

При скольжении сила трения скольжения постоянна:

$$f_x = -kN = -kmg \tag{1}$$

Запишем второй закон Ньютона в проекции на ось x:

$$ma_x = -kmg (2)$$

$$\int_{v_0}^{v(t)} dv = -\int_0^t kg \, dt \tag{3}$$

$$v(t) = v_0 - kg \cdot t \tag{4}$$

Запишем уравнение моментов в проекции на ось z:

$$I\gamma_z = kmg \cdot R \tag{5}$$

$$\int_{0}^{\omega_{z}(t)} dv = \int_{0}^{t} \frac{kmgR}{I} dt$$
 (6)

$$\omega_z(t) = \frac{kmgR}{I} \cdot t = \frac{2kg}{R} \cdot t \tag{7}$$

Из условия непроскальзывания найдем момент окончания такового:

$$v(t^*) = \omega(t^*) \cdot R \tag{8}$$

$$v_0 - kg \cdot t^* = 2kg \cdot t^* \tag{9}$$

$$t^* = \frac{v_0}{3kg} \tag{10}$$

$$v = v(t^*) = \frac{2}{3}v_0 \tag{11}$$

Сила трения - диссипативная, и количество теплоты, выделяющееся при её действии, равно по модулю её работе.

Тогда

$$Q = |A_f| = |\Delta W_k| = \frac{mv_0^2}{2} - \left(\frac{mv^2}{2} + \frac{I\omega^2}{2}\right)$$
 (12)

$$Q = \frac{mv_0^2}{2} - \left(\frac{mv^2}{2} + \frac{Iv^2}{2R^2}\right) = \tag{13}$$

$$=\frac{mv_0^2}{2} - \frac{mv_0^2}{2} \cdot \frac{4}{9} - \frac{mR^2}{2} \frac{v_0^2}{2R^2} \frac{4}{9} = \frac{mv_0^2}{6}$$
 (14)

А отношение теплоты к начальной энергии

$$\eta = \frac{Q}{W_0} = \frac{mv_0^2}{6} \cdot \frac{2}{mv_0^2} = \frac{1}{3} \tag{15}$$