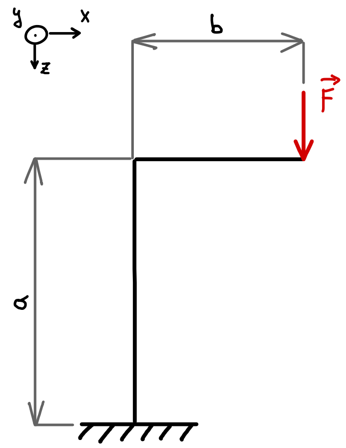
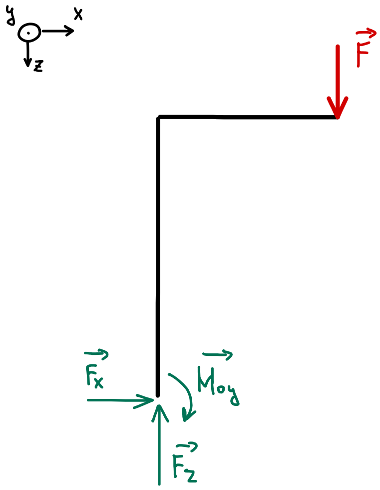
Příklad 1:



Zadání: Pro daný prut pomocí integrálního přístupu vyjádřete vztahy pro složky VVÚ. Průběhy zaznačte i graficky. Zadáno a,b,F.

Rozbor: Rovinná úloha, přímý vázaný prut, zatížený silově.

Úplné uvolnění



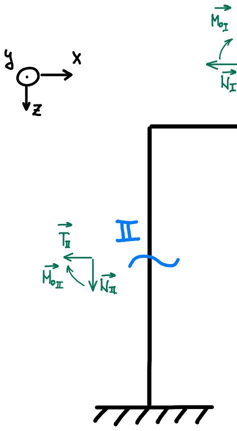
$NP = \{F_x, F_z, M_{oy}\} \Rightarrow \mu = 3$

$\nu = 3$

$s = \mu - \nu = 0 \Rightarrow$ STATICKY URČITÁ ÚLOHA $\Rightarrow$ rovnice rovnováhy stačí k určení neznámých parametrů.

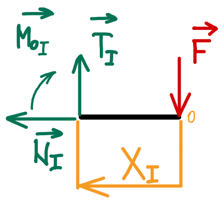
Prut má volný konec -> nemusíme počítat stykové síly, uvolňujeme od volného konce.

VVÚ



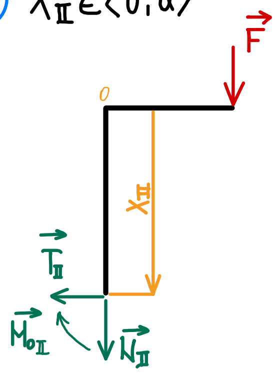
- uvolňuji z pravé strany -> konvence VVÚ

I $X_I \in \langle 0, b\rangle$



$$\boxed{\begin{aligned} N_I &= 0 \\ T_I &= F \\ M_{oI} &= -F \cdot x_I \end{aligned}}$$

II $X_{II} \in \langle 0, a\rangle$

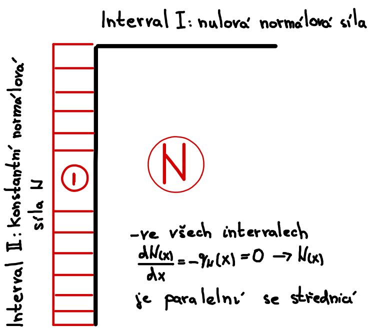


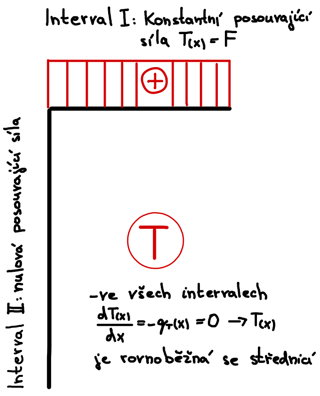
$$\boxed{\begin{aligned} N_{II} &= -F \\ T_{II} &= 0 \\ M_{oII} &= -F \cdot b \end{aligned}}$$

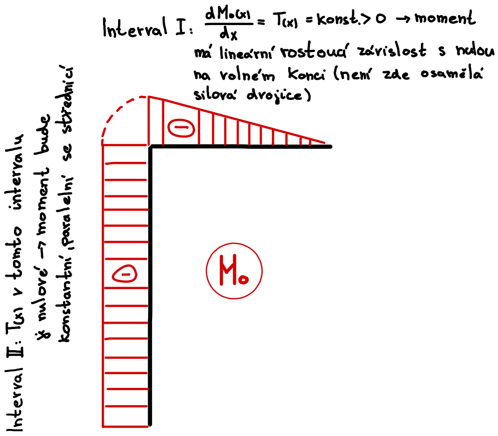
Grafické řešení

Schwedlerovy věty: $\frac{dN(x)}{dx} = -q_N(x)$; $\frac{dT(x)}{dx} = -q_T(x)$; $\frac{dM_o(x)}{dx} = T(x)$

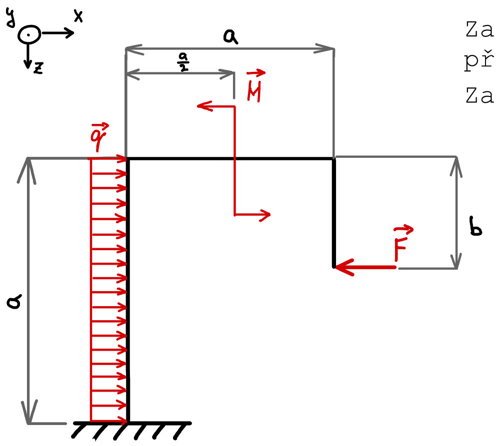
Schwedlerovy věty používají vždy osu x orientovanou zleva doprava. Proto při využívání této věty musíme tuto zákonitost dodržovat i když bychom řezali zprava. Tj. každý interval řeším zleva doprava.







