



Введем ось  $x$ , сонаправленную с вектором начальной скорости. Запишем второй закон Ньютона:

$$\begin{aligned} m\vec{a} &= -k\vec{v} \\ \text{х: } ma &= -kv \end{aligned} \qquad \begin{aligned} \frac{dv}{dt} &= -\frac{k}{m}v \\ -\frac{m}{k} \frac{dv}{v} &= dt \end{aligned}$$

Можем найти  $v(t)$ :

$$\begin{aligned} \int_0^t dt &= -\frac{m}{k} \int_{v_0}^{v(t)} \frac{dv}{v} & \frac{v(t)}{v_0} &= e^{-\frac{k}{m}t} \\ t &= -\frac{m}{k} \ln\left(\frac{v(t)}{v_0}\right) & v(t) &= v_0 e^{-\frac{k}{m}t} \end{aligned}$$

Заметим, что скорость равна нулю при  $t \rightarrow \infty$ . Проинтегрировав еще раз, найдем  $S(t)$ , учитывая, что  $v(t)$  всегда неотрицательна:

$$\begin{aligned} \int_0^{x(t)} dx &= \int_0^t v_0 e^{-\frac{k}{m}t} dt \\ S = x(t) &= v_0 \frac{m}{k} [1 - e^{-\frac{k}{m}t}] \end{aligned}$$

Можем выразить функцию времени через функцию пути:

$$\begin{aligned} e^{-\frac{k}{m}t} &= 1 - \frac{kS}{v_0 m} \\ v(S) &= v_0 e^{-\frac{k}{m}t} = v_0 - \frac{kS}{m} \end{aligned}$$

Тогда можем найти полный путь до остановки, т.к. в момент остановки  $v = 0$ :

$$\begin{aligned} v(S) &= 0 \\ \frac{kS}{m} &= v_0 \\ S &= \frac{mv_0}{k} \end{aligned}$$