



Найдем верт. составляющую скорости шарика и его смещение относительно начала координат в момент первого падения:

$$\begin{aligned}
 v_y &= -gt \\
 y &= h - \frac{gt^2}{2} \\
 h &= \frac{gt_0^2}{2} \\
 t_0 &= \sqrt{\frac{2h}{g}} \\
 \Delta x_0 &= vt_0
 \end{aligned}$$

Скорость (по модулю) в момент его падения:

$$v_{y_0} = gt_0$$

Скорость в момент его первого подъема:

$$v_{y_1} = \alpha gt_0$$

Так как верт. составляющая скорости шарика в верхней точке нулевая, найдем время подъема (время периода вдвое больше):

$$\begin{aligned}
 v(t) &= v_{y_1} - gt_p \\
 t_1 &= 2t_p = 2\alpha t_0
 \end{aligned}$$

Так как горизонтальная скорость постоянна, найдем смещение шарика за один период:

$$\Delta x_1 = vt_1 = 2\alpha vt_0$$

Аналогично далее:

$$\Delta x_n = 2\alpha^n vt_0$$

Так как все смещения положительны, найдем расстояние на оси  $x$  от места броска как сумму всех смещений:

$$\begin{aligned}x &= \Delta x_0 + \Delta x_1 + \Delta x_2 + \dots + \Delta x_n \\x &= vt_0 + 2\alpha vt_0 + 2\alpha^2 vt_0 + \dots + 2\alpha^n vt_0 \\x &= vt_0 + 2vt_0(\alpha + \alpha^2 + \dots + \alpha^n)\end{aligned}$$

Воспользуемся свойством бесконечной геометрической прогрессии, учитывая, что её знаменатель  $\alpha < 1$ :

$$x = vt_0(1 + 2\frac{1}{1-\alpha}) = vt_0(\frac{1-\alpha}{1-\alpha} + \frac{2}{1-\alpha}) = vt_0\frac{1+\alpha}{1-\alpha} = v\sqrt{\frac{2h}{g}} \cdot \frac{1+\alpha}{1-\alpha}$$