Příklad 2:



Zadání: Pro daný prut určete pomocí integrálního přístupu nenulové VVÚ. Průběhy zaznačte i graficky.
Zadáno a,b,F,M,q.

$a = 100\ mm$

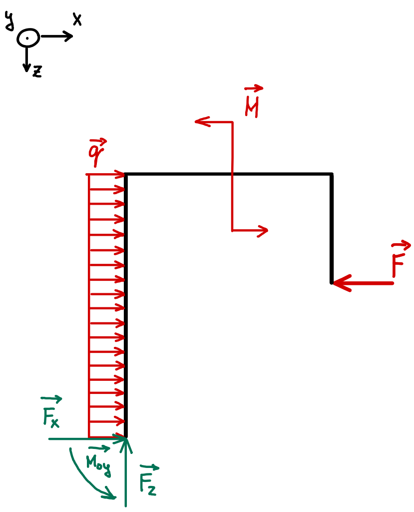
$b = 50\ mm$

$|\vec{F}| = 100\ N$

$|\vec{M}| = 3\ Nm$

$|\vec{q}| = 300\ \frac{N}{m}$

Rozbor: Rovinná úloha, přímý vázaný prut, zatížený silově.



Úplné uvolnění

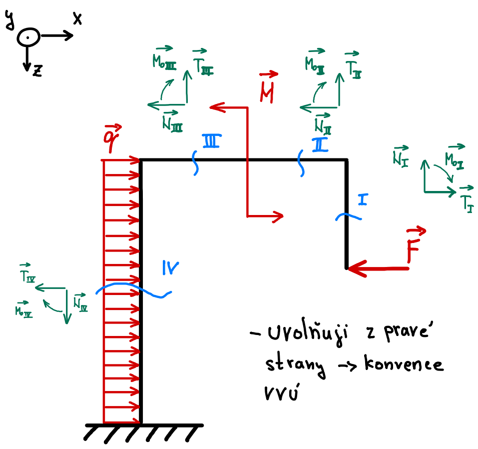
$NP = \{F_x, F_z, M_{oy}\} \Rightarrow \mu = 3$

$\nu = 3$

$S = \mu - \nu = 0 \Rightarrow$ STATICKY URČITÁ ÚLOHA $\Rightarrow$ rovnice rovnováhy stačí k určení neznámých parametrů

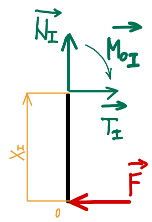
Prut má volný konec -> nemusíme počítat stykové síly, uvolňujeme od volného konce.

VVÚ



- Uvolňuji z pravé strany -> konvence VVÚ

(I) $X_I \in \langle 0, b \rangle$

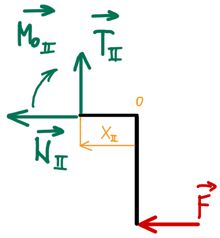


$N_I = 0$

$T_I = F$

$M_{0I} = -F \cdot x_I$

(II) $X_{II} \in \langle 0, \frac{a}{2} \rangle$

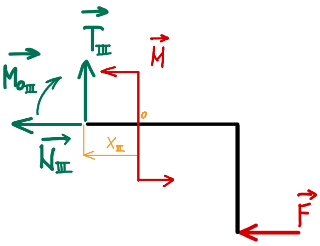


$N_{II} = -F$

$T_{II} = 0$

$M_{0II} = -F \cdot b$

(III) $X_{III} \in \langle 0, \frac{a}{2} \rangle$

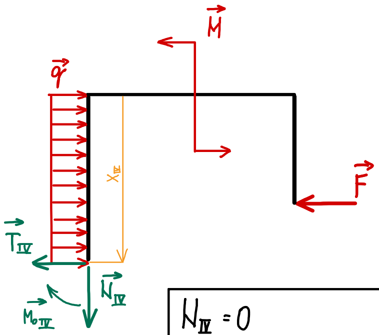


$N_{III} = -F$

$T_{III} = 0$

$M_{0III} = -F \cdot b + M$

(IV) $X_{IV} \in \langle 0, a \rangle$



$N_{IV} = 0$

$T_{IV} = -F + q \cdot x_{IV}$

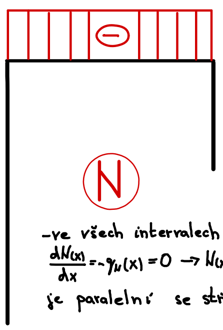
$M_{0IV} = F \cdot (x_{IV} - b) + M - \frac{q \cdot x_{IV}^2}{2}$

Grafické řešení

Interval II, III: Konstantní normálová síla N

Interval IV: nulová normálová síla

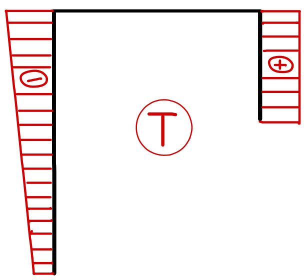
Interval I: nulová normálová síla



-ve všech intervalech $\frac{dN(x)}{dx} = -q_x(x) = 0 \rightarrow N(x)$ je paralelní se střednicí

Interval II, III: $q_z(x) = 0 \rightarrow$ přímka paralelní se střednicí, velikost nulová.

