

Запишем второй закон Ньютона для участка стержня (в проекции на x):

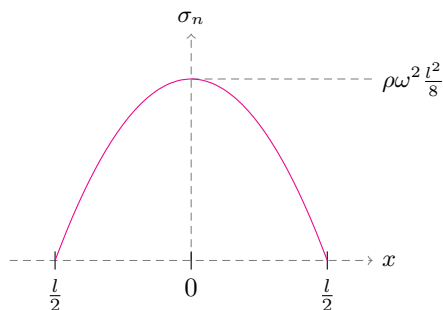
$$a_x = 0 \Rightarrow a(x) = a_\tau(x) = \omega^2 x$$

$$dm \cdot a_n = F(x + dx) - F(x) = dF$$

$$dF = dm \omega^2 x = S \rho \omega^2 x dx$$

$$F = S \rho \omega^2 \int_x^{\frac{l}{2}} x dx = S \rho \omega^2 \left(\frac{l^2}{8} - \frac{x^2}{2} \right)$$

Очевидно, что F максимальна в точке $x = 0$.



$$\sigma_n = \frac{F}{S} = \rho \omega^2 \left(\frac{l^2}{8} - \frac{x^2}{2} \right)$$

Тогда нормальное напряжение максимально тоже в точке $x = 0$:

$$\sigma_{max} = \rho \omega^2 \frac{l^2}{8}$$

И отсюда

$$\nu = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{1}{2\pi} \cdot \sqrt{\frac{8\sigma_{max}}{\rho l^2}} = \frac{1}{l\pi} \cdot \sqrt{\frac{2\sigma_{max}}{\rho}}$$

Рис. 1. Зависимость $\sigma_n(x)$