



**INSTITUTO TECNOLÓGICO Y DE ESTUDIOS SUPERIORES DE  
MONTERREY**

**Optimización estocástica (Gpo 201)**

**Profesor: Fernando Elizalde Ramírez**

**Reto: Entregable 3**

**Estudiante:**

Fedra Fernanda Mandujano López	A00835797
Miranda Isabel Rada Chau	A01285243
Karla Sofía Cantú Zendejas	A01285550
Juan Marco Castro Trinidad	A01742821
Gerardo Samuel Reyes Castro	A0157114
Marcos Renato Aquino García	A00835576

**21 de octubre del 2024**

## Índice

1. Introducción al Problema
2. Problema a Resolver
3. Justificación
4. Objetivo
5. Trabajo Relacionado
6. Definición del problema
7. Modelo Matemático
  - a. Definición de Conjuntos
  - b. Definición de Parámetros
8. Competitividad
  - a. Ponderaciones ajustadas por planta
  - b. Clasificación de competitividad (de mayor a menor)
9. Matriz de Competitividad ajustada
  - a. Definición de Variables
  - b. Función Objetivo
  - c. Restricciones
10. Grafo de la competitividad de las especies
11. Distribución de probabilidad de plantas por hectárea
12. Distribución de probabilidad de ocurrencia por especie
13. Método Heurístico o meta heurístico a considerar
14. Resultados Preliminares
15. Referencias Bibliográficas
16. Anexos

## Introducción al problema

La reforestación es el método que se aplica para dar solución a la desertificación y deforestación que causa el deterioro del suelo, provocando a su vez la privación del hábitat a múltiples especies, la alteración al ciclo del agua y la erosión del suelo (*Repsol*, 2024). La reforestación puede perseguir diversos fines, como recuperar la biodiversidad perdida, disminuir la concentración de dióxido de carbono en la atmósfera, prevenir la erosión del suelo, restaurar cuencas hidrográficas y promover el bienestar humano. Estos objetivos dependen del tipo de reforestación que se realizará (*Iberdrola*, s.f.). Hay dos clases de reforestación, la urbana, que consiste en integrar plantas a las ciudades, y la rural que consiste en la siembra de árboles a gran escala para restaurar zonas deforestadas. En el presente reto trabajaremos con el segundo tipo de reforestación (*Repsol*, 2024).

Para realizar una reforestación se necesitan considerar diversos aspectos, estos son algunos de los pasos a seguir (Comisión Nacional Forestal, 2010):

- Elección del sitio y estudio del campo: Para realizar la elección del sitio se tiene que tomar en consideración el objetivo de la reforestación. Es muy importante identificar las cualidades del suelo y hacer inspecciones en el campo para comprender las condiciones sociales y ambientales del área.
- Definir la especie de árbol a plantar: Estas se tienen que elegir tomando en cuenta las condiciones actuales del terreno: suelo, clima, topografía, disponibilidad de agua, vegetación natural y el objetivo mencionado anteriormente.
- Preparación del terreno: Dependiendo del estado del suelo, se puede necesitar arar, eliminar malas hierbas, o mejorar la calidad del suelo antes de la plantación.
- Plantación: Para este paso se requiere realizar el diseño de la plantación para determinar en qué puntos se sembrarán los árboles. Se debe considerar la distancia entre planta y planta. Posteriormente, se siembran las plántulas o semillas en el lugar seleccionado.

Hay varios problemas que pueden surgir a partir de una mala reforestación. Se tiende a pensar que simplemente con plantar árboles esto sería la solución hacia la reforestación. Sin embargo, plantar árboles sin hacer un estudio previo en el lugar equivocado puede reducir la biodiversidad e incluso llevar a la extinción de los ecosistemas. Esto causa que la biodiversidad sea menos resistente, si se introducen especies invasivas puede destruir la fauna, pueden ocasionar problemas al suelo y pérdida de nutrientes, y en sí un paisaje estéril.

Paul Smith, encargado de Botanic Gardens Conservation International, menciona que “Si la gente quiere plantar árboles, hagamos que también sea positivo para la biodiversidad”. Se menciona también que la regla de oro al reforestar un área es plantar el árbol correcto en el lugar correcto, a pesar de que no siempre es fácil determinar que es “correcto” (Einhorn, 2022).

Otro problema que puede surgir se relaciona con las plantas invasoras. Las plantas invasoras son especies que se introducen en un ecosistema fuera de su hábitat natural y logran adaptarse, establecerse, reproducirse y dispersarse muy rápido, llegando a superar a las especies nativas, y causan problemas a la biodiversidad. Varios de los problemas que estas plantas invasoras pueden ocasionar son que, principalmente, impiden el desarrollo total de las especies nativas, causen alteraciones al hábitat natural modificando ya sea físicamente o químicamente, pueden llegar a introducir enfermedades y parásitos que no eran comunes en el área, entre otros. (Iberdrola, 2020)

En nuestro caso de agricultura y siembra, un monocultivo es la práctica de cultivar una sola especie de planta en un campo, a diferencia de un policultivo que es la práctica de cultivar distintos tipos de especies. Lo bueno de esta práctica de una sola siembra de planta ocasiona una productividad, eficiencia, y gestión alta, ya que solamente es una sola planta y no hay competencias. Sin embargo, el monocultivo también puede ocasionar varios daños y problemas. Por ejemplo, las plagas son más propensas en campos de una sola especie, ya que es un tipo de alimento abundante para las plagas, por lo que esto lleva a usar uso de pesticida dañando el campo. También el monocultivo puede alterar el equilibrio natural de los suelos, ya que tantas plantas de la misma especie agotan los nutrientes que necesitan, por lo que disminuye la fertilidad del suelo y así empeoraron la calidad de la tierra. (Kogut, 2023)

### Problema a resolver.

La agricultura es una de las principales actividades humanas desde hace siglos y hay varias condiciones que se relacionan con el éxito de estas actividades. Actualmente, uno de los problemas que más afecta a la agricultura es el cambio climático. Este cambio puede llegar a generar sequías, incendios forestales y otras condiciones que evitan que las plantas se puedan desarrollar y estas han generado una pérdida de flora muy importante y hasta ha causado la pérdida de ecosistemas. En el caso de este proyecto queremos atender el problema de la reforestación en México a través de la selección de lugares donde se pueden colocar ciertas

especies de plantas y poder maximizar la cantidad de plantas que sobreviven y así aumentar la variedad y la cantidad de flora que hay en nuestro país.

## Justificación

La reforestación en México no solo es una herramienta clave para mitigar el cambio climático, sino que también para combatir la pérdida de su ecosistema. Como uno de los cinco países con mayor biodiversidad del mundo, México tiene el gran desafío de la creciente deforestación y degradación de sus bosques, esto debido principalmente a la demanda de tierras para agricultura, ganadería y desarrollo urbano. Según la Comisión Nacional para el Conocimiento y Uso de la Biodiversidad, "México posee una gran riqueza de especies forestales que contribuyen a colocarlo entre los cinco primeros países del mundo por su biodiversidad. Desafortunadamente, nuestro país enfrenta procesos crecientes de deforestación, pérdida y degradación de los ecosistemas, generalmente relacionados a la demanda de terrenos para agricultura, ganadería, desarrollos urbanos y turísticos" (CONABIO).

