Základní informace pro studenty k začátku semestru

- Časy cvičení - dle rozvrhu
- E-mail: Matous.Cabalka@vutbr.cz
- Místnost: A1/1935
- Zápočty: 2×12 bodů + bod za Maplem celkem max. 25
  - Termíny zápočtů: 6.-7. týden, 11.-13. týden
  - Z každého zápočtu alespoň 6 bodů
  - Klidně zvlášť pro ty, kteří chtějí jít na předtermín
  - U zápočtů možnost získat bonusové body
- Maximálně 2 absence
  - Lze nahradit ve stejném týdnu u jiného kolegy

- Založit fb skupinu pro sdílení podkladů od cvičícího
- Možnost předzápočtové konzultace a konzultace před zkouškou
- Kdo je přednášející?

- Zdůraznit, že 1M za hodně kreditů a je důležité zvládnout nejen kvůli kreditům ale i kvůli snazšímu studiu celkově

Matematická logika

Definice 1. (Výrok)
Výrok je tvrzení, o němž lze říct, zda je pravdivé či nikoli. Nechť je A výrok. Pokud je pravdivý, pak píšeme $p(A) = 1$, pokud je nepravdivý, pak je $p(A) = 0$. Hodnoty 0, 1 jsou pravdivostní hodnoty.

Poznámka:
Elementární výrok je takové tvrzení, které je dále nedělitelné a neobsahuje žádné logické spojky.

Logické spojky

Definice 2. (Nulární logické spojky)
Existují dvě nulární spojky - pravda/tautologie (označované symboly T nebo $\top$) a nepravda/kontradikce (označované symboly F nebo $\bot$). *Tautologie* je tvrzení, které je vždy pravdivé. *Kontradikce* je naopak tvrzení, které je vždy nepradivé.

Příklad 3.
Tautologie: „Přijdu, nebo nepřijdu.“
Kontradikce: „Nikdy jsem nebyl ve škole.“

Definice 4. (Unární logické spojky)
Jedinou unární logickou spojkou je negace označovaná symbolem $\neg$ (tj. $\neg A$), nebo pomocí apostrofu (A'). Pokud je $p(A) = 1$, pak $p(\neg A) = 0$ a naopak.

Definice 5. (Binární logické spojky)
Nejčastěji používanými binárními spojkami jsou konjunkce („a“, $\wedge$), disjunkce („nebo“, $\vee$), implikace („jestliže ..., pak...“, $\rightarrow$, $\Rightarrow$), a ekvivalence („právě tehdy, když“, $\leftrightarrow$, $\Leftrightarrow$).

Definice 6. (Tabulka logických hodnot)
Hodnoty výroků a výrokových formulí nejčastěji zaznamenáváme do tabulky logických hodnot.

A	B	$\neg A$	$A \wedge B$	$A \vee B$	$A \to B$	$A \leftrightarrow B$
1	1	0	1	1	1	1
1	0	0	0	1	0	0
0	1	1	0	1	1	0
0	0	1	0	0	1	1

Věta 7. Platí následující vztahy pro negace složených výroků:
a) $\neg(\neg A) = A$,
b) $\neg(A \wedge B) = \neg A \vee \neg B$,
c) $\neg(A \vee B) = \neg A \wedge \neg B$,
d) $\neg(A \to B) = A \wedge \neg B$,
e) $\neg(A \leftrightarrow B) = (A \vee B) \wedge (\neg A \vee \neg B)$.

Věta 8. Následující výrokové formule jsou tautologie:
a) $(A \to B) \leftrightarrow (\neg B \to \neg A)$,
b) $\big((A \to B) \wedge (B \to C)\big) \to (A \to C)$,
c) $(A \leftrightarrow B) \leftrightarrow \big((A \to B) \wedge (B \to A)\big)$.

Definice 9. Nechť jsou dány symboly $\circ$ a $*$. Pak následující zákony nazýváme:
a) $a \circ b = b \circ a$ - **komutativní zákon**.
b) $a \circ (b \circ c) = (a \circ b) \circ c$ - **asociativní zákon**
c) $a \circ (b * c) = (a \circ b) * (a \circ c)$ - **distributivní zákon**.

Věta 10. Pro logické spojky $\wedge, \vee$ platí komutativní, asociativní a distributivní zákony:
a) $A \wedge B = B \wedge A$, $\quad A \vee B = B \vee A$,
b) $A \wedge (B \wedge C) = (A \wedge B) \wedge C \quad A \vee (B \vee C) = (A \vee B) \vee C$,
c) $A \wedge (B \vee C) = (A \wedge B) \vee (A \wedge C)$, $\quad A \vee (B \wedge C) = (A \vee B) \wedge (A \vee C)$.

Definice 11. (Výrokové kvantifikátory)
V matematice se nejčastěji užívají dva kvantifikátory:
1. **Obecný kvantifikátor**, který se značí $\forall$ a čte se „pro každé“.
2. **Existenční kvantifikátor**, který se značí $\exists$ a čte se „existuje alespoň jeden“.

Kvantifikátory doplňují proměnnou a množinu, například „$\forall x \in X$ platí $A(x)$“, nebo „$\exists x \in X$ takové, že platí $A(x)$“.

Věta 12. (Negace výroků s kvantifikátory)
Nechť $A(x)$ je výroková formule s proměnnou $x \in X$, potom
a) negací výroku „$\forall x \in X$ platí $A(x)$“ je výrok „$\exists x \in X$ tak, že platí $A(x)$“,
b) negací výroku „$\exists x \in X$ tak, že platí $A(x)$“ je výrok „$\forall x \in X$ platí $A(x)$“.

Základy teorie množin