

Найдем энергию конденсатора при ключе в положении 1, когда \mathscr{E}_1 и \mathscr{E}_2 включены последовательно.

$$W_1 = \frac{CU^2}{2} = \frac{C(\mathcal{E}_2 - \mathcal{E}_1)^2}{2} \tag{1}$$

$$q_1 = q_2 = q = C\mathscr{E} \tag{2}$$

После переключения в положение 2 разность потенциалов на обкладках конденсатора равна \mathscr{E}_1

$$W_2 = \frac{C\mathscr{E}_1^2}{2} \tag{3}$$

Тогда

$$W_2 - W_1 = \frac{C\mathcal{E}_1^2}{2} - \frac{C(\mathcal{E}_2 - \mathcal{E}_1)^2}{2} = \mathcal{E}_2\mathcal{E}_1 - \frac{C\mathcal{E}_2^2}{2}$$
 (4)

Также нужно учесть работу источника. При переключении ключа через источник протечет заряд q':

$$q' = q_2 - q_1 = C\mathcal{E}_1 - (C\mathcal{E}_1 - C\mathcal{E}_2) = C\mathcal{E}_2$$

$$\tag{5}$$

$$A = \mathcal{E}_1 q' = C \mathcal{E}_2 \mathcal{E}_1 \tag{6}$$

Работа пойдет на выделение тепла и изменение энергии системы:

$$A = (W_2 - W_1) + Q (7)$$

Отсюда

$$Q = A - (W_2 - W_1) = \frac{C\mathcal{E}_2^2}{2} \tag{8}$$