



$$I\vec{\gamma} = \vec{M} \quad (1)$$

Т.к. начальной угловой скорости (поворота стержня) нет, то при $\gamma = 0$ стержень будет покоится относительно вращающегося подвеса.

Запишем суммарный момент для участка стержня длиной dx , массой $dm = \rho dx$:

$$\vec{M} = \int_{(m)} [\vec{r}, dm\vec{g}] + [\vec{r}, dm\omega^2 \vec{r}_\perp] = 0 \quad (2)$$

В проекции на ось z (от нас через O):

$$dm \cdot g \cdot \sin \alpha \cdot x = dm \cdot \omega^2 \cdot x^2 \cdot \sin \alpha \cos \alpha \quad (3)$$

Проинтегрируем с учетом $dm = dx \cdot \rho$:

$$g \sin \alpha \int_0^L x dx = \omega^2 \sin \alpha \cos \alpha \int_0^L x^2 dx \quad (4)$$

Отсюда

$$g \frac{L^2}{2} = \omega^2 \cos \alpha \frac{L^3}{3} \Rightarrow \cos \alpha = \frac{3g}{2\omega^2 L} \quad (5)$$