



Положим скорость шарика перед ударом v , после удара u , угловую скорость пластинки после удара ω .

Момент инерции пластинки относительно оси y

$$I = \int_{(m)} r^2 dm = \iiint_S x^2 \rho_s dx dy = \rho_s \int_0^a x^2 dx \int_0^a dy = \frac{\rho_s a^4}{3} = \frac{m_0 a^2}{3} \quad (1)$$

Запишем ЗСЭ:

$$\frac{mv^2}{2} = \frac{I\omega^2}{2} + \frac{mu^2}{2} \quad (2)$$

Запишем ЗСМИ в проекции на ось x :

$$mv \cdot \frac{2}{3}a = I\omega_x + mu_x \cdot \frac{2}{3}a \quad (3)$$

Перепишем иначе

$$\begin{cases} v^2 - u_x^2 = \frac{I\omega^2}{m} \\ v - u_x = \frac{3I\omega_x}{2am} \end{cases} \quad (4)$$

Откуда

$$v_x + u = \frac{I\omega^2}{m} \cdot \frac{2am}{3I\omega_x} = \frac{2\omega_x a}{2} \Rightarrow u = \frac{2\omega_x a}{3} - v \quad (5)$$

Тогда

$$\frac{4}{3}mva = I\omega_x + \frac{4}{3}am \frac{\omega_x a}{3} \quad (6)$$

И

$$\omega_x \left[I + \frac{4}{9}ma^2 \right] = \frac{4}{3}mva \quad (7)$$

$$\omega_x = \frac{4}{3} \frac{mva}{I + \frac{4}{9}ma^2} = \frac{4}{3} \frac{mva}{\frac{m_0a^2}{3} + \frac{4}{9}ma^2} = \frac{v}{a} \cdot \frac{12m}{3m_0 + 4m} \quad (8)$$

$$u_x = \frac{2\omega_x a}{3} - v = v \cdot \frac{8m}{3m_0 + 4m} - v \cdot \frac{3m_0 + 4m}{3m_0 + 4m} = v \cdot \frac{8m - 3m_0 - 4m}{3m_0 + 4m} \quad (9)$$

$$u_x = v \cdot \frac{4m - 3m_0}{4m + 3m_0} \quad (10)$$