



Запишем второй закон Ньютона в проекции на оси  $x$  и  $y$ :

$$N_2 - mg + f_1 = 0 \quad (1)$$

$$f_2 - N_1 = 0 \quad (2)$$

Т.к.  $f_1 = kN_1$ , а  $f_2 = kN_2$ , то решая эти два уравнения, найдём

$$N_1 = \frac{kmg}{k^2 + 1}, \quad N_2 = \frac{mg}{k^2 + 1} \quad (3)$$

$$\vec{M} = \vec{M}_1 + \vec{M}_2 = [\vec{R}_1, \vec{f}_1] + [\vec{R}_2, \vec{f}_2] \quad (4)$$

$$M_z = -Rf_1 + (-Rf_2) = -R(f_1 + f_2) \quad (5)$$

Тогда можем записать уравнение моментов (ось  $z$  – от нас):

$$I\gamma_z = -kmgR \left( \frac{1}{k^2 + 1} + \frac{k}{k^2 + 1} \right) \quad (6)$$

Так как момент инерции нам известен ( $I = \frac{mR^2}{2}$ ) то

$$\gamma_z = -\frac{2kg}{R} \left( \frac{1}{k^2 + 1} + \frac{k}{k^2 + 1} \right) \quad (7)$$

Интегрируя, найдем

$$\int_{\omega_0}^{\omega_z(t)} d\omega_z = \int_0^t \gamma_z dt \quad (8)$$

$$\omega_z(t) = \omega_0 + \gamma_z \cdot t \quad (9)$$

Отсюда условие остановки:

$$\omega_z(t_{stop}) = 0 \quad (10)$$

$$t_{stop} = \frac{\omega_0}{\gamma_z} \quad (11)$$

Так как

$$\omega_z(t) = \frac{d\phi}{dt} \quad (12)$$

$$\int_0^{\phi(t)} d\phi = \int_0^t \omega_z(t) dt \quad (13)$$

После второго интегрирования получим

$$\phi(t) = \omega_0 \cdot t + \gamma_z \cdot \frac{t^2}{2} \quad (14)$$

Тогда количество оборотов выразится как

$$n = \frac{|\phi(t = t_{stop})|}{2\pi} \quad (15)$$

$$n = \frac{\omega_0}{2\pi} \cdot \frac{\omega_0}{\gamma} - \gamma \cdot \frac{\omega_0^2}{4\pi\gamma^2} = \frac{\omega_0^2}{4\pi\gamma} \quad (16)$$

$$n = \frac{\omega_0^2}{4\pi \cdot \frac{2kg}{R} \left( \frac{1}{k^2+1} + \frac{k}{k^2+1} \right)} \quad (17)$$

$$n = \frac{\omega_0^2 R (k^2 + 1)}{8\pi kg (1 + k)} \quad (18)$$