Interval IV: $q_z(x) = \text{konst.} > 0 \rightarrow$ klesající přímka $\left(\frac{dT(x)}{dx} = -q_z(x) \right)$



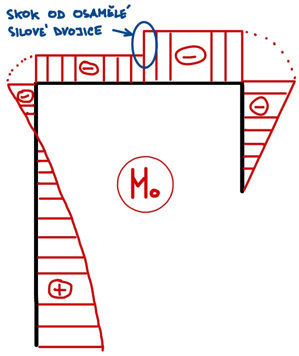
Interval I: $q_z(x) = 0 \rightarrow$ přímka paralelní se střednicí. $T(x) = F$

Interval III: $T(x) = 0 \rightarrow$ Konstantní moment, paralelně se střednicí

Interval II: $T(x) = 0 \rightarrow$ Konstantní moment, paralelně se střednicí

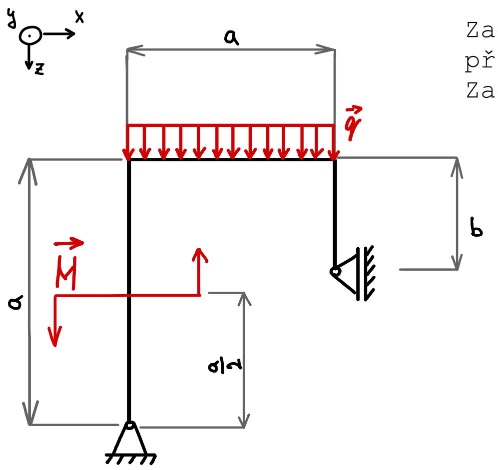
SKOK OD OSAMĚLÉ SILOVÉ DVOJICE

Interval IV: $T(x)$ lineárně klesá $\rightarrow$ moment bude kvadratická funkce. V místě vetknutí $T(x) \neq 0$, proto tam není extrém funkce.



Interval I: $\frac{dM(x)}{dx} = T(x) = \text{konst.} > 0 \rightarrow$ moment má lineárně rostoucí závislost s nulou na volném konci (není zde osamělá silová dvojice)

Příklad 3:



Zadání: Pro daný prut určete pomocí integrálního přístupu nenulové VVÚ. Průběhy zaznačte i graficky. Zadáno a,b,M,q.

$a = 100\,\text{mm}$

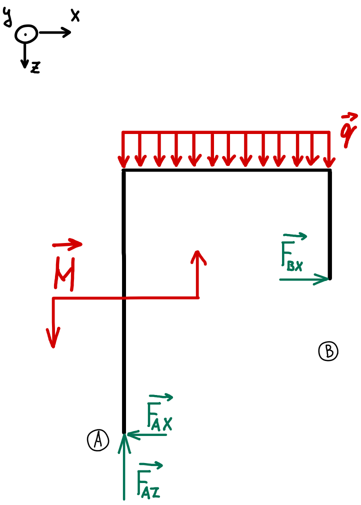
$b = 50\,\text{mm}$

$|\vec{M}| = 5\,\text{Nm}$

$|\vec{q}| = 300\,\frac{\text{N}}{\text{m}}$

Rozbor: Rovinná úloha, přímý vázaný prut, zatížený silově.

Úplné uvolnění



$NP = \{F_{AX}, F_{AZ}, F_{BX}\} \Rightarrow \mu = 3$

$\nu = 3$

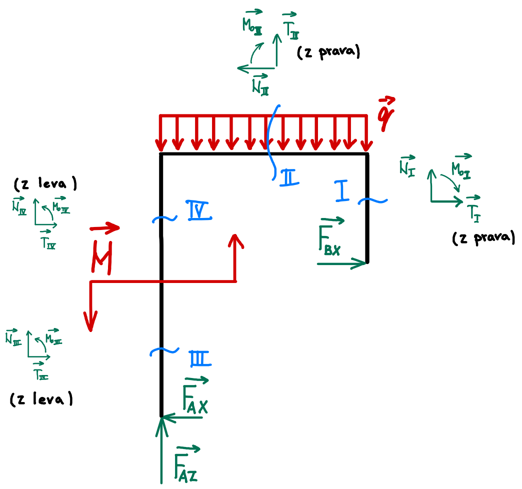
$S = \mu - \nu = 0 \Rightarrow$ STATICKY URČITÁ ÚLOHA $\Rightarrow$ rovnice rovnováhy stačí k určení neznámých parametrů.

$\sum F_x = 0: \; -F_{AX} + F_{BX} = 0 \Rightarrow \boxed{F_{BX} = F_{AX}} = ?$

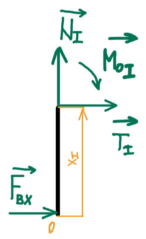
$\sum F_z = 0: \; -F_{AZ} + q\cdot a = 0 \Rightarrow \boxed{F_{AZ} = q\cdot a} = ?$

$\sum M_A = 0: \; M - \frac{q\cdot a^2}{2} - F_{BX}\cdot(a-b) = 0 \Rightarrow \boxed{F_{BX} = \frac{M - \frac{q\cdot a^2}{2}}{a-b}} = ?$

