



Обозначим скорость шарика перед ударом  $v$  (после удара 0), угловую скорость стержня после удара  $\omega$ , скорость центра масс стержня  $u$ .

Момент стержня относительно  $O$  считаем известным:

$$I_o = \frac{Ml^2}{12} \quad (1)$$

Запишем ЗСЭ, а также ЗСИ и ЗСМИ (относительно  $O$ ) в проекции на ось  $z$  (через точку  $O$  на нас):

$$\begin{cases} mv^2 = Mu^2 + I\omega^2 \\ mv = Mu_x \\ mvx = I\omega_z \end{cases} \quad (2)$$

Откуда

$$\omega_z = \frac{mvx}{I} \quad (3)$$

$$u_x = \frac{mv}{M} \quad (4)$$

Подставим в формулу ЗСЭ:

$$mv^2 = M \frac{m^2 v^2}{M^2} + I \frac{m^2 v^2 x^2}{I^2} \Rightarrow 1 = \frac{m}{M} + \frac{mx^2}{I} \quad (5)$$

Откуда после подстановки момента инерции

$$x = l \sqrt{\frac{1}{12} \left( \frac{M}{m} - 1 \right)} \quad (6)$$

Отсюда следует, что  $M \geq m$ . Логично, что  $x \leq \frac{l}{2}$ . Тогда

$$\frac{1}{12} \left( \frac{M}{m} - 1 \right) \leq \frac{1}{4} \Rightarrow M \leq 4m \quad (7)$$

Т.е.

$$m \leq M \leq 4m \quad (8)$$