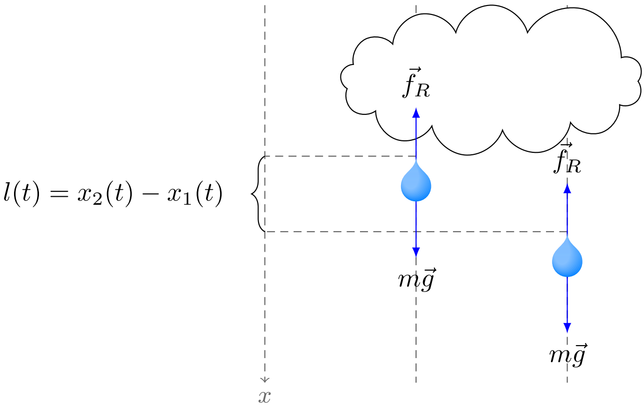


**Движение без сопротивления.** Запишем второй закон Ньютона и последовательным интегрированием найдем зависимость координат шариков от времени, и соответственно, и $l(t)$:

$$ma_1 = mg \qquad ma_2 = mg$$

$$m\,dv_1 = mg\,dt \qquad m\,dv_2 = mg\,dt$$

$$\int_0^{v_1(t)} dv_1 = \int_0^{t-\tau} g\,dt \qquad \int_0^{v_2(t)} dv_2 = \int_0^{t} g\,dt$$

$$v_1(t) = g(t-\tau) \qquad v_2(t) = gt$$

$$\int_0^{x_1(t)} dx_1 = \int_0^{t-\tau} gt\,dt \qquad \int_0^{x_2(t)} dx_2 = \int_0^{t} gt\,dt$$

$$x_1(t) = g\frac{(t-\tau)^2}{2} \qquad x_2(t) = \frac{gt^2}{2}$$

$$l(t) = g\frac{(t-\tau)^2}{2} - \frac{gt^2}{2} = \frac{g}{2}(2\tau t + t^2) = gt(\tau + \frac{t}{2})$$

**Движение с сопротивлением.**

$$m\vec{a} = m\vec{g} - k\vec{v} \qquad \frac{dv_x}{dt} = g - \frac{k}{m}v_x$$

$$\text{x: } ma_x = mg - kv_x \qquad \frac{dv_x}{g - \frac{k}{m}v_x} = dt$$

Сделаем замену переменной $c = g - \frac{k}{m}v_x$ под интегралом, соотвественно новые пределы будут $c[v_x = 0] = g$ и $c[v_x = v_x(t)] = g - \frac{k}{m}v_x(t)$, а дифференциал

$dv_x = -\frac{m}{k}dc$. Тогда можем найти $v_x(t)$:

$$\int_0^t dt = -\frac{m}{k}\int_g^{g-\frac{k}{m}v_x(t)} \frac{dc}{c} \qquad\qquad 1 - \frac{kv_x(t)}{mg} = e^{-\frac{k}{m}t}$$

$$t = -\frac{m}{k}\ln{(1-\frac{kv_x(t)}{mg})} \qquad\qquad v_x(t) = \frac{mg}{k}(1-e^{-\frac{k}{m}t})$$

Проинтегрировав еще раз, найдем $x(t)$:

$$\int_0^{x(t)} dx = \int_0^t \frac{mg}{k}(1-e^{-\frac{k}{m}t})dt$$
$$x(t) = \frac{mg}{k}(t + \frac{m}{k}[e^{-\frac{k}{m}t} - 1])$$

Тогда, зная, что движения шариков подобны и отличаются только временем начала движения, найдем $l(t)$:

$$l(t) = x(t+\tau) - x(t) = \frac{mg}{k}(\tau + \frac{m}{k}[e^{-\frac{k}{m}t} - 1] - \frac{m}{k}[e^{-\frac{k}{m}t}\cdot e^{-\frac{k}{m}\tau} - 1]) =$$
$$= \frac{mg}{k}(\tau + \frac{m}{k}e^{-\frac{k}{m}t} - \frac{m}{k} - \frac{m}{k}e^{-\frac{k}{m}t}\cdot e^{-\frac{k}{m}\tau} + \frac{m}{k}) =$$
$$= \frac{mg}{k}(\tau + \frac{m}{k}e^{-\frac{k}{m}t}[1 - e^{-\frac{k}{m}\tau}])$$