VVÚ



I $\quad x_I \in \langle 0, b \rangle$

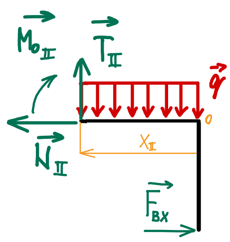


$N_I = 0$

$T_I = -F_{BX}$

$M_{oI} = F_{BX}\cdot x_I$

II $\quad x_{II} \in \langle 0, a \rangle$

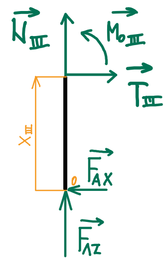


$N_{II} = F_{BX}$

$T_{II} = q\cdot x_{II}$

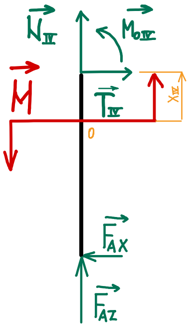
$M_{oII} = F_{BX}\cdot b - \frac{q\cdot x_{II}^2}{2}$

III $X_{III} \in \langle 0, \frac{a}{2} \rangle$



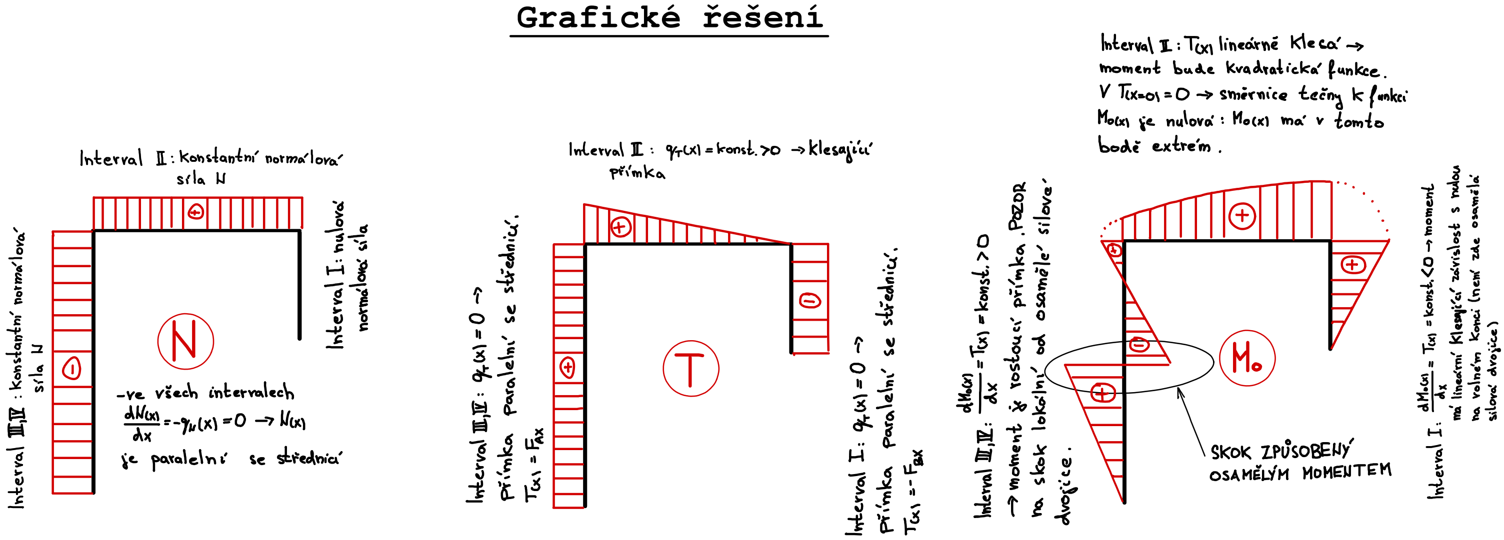
$$N_{III} = -F_{AZ}$$
$$T_{III} = F_{AX}$$
$$M_{0III} = F_{AX} \cdot x_{III}$$

IV $X_{IV} \in \langle 0, \frac{a}{2} \rangle$

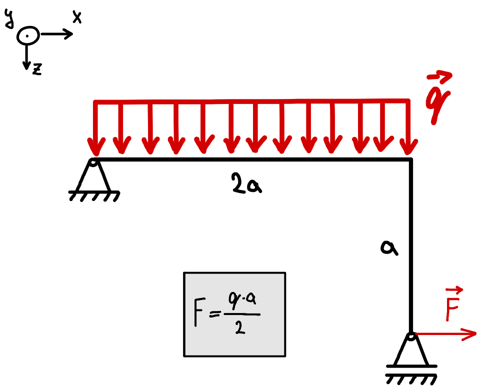


$$N_{IV} = -F_{AZ}$$
$$T_{IV} = F_{AX}$$
$$M_{0IV} = F_{AX} \cdot \left(\frac{a}{2} + x_{IV}\right) - M$$

Grafické řešení

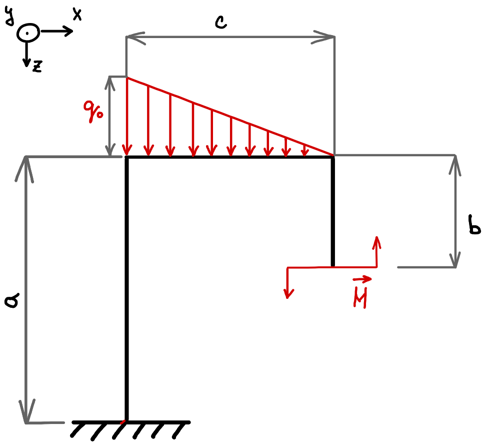


Příklad 4:



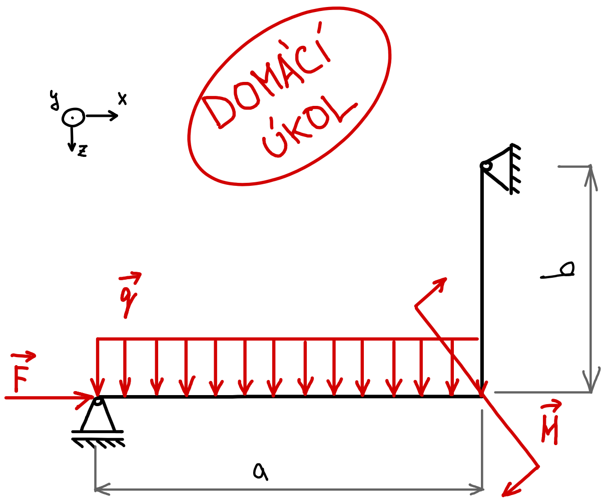
Zadání: Pro daný prut pomocí integrálního přístupu vyjádřete vztahy pro složky VVÚ. Průběhy zaznačte i graficky. Zadáno a,b,q.

