



Запишем уравнение Бернулли для для линии тока в точках A (нижняя точка сосуда у отверстия) и B (под отверстием):

$$p_a + \frac{\rho v^2}{2} + \rho gh = p_a + \frac{\rho v_2^2}{2} \quad (1)$$

Скорость v_2 легко найдется из равенства расходов жидкости в сечении S и в сечении σ :

$$Sv = \sigma v_2 \Rightarrow v_2 = v \frac{S}{\sigma} \quad (2)$$

Тогда можно формулу (1) переписать в следующем виде:

$$2gh = v^2 \left[\frac{S^2}{\sigma^2} - 1 \right] \quad (3)$$

С другой стороны, $v_h = -\frac{dh}{dt}$. Тогда

$$-\frac{dh}{dt} = \sqrt{\frac{2gh}{\frac{S^2}{\sigma^2} - 1}} \quad (4)$$

Проинтегрируем, расставив пределы:

$$-\int_H^h(t) \frac{dh}{\sqrt{h}} = \int_0^t \sqrt{\frac{2g}{\frac{S^2}{\sigma^2} - 1}} \quad (5)$$

$$2 \left(\sqrt{H} - \sqrt{h} \right) = t \sqrt{\frac{2g}{\frac{S^2}{\sigma^2} - 1}} \quad (6)$$

$$t = 2 \left(\sqrt{H} - \sqrt{h} \right) \sqrt{\frac{\frac{S^2}{\sigma^2} - 1}{2g}} \quad (7)$$

Вынесем $\frac{S^2}{\sigma^2}$ за знак корня:

$$t = 2 \left(\sqrt{H} - \sqrt{h} \right) \frac{S}{\sigma} \sqrt{\frac{1 - \frac{\sigma^2}{S^2}}{2g}} \quad (8)$$

Ввиду малости σ второго порядка положим $\frac{\sigma^2}{S^2} \approx 0$, тогда

$$t = \left(\sqrt{H} - \sqrt{h} \right) \frac{S}{\sigma} \sqrt{\frac{2}{g}} \quad (9)$$

Полное время вытекания будет при $h = 0$:

$$T = t(h = 0) = \frac{S}{\sigma} \sqrt{\frac{2}{g}} \quad (10)$$