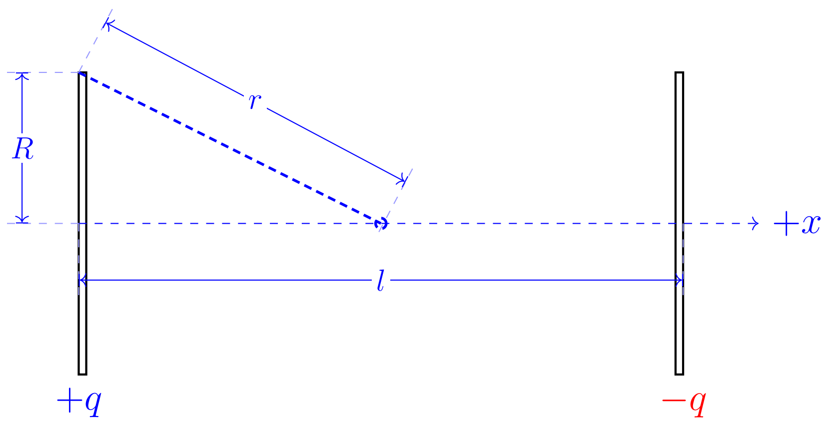


Из геометрических соображений, расстояние от точки наблюдения с координатой x до положительного кольца, где $a = l/2$:

$$L_+ = |x + a| \quad \Rightarrow \quad r_+ = \sqrt{(x+a)^2 + R^2} \tag{1}$$

До отрицательного:

$$L_- = |x - a| \quad \Rightarrow \quad r_- = \sqrt{(x-a)^2 + R^2} \tag{2}$$

Потенциал кольца в точке на оси, расстояние от которой до любой точки кольца равно r:

$$\phi = k \int\limits_q \frac{dq}{r} = \frac{kq}{r} \tag{3}$$

Тогда суммарный потенциал обоих колец на оси

$$\phi(x) = \phi_+ + \phi_- = kq \left[\frac{1}{\left((x+a)^2 + R^2\right)^{1/2}} - \frac{1}{\left((x-a)^2 + R^2\right)^{1/2}} \right] \tag{4}$$

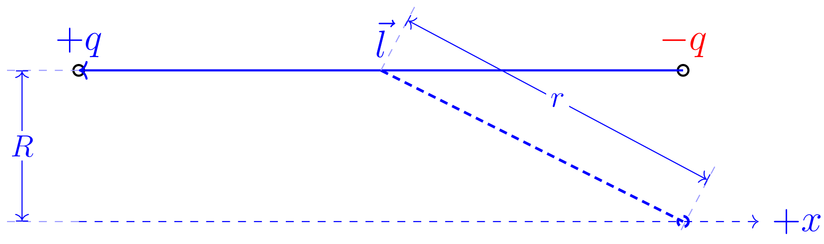
Тогда

$$E_x = -\frac{\partial \phi}{\partial x} = kq \left[\frac{x+a}{\left((x+a)^2 + R^2\right)^{3/2}} - \frac{x-a}{\left((x-a)^2 + R^2\right)^{3/2}} \right] \tag{5}$$

Это точное рассмотрение, которое верно вне зависимости от размера элементов системы и положения точки наблюдения на оси.

При рассмотрении на бесконечности будет проще решить задачу, используя выведенное ранее выражение для потенциала диполя, предпологая, что два кольца образуют систему из диполей, образованных зарядом dq на одном кольце и $-dq$ на другом.

Очевидно, что в силу принципа суперпозиции и радиальной симметрии задачи задачу можно решать для диполя $+q, -q$ следующего вида:



Тогда на достаточно больших расстояниях $(r \gg l)$

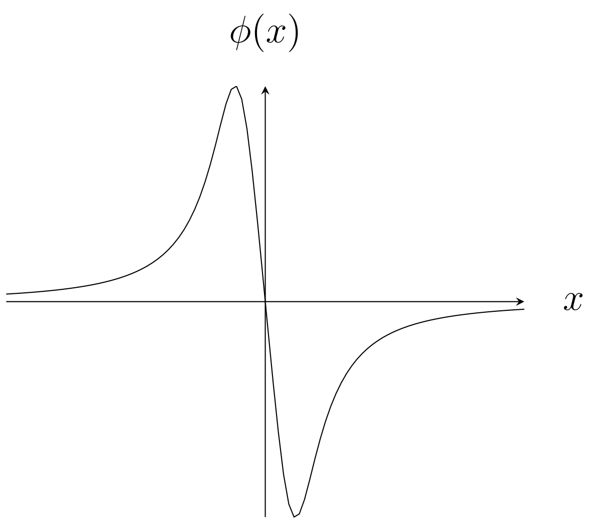
$$\phi(\vec{r}) = k\frac{q(\vec{l}, \vec{r})}{r^3} \tag{6}$$

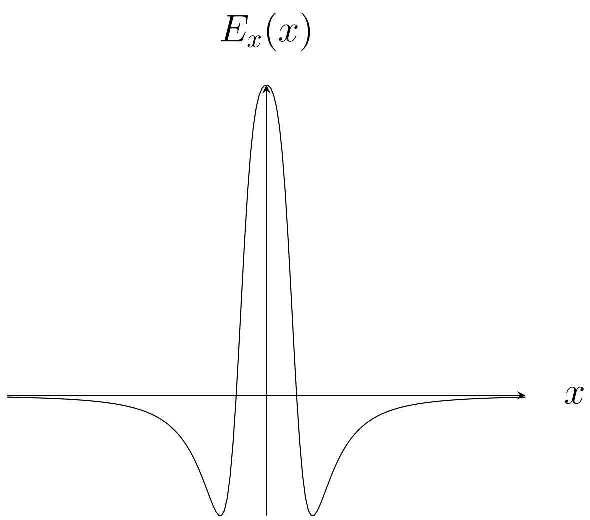
Очевидно, что при наложении условия $r \gg R$ выполняется $r \to x$, и тогда

$$\phi(x) = k\frac{(\vec{p}, x\vec{i})}{x^3} = -sign(x)k\frac{p}{x^2} \tag{7}$$

Тогда найдем $E_x(x)$:

$$E_x = -\frac{\partial \phi}{\partial x} = -k\frac{2p}{x^3} \tag{8}$$





$\gg$