Ante esta situación, la necesidad de implementar estrategias efectivas de reforestación es de alta necesidad. No obstante, para que estas iniciativas sean sostenibles, es necesario hacerlo de manera optimizada. Esto implica seleccionar las especies más adecuadas reduciendo la competencia entre plantas para maximizar su supervivencia y el crecimiento de los mismos árboles. Una reforestación mal planificada puede resultar en altos costos de operación y una limitada capacidad de reforestación.

## Objetivo

El objetivo de este proyecto es desarrollar un modelo matemático y computacional en el cual podamos lograr un impacto positivo que pueda ser utilizado por el CONAFOR en su planeación de tanto la distribución de las plantas como el tipo de planta que se debe plantar en el área a reforestar siempre cumpliendo la demanda por especie y minimizando la competencia entre ellas para así reducir costos y tiempos de operación asegurando un impacto positivo en la reforestación de la zona.

## Trabajo relacionado

Como parte de nuestra aproximación inicial a este proyecto, decidimos investigar sobre tanto la coloración de arcos y la coloración de aristas, ya que estas nos pueden dar una buena idea en cuanto al tipo de proceso que podríamos llevar a cabo más adelante. El problema de coloración de arcos circulares consiste en encontrar la mínima cantidad de colores necesaria para que ninguno de los arcos que intersecan entre sí compartan un color. Algunas aplicaciones de este problema son: el diseño de compilador y en redes anillo. (Valencia-Pabon, 2003) Este tipo de problemas se aplican en varias áreas, incluyendo medicina, economía, química, física, entre otros. Además, son muy útiles para varios problemas del día a día como la organización de horarios, asignación de tareas y hasta problemas en cuanto al trabajo en equipo. (Thadani & Sharma, 2022) Para resolver este problema se pueden utilizar diferentes algoritmos, tanto exactos como aproximados que son más eficientes tomando en cuenta el tiempo. Para encontrar soluciones para este problema también se pueden usar algunos de los algoritmos ya conocidos como ciertas aplicaciones de greedy. (Valencia-Pabon, 2003 & Chen et al. 2005)

De manera similar al problema anterior, el problema de coloración de aristas, busca colorear a las aristas de un grafo de tal manera que no se le asigne el mismo color a dos aristas juntas. Algunas aplicaciones para este problema son: el problema del torneo round-robin, programación de horario de tienda abierta, entre otros. (Hong, 2021) Se pueden encontrar varios tipos de soluciones aproximadas a través de diferentes algoritmos tanto secuenciales como paralelos. (Nakano et al, 1995)

La simulación de Montecarlo es una técnica matemática que permite predecir los resultados probables de algún evento incierto en función de un valor en específico. Incluye incertidumbre en las predicciones. No hay una fórmula en específico para saber cuántas corridas de la simulación se tienen que hacer para lograr un nivel específico de eficiencia, pero podemos decidir si necesitamos incrementar el número de simulaciones de dos maneras, graficando las métricas, viendo si se estabilizan en algún punto o fijándonos si la desviación estándar y los intervalos de confianza son muy altos (Quinlan, 2015). Tomando en cuenta lo anterior podemos decidir si debemos elevar la cantidad de simulaciones y/o ajustar parámetros, pero esto dependerá de la complejidad de los datos y de nuestro objetivo.

Las ventajas claras de este método es que ofrece varios resultados (salidas) con su respectiva probabilidad de suceder, permite experimentar y cuando el modelo matemático es muy complicado, la simulación nos ayuda a obtener una aproximación. (AWS. s. f.).

En cuanto a las desventajas principales, la simulación de Montecarlo no llega a soluciones óptimas globales, cada simulación es única, puesto que hay aleatoriedad en el método, no proporciona la decisión a tomar, sino que resuelve el problema mediante aproximación para unas condiciones iniciales y es computacionalmente demandante. Además, es sumamente dependiente de los valores de entrada y de la distribución. Si se cometen errores al elegir la entrada y la distribución de probabilidad, se pueden obtener resultados inexactos. (Meneses, s. f.)

Una cadena de Markov es un proceso estocástico en el que el futuro depende del presente, pero no directamente del pasado. Aunque esta idea pueda parecer sorprendente o difícil de entender al principio, a medida que se profundiza en el tema, adquiere mayor claridad y sentido (Matas, 2017, p. 7).

En términos generales, un sistema puede estar en un conjunto finito o infinitamente contable de estados, conocido como espacio de estados, denotado como  $S$ . El sistema se observa en momentos discretos de tiempo  $n = 0, 1, 2, \dots$ , y  $X_n$  representa el estado del sistema en el tiempo  $n$ .

Dado que estamos interesados en sistemas no deterministas, consideramos a  $X_n$  como variables aleatorias definidas en un espacio de probabilidad común. Sin estructura adicional, poco puede decirse sobre estas variables aleatorias. La estructura más simple sería la de variables aleatorias independientes, adecuada para experimentos repetidos donde los futuros estados son independientes de los pasados y presentes. Sin embargo, en la mayoría de los sistemas, los estados pasados y presentes influyen en los futuros estados.

Muchos sistemas tienen la *propiedad de Markov*, que establece que, dado el estado presente, los estados pasados no influyen en los futuros. Esta propiedad se define por la siguiente condición:

$$P(X_{n+1} = x_{n+1} | X_0 = x_0, \dots, X_n = x_n) = P(X_{n+1} = x_{n+1} | X_n = x_n)$$

Es decir, las probabilidades de transición dependen solo del estado actual, no del historial. (Haul et al., 1972, pp. 1)

Dado que las cadenas de Markov son procesos estocásticos, en los cuales no se conoce el futuro y conlleva la propiedad de Markov que simplifica el análisis y permite modelar una amplia gama de fenómenos en diversas disciplinas.

Por lo mismo, según la Universidad Militar de Nueva Granada, las cadenas de Markov tienen un amplio uso en el mercado y la industria, lo que las convierte en una herramienta crucial para resolver diversos problemas empresariales, como el análisis de la participación de marcas, la optimización de dinámicas de mantenimiento, y la planificación de tareas administrativas.

No obstante, su aplicación se extiende a múltiples áreas. En meteorología, se emplean para formular modelos climáticos; en estadística, para resolver problemas complejos; y en física, para estudiar casos de termodinámica. Además, son fundamentales en simulaciones de colas como el modelo M/M/1, y en algoritmos de búsqueda, como el que utiliza Google para clasificar páginas web. (Nicolas Gomez, 2024) También se usan en finanzas para evaluar riesgos y en biología para modelar la evolución de poblaciones o el análisis de secuencias genéticas. Estas cadenas se han consolidado como una herramienta clave para modelar y analizar sistemas complejos en diversos campos.

La distribución de probabilidad de una variable aleatoria indica cómo se distribuyen las probabilidades entre los diversos valores que puede asumir esa variable. Para una variable aleatoria discreta “X”, esta distribución se define mediante una función de probabilidad, conocida como función de densidad, la cual se representa como  $F(X)$  (*Proceso de Selección 2023 Licenciatura en Actuaría*, 2023). Esta función de distribución representa las probabilidades acumuladas. Existen una gran cantidad de distribuciones, las cuales se dividen en distribuciones discretas, como la distribución binomial y la distribución de Poisson, se utilizan para modelar variables aleatorias que solo pueden tomar un conjunto finito o contable de valores y las distribuciones continuas, como la distribución normal y la distribución exponencial, son aplicables a variables que pueden asumir cualquier valor dentro de un rango determinado.

