

Перейдем в ИСО, связанную со свободным концом пружины. Запишем второй закон Ньютона:

$$\begin{split} m\vec{a} &= \vec{f_e} & \omega^2 = \frac{k}{m} \\ \text{x: } ma' &= -kx' & \Rightarrow & x' = A \cdot \cos{(\omega t + \phi_0)} \\ \ddot{x}' + \frac{k}{m}x' &= 0 & v' = -\omega A \sin{(\omega t + \phi_0)} \end{split}$$

Начальные условия x(t=0) = 0, $v'(t=0) = -v_0$:

$$\begin{cases} 0 = A \cdot \cos \phi_0 \\ v_0 = \omega A \sin \phi_0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \phi_0 = \frac{\pi}{2} \\ A = \frac{v_0}{\omega} \end{cases}$$

Условие остановки v=0. Перейдем в лабораторную ИСО. Согласно преобразованием Галлилея, $v=v_0+v'$. Тогда условие остановки будет $v(t_{stop})=0$ и отсюда $v'(t_{stop})=-v_0$, а чтобы брусок после остановки не возобновил движение, нулевым должно быть также и его ускорение:

$$\begin{cases} v_0 \cos \omega t_{stop} = -v_0 \\ \omega v_0 \sin \omega t_{stop} = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \cos \omega t_{stop} = 1 \\ \sin \omega t_{stop} = 0 \end{cases} \Rightarrow t_{stop} = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}$$