



UNCUYO
UNIVERSIDAD
NACIONAL DE CUYO

Proyecto global integrador

Control de accionamiento de CA con motor
síncrono de imanes permanentes

Ferran Martinez
Brenda Gudino

Fecha de presentación
4/07/2023

Índice

| | | |
|----------|---|-----------|
| 1 | Resumen | 2 |
| 2 | Introducción | 3 |
| 3 | Desarrollo | 4 |
| 3.1 | Definición y datos del problema | 4 |
| 3.1.1 | Carga mecánica | 4 |
| 3.1.2 | Tren de transmisión | 4 |
| 3.1.3 | Máquina eléctrica | 4 |
| 3.1.4 | Inversor trifásico de alimentación (modulador de tensión) | 6 |
| 3.2 | Modelado, Análisis y Simulación dinámica del sistema físico a “Lazo Abierto” | 6 |
| 3.2.1 | Modelo equivalente del subsistema mecánico completo | 6 |
| 3.2.2 | Modelo dinámico del sistema físico completo | 7 |
| 3.2.3 | Análisis de estabilidad a lazo abierto del modelo LTI equivalente aumentado | 20 |
| 3.2.4 | Análisis de observabilidad para el modelo LTI equivalente aumentado | 22 |
| 3.2.5 | Análisis de controlabilidad completa de estado del modelo LTI aumentado | 23 |
| 3.2.6 | Simulación dinámica en tiempo continuo | 24 |
| 3.3 | Diseño, Análisis y Simulación de Controlador de Movimiento en Cascada con Modulador de Torque equivalente (Control Vectorial) | 36 |
| 3.3.1 | Modulador de torque equivalente | 36 |
| 3.3.2 | Controlador externo de movimiento: posición y velocidad | 40 |
| 3.3.3 | Observador de estado de orden reducido | 43 |
| 3.3.4 | Seguimiento de consignas de movimiento | 45 |
| 3.3.5 | Verificación de desempeño y/o mejoras | 49 |
| 3.3.6 | Versión final del controlador | 62 |
| 4 | Conclusiones | 63 |
| 5 | Bibliografía | 64 |

1. Resumen

En este trabajo se realiza el modelado, análisis, diseño y simulación del desempeño de un sistema de control automático de posición y movimiento para un accionamiento electromecánico de 4 cuadrantes compuesto por una máquina eléctrica de CA trifásica sincrónica con excitación por imanes permanentes (PMSM), alimentada por inversor trifásico desde fuente ideal de corriente continua (CC), reductor de velocidad de engranajes planetarios de salida hacia la carga mecánica y realimentación por cinco sensores, tres para las corrientes, uno para la temperatura y uno para la posición. El trabajo consta de dos partes, en la primera se obtiene el modelo completo del sistema, se comparan diferentes técnicas de linealización, se realiza el análisis de estabilidad, observabilidad y controlabilidad del sistema, y finalmente se analiza el comportamiento del sistema ante distintas situaciones a través de una simulación. En la segunda parte se desarrolla un sistema de control de movimiento en cascada con modulador de torque equivalente, la incorporación de un observador y la simulación y análisis del comportamiento del sistema ante consignas de posición o perturbaciones, y finalmente se verifican el desempeño y las mejoras del sistema bajo ciertas situaciones particulares como lo es, por ejemplo, la compensación del error en estado estacionario en el observador o el comportamiento no idealizado de los sensores, entre otras.

2. Introducción

El objetivo de este proyecto es aplicar e integrar los conocimientos y habilidades adquiridos en la asignatura de "Automática y Máquinas Eléctricas" al control de un eje desacoplado en la articulación "hombro" de un robot SCARA. El control se realizará utilizando un motor eléctrico de corriente alterna trifásica sincrónica con imanes permanentes, alimentado por un inversor trifásico desde una fuente ideal de corriente continua.