Příklad 5:



Zadání: Pro daný prut pomocí integrálního přístupu vyjádřete vztahy pro složky VVÚ. Průběhy zaznačte i graficky. Zadáno a,b,c,q0,M.

Příklad 6:

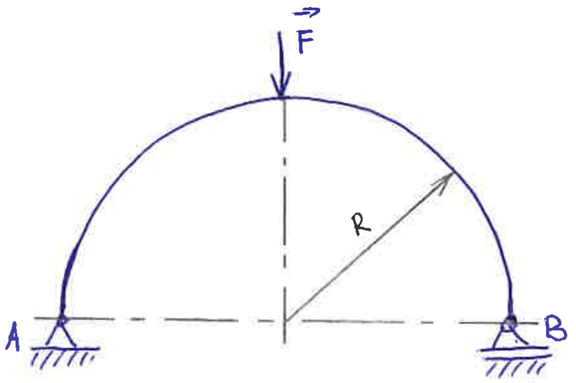


Zadání: Pro daný prut určete pomocí integrálního přístupu nenulové VVÚ. Průběhy zaznačte i graficky. Zadáno a,b,F,M,q.

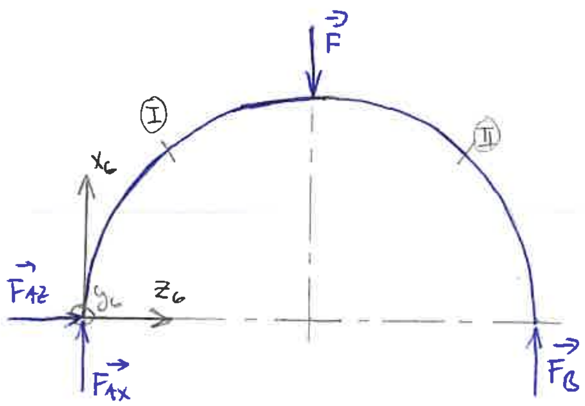
$a = 110$ mm
$b = 65$ mm
$|\vec{M}| = 5$ Nm
$|\vec{q}| = 300 \frac{N}{m}$
$|\vec{F}| = 98$ N

Příklad 1.

Znázorněte VVÚ podél střednice prutu.



Úplné uvolnění a určení stykových výslednic (reakcí, výsledných sil ve vazbách)



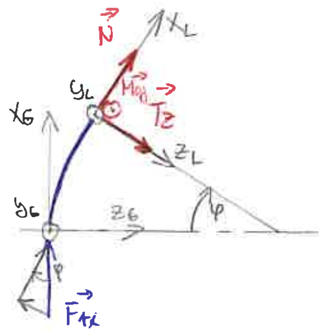
$\sum F_{z_G} = 0 \Rightarrow \underline{F_{Az} = 0}$

$\sum M_{Ay_G} = 0: \; -F \cdot R + F_B \cdot 2R = 0 \Rightarrow \underline{F_B = \frac{F}{2}}$

$\sum F_{x_G} = 0: \; F_{Ax} - F + F_B = 0 \Rightarrow F_{Ax} = F - F_B = \underline{\frac{F}{2}}$

Uvolnění prvků Ω_0 a určení VVÚ

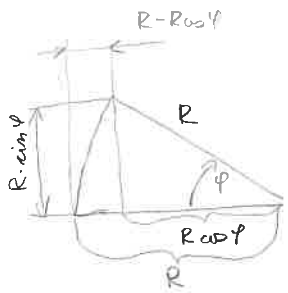
I $\varphi \in \langle 0, \pi/2 \rangle$



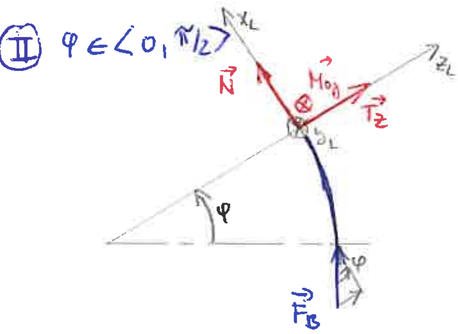
$\sum F_{x_L} = 0: \; N + F_{Ax} \cdot \cos\varphi = 0 \Rightarrow N = -F_{Ax} \cos\varphi$

$\sum F_{z_L} = 0: \; T_z - F_{Ax} \cdot \sin\varphi = 0 \Rightarrow T_z = F_{Ax} \cdot \sin\varphi$

$\sum M_{y_L} = 0: \; M_{oy} - F_{Ax} \cdot (R - R\cos\varphi) = 0 \Rightarrow M_{oy} = F_{Ax} (R - R\cos\varphi)$



