Лабораторная работа №6

Задача об эпидемии

Федотов Дмитрий Константинович

Содержание

List of Tables

List of Figures

1 Цель работы

Построить графики изменения числа особей в каждой из трех групп:

- количество инфицированных особей в начальный момент времени.
- количество восприимчивых к болезни особей в начальный момент времени.
- количество здоровых особей с иммунитетом в начальный момент времени

Рассмотреть, как будет протекать эпидемия в разных случаях: - $I(0) \leq I^*$

- $I(0) > I^*$

2 Выполнение лабораторной работы

2.1 Теоретическое введение

2.1.1 Задача об эпидемии

Рассмотрим простейшую модель эпидемии. Предположим, что некая популяция, состоящая из N особей, (считаем, что популяция изолирована) подразделяется на три группы. Первая группа - это восприимчивые к болезни, но пока здоровые особи, обозначим их через S(t). Вторая группа – это числоинфицированных особей, которые также при этом являются распространителями инфекции, обозначим их I(t). А третья группа, обозначающаяся через R(t) – это здоровые особи с иммунитетом к болезни.

До того, как число заболевших не превышает критического значения I^* считаем, что все больные изолированы и не заражают здоровых. Когда $I(t) > I^*$, тогда инфицирование способны заражать восприимчивых к болезни особей.

Таким образом, скорость изменения числа S(t) меняется по следующему закону:

$$\frac{\partial S}{\partial t} = \begin{cases} -\alpha S, I(t) > I^* \\ 0, I(t) \le I^* \end{cases}$$

Поскольку каждая восприимчивая к болезни особь, которая, в конце концов, заболевает, сама становится инфекционной, то скорость изменения числа инфекционных особей представляет разность за единицу времени между заразившимися и теми, кто уже болеет и лечится, т.е.:

$$\frac{\partial I}{\partial t} = \begin{cases} -\alpha S - \beta I, I(t) > I^* \\ -\beta I, I(t) \le I^* \end{cases}$$

А скорость изменения выздоравливающих особей (при этом приобретающие иммунитет к болезни)

$$\frac{\partial R}{\partial t} = \beta I$$

Постоянные пропорциональност α и β коэффициент заболеваемости и выздоровления соответственно.

Для того, чтобы решения соответствующих уравнений определялось однозначно, необходимо задать начальные условия. Считаем, что на начало эпидемии в момент времени $t = 0$ нет особей с иммунитетом к болезни $R(0) = 0$, а число инфицированных и восприимчивых к болезни особей $I(0)$ и $S(0)$ соответственно. Для анализа картины протекания эпидемии необходимо рассмотреть два случая: $I(0) \le I^*$ и $I(0) > I^*$

2.2 Условие моего варианта

Вариант 64:

- N = 14987
- I(0) = 187
- R(0) = 68
- S(0)=N - I(0) - R(0)
- a = 0.011
- b = 0.28

2.3 Код на Python

1. Зададим начальные условия (рис. 2.1).

```
a = 0.11 # коэффициент заболеваемости
b = 0.28 # коэффициент выздоровления
N = 14987 # общая численность популяции
I0 = 187 # количество инфицированных особей в начальный момент времени
R0 = 68 # количество здоровых особей с иммунитетом в начальный момент времени
S0 = N - I0 - R0 # количество восприимчивых к болезни особей в начальный момент времени
```

Figure 2.1: Начальные условия

2. Начальные значения в момент времени 0 (рис. 2.2).

```
x0 = [S0, I0, R0]
```

Figure 2.2: Начальные значения

3. Задаем интервал и шаг (рис. 2.3).

```
t = np.arange(0, 200, 0.01)
```

Figure 2.3: Интервал и шаг

4. Напишем функцию для решения системы дифференциальных уравнений для первого случая (рис. 2.4).

```
def syst(x, t):
    dx0 = 0
    dx1 = - b*x[1]
    dx2 = b*x[1]
    return dx0, dx1, dx2
```

Figure 2.4: Функция для решения уравнений для $I(0) \leq I^*$

5. Напишем функцию для решения системы дифференциальных уравнений для второго случая (рис. 2.5).

```
def syst2(x, t):
    ddx0 = -a*x[0]
    ddx1 = a*x[0] - b*x[1]
    ddx2 = b*x[1]
    return ddx0, ddx1, ddx2
```

Figure 2.5: Функция для решения уравнений для $I(0) \leq I^*$

6. Построим график изменения для случая $I(0) \leq I^*$] (рис. 2.6).

```
plt.plot(t, y[:,0], label='S(t)')
plt.plot(t, y[:,1], label='I(t)')
plt.plot(t, y[:,2], label='R(t)')
plt.legend()
```

Figure 2.6: $I(0) \leq I^*$

7. Построим график изменения для случая $I(0) \leq I^*$] (рис. 2.7).

```
plt.plot(t, yy[:,0], label='S(t)')
plt.plot(t, yy[:,1], label='I(t)')
plt.plot(t, yy[:,2], label='R(t)')
plt.legend()
```

Figure 2.7: $I(0) > I^*$

2.4 Графики

Графики изменения числа особей в каждой из трех групп при $I(0) \leq I^*$] (рис. 2.8).

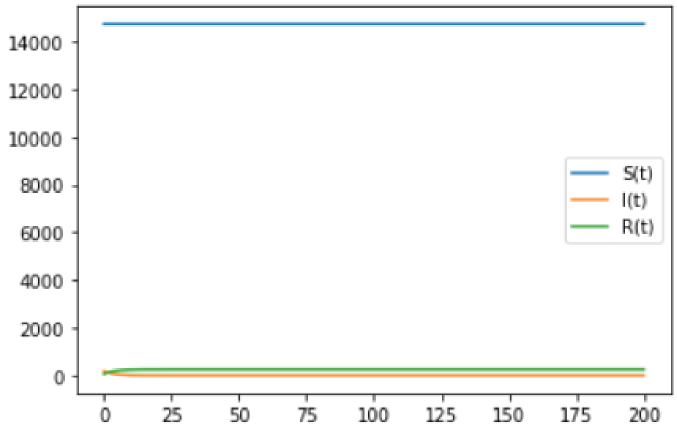

Figure 2.8: $I(0) \leq I^*$

Графики изменения числа особей в каждой из трех групп при $I(0) > I^*$] (рис. 2.8).

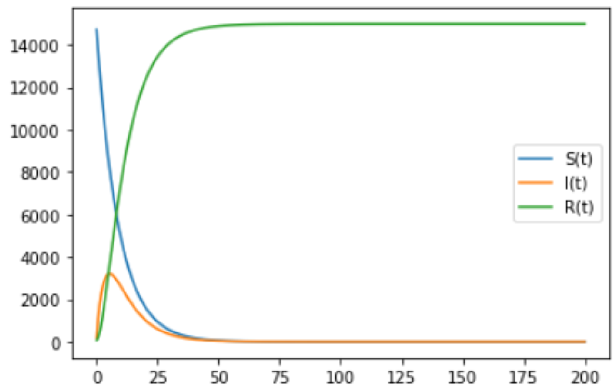

Figure 2.9: $I(0) > I^*$

3 Выводы

Построил графики изменения числа особей в каждой из трех групп:

- количество инфицированных особей в начальный момент времени.
- количество восприимчивых к болезни особей в начальный момент времени.
- количество здоровых особей с иммунитетом в начальный момент времени

Рассмотрел, как будет протекать эпидемия в разных случаях: - $I(0) \le I^*$

- $I(0) > I^*$