



Введем ось x , сонаправленную с вектором начальной скорости. Запишем второй закон Ньютона:

$$\begin{aligned} m\vec{a} &= -kv^2 \frac{\vec{v}}{v} \\ \text{х: } ma &= -kv^2 \end{aligned} \quad \begin{aligned} \frac{dv}{dt} &= -\frac{k}{m}v^2 \\ -\frac{m}{k} \frac{dv}{v^2} &= dt \end{aligned}$$

Можем найти $v(t)$ и $x(t)$:

$$\begin{aligned} \int_0^t dt &= -\frac{m}{k} \int_{v_0}^v \frac{dv}{v^2} \\ t = \frac{m}{k} \frac{1}{v} \Big|_{v_0}^v &= \frac{m}{k} \left(\frac{1}{v} - \frac{1}{v_0} \right) \\ \frac{m}{kv} &= t + \frac{m}{kv_0} \\ \frac{1}{v} &= \frac{k}{m}t + \frac{1}{v_0} \\ v &= \frac{v_0}{\frac{kv_0}{m}t + 1} \end{aligned} \quad \begin{aligned} \int_0^h dx &= \int_0^t \left[\frac{v_0}{\frac{kv_0}{m}t + 1} \right] dt \\ \int_0^h dx &= \frac{m}{k} \int_0^t \left[\frac{d[\frac{kv_0}{m}t + 1]}{\frac{kv_0}{m}t + 1} \right] \\ h &= \frac{m}{k} \ln\left(\frac{kv_0}{m}t + 1\right) = \frac{m}{k} \ln \frac{v_0}{v} \\ \frac{m}{k} &= h / \ln \frac{v_0}{v} \end{aligned}$$

Заметим, что время можно выразить через найденные $\frac{m}{k}$ и v , v_0 :

$$\begin{aligned} t &= \frac{m}{k} \left(\frac{1}{v} - \frac{1}{v_0} \right) = \frac{m}{k} \frac{v_0 - v}{v_0 v} \\ t &= \frac{h \cdot (v_0 - v)}{\ln \frac{v_0}{v} \cdot v_0 \cdot v} \end{aligned}$$