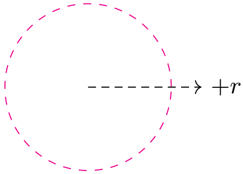

Нам задана объемная плотность заряда, распределенного радиально по закону

$$\rho(r) = \rho_0 \exp\left(-\alpha r^3\right). \tag{1}$$

Запишем теорему Остроградского-Гаусса для сферической поверхности с произвольным радиусом $r \geq 0$ (на границе сферы радиусом r):

$$\oiint\limits_{(S)} \vec{E} d\vec{S} = k \cdot 4\pi q_{in} \tag{2}$$

где

$$q_{in} = \iiint\limits_{(V)} \rho dV = \int\limits_0^r \rho_0 \exp\left(-\alpha r^3\right) 4\pi r^2 dr = 4\pi\rho_0 \frac{1 - \exp\left(-\alpha r^3\right)}{3\alpha}. \tag{3}$$

С другой стороны,

$$\oiint\limits_{(S)} \vec{E} d\vec{S} \overset{\vec{E} \| \vec{n}}{=} \oiint\limits_{(S)} E_r dS \overset{E(r)=const}{=} E \oiint\limits_{(S)} dS = ES = E \cdot 4\pi r^2. \tag{4}$$

Из формул (2), (3), (4) следует

$$E(r) = k \cdot 4\pi\rho_0 \frac{1 - \exp\left(-\alpha r^3\right)}{3\alpha r^2} \tag{5}$$

при малых x

$$\exp(x) \approx 1 + x \tag{6}$$

тогда при $\alpha r^3 \ll 1$

$$E(r) = k \cdot 4\pi\rho_0 \frac{\alpha r^3}{3\alpha r^2} = k \cdot 4\pi\rho_0 \frac{r}{3} \tag{7}$$

а при $\alpha r^3 \gg 1$

$$E(r) = k \cdot 4\pi\rho_0 \frac{1}{3\alpha r^2} \tag{8}$$