



Линейная плотность заряда на стержне

$$\lambda = \frac{q}{2a} \Rightarrow dq = \lambda dx \quad (1)$$

Напряженность элементарного (точечного) заряда dq

$$dE = \frac{k \cdot \lambda dx}{R^2} \quad (2)$$

Причем R - функция (полагаем, что $r > a$):

$$R = R(x) = (2a - x) + (r - a) = a + r - x \quad (3)$$

где r – расстояние от середины стержня до точки наблюдения, R – расстояние от произвольного элемента стержня с координатой $x \in [0, 2a]$ до точки наблюдения.

Тогда полная напряженность в точке наблюдения

$$E = \int_0^{2a} k \frac{\lambda dx}{(a + r - x)^2} = k\lambda \int_0^{2a} \frac{-d(a + r - x)}{(a + r - x)^2} = k\lambda \frac{1}{a + r - x} \Big|_0^{2a} = \quad (4)$$

$$= k\lambda \frac{1}{r - a} - k\lambda \frac{1}{r + a} = k\lambda \frac{(r + a) - (r - a)}{r^2 - a^2} = k\lambda \frac{2a}{r^2 - a^2} \quad (5)$$

Так как $2a\lambda = q$, то

$$E = k \frac{q}{r^2 - a^2} \quad (6)$$

При $r \gg a$

$$E = k \frac{q}{r^2} \quad (7)$$