Введем ось x, сонаправленную с вектором начальной скорости. Запишем второй закон Ньютона:

$$m\vec{a} = -k\vec{v} \qquad \frac{dv_x}{dt} = -\frac{k}{m}v_x$$

$$\text{x: } ma_x = -kv_x \qquad -\frac{m}{k}\frac{dv_x}{v_x} = dt$$

Можем найти $v_x(t)$:

$$\int_0^t dt = -\frac{m}{k}\int_{v_0}^{v_x(t)}\frac{dv_x}{v_x} \qquad \frac{v_x(t)}{v_0} = e^{-\frac{k}{m}t}$$

$$t = -\frac{m}{k}\ln\left(\frac{v_x(t)}{v_0}\right) \qquad v_x(t) = v_0e^{-\frac{k}{m}t}$$

Заметим, что скорость равна нулю при $t \to \infty$. Проинтегрировав еще раз, найдем $S(t)$, учитывая, что $v(t)$ всегда неотрицательна:

$$\int_0^{x(t)} dx = \int_0^t v_0e^{-\frac{k}{m}t}dt$$

$$S = x(t) = v_0\frac{m}{k}[1 - e^{-\frac{k}{m}t}]$$

Можем выразить функцию времени через функцию пути:

$$e^{-\frac{k}{m}t} = 1 - \frac{kS}{v_0m}$$

$$v_x(S) = v_0e^{-\frac{k}{m}t} = v_0 - \frac{kS}{m}$$

Тогда можем найти полный путь до остановки, т.к. в момент остановки $v = 0$:

$$v_x(S) = 0$$

$$\frac{kS}{m} = v_0$$

$$S = \frac{mv_0}{k}$$