En la primera parte del trabajo, se llevará a cabo el modelado, análisis y simulación dinámica a lazo abierto. Se desarrollarán los modelos matemáticos equivalentes de los distintos subsistemas, se buscará y analizarán dos modelos lineales, LTI y LPV, y se realizará una simulación en lazo abierto para verificar la validez del modelo. Posteriormente, se llevará a cabo un análisis de estabilidad, controlabilidad y observabilidad del sistema.

En la segunda parte, se diseñará, analizará y simulará un controlador de movimiento en cascada con un modulador de torque equivalente, utilizando un enfoque de control vectorial. Se definirá un controlador PID y un observador de estado parcial. Se evaluará el rendimiento de este control mediante simulaciones de seguimiento de consignas de posición y velocidad, así como el análisis de la capacidad del sistema para rechazar perturbaciones. Con base en estos resultados, se realizarán ajustes en el sistema y se establecerán restricciones en las entradas del mismo.

3. Desarrollo

3.1 Definición y datos del problema

3.1.1 Carga mecánica

Modelo simplificado equivalente (con parámetros variables), referido al eje de salida del tren de transmisión: coordenada articular de eje de la articulación "hombro" $q_1(t) \equiv \theta_l(t)$

$$J_l \cdot \dot{\omega}_l(t) = T_q(t) - b_l \cdot \omega_l(t) - T_l(t) \quad (3.1)$$

$$\dot{\theta}_l(t) = \omega_l(t) \rightarrow \theta_l = \int_0^t \omega_l(\xi) d\xi \quad (3.2)$$

Parámetros equivalentes variables (variación nominal \pm variación máx.)

$$\text{Momento de inercia} \quad J_l \approx (0.2520 \pm 0.1260) kg.m^2$$

$$\text{Amortiguamiento viscoso} \quad b_l \approx (0 \pm 0.0630) \frac{N.m}{rad/s}$$

Especificaciones de operación (carga o perturbación, valor limite requerido)

$$\text{Torque de carga} \quad T_l(t) \approx (0 \pm 6.28) N.m \text{ (se asume función escalón)}$$

3.1.2 Tren de transmisión

Modelo equivalente rígido :

$$\omega_l(t) = \frac{1}{r} \cdot \omega_m(t) \quad (3.3)$$

$$T_q(t) = r \cdot T_d(t) \quad (3.4)$$

Parámetro

$$\text{Relación de reducción total} \quad r = 314.3008 : 1$$

Especificaciones de operacion (valores limites, no sobrepasar)

$$\text{Velocidad nominal (salida)} \quad n_{lnom} = 21 rpm \quad (\omega_{lnom} = 2.2 \frac{rad}{s})$$

$$\text{Torque nominal (salida)} \quad T_{qnom} = 7.26 N.m \text{ (régimen continuo o rms)}$$

$$\text{Torque pico (salida)} \quad T_{qmax} = 29.42 N.m \text{ (corta duración, aceleración)}$$

3.1.3 Máquina eléctrica

Máquina eléctrica de CA trifásica sincrónica con excitación por imanes permanentes (PMSM) y estator conectado en estrella (simétrico y equilibrado) accesible en bornes de fases abc, con centro de estrella (punto "neutro") flotante (no accesible)

Subsistema mecánico

Modelo equivalente del rotor referido a estator estacionario

$$J_m \cdot \dot{\omega}_m(t) = T_m(t) - b_m \cdot \omega_m(t) - T_d(t) \quad (3.5)$$

$$\dot{\theta}_m(t) = \omega_m(t) \rightarrow \theta_m = \int_0^t \omega_m(\xi) d\xi \quad (3.6)$$

Subsistema electromagnético

Modelo idealizado equivalente en coordenadas eléctricas de entrehierro $q d_0$ fijas al rotor, a partir de la transformación de Park del circuito de estator estacionario:

$$\dot{\theta}_r \equiv \omega_r(t) \Leftrightarrow \theta_r(t) = \int_0^t \omega_r(\xi) d\xi + \theta_r(t) \quad (3.7)$$

$$\theta_r(t) \equiv P_p \cdot \theta_m(t) \quad \therefore \quad \omega_r(t) = P_p \cdot \omega_m(t) \quad (3.8)$$

