



Разобьем диск на тонкие кольца шириной dh , радиусом h .

Такие кольца разобьем на площадки длиной dl , с зарядом $dq = \sigma \cdot dl \cdot dh$. Тогда найдем потенциал по принципу суперпозиции, считая, что для точечного заряда $\phi(r \rightarrow \infty) = 0$ и его потенциал $\phi = k \cdot dq/r$:

$$\phi(x) = \int_0^R \int_0^{2\pi h} k\sigma \frac{dh \cdot dl}{\sqrt{x^2 + h^2}} = k\sigma 2\pi \int_0^R \frac{h dh}{\sqrt{x^2 + h^2}} = \quad (1)$$

$$= k\sigma \pi \int_0^R \frac{d[x^2 + h^2]}{\sqrt{x^2 + h^2}} = 2k\sigma \pi (x^2 + h^2)^{1/2} \Big|_0^R = 2k\sigma \pi \left[\sqrt{x^2 + R^2} - |x| \right] \quad (2)$$

Зная распределение потенциала вдоль оси, можем найти E_x :

$$E_x(x) = -\nabla \phi(x) = -\frac{\partial}{\partial x} 2k\sigma \pi \left[\sqrt{x^2 + R^2} - |x| \right] = \quad (3)$$

$$= 2k\sigma \pi \left[\text{sign}(x) - \frac{x}{\sqrt{x^2 + R^2}} \right] \quad (4)$$