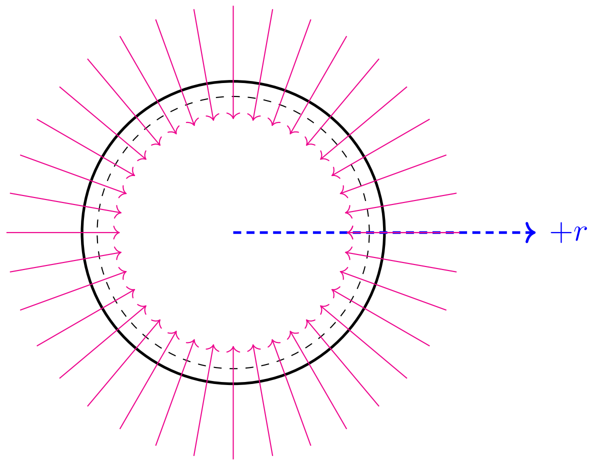

Пусть дано распределение потенциала

$$\phi(r) = ar^2 + b \tag{1}$$

Тогда

$$E(r) = -\frac{\partial \phi}{\partial r} = -2ar \tag{2}$$

С одной стороны,

$$\underset{(S)}{\oiint} \vec{E}\, d\vec{S} = k \cdot 4\pi q_{in} = k \cdot 4\pi \underset{(V)}{\iiint} \rho dV = k \cdot 4\pi \int\limits_{(r)} \rho(r) \cdot 4\pi r^2\, dr = \tag{3}$$

$$= k \cdot 16\pi^2 \int\limits_{(r)} \rho(r) r^2\, dr \tag{4}$$

Если расписывать сам интеграл (3):

$$\underset{(S)}{\oiint} \vec{E}\, d\vec{S} = -2ar \cdot 4\pi r^2 \tag{5}$$

Тогда

$$-2ar \cdot 4\pi r^2 = k \cdot 16\pi^2 \int\limits_{(r)} \rho(r) r^2\, dr \quad \Big| \frac{d}{dr} \tag{6}$$

$$-6ar^2 = k \cdot 4\pi \rho(r) r^2 \tag{7}$$

Откуда окончательно

$$\rho = -\frac{3a}{2k\pi} \tag{8}$$