De hecho, las variantes más comunes del método de Monte Carlo se fundamentan en la creación de cadenas de Markov para generar muestras de distribuciones de probabilidad particulares. Estas extensiones del método de Monte Carlo se denominan métodos de Monte Carlo a través de cadenas de Markov (Esquivel, et al., 2021, pp.2).



En relación a las distribuciones, la simulación se ha convertido en una práctica común para validar resultados teóricos, facilitada por el desarrollo de computadoras que generan números aleatorios de diversas distribuciones. Esta evolución ha transformado el ámbito de la estadística, especialmente en métodos bayesianos.

Los algoritmos de simulación producen números pseudo-aleatorios a partir de fórmulas recursivas y un valor inicial conocido como semilla. La mayoría de estos métodos generan secuencias de observaciones independientes de una distribución uniforme en el intervalo  $[0,1]$ , siendo el generador congruencial, propuesto por Lehmer, uno de los más utilizados (*Distribuciones de Probabilidad*, 2018)

### Definición del problema.

Para la realización de este proyecto, buscamos resolver el problema de la deforestación, a través de la plantación de diversas especies de plantas y árboles. Si este proceso de reforestación se lleva a cabo apropiadamente, se podrá maximizar la cantidad de plantas que sobreviven y así habría mayor biodiversidad en el área.

### Parámetros

- Número de plantas por polígono
- Competitividad
- Número de vecinos (8)

### Variables

- Tipo de planta
- Polígono (j)
- Hectáreas restantes
- Posición de planta
  - i - Número de cuadrante
  - j - Número de polígonos

### Función objetivo:

- Maximizar el bienestar de las plantas reduciendo la competitividad entre ellas.

Al maximizar, la aplicación de las técnicas se vuelve más sencillo, puesto que es más sencillo maximizar que minimizar matemáticamente hablando.

Debido a que el objetivo de la reforestación rural es lograr una reconstrucción en zonas afectadas por la desertificación y deforestación, se prioriza la supervivencia de las plantas a ubicar y esto puede ser logrado maximizando el número de plantas en el terreno y a su vez reduciendo la competencia de ellas, evitando a toda costa la formación de monocultivo que infertilice el suelo con el tiempo.

Restricciones:

1. Se deben respetar las dimensiones de cada uno de los polígonos, puesto que esto es lo que determina el número de plantas a ubicar.
2. Se debe de tomar en cuenta la competitividad entre las especies.

## Modelo matemático

### Definición de conjuntos

- $i$  y  $j$  son las coordenadas dentro de la hectárea (H) donde se puede plantar una especie.  

$$i = \{1, 2, \dots, 14\}$$

$$j = \{1, 2, \dots, 47\}$$
- $i'$  y  $j'$  son las coordenadas del vecino (N).  

$$i' = \{1, 2, \dots, 14\}$$

$$j' = \{1, 2, \dots, 47\}$$
- $P$  es el conjunto de plantas en la hectárea.  

$$P = \{0, 1, 2, \dots, 9\}$$

### Definición de parámetros

- Tamaño de la hectárea.  

$$i \times j$$
- La cantidad de plantas de cada especie que se pueden colocar en cada hectárea.  

$$Capacidad_p$$
- La competitividad de las plantas (planta p con la planta q).  

$$C \{p, q \in P\}$$

## Competitividad

Para calcular la competitividad de las plantas, con ayuda de ChatGPT, se realizó una aproximación teórica de las características conocidas de cada planta, considerando que, aunque las plantas de un mismo género tengan características similares, cada especie tiene una competitividad única según sus diferencias en factores ecológicos clave. (ChatGPT, 2024). Al ser una aproximación, estos datos pueden aportar un error grande si se compara con los datos empíricos obtenidos en estudios de campo y los resultados obtenidos al validar el modelo con datos reales. La validación del modelo con datos empíricos es fundamental para evaluar su capacidad predictiva y ajustar los parámetros necesarios para obtener resultados más precisos y confiables, reflejando así las interacciones reales entre las plantas y su entorno. Las características que se toman en cuenta para calcular la competitividad son:

1. Resistencia a la sequía
2. Tasa de crecimiento
3. Eficiencia en el uso del agua
4. Capacidad de propagación
5. Capacidad de modificar su entorno: Algunas plantas como “Prosopis” pueden enriquecer el suelo, mientras que otras no.

## Ponderaciones ajustadas por planta

Especie	Resistencia a la sequía	Tasa de crecimiento	Eficiencia en el uso del agua	Capacidad de propagación	Capacidad de modificar su entorno	Ponderación total
Opuntia engelmannii	4.5	4	3.5	5	2.5	19.5
Opuntia streptacantha	5	3.5	4.5	4.5	2	19.5
Opuntia cantabrigiensis	4	4	3.5	4.5	2	18
Opuntia robusta	4	4	3.5	4	2.5	18
Prosopis laevigata	4	3.5	3	3.5	5	19
Agave salmiana	4	3	3.5	4	2.5	17
Agave lechuguilla	5	2	4	3	2	16
Agave striata	5	2	4.5	3	2	16.5

Especie	Resistencia a la sequía	Tasa de crecimiento	Eficiencia en el uso del agua	Capacidad de propagación	Capacidad de modificar su entorno	Ponderación total
Agave scabra	5	1.5	4	2.5	2	15
Yucca filifera	5	2	4	2	2	15

***Clasificación de competitividad (de mayor a menor):***

1. Opuntia engelmannii: 19.5
2. Opuntia streptacantha: 19.5
3. Prosopis laevigata: 19.0
4. Opuntia cantabrigiensis: 18.0
5. Opuntia robusta: 18.0
6. Agave salmiana: 17.0
7. Agave striata: 16.5
8. Agave lechuguilla: 16.0
9. Agave scabra: 15.0
10. Yucca filifera: 15.0

***Matriz de Competitividad ajustada***

Para calcular la matriz de competitividad ajustada(ver anexos), se aplicó la siguiente fórmula:

$$Competitividad(i, j) = \frac{Ponderación\ de\ la\ planta\ i}{Ponderación\ de\ la\ planta\ j}$$

Cada sección de la matriz representa qué tan competitiva es una planta sobre otra.

**Definición de variables**

Las definiciones de variables son las siguientes:

- $v_{ij}$  = Especie de planta en la posición  $(i, j)$  de la hectárea.
- $v_{i'j'}$  = Especie de planta en la posición vecinal  $(i', j')$  de la planta  $v_{ij}$ .
- $C_{(ij,i'j')}$  = Competitividad de la planta  $v_{ij}$  con el vecino  $v_{i'j'}$ .

