальном поле единственной силы $\vec{F} = m\vec{a}_0$.

Тогда по теореме о изменении кинетической энергии можем найти скорость в момент отрыва v :

$$\begin{aligned} \frac{mv^2}{2} - \frac{0^2}{2} &= A_{\text{мех}} \\ A_{\text{мех}} &= \int_0^{\Delta} ma_0 \cdot dx \end{aligned} \quad \Rightarrow \quad \frac{mv^2}{2} = ma_0\Delta$$

Но движение этой же системы до отрыва можно описать вторым законом Ньютона:

$$\begin{aligned} m\vec{a}_0 &= \vec{f}_e + m\vec{g} \\ \text{х: } ma_0 &= mg - k\Delta \end{aligned} \quad \Rightarrow \quad \Delta = \frac{m}{k}(g - a_0)$$

Тогда по теореме о изменении кинетической энергии можем записать работу сил упругости:

$$\begin{aligned} \frac{0^2}{2} - \frac{mv^2}{2} &= \int_{\Delta}^{\delta} [mg - kx] \cdot dx \\ -\frac{mv^2}{2} &= mg(\delta - \Delta) + \frac{k\Delta^2}{2} - \frac{k\delta^2}{2} \\ -\frac{mv^2}{2} &= -ma_0\Delta = mg(\delta - \Delta) + \frac{k\Delta^2}{2} - \frac{k\delta^2}{2} \end{aligned}$$

$$\frac{k}{2}\delta^2 - mg\delta + \Delta(m(g - a_0) - \frac{k}{2}\Delta) = 0$$

И найти удлинение пружины δ :

$$\frac{k}{2}\delta^2 - mg\delta + \frac{m^2}{2k}(g - a_0)^2 = 0$$

$$a = \frac{k}{2}$$

$$b = -mg$$

$$c = \frac{m^2}{2k}(g - a_0)^2$$

$$D = b^2 - 4ac$$

$$\sqrt{D} = m\sqrt{2ga_0 - a_o^2}$$

$$\delta_1 = \frac{mg + m\sqrt{2ga_0 - a_o^2}}{k}$$

$$\delta_2 = \frac{mg - m\sqrt{2ga_0 - a_o^2}}{k}$$

Так как требуется найти δ_{max} , подходит корень δ_1 , $\delta_1 > \delta_2$.