II $\varphi \in \langle 0, \pi/2 \rangle$

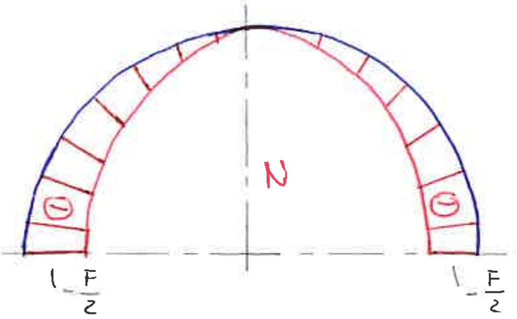


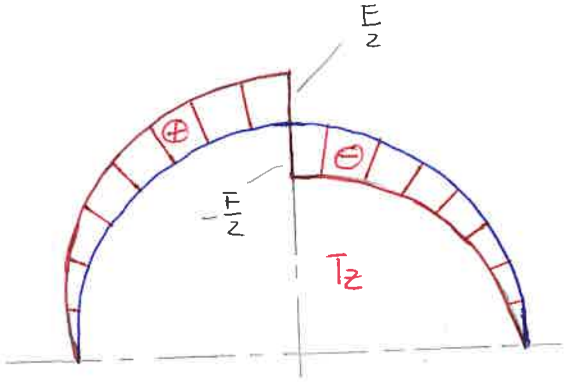
$N = -F_B \cos\varphi$

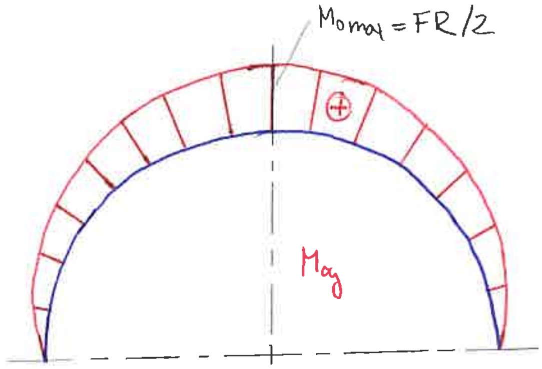
$T_z = -F_B \sin\varphi$

$M_{oy} = F_B \cdot (R - R\cos\varphi)$

Znázorněte VVÚ podél střednice

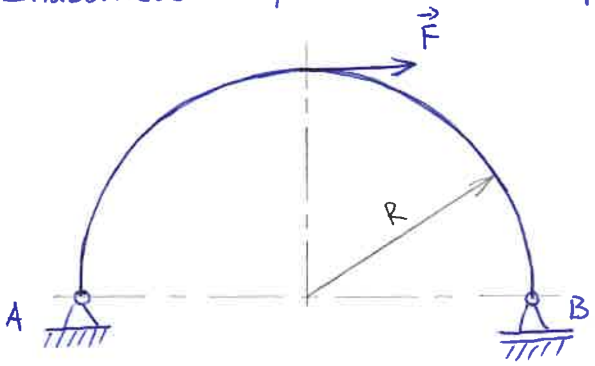




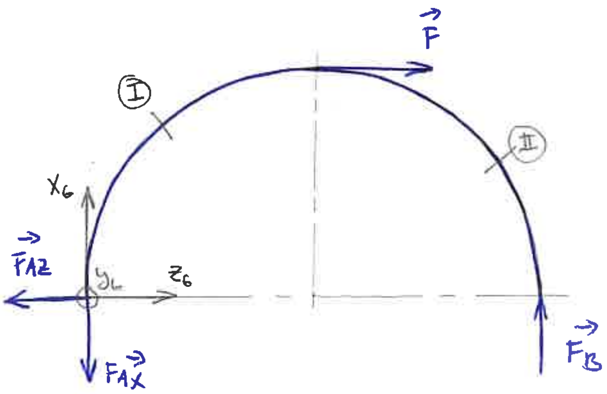


Příklad 2.

Znázorněte VVÚ podél střednice prutu.



Úplné uvolnění a určení stykových výslednic



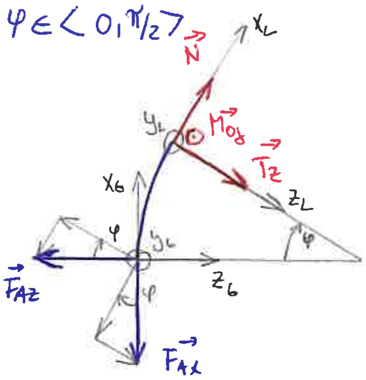
$\sum F_{z6} = 0: -F_{Az} + F = 0 \Rightarrow \underline{F_{Az} = F}$

$\sum M_{Ay_6} = 0: -F\cdot R + F_B\cdot 2R = 0 \Rightarrow \underline{F_B = \frac{F}{2}}$

$\sum F_{x6} = 0: -F_{Ax} + F_B = 0 \Rightarrow F_{Ax} = \underline{F_B = \frac{F}{2}}$

Uvolnění prvků Ω_o a určení VVÚ

(I) $\varphi \in \langle 0, \pi/2 \rangle$



$$N = F_{Az} \cdot \sin\varphi + F_{Ax} \cdot \cos\varphi$$

$$T_z = F_{Az} \cdot \cos\varphi - F_{Ax} \sin\varphi$$

$$M_{oy} = F_{Az} \cdot R \sin\varphi - F_{Ax} \cdot (R - R\cos\varphi)$$

zjištění extrémů

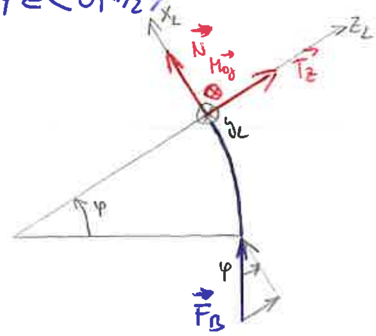
mimo vyšetřovaný interval $\langle 0, \pi/2 \rangle$