**Función Objetivo**

- Minimizar la competitividad entre las plantas y sus vecinos.

$$Minimizar\ Z = \sum_{(i,j) \in H} \sum_{(i',j') \in N} C(v_{ij}, v_{i'j'})$$

## Restricciones

- Dimensiones del polígono

$$(i,j) \in H$$

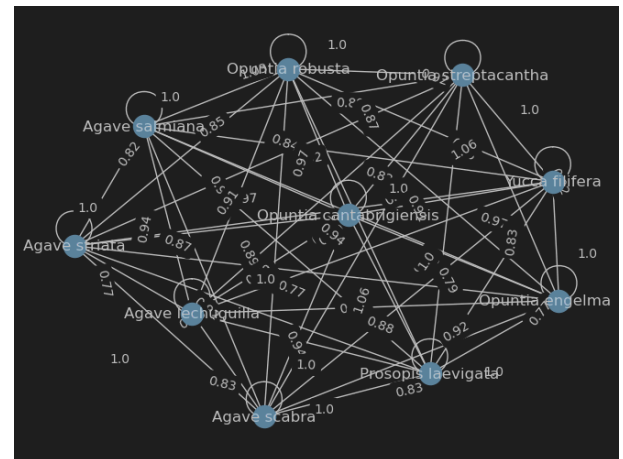
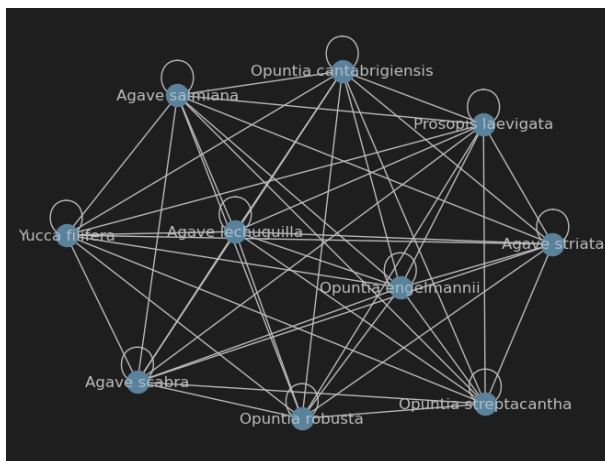
- La cantidad de plantas disponibles

$$\sum_{(i,j) \in H} v_{ij} \leq \text{Plantas Disponibles}$$

- Capacidad máxima por especie

$$\sum_{(i,j) \in H} v_{ij} \leq \text{Capacidad}$$

## Grafo de la competitividad de las especies



## Distribución de probabilidad de plantas por hectárea.

Para determinar la distribución de probabilidad de las plantas por hectárea, es esencial cuantificar el total de plantas presentes en cada polígono y luego dividir esta cantidad por el área correspondiente en hectáreas. Este cálculo nos proporcionará el número de plantas por hectárea, un dato fundamental para comprender la densidad de vegetación en esa área específica.

Una vez que se haya calculado el número de plantas por hectárea, se sumará el total de plantas en todas las hectáreas y dividir esta suma por el número total de hectáreas. Este proceso nos permitirá conocer la distribución de probabilidad de las plantas en cada hectárea, ofreciendo así una visión más precisa de cómo se distribuye la vegetación en el espacio establecido. A continuación se muestran los resultados del proceso hecho anteriormente:

La formulación empleada fue:

$$\text{Distribución de plantas por hectáreas} = \frac{\text{Cantidad de plantas por hectárea}}{\text{Cantidad total de plantas en todas las hectáreas}}$$

Distribución de probabilidad por hectárea		Distribución de probabilidad por hectárea	
Poligono 1	0,033	Poligono 16	0,033
Poligono 2	0,034	Poligono 17	0,034
Poligono 3	0,033	Poligono 18	0,032
Poligono 4	0,034	Poligono 19	0,033
Poligono 5	0,032	Poligono 20	0,033
Poligono 6	0,034	Poligono 21	0,033
Poligono 7	0,033	Poligono 22	0,033
Poligono 8	0,035	Poligono 23	0,032
Poligono 9	0,032	Poligono 24	0,036
Poligono 10	0,032	Poligono 25	0,033
Poligono 11	0,033	Poligono 26	0,034
Poligono 12	0,033	Poligono 27	0,034
Poligono 13	0,034	Poligono 28	0,034
Poligono 14	0,033	Poligono 29	0,033
Poligono 15	0,033	Poligono 30	0,034
<b>Suma</b>	<b>0,499</b>	<b>Suma</b>	<b>0,501</b>

### Distribución de probabilidad de ocurrencia por especie

En cuanto a la distribución de probabilidad de ocurrencia por especie, este proceso consistió en sumar todas las plantas de una especie particular presentes en los diversos polígonos estudiados. Este procedimiento no solo permitió obtener una cifra total que representa la abundancia de cada especie en el área, sino que también facilitó la visualización de su distribución a lo largo del territorio. Una vez contabilizadas, se llevó a cabo una división de este total entre el número global de plantas registradas en los polígonos, para visualizar la ocurrencia de cada especie en todos los polígonos.

La fórmula utilizada involucra lo siguiente:

$$\text{Distribución por ocurrencia} = \frac{\text{número total de plantas de cierta especie}}{\text{número total de plantas}}$$

Distribución de probabilidad de ocurrencia por especie	
Agave lechuguilla	0,063
Agave salmiana	0,295
Agave scabra	0,062
Agave striata	0,060
Opuntia cantabrigiensis	0,078
Opuntia engelmannii	0,062
Opuntia robusta	0,117
Opuntia streptacantha	0,097
Prosopis laevigata	0,128
Yucca filifera	0,039
<b>Suma Total</b>	<b>1,000</b>

## Método heurístico o meta-heurístico a considerar

Para este modelo, se realizó primero la matriz de competitividad como se mencionó anteriormente y se ingresó al código. Esto nos va a servir para poder medir que tan buen fitness tiene una planta al tener de vecinas a otras especies de plantas. Con esto ya en mano, se crea una función la cual hace nuestra primera matriz de población, en la que se restringe el máximo de plantas de cada especie, al igual que el número máximo de plantas totales en la hectárea. Una vez hecho esto, se tiene una función que calcula el fitness de cada planta en cada posición, las cuales al sumarlas obtenemos un fitness total que es de utilidad para saber si esa distribución de las plantas es óptima o no.

De igual forma, se crean funciones para establecer los vecinos de cada posición generando una lista por posición que nos devuelve la lista de sus vecinos y luego se selecciona el ideal siempre y cuando se cumplan las condiciones de los máximos de cada especie. Con esto, se utiliza la función `completar_poblacion`, la cual tiene en cuenta todas las funciones anteriores para así rellenar la matriz de población cumpliendo las restricciones establecidas y buscando obtener los mejores vecinos posibles para cada posición.

En cada generación utilizamos una función llamada `shuffle_poblacion` cuyo propósito es mezclar aleatoriamente la disposición de las plantas sin afectar la cantidad de estas por ámbitos de efectividad al momento de contar con soluciones infactibles. Este proceso se repite varias veces con la finalidad de obtener el fitness total de la población reorganizada. La población con el mejor fitness es seleccionada como la mejor para la siguiente generación. A lo largo del código se visualiza cómo se busca mejorar gradualmente la disposición de las especies en función a la competencia que hay entre ellas. Por lo mismo, se generan 5 poblaciones en cada generación y se evalúa su fitness, para escoger la población con el fitness más alto y de ahí establecerlo como base para la siguiente generación.

