



Выберем ось x , сонаправленную с силой \vec{F} . Запишем в проекции на неё второй закон Ньютона:

$$\begin{aligned}
 m\vec{a} &= \vec{F} + \vec{f}_e & \omega^2 &= \frac{k}{m} \\
 \text{х: } ma &= F - kx & \Rightarrow & x = A \cdot \cos(\omega t + \phi_0) + \frac{F}{k} \\
 \ddot{x} + \frac{k}{m}x &= \frac{F}{m} & \dot{x} &= -\omega A \sin(\omega t + \phi_0)
 \end{aligned}$$

Начальные условия $x(t=0) = 0$, $\dot{x}(t=0) = 0$:

$$\begin{cases} 0 = A \cdot \cos \phi_0 + \frac{F}{k} \\ 0 = -\omega A \sin \phi_0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \phi_0 = \pi \\ A = \frac{F}{k} \end{cases}$$

Условие остановки $v(t = t_{stop}) = 0$:

$$\begin{aligned}
 \dot{x} = 0 &= -\omega \frac{F}{k} \sin(\omega t + \phi_0) = \omega \frac{F}{k} \sin \omega t \\
 x &= \frac{F}{k} [1 - \cos \omega t]
 \end{aligned}$$

Тогда решением этих уравнений будет

$$\begin{aligned}
 t_{stop} &= \frac{\pi}{\omega} = \pi \sqrt{\frac{m}{k}} \\
 S &= x(t = t_{stop}) = \frac{2F}{k}
 \end{aligned}$$