Легко устанавливается из правил дифференцирования, но мы не будем специально следить за этим, чтобы не удлинять изложение.

Пример 1. Равномерное движение:

$$z(t) = z_0 + vt.$$

Тогда $z'(t) = v$ — постоянная величина.

Пример 2. Равноускоренное движение:

$$z = z_0 + v_0 t + \frac{at^2}{2},$$

где v_0 — начальная скорость, a — ускорение. В этом случае

$$z'(t) = v_0 + at$$

по известным правилам дифференцирования. Напомним, что если даны две функции $f(t)$, $g(t)$ и постоянная a, то

$$(f+g)' = f' + g', \quad (af)' = af', \quad (fg)' = f'g + fg',$$

$$\left(\frac{f}{g}\right)' = \frac{f'g - fg'}{g^2}$$

(последняя формула верна в случае, когда $g(t) \neq 0$ в рассматриваемой точке t).

Из предпоследней формулы следует, что $(t^2)' = 2t$.

При любом целом n легко доказать (например, индукцией по n), что $(t^n)' = nt^{n-1}$. Можно доказать, что при $t > 0$ эта формула верна и для нецелых n (об этом ещё будет идти речь ниже).

Укажем геометрический смысл производной: если нарисовать график функции $z = z(t)$, то $z'(t) = \tan\alpha$, где α — угол наклона касательной, проведённой к графику в точке $(t, z(t))$, к оси t (рис. 1).

Правило дифференцирования сложной функции: если даны две функции $F(z)$ и $z(t)$, то для функции $g(t) = F(z(t))$ производную можно найти по формуле

$$g'(t) = (F(z(t)))' = F'(z(t))z'(t),$$

вытекающей из того, что

$$g'(t) = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta g}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta F(z(t))}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta F}{\Delta z} \cdot \frac{\Delta z}{\Delta t} = F'(z(t))z'(t)$$

(здесь использовалось, что если $\Delta t \to 0$, то и $\Delta z \to 0$).

Правило дифференцирования обратной функции. Пусть функция $z = f(t)$ строго монотонна на отрезке $[t_1, t_2]$ и имеет производную в каждой точке этого отрезка. Строгая монотонность означает, что функция f либо возрастающая (если $t' < t''$, то $f(t') < f(t'')$), либо убывающая (если $t' < t''$, то $f(t') > f(t'')$). Будем для определённости считать функцию f возрастающей. Тогда множество значений функции f на отрезке $[t_1, t_2]$ представляет собой отрезок $[z_1, z_2]$, где $z_1 = f(t_1)$, $z_2 = f(t_2)$ (рис. 2).