## Resultados preliminares

La generación con el mayor fitness es la generación 8.

El fitness más alto es: 1683746.0071612503.

La mejor población es:

```
[[7, 7, 7, 7, 7, 0, 7, 7, 7, 7, 7, 7, 7, 7], [9, 2, 9, 4, 2, 5, 8, 4, 2, 5, 6, 4, 0, 2], [2, 2, 2, 2, 2, 2, 2, 2, 2, 2, 2, 0, 2, 2], [1, 0, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1], [1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1], [1, 0, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1], [8, 8, 8, 1, 1, 1, 1, 8, 8, 1, 1, 8, 8, 8], [4, 1, 0, 1, 4, 4, 4, 4, 1, 4, 0, 4, 0, 4], [7, 7, 7, 0, 7, 7, 7, 7, 7, 7, 7, 7, 7, 7], [0, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1], [1, 1, 1, 1, 1, 0, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1], [8, 1, 6, 1, 8, 1, 7, 8, 8, 6, 6, 7, 8, 8], [7, 1, 8, 2, 0, 0, 7, 8, 6, 8, 2, 3, 7, 0], [1, 1, 1, 1, 0, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1], [3, 2, 3, 3, 2, 3, 3, 2, 2, 0, 3, 2, 2, 3], [2, 0, 2, 2, 2, 2, 5, 2, 2, 2, 2, 2, 2, 2], [5, 0, 5, 5, 5, 5, 5, 5, 5, 5, 5, 5, 5, 5], [1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 0, 1, 1, 1], [1, 6, 1, 4, 4, 1, 8, 4, 3, 8, 8, 4, 0, 6], [4, 0, 4, 4, 4, 4, 4, 4, 4, 4, 4, 4, 4, 4], [0, 7, 6, 7, 7, 7, 7, 7, 7, 7, 6, 7, 7, 6], [1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 0, 1, 1, 1, 1], [1, 8, 8, 9, 9, 9, 8, 8, 8, 8, 8, 8, 8, 8]
```

9, 9, 8], [1, 9, 4, 8, 9, 3, 0, 8, 3, 8, 2, 4, 8, 0], [6, 6, 6, 6, 6, 6, 6, 6, 6, 6, 6, 6, 6, 0], [1, 0, 8, 1, 4, 3, 6, 7, 8, 8, 2, 7, 7, 3], [1, 1, 1, 1, 0, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1], [3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 0, 3, 3, 3, 3, 3, 3], [1, 8, 1, 8, 8, 1, 1, 1, 8, 8, 1, 1, 1, 8], [8, 1, 1, 1, 1, 8, 1, 8, 8, 8, 1, 8, 8, 1], [6, 6, 6, 6, 6, 6, 6, 6, 0, 6, 6, 6, 6, 6], [0, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1], [6, 0, 6, 6, 6, 6, 6, 6, 6, 6, 6, 9, 6, 6], [1, 6, 7, 4, 2, 1, 1, 5, 7, 3, 0, 6, 8, 8], [7, 7, 7, 7, 7, 7, 7, 5, 7, 7, 0, 7, 7, 7], [5, 7, 8, 8, 8, 1, 8, 6, 6, 6, 8, 7, 8, 1], [1, 1, 8, 1, 1, 1, 1, 1, 8, 1, 8, 8, 1, 1], [9, 9, 9, 9, 9, 9, 0, 9, 9, 9, 9, 9, 9, 9], [3, 3, 3, 3, 3, 4, 3, 0, 3, 3, 4, 3, 3, 3], [5, 7, 5, 8, 7, 8, 6, 8, 7, 8, 8, 6, 8, 5], [4, 4, 4, 4, 4, 4, 4, 4, 4, 0, 4, 4, 4, 4], [8, 8, 5, 3, 8, 8, 8, 3, 6, 0, 8, 5, 6, 8], [8, 8, 8, 8, 8, 8, 1, 8, 8, 8, 6, 8, 1, 6], [1, 1, 0, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1], [6, 6, 6, 6, 6, 0, 6, 6, 6, 6, 6, 6, 6, 6], [2, 9, 0, 7, 4, 9, 9, 8, 8, 2, 4, 3, 3, 5], [5, 5, 5, 5, 5, 5, 5, 5, 0, 5, 5, 5, 5, 5]]

Los resultados indican que en la generación 8 se produjo el mejor fitness haciéndola una población adecuada para la resolución del problema. Esto significa que esta configuración de plantas tiene la distribución más favorable, maximizando su crecimiento al minimizar las interacciones competitivas. El valor fitness encontrado es 1683746.0071612503, este es el valor más grande en todas nuestras pruebas indicando que entre más grande el valor del fitness, más cercano está a una buena solución. Esta solución mostró un incremento del 10% tomando en cuenta el valor fitness original.

En este modelo los números que aparecen en las poblaciones representan las diferentes especies, donde cada número específico se refiere a una especie en particular. Cada lista muestra la composición de especies en una población específica, reflejando cuántos individuos de cada especie están presentes.

Sin embargo, este algoritmo no es el final, puesto que presenta secciones con posible monocultivo, plantas de la misma especie, una junto a la otra, por lo que se podría agregar una función que calcule el nivel de monocultivo del acomodo, buscando una solución más equilibrada. En el futuro también se podría evaluar si una especie en cierta posición específica presenta mucha competencia con una especie existente, en dicho caso se buscará una alternativa para evitar seguir por ese camino.

## Experimentación y Resultados

El método heurístico que se desarrolló para este proyecto se desarrolló con una MacBook Pro con el sistema operativo MacOS 14.5. Esta Mac tiene capacidad de 494.38 GB y 8 GB de memoria RAM. Esta laptop tiene un procesador M2 y 24 núcleos. Para el desarrollo y la implementación de este código se utilizó Python a través de varias plataformas incluyendo Jupyter, Visual Studio Code y Google Colab. También se hicieron pruebas y experimentos con este método en otras PC y también corre de manera apropiada.



### Tamaño del problema

- Número de especies
  - 10 especies
    - Agave lechuguilla
    - Agave salmiana
    - Agave scabra
    - Agave striata
    - Opuntia cantabrigiensis
    - Opuntia engelmannii
    - Opuntia robusta
    - Opuntia streptacantha
    - Prosopis laevigata
    - Yucca filifera
  
- Número de plantas por especie

Considerando las capacidades, se tiene que el número de plantas de especie por hectárea es el siguiente:

<i>Especie de planta</i>	<i>Número de plantas</i>
Agave lechuguilla	42,00
Agave salmiana	196,00
Agave scabra	42,00
Agave striata	42,00
Opuntia cantabrigiensis	49,00
Opuntia engelmannii	38,00
Opuntia robusta	73,00
Opuntia streptacantha	64,00
Prosopis laevigata	86,00
Yucca filifera	26,00

El número de plantas por especie considerando que existen 30 polígonos y que aproximadamente existen 182 hectáreas para esos 30 polígonos sería el siguiente:

<i>Especie de planta</i>	<i>Número de plantas</i>
Agave lechuguilla	7.686,00
Agave salmiana	35.868,00
Agave scabra	7.686,00
Agave striata	7.686,00
Opuntia cantabrigiensis	8.967,00
Opuntia engelmannii	6.954,00
Opuntia robusta	13.359,00
Opuntia streptacantha	11.712,00
Prosopis laevigata	15.738,00
Yucca filifera	4.758,00

- Cantidad de plantas en una hectárea
  - 658 plantas por hectárea
- Número de variables consideradas
  - Número de plantas consideradas
  - Posición en la que se establece una planta
  - Número de plantas vecinales
- Número de parámetros
  - Tamaño de la hectárea
  - Capacidad máxima por hectárea
  - Competitividad, es decir, la competencia que tiene una planta con otra.

