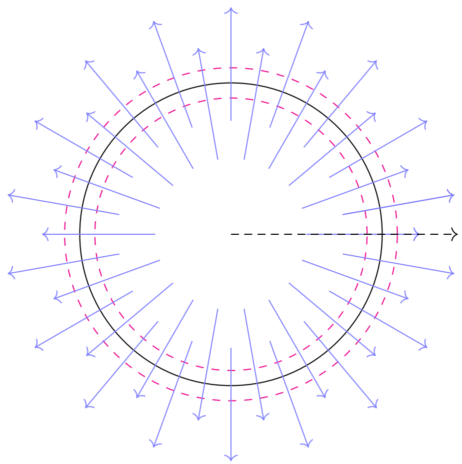

Объемная плотность заряда

$$\rho(r) = \rho_0(1 - \frac{r}{R}) \tag{1}$$

Теорема Остроградского-Гаусса:

$$\oiint\limits_{(S)} \vec{E}d\vec{S} = k \cdot 4\pi q_{in} \tag{2}$$

где

$$q_{in} = \iiint\limits_{(V)} \rho dV = \begin{cases} \int\limits_0^r \rho_0(1 - \frac{r}{R})4\pi r^2 dr = \pi\rho_0 \frac{r^3(4R-3r)}{3R}, & if \quad r < R \\ \int\limits_0^R \rho_0(1 - \frac{r}{R})4\pi r^2 dr = \frac{1}{3}\pi R^3 \rho_0, & if \quad r \geq R \end{cases} \tag{3}$$

С другой стороны,

$$\oiint\limits_{(S)} \vec{E}d\vec{S} \overset{\vec{E}\|\vec{n}}{=} \oiint\limits_{(S)} E_r dS \overset{E(r)=const}{=} E \oiint\limits_{(S)} dS = ES = E \cdot 4\pi r^2 \tag{4}$$

Из формул (2), (3), (4) следует

$$E(r) = \frac{k}{r^2} q_{in} = \begin{cases} k\pi\rho_0 \frac{r(4R-3r)}{3R}, & if \quad r < R \\ k\pi\rho_0 \frac{R^3}{3r^2}, & if \quad r \geq R \end{cases} \tag{5}$$

Найдем на оси $+r$ точку максимума напряженности:

$$\frac{dE}{dr} = 2\pi k\rho_0 \frac{(2R - 3r)}{\dots} = 0 \tag{6}$$

Откуда точка максимума $r_{max} = \frac{2}{3}R$

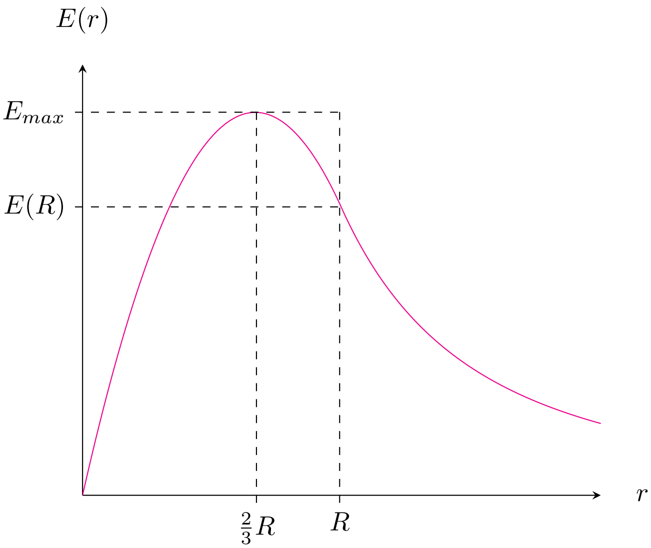

Рис. 1: График функции $E(z)$

Соответственно максимальное значение напряженности будет

$$E_{max} = E(\frac{2}{3}R) = k\pi\rho_0 \frac{2R(4R - 2R)}{9R} = k\pi\rho_0 \frac{4R}{9} \tag{7}$$