



Введем ось x , сонаправленную с вектором начальной скорости. Запишем второй закон Ньютона:

$$m\vec{a} = -kv^2 \frac{\vec{v}}{v}$$

$$\text{х: } ma_x = -kv_x^2 \quad \frac{dv_x}{dt} = -\frac{k}{m}v_x^2$$

$$-\frac{m}{k} \frac{dv_x}{v_x^2} = dt$$

Можем найти $v_x(t)$ и $x(t)$:

$$t = \frac{m}{k} \frac{1}{v_x} \Big|_{v_0}^{v_x} = \frac{m}{k} \left(\frac{1}{v_x} - \frac{1}{v_0} \right)$$

$$\frac{m}{kv_x} = t + \frac{m}{kv_0}$$

$$\frac{1}{v_x} = \frac{k}{m}t + \frac{1}{v_0}$$

$$v_x = \frac{v_0}{\frac{kv_0}{m}t + 1}$$

$$\int_0^h dx = \int_0^t \left[\frac{v_0}{\frac{kv_0}{m}t + 1} \right] dt$$

$$\int_0^h dx = \frac{m}{k} \int_0^t \left[\frac{d[\frac{kv_0}{m}t + 1]}{\frac{kv_0}{m}t + 1} \right]$$

$$h = \frac{m}{k} \ln\left(\frac{kv_0}{m}t + 1\right) = \frac{m}{k} \ln \frac{v_0}{v}$$

$$\frac{m}{k} = h / \ln \frac{v_0}{v}$$

Заметим, что время можно выразить через найденные $\frac{m}{k}$ и v_x , v_0 :

$$t = \frac{m}{k} \left(\frac{1}{v_x} - \frac{1}{v_0} \right) = \frac{m}{k} \frac{v_0 - v_x}{v_0 v_x}$$

$$t = \frac{h \cdot (v_0 - v_x)}{\ln \frac{v_0}{v_x} \cdot v_0 \cdot v_x}$$