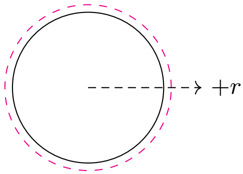

Найдем поле по принципу суперпозиции. Будем считать известным поле шара:

$$E_s(r) = k\frac{Q}{r^2} \tag{1}$$

где Q – искомый заряд шара. Запишем теорему Остроградского-Гаусса для сферической поверхности с радиусом $r > R$ (на границе сферического слоя толщиной $r - R$):

$$\oiint\limits_{(S)} \vec{E}d\vec{S} = k \cdot 4\pi q_{in} \tag{2}$$

где

$$q_{in} = \iiint\limits_{(V)} \rho dV = \int\limits_R^r \frac{\alpha}{r} 4\pi r^2 dr = 4\pi\alpha \int\limits_R^r r dr = 4\pi\alpha \frac{r^2}{2}\bigg|_R^r = 2\pi\alpha\left[r^2 - R^2\right] \tag{3}$$

С другой стороны,

$$\oiint\limits_{(S)} \vec{E}d\vec{S} \overset{\vec{E}\parallel\vec{n}}{=} \oiint\limits_{(S)} E_r dS \overset{E(r)=const}{=} E\oiint\limits_{(S)} dS = ES = E\cdot 4\pi r^2 \tag{4}$$

Из формул (2), (3), (4) следует

$$E(r) = k\frac{2\pi\alpha\left[r^2 - R^2\right]}{r^2} = k\cdot 2\pi\alpha - k\cdot 2\pi\alpha\frac{R^2}{r^2} \tag{5}$$

Тогда полная напряженность в точке наблюдения будет

$$E_\Sigma = E_s + E = k\frac{Q}{r^2} + k\cdot 2\pi\alpha - k\cdot 2\pi\alpha\frac{R^2}{r^2} \tag{6}$$

Тогда искомый заряд

$$Q = 2\pi\alpha R^2 \tag{7}$$

А постоянная напряженность

$$E_{const} = k\cdot 2\pi\alpha \tag{8}$$