



Масса всего конуса

$$m = \frac{1}{3} \pi R^2 \cdot h \cdot \rho \quad (1)$$

Отсюда

$$h = \frac{3m}{\rho \pi R^2} \quad (2)$$

Зависимость радиуса сечения конуса от высоты:

$$r(x) = x \cdot \frac{R}{h} \quad (3)$$

Момент инерции диска, «вырезанного» из конуса:

$$dI = dm \cdot \frac{r^2}{2} \quad (4)$$

Но масса диска

$$dm = \rho \cdot \pi r^2 \cdot dx \quad (5)$$

Отсюда

$$I = \int dI = \rho \pi \frac{1}{2} \int_0^h r^4 \cdot dx = \rho \pi \frac{R^4}{2h^4} \int_0^h x^4 \cdot dx = \rho \pi \frac{R^4}{2h^4} \cdot \frac{h^5}{5} = \quad (6)$$

$$= \rho \pi \frac{R^4}{10} \cdot h = \rho \pi \frac{R^4}{10} \cdot \frac{3m}{\rho \pi R^2} = \frac{3}{10} m R^2 \quad (7)$$