$$\frac{dN}{dx} = \frac{dN}{R\,d\varphi} = \frac{F_{Az} \cdot \cos\varphi - F_{Ax} \sin\varphi}{R} = 0 \Rightarrow \frac{\sin\varphi^*}{\cos\varphi^*} = \frac{F_{Az}}{F_{Ax}} \Rightarrow \varphi^* = \operatorname{arctg}(2) = 63{,}43^\circ$$

$$\frac{dT_z}{dx} = \frac{dT_z}{R\,d\varphi} = \frac{-F_{Az} \sin\varphi - F_{Ax} \cos\varphi}{R} = 0 \Rightarrow \frac{\sin\varphi^\Delta}{\cos\varphi^\Delta} = -\frac{F_{Ax}}{F_{Az}} \Rightarrow \varphi^\Delta = \operatorname{arctg}\left(-\tfrac{1}{2}\right) = -26{,}57^\circ$$

Schwedlerova věta M_{oex}: $T_z = 0$ $\quad F_{Az} \cos\varphi - F_{Ax} \sin\varphi = 0 \Rightarrow \varphi^o = \operatorname{arctg}(2) = 63{,}43^\circ$

(II) $\varphi \in \langle 0, \pi/2 \rangle$

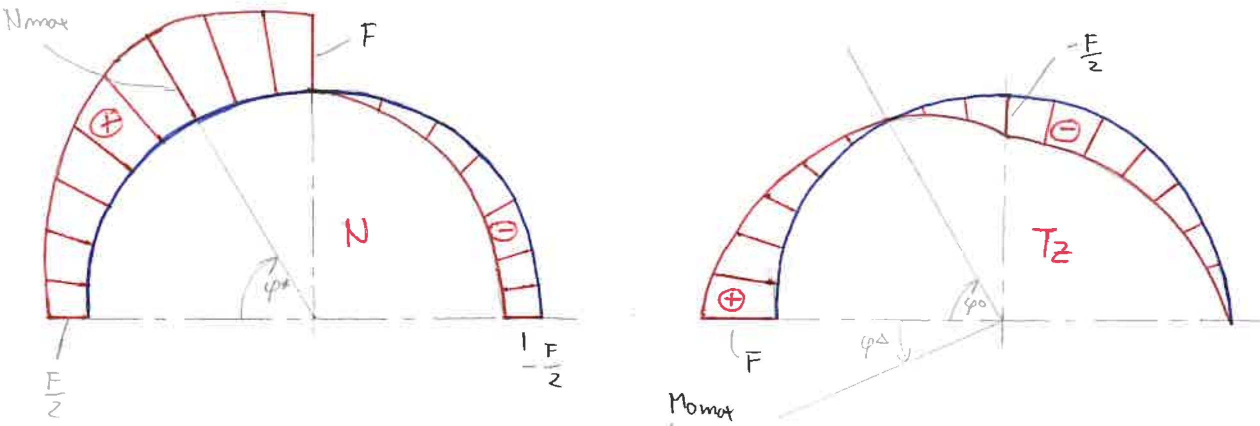


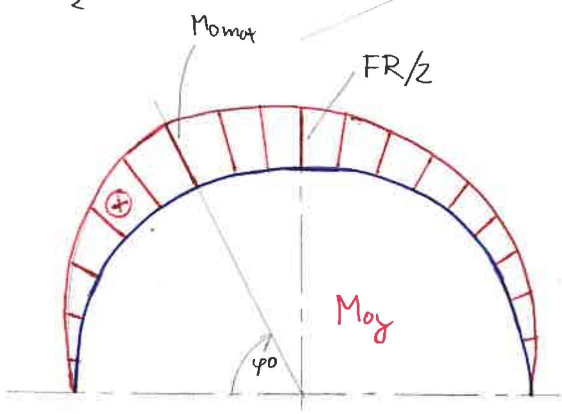
$$N = -F_B \cos\varphi$$

$$T_z = -F_B \sin\varphi$$

$$M_{oy} = F_B (R - R\cos\varphi)$$

