

Рассмотрим напряженность в центре кольца.

$$d\vec{E} = dE_x \cdot \vec{i} + dE_y \cdot \vec{j} \quad (1)$$

Напряженность элементарного (точечного) заряда dq

$$dE = \frac{k \cdot dq(\phi)}{R^2} \quad (2)$$

Запишем дифференциал напряженности в проекциях:

$$dE_x = \frac{k \cdot dq(\phi)}{R^2} \cos \phi \quad (3)$$

$$dE_y = \frac{k \cdot dq(\phi)}{R^2} \sin \phi \quad (4)$$

Для перевода интегрирования в сферические координаты, выразим дифференциал дуги через дифференциал азимутального угла:

$$\phi = \frac{l}{R} \Rightarrow dl = R \cdot d\phi \quad (5)$$

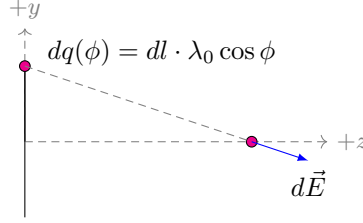
$$E_x = \frac{k\lambda_0}{R^2} \int_0^L \cos^2 \phi \cdot dl = \frac{k\lambda_0}{R^2} \int_0^{2\pi} \cos^2 \phi \cdot R \cdot d\phi = \frac{k\lambda_0\pi}{R} \quad (6)$$

$$E_y = \frac{k\lambda_0}{R^2} \int_0^L \cos \phi \sin \phi \cdot dl = \frac{k\lambda_0}{R^2} \int_0^{2\pi} \cos \phi \sin \phi \cdot R \cdot d\phi = 0 \quad (7)$$

$$E_y = \frac{k\lambda_0}{R^2} R \int_0^{2\pi} \cos \phi \sin \phi \cdot d\phi = 0 \quad (8)$$

Тогда полная напряженность в центре кольца

$$E = k \frac{\pi\lambda_0}{R} \quad (9)$$



Напряженность элементарного (точечного) заряда dq

$$dE = \frac{k \cdot dq(\phi)}{r^2} \quad (10)$$

Запишем дифференциал напряженности в проекциях:

$$dE_x = \frac{k \cdot dq(\phi)}{r^2} \cos \phi \sin \Theta \quad (11)$$

$$dE_y = \frac{k \cdot dq(\phi)}{r^2} \sin \phi \sin \Theta \quad (12)$$

$$dE_z = \frac{k \cdot dq(\phi)}{r^2} \cos \Theta \quad (13)$$

Где

$$\sin \Theta = \frac{R}{r} = \frac{R}{\sqrt{R^2 + z^2}} \quad , \quad \cos \Theta = \frac{z}{r} = \frac{z}{\sqrt{R^2 + z^2}} \quad (14)$$

Для перевода интегрирования в сферические координаты, выразим дифференциал дуги через дифференциал азимутального угла:

$$\phi = \frac{l}{R} \quad \Rightarrow \quad dl = R \cdot d\phi \quad (15)$$

$$E_x = \sin \Theta \frac{k\lambda_0}{r^2} \int_0^L \cos^2 \phi \cdot dl = \sin \Theta \frac{k\lambda_0}{r^2} \int_0^{2\pi} \cos^2 \phi \cdot R \cdot d\phi = \frac{k\lambda_0 \pi R^2}{r^3} \quad (16)$$

$$E_y = \sin \Theta \frac{k\lambda_0}{r^2} \int_0^L \cos \phi \sin \phi \cdot dl = \sin \Theta \frac{k\lambda_0}{r^2} \int_0^{2\pi} \cos \phi \sin \phi \cdot R \cdot d\phi = 0 \quad (17)$$

$$E_z = \cos \Theta \frac{k\lambda_0}{R^2} \int_0^L \cos \phi \cdot dl = \cos \Theta \frac{k\lambda_0}{R^2} \int_0^{2\pi} \cos \phi \cdot R \cdot d\phi = 0 \quad (18)$$

Тогда полная напряженность в точке наблюдения

$$E = k \frac{\pi \lambda_0 R^2}{r^3} = k \frac{\pi \lambda_0 R^2}{(R^2 + z^2)^{3/2}} \quad (19)$$

При $z \gg R$

$$E = k \frac{\pi \lambda_0 R^2}{(z^2)^{3/2}} = k \frac{\pi \lambda_0 R^2}{z^3} \quad (20)$$