Para la experimentación de este proyecto se realizaron 1000 simulaciones con la intención de estudiar cómo se generan las poblaciones iniciales, como comienzan las distribuciones y con base en esto como terminan las distribuciones. Para analizar cómo nuestro modelo genera las poblaciones iniciales y cómo se tienden a distribuir los resultados, se calcularon los siguientes valores esperados.

- Valor esperado del total de plantas existentes en una hectárea

El valor esperado del total de plantas existentes en una hectárea es de 500.1, esto se consiguió al sumar los valores 10 que eran las plantas existentes, de cada población inicial de la simulación y dividirlo por el total de simulaciones realizadas

- Valor esperado de plantas por especie existentes en una hectárea

El promedio de la especie 0 en todas las simulaciones es: 11.0

El promedio de la especie 1 en todas las simulaciones es: 49.0

El promedio de la especie 2 en todas las simulaciones es: 11.0

El promedio de la especie 3 en todas las simulaciones es: 11.0

El promedio de la especie 4 en todas las simulaciones es: 13.0

El promedio de la especie 5 en todas las simulaciones es: 10.0

El promedio de la especie 6 en todas las simulaciones es: 19.0

El promedio de la especie 7 en todas las simulaciones es: 16.0

El promedio de la especie 8 en todas las simulaciones es: 22.0

El promedio de la especie 9 en todas las simulaciones es: 7.0

- Valor esperado de plantas por especie a suministrar por hectárea.

El promedio de la especie 0 en todas las simulaciones es: 31

El promedio de la especie 1 en todas las simulaciones es: 147

El promedio de la especie 2 en todas las simulaciones es: 31

El promedio de la especie 3 en todas las simulaciones es: 31

El promedio de la especie 4 en todas las simulaciones es: 36

El promedio de la especie 5 en todas las simulaciones es: 28

El promedio de la especie 6 en todas las simulaciones es: 52

El promedio de la especie 7 en todas las simulaciones es: 58

El promedio de la especie 8 en todas las simulaciones es: 64

El promedio de la especie 9 en todas las simulaciones es: 19

- Valor esperado de competencia existente en una hectárea

El valor esperado de competencia de las simulaciones es de 5672, esto se consiguió al sumar los valores de competencia que había en cada lista de plantas, de cada población inicial de la simulación, y dividirlo por cien para obtener el promedio.

- Probabilidad de transición entre plantas (considere una planta como un estado)

<i>Matriz de Transición</i>											
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Suma
0	0.347	0.025	0.025	0.031	0.020	0.056	0.045	0.084	0.011	0.356	1.000
1	0.124	0.119	0.085	0.093	0.066	0.122	0.100	0.126	0.064	0.101	1.000
2	0.119	0.085	0.104	0.092	0.097	0.116	0.097	0.107	0.055	0.129	1.000
3	0.132	0.088	0.092	0.106	0.077	0.130	0.102	0.109	0.050	0.114	1.000
4	0.113	0.085	0.093	0.118	0.111	0.095	0.112	0.102	0.062	0.109	1.000
5	0.155	0.064	0.052	0.079	0.052	0.138	0.115	0.128	0.034	0.183	1.000
6	0.141	0.079	0.066	0.087	0.072	0.117	0.127	0.129	0.047	0.135	1.000
7	0.187	0.058	0.056	0.058	0.043	0.119	0.096	0.159	0.036	0.187	1.000
8	0.091	0.096	0.094	0.107	0.087	0.091	0.098	0.109	0.107	0.120	1.000
9	0.034	0.002	0.002	0.003	0.002	0.006	0.004	0.008	0.001	0.938	1.000

Donde:

Estado 0 : Agave lechuguilla

Estado 1: Agave salmiana

Estado 2 : Agave scabra

Estado 3: Agave striata

Estado 4: Opuntia cantabrigiensis

Estado 5: Opuntia engelmannii

Estado 6: Opuntia robusta

Estado 7: Opuntia streptacantha

Estado 8: Prosopis laevigata

Estado 9: Yucca filifera

Para la obtención de la matriz de transición lo que primero realizamos fue identificar los tipos de plantas como estos, es decir, sabemos que contamos con 10 especies de plantas y que cada una de ellas representa un estado. Luego tomamos en cuenta los resultados obtenidos, es decir, las simulaciones con respecto al acomodo de plantas; esto con el fin de contabilizar cuántas veces una planta en una posición se convierte en otra planta en una posición adyacente a la original. Estas transiciones conforman una tabla de conteo en el que se muestra cuántas veces cambiamos de un estado a otro (en este caso que la siguiente planta sea una en específico). Una vez que tenemos el conteo para cada estado (planta donde inicia), sumamos todas las plantas que parten de ese estado y dividimos cada transición individual entre ese total, logran tener diez estados posibles del cada estado inicial. A partir de ello se muestra probabilidades de las cuales podemos verificar su validez si al sumar la fila el resultado es uno y en efecto es uno.

- Ejemplo de la distribución de una hectárea.

Durante el proceso de simulaciones se obtuvieron muchas distribuciones diferentes ya que se probaban 50 generaciones en cada simulación. Algunas de estas distribuciones eran mejores que otras, pero en general se pudo observar que el valor fitness de todas aumentó alrededor del 10%. Esto indica que el heurístico sí está teniendo un buen rendimiento.

Una de las distribuciones con mejores resultados que obtuvimos fue la siguiente.

[[1, 1, 1, 1, 0, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1], [1, 1, 1, 1, 0, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1], [1, 7, 4, 8, 6, 1, 3, 9, 1, 0, 9, 0, 7, 8], [6, 6, 6, 6, 6, 6, 0, 6, 6, 6, 6, 6, 6], [1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 0, 1, 1], [1, 1, 1, 1, 1, 1, 0, 1, 1, 1, 1, 1, 1], [1, 1, 8, 8, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 8, 1, 8, 8], [0, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1], [4, 4, 4, 4, 4, 4, 0, 4, 4, 4, 4, 4, 4], [1, 1, 1, 1, 1, 0, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1], [7, 8, 8, 7, 8, 8, 6, 7, 8, 1, 8, 4, 4, 3], [1, 8, 8, 8, 1, 1, 8, 1, 8, 1, 8, 1, 1, 1], [7, 7, 7, 7, 7, 0, 7, 7, 7, 7, 7, 7, 7], [2, 2, 5, 2, 2, 2, 0, 2, 5, 2, 2, 5, 2, 2], [4, 4, 0, 4, 1, 4, 1, 4, 1, 4, 4, 4, 4, 4], [0, 6, 4, 1, 6, 7, 1, 7, 2, 4, 6, 0, 3, 6], [7, 7, 7, 7, 7, 7, 7, 7, 0, 7, 7, 7, 7, 7], [1, 1, 1, 0, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1], [1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 0, 1, 1, 1, 1, 1], [1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1], [1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 0], [5, 5, 5, 5, 5, 5, 0, 5, 5, 5, 5, 5, 5, 5], [5, 5, 5, 5, 5, 5, 5, 5, 7, 5, 5, 5, 5, 0], [7, 7, 7, 7, 7, 0, 7, 7, 7, 7, 7, 7, 7, 7], [3, 3, 3, 3, 0, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3], [0, 7, 6, 7,

