

Domácí úkol 3

1. Spočtete následující limity:

- a) $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\ln(\sin x)}{\ln(\operatorname{arctg} x)},$
- b) $\lim_{x \rightarrow 0^+} (\sin x^2)^{\frac{1}{\cos^2 x - 1}},$
- c) $\lim_{x \rightarrow 0^+} \operatorname{tg} x \cdot \cos x,$
- d) $\lim_{x \rightarrow 0^+} \ln x \cdot \sin x,$
- e) $\lim_{x \rightarrow 0^+} x \cdot \ln\left(\frac{x+1}{x}\right),$
- f) $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{2\sin x - \sin 2x}{x - \sin x}.$

2. Zderivujte a dále neupravujte:

- a) $f(x) = \operatorname{arctg}(\cos(x^2)) - x^2 \ln(x) + \frac{\cos(x)\sin(x)}{\cos(x)} + \ln(e^{3\cos(\frac{\pi}{2}+8)}),$
- b) $f(x) = \operatorname{arctg}(\ln(x^2 - 1)) - e^{\cos(x)\pi} + \cos(\operatorname{tg}(\sin(\frac{\pi}{2} + 1)))x^2,$
- c) $f(x) = \arccos^2(\operatorname{tg}^3(\ln(1 + e^{\frac{3}{2}}))) + \frac{\operatorname{tg} x}{\ln x^2} + \operatorname{arctg} x \cdot \cotg(2x^2) + x^{\ln x},$
- d) $f(x) = \operatorname{tg}^4(\ln^3(e^{3 \cdot \cos(\frac{\pi}{2} + 12)})) + \frac{\sin^2 x}{\ln x} + \operatorname{arctg}(2x) \cdot \cotg\left(\frac{x}{2}\right) + x^{\sin(\frac{\pi}{2})},$
- e) $f(x) = 2 \operatorname{tg}(3x) \cdot 2^x + x^{\arcsin x} + \frac{\ln^2 x^2}{x^2 + 5} + x \cdot \operatorname{arctg}^5\left(\ln^7\left(1 + \frac{\pi}{4}\right)^8\right).$

3. Průběh funkce

Nalezněte definiční obor, lokální extrémy, inflexní body, a určete intervaly, kde je funkce rostoucí/klesající, konvexní/konkávní. Určete asymptoty, pokud jsou.

- a) $f(x) = \frac{x^2}{(x+1)^3},$
- b) $f(x) = \frac{x^4 - x}{x^2}.$