



Найдем момент инерции тонкого диска относительно оси, проходящей через его диаметр, разбиением на вертикальные прямоугольники.

Момент инерции прямоугольника шириной dx , высотой y :

$$dI = \rho dx \int_0^y y^2 dy = \rho dx \cdot \frac{y^3}{3} \quad (1)$$

Высота такого прямоугольника зависит от x :

$$y = \sqrt{R^2 - x^2} \quad (2)$$

Найдем момент инерции диска:

$$I_d = \rho \frac{4}{3} \int_0^R (R^2 - x^2)^{\frac{3}{2}} dx = \rho \frac{\pi R^4}{4} = \frac{m R^2}{4} \quad (3)$$

Момент относительно оси, параллельной данной и проходящей через точку подвеса, выразим через теорему Гюйгенса-Штейнера:

$$I_o = \frac{m R^2}{4} + m R^2 = \frac{5}{4} m R^2 \quad (4)$$

Тогда найдем период колебаний физического маятника

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{I_o}{mgR}} = 2\pi \sqrt{\frac{5}{4} \frac{m R^2}{mgR}} = \pi \sqrt{\frac{5}{2} \frac{l}{g}} \quad (5)$$