7, 7, 7, 6, 6, 6, 7, 7, 7, 6], [4, 4, 4, 0, 4, 4, 4, 4, 4, 4, 4, 4, 4, 4], [4, 4, 3, 8, 5, 6, 7, 7, 1, 9, 6, 1, 0, 2], [9, 6, 6, 9, 6, 0, 6, 6, 6, 9, 6, 6, 6], [2, 8, 8, 4, 8, 0, 6, 4, 8, 6, 2, 1, 2, 4], [6, 6, 6, 6, 6, 6, 0, 6, 6, 6, 6, 6, 6, 6], [8, 1, 9, 8, 5, 1, 7, 0, 2, 7, 1, 6, 8, 1], [8, 0, 2, 5, 0, 7, 8, 9, 5, 3, 6, 2, 8, 2], [2, 2, 2, 2, 2, 0, 2, 2, 2, 2, 2, 2, 2], [1, 8, 8, 1, 5, 7, 7, 1, 8, 3, 8, 4, 6, 6], [7, 5, 1, 5, 2, 3, 8, 5, 3, 9, 3, 5, 1, 4], [8, 8, 1, 8, 8, 8, 8, 8, 8, 8, 8, 8, 8], [8, 8, 1, 6, 8, 1, 8, 8, 4, 3, 1, 8, 1, 3], [1, 1, 1, 1, 1, 0, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1], [6, 6, 6, 6, 6, 0, 6, 6, 6, 6, 6, 6, 6, 6], [2, 2, 3, 2, 2, 0, 3, 2, 3, 3, 2, 3, 2, 2], [0, 9, 8, 9, 8, 8, 8, 8, 8, 9, 8, 8, 8, 8], [3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 0, 3], [8, 8, 8, 8, 8, 8, 8, 8, 0, 8, 8, 8, 8], [0, 9, 9, 9, 9, 9, 9, 9, 9, 9, 9, 9, 9], [1, 1, 1, 8, 1, 1, 8, 8, 8, 1, 8, 8, 1, 8], [7, 9, 6, 8, 6, 1, 0, 0, 6, 8, 1, 6, 2, 5]]

A través de esta matriz se puede ver cómo se deberían de distribuir las plantas en una hectárea tomando en cuenta la competitividad y los espacios disponibles. Los números que conforman a esta matriz representan a las especies que se colocarán en cada espacio de la hectárea. En el caso de este ejemplo, se comenzó con una población inicial que mostraba un índice alto de monocultivo en el caso de 5 de las 10 especies que estamos tratando. La población elegida para este ejemplo (generación 47) muestra índices de monocultivo más pequeños y se pudo ver una mejora del 11%, ya que el valor de fitness original era de: 1525567.8569187273, mientras que el final tiene un valor de: 1701604.0407838163.

La distribución inicial se puede visualizar en la imagen 1. A través de esta imagen se puede ver una mayor tendencia al monocultivo especialmente a partir de la fila 17. En la imagen 2 se puede ver la distribución óptima encontrada a través de nuestro modelo heurístico. En esta también se puede ver un monocultivo en ciertos rangos, pero hay menor incidencia de monocultivos que en la población inicial. Eso indica que la solución sí mejoró. En las imágenes los colores varían dependiendo de la especie en esa sección. La leyenda de los colores se muestra en la imagen 3.

Imagen 1. Población inicial (completa)

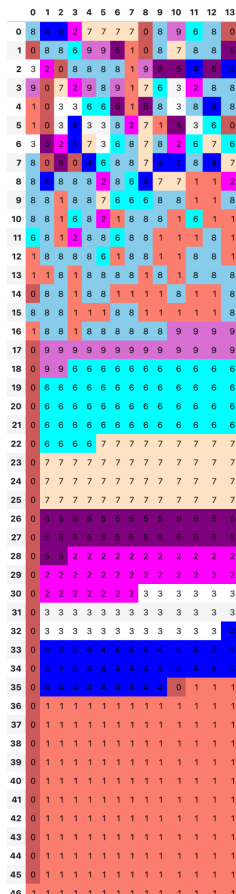


Imagen 2. Población final

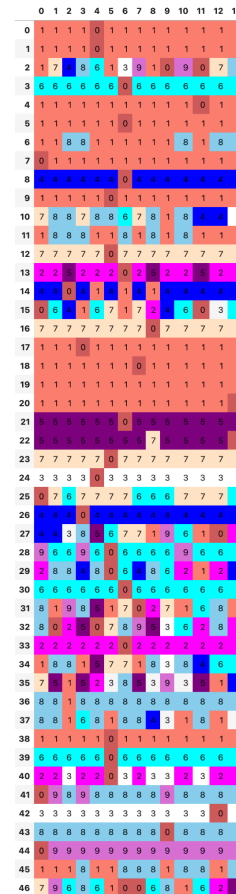


Imagen 3. Leyenda de colores y especies

0	1
0	Agave lechuguilla
1	Agave salmiana
2	Agave scabra
3	Agave striata
4	Opuntia cantabrigiensis
5	Opuntia engelmannii
6	Opuntia robusta
7	Opuntia streptacantha
8	Prosopis laevigata
9	Yucca filifera

## Recomendaciones

Una opción para poder mejorar los resultados es incluir una penalización para el monocultivo a través de la sanción cuando las plantas de las mismas especies estén dentro de los ocho vecinos en consideración. Esto con el fin de evitar la infertilización de la tierra por el consumo de los mismos nutrientes por el mismo tipo de plantas.

La segunda opción para decrementar la competitividad entre plantas es haciendo que se penalice directamente a los vecinos de la misma especie. Haciendo, por ejemplo, que la competitividad dependa de la distancia o las condiciones del terreno (como la fertilidad o el tipo de suelo). Esto haría que el modelo sea más realista, adaptándose mejor a diferentes tipos de terrenos y condiciones ambientales.

## Conclusiones

El proceso de reforestación es esencial para revertir los efectos negativos de la deforestación y contribuir a mitigar el cambio climático. Es necesaria una planeación para asegurar la supervivencia de las plantas reforestadas.

Este proyecto nos hizo ver la importancia de la consideración de restricciones no solo robustas, pero flexibles, sino también del planteamiento de penalizaciones que nos dejan en claro que no siempre se podrán crear soluciones completamente perfectas y menos en la planificación de la reforestación, donde se busca evitar los monocultivos, pero lamentablemente no es completamente erradicable.

Dado que la optimización de la distribución de las plantas en la hectárea implica un modelo matemático complejo, tardado y costoso (computacionalmente hablando) el uso de un algoritmo heurístico fue clave para realizar las búsquedas de soluciones. Nuestro algoritmo heurístico nos permitió encontrar soluciones buenas en tiempos razonables.