Znázornění VVÚ podél střednice

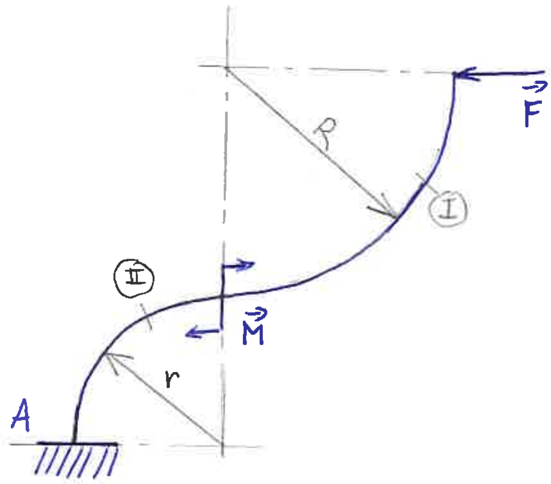




Příklad 3

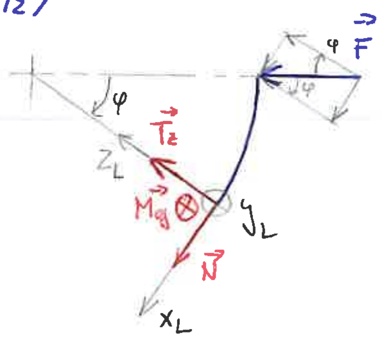
Znázorněte VVÚ podél střednice

$F = 10\,kN$; $M = 5\,Nm$; $R = 1\,m$; $r = 0{,}6\,m$



Uvolnění prvků Ω_0 a určení VVÚ

I $\varphi \in \langle 0, \pi/2 \rangle$

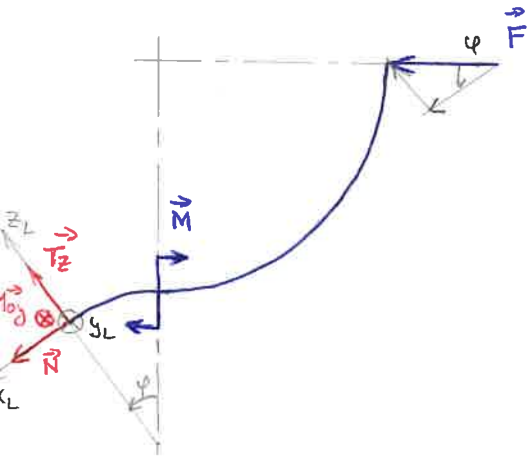


$N = -F \cdot \sin\varphi$

$T_z = -F \cos\varphi$

$M_{oy} = F \cdot R \cdot \sin\varphi$

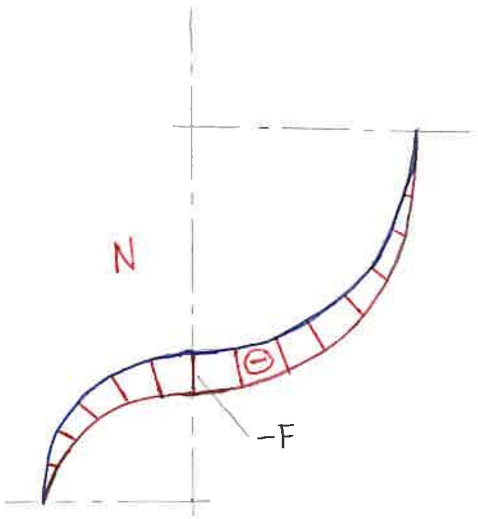
II $\varphi \in \langle 0, \pi/2 \rangle$

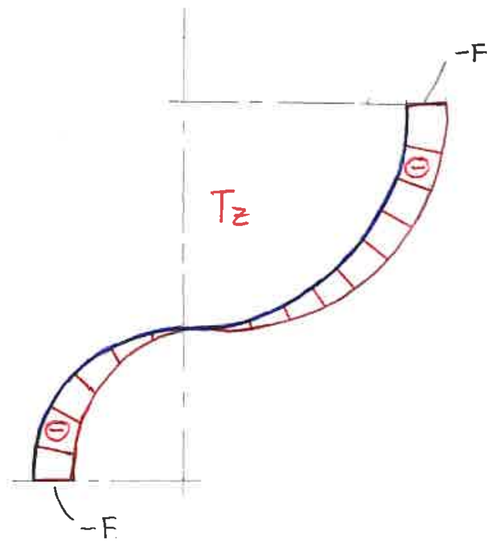


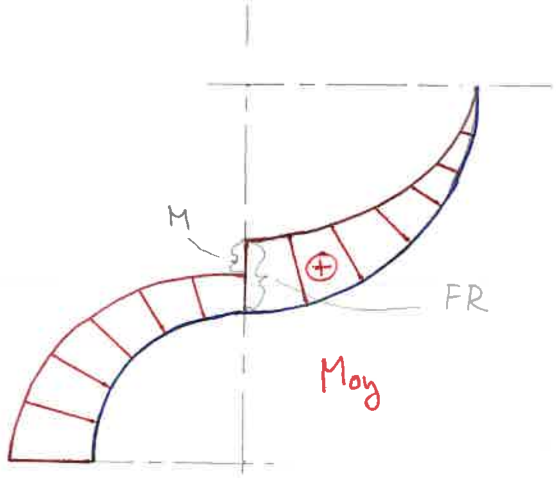
$N = -F \cos\varphi$

$T_z = -F \sin\varphi$

$M_{oy} = F \cdot (R + r - r\cos\varphi) - M$



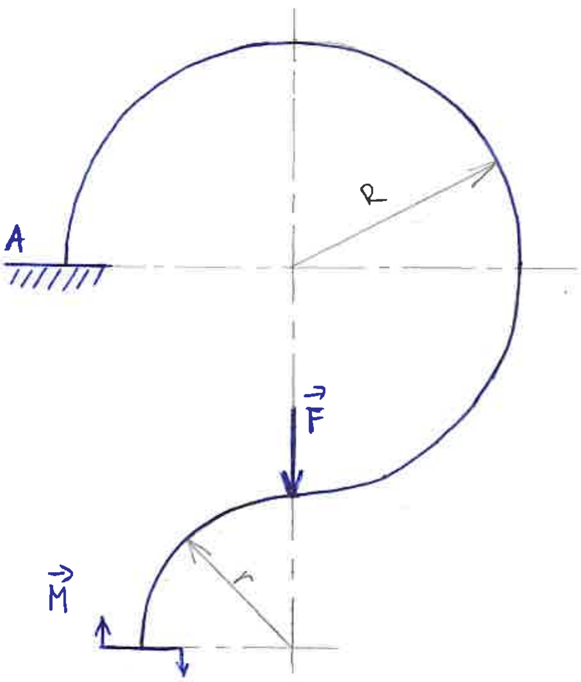




Příklad 4.

Znázorněte VVÚ podél střednice prutu.

$R = 1\,m;\ r = 0{,}5\,m;\ F = 8\,kN;\ M = 10\,Nm$



Příklad 5

Znázorněte VVÚ podél střednice

$F = 12\,kN$; $R = 1{,}2\,m$; $M = 7\,Nm$