## Referencias bibliográficas

- ChatGPT. (2024). ChatGPT [ChatGPT-4].  
<https://chatgpt.com/share/6702340c-bea4-8010-a5a1-070fe6ca3e12>
- Chen, X., Hu, Z., Zang, W., & Hk, W. H. (2005). Perfect Circular Arc Coloring. *Journal of Combinatorial Optimization*, 9, 267–280.
- Comisión Nacional Forestal. (2010). Prácticas de reforestación: Manual básico. Primera edición. Marketing Group.
- Comisión Nacional para el Conocimiento y Uso de la Biodiversidad (CONABIO). (s.f.). Reforestación: Conservación de la biodiversidad en México.  
<https://www.biodiversidad.gob.mx/diversidad/reforestacion>
- Distribución de probabilidad.*(2018).  
[https://www.sergas.es/Saude-publica/Documents/1899/Ayuda\\_Epidat\\_4\\_Distribuciones\\_de\\_probabilidad\\_Octubre2014.pdf](https://www.sergas.es/Saude-publica/Documents/1899/Ayuda_Epidat_4_Distribuciones_de_probabilidad_Octubre2014.pdf)
- Einhorn, C. (2022, March 21). ¿La reforestación de árboles ayuda o perjudica al planeta? *The New York Times*.  
<https://www.nytimes.com/es/2022/03/21/espanol/reforestacion-pros-contras.html>
- Esquivel, R. M., Gómez-Vargas, I., Vázquez, J. A., & Salcedo, R. G. (2021). An introduction to markov chain monte carlo. *Boletín de Estadística e Investigación Operativa*, 1(37), 47-74.  
[https://www.researchgate.net/profile/Ricardo-Medel-Esquivel/publication/335170165\\_An\\_introduction\\_to\\_Markov\\_Chain\\_Monte\\_Carlo/links/5d543b08299bf16f073864e1/An-introduction-to-Markov-Chain-Monte-Carlo.pdf](https://www.researchgate.net/profile/Ricardo-Medel-Esquivel/publication/335170165_An_introduction_to_Markov_Chain_Monte_Carlo/links/5d543b08299bf16f073864e1/An-introduction-to-Markov-Chain-Monte-Carlo.pdf)
- Gomez, N. (2024). *FAEDIS*. Umng.edu.co.  
[http://virtual.umng.edu.co/distancia/ecosistema/odin/odin\\_desktop.php?path=Li4vb3Zhc y9pbmdlblmlhX2NpdmlsL2ludmVzdGlnYWNPb25fZGVfb3BlcmFjaW9uZXNfaWkv dW5pZGFkXzIv#slide\\_6](http://virtual.umng.edu.co/distancia/ecosistema/odin/odin_desktop.php?path=Li4vb3Zhc y9pbmdlblmlhX2NpdmlsL2ludmVzdGlnYWNPb25fZGVfb3BlcmFjaW9uZXNfaWkv dW5pZGFkXzIv#slide_6)

- G., José, J., Soberón, M., & Valero, T. (2017). *Treball Final de Grau Una Introducció a las Cadenas de Markov y sus Aplicaciones*.  
[https://dspace.uib.es/xmlui/bitstream/handle/11201/151803/Memoria\\_EPSU0697.pdf?sequence=1&isAllowed=y](https://dspace.uib.es/xmlui/bitstream/handle/11201/151803/Memoria_EPSU0697.pdf?sequence=1&isAllowed=y)
- Hoel, P., Port, S., & Stone, C. (1957). *Introduction to Stochastic Processes*. Boston; Houghton Mifflin Company, University of California Los Angeles.  
<https://docs.ufpr.br/~benitoag/materialPE.pdf>
- Hong, L., Miklós, I., & Rényi, A. (2021). *A Markov chain on the solution space of edge-colorings of bipartite graphs*.
- Iberdrola. (2020, June 4). *Especies invasoras*. Retrieved from  
<https://www.iberdrola.com/sostenibilidad/especies-invasoras>
- Iberdrola. (s.f.). *La reforestación, una alternativa para revertir la desertificación*. Retrieved from  
<https://www.iberdrola.com/sostenibilidad/que-es-reforestacion>
- Kogut, P. (2023, December 1). *Monocultivo en la agricultura: pros y contras*. Retrieved from  
<https://eos.com/es/blog/monocultivo/>
- Meneses, A. (s. f.). *MÉTODO MONTECARLO, ORIGEN, VENTAJAS y DESVENTAJAS*.  
<https://unimeta-simulacion-alejandra-meneses.blogspot.com/2012/08/metodo-origen-el-de-montecarlo-un-no.html>
- Nakano, S., Zhou, X., & Nishizeki, T. (1995). *Edge-coloring algorithms*. 172–183.  
<https://doi.org/10.1007/BFB0015243>
- Proceso de selección 2023 Licenciatura en Acturaía*. (2023).  
<https://fca.uaq.mx/docs/ConvocatoriasLicenciatura/2023-2/GUIAS/Sesion5Act.pdf>
- ¿Qué es la simulación de Monte Carlo? - Explicación de la simulación de Monte Carlo - AWS*.  
 (s. f.). Amazon Web Services, Inc.  
<https://aws.amazon.com/es/what-is/monte-carlo-simulation/>



Quinlan, B. (2015, 26 enero). Dimensional Analysis: How Many Monte Carlo Simulations Should I Run? Part 2. *DCS*.

<https://blog.3dcs.com/dimensional-analysis-how-many-monte-carlo-simulations-should-i-run>

Thadani, S., Bagora, S., & Sharma, A. (2022). Applications of graph coloring in various fields. *Materials Today: Proceedings*, 66, 3498–3501.

<https://doi.org/10.1016/J.MATPR.2022.06.39>.

Valencia-Pabon, M. (2003). Revisiting Tucker's Algorithm to Color Circular Arc Graphs. *SIAM Journal on Computing*, 32(4), 1067-6. <https://doi.org/10.1137/S009753970038215>

## Anexos

### *Matriz de Competitividad ajustada*

- [https://docs.google.com/spreadsheets/d/1r3ElFq6275gbsAr\\_-eVD1Zx3kez09tLa/edit?usp=sharing&ouid=114128346838260078590&rtpof=true&sd=true](https://docs.google.com/spreadsheets/d/1r3ElFq6275gbsAr_-eVD1Zx3kez09tLa/edit?usp=sharing&ouid=114128346838260078590&rtpof=true&sd=true)

### *Método Heurístico*

- [https://drive.google.com/file/d/1cZ9BG3aTt2vSGepajDbVzPhm77yjPfaJ/view?usp=drive\\_link](https://drive.google.com/file/d/1cZ9BG3aTt2vSGepajDbVzPhm77yjPfaJ/view?usp=drive_link)

### *Carpeta con los archivos creados para esta entrega.*

- [https://drive.google.com/drive/folders/1mMPJJv7mmhxjHQ5gdZBRSJGLaijSBECe?usp=drive\\_link](https://drive.google.com/drive/folders/1mMPJJv7mmhxjHQ5gdZBRSJGLaijSBECe?usp=drive_link)