Donde el torque electromagnético correspondiente será:

$$T_m(t) = \frac{3}{2} P_p \cdot [\lambda_m^r + (L_d - L_q) \cdot i_{ds}^r(t)] \cdot i_{qs}^r(t) \quad (3.9)$$

Y el balance de tensiones eléctricas equivalentes de estator (referido a coordenadas $q d_0$) fijas en el rotor:

$$v_{qs}^r(t) = R_s(t) \cdot i_{qs}^r(t) + L_q \cdot \frac{di_{qs}^r(t)}{dt} + [\lambda_m^r + L_d \cdot i_{ds}^r(t)] \cdot \omega_r(t) \quad (3.10)$$

$$v_{ds}^r(t) = R_s(t) \cdot i_{ds}^r(t) + L_d \cdot \frac{di_{ds}^r(t)}{dt} - L_q \cdot i_{qs}^r(t) \cdot \omega_r(t) \quad (3.11)$$

$$v_{0s}^r(t) = R_s(t) \cdot i_{0s}(t) + L_{ls} \cdot \frac{di_{0s}(t)}{dt} \quad (3.12)$$

Además, teniendo en cuenta que R_s aumenta con T_s^o como

$$R_s(t) = R_{sREF} \left(1 + \alpha_{Cu} (T_s^o(t) - T_{sREF}^o) \right) \quad (3.13)$$

Subsistema térmico

Modelo simplificado equivalente de primer orden, considerando sólo pérdidas eléctricas resistivas por efecto Joule (calor) en el bobinado del estator, despreciando pérdidas magnéticas en el núcleo. Transferencia de calor por conducción y convección natural, sin ventilación forzada.

La potencia por pérdidas calóricas se da como

$$\begin{aligned} P_{sperd}(t) &= R_s(t) (i_{as}^2(t) + i_{bs}^2(t) + i_{cs}^2(t)) \\ &= \frac{3}{2} R_s(t) (i_{qs}^2(t) + i_{ds}^2(t) + 2i_{0s}^2(t)) \end{aligned} \quad (3.14)$$

Y el balance térmico del estator

$$P_{sperd}(t) = C_{ts} \frac{dT_s^o(t)}{dt} + \frac{1}{R_{ts-amb}} (T_s^o(t) - T_{amb}^o(t)) \quad (3.15)$$

La resistencia del devanado estatórico depende de la temperatura

$$R_s(t) = R_{sREF} \cdot (1 + \alpha_{Cu} \cdot (T_s^o - T_{sREF}^o)) \quad (3.16)$$

Parámetros (valores nominales medidos, tolerancia de error del \pm 1%)

Momento de inercia (motor y caja) $J_m \approx 3.1 \times 10^{-6} \text{ kg.m}^2$

Coef. de fricción viscosa (motor y caja) $b_m \approx 1.5 \times 10^{-5} \frac{\text{N.m}}{\text{rad/s}}$

Pares de polos magnéticos $P_p = 3$

Flujo magnético equivalente de imanes concatenado por espiras del bobinado estator

$$\lambda_m^r \approx 0.01546 \text{ Wb}$$

Inductancia de estator (cuadratura) $L_q \approx 5.8 \text{ mH}$

Inductancia de estator (directo) $L_d = 6.6 \text{ mH}$

Inductancia de dispersión de estator $L_{ls} = 0.8 \text{ mH}$

Resistencia de estator (por fase)

$$R_s \approx 1.02\Omega (@40^\circ C) \rightarrow 1.32\Omega (@115^\circ C)$$

$$\text{Coef. aumento de } R_s \text{ con } T_s^\circ(t) \quad \alpha_{Cu} = 3.9 \cdot 10^{-3} \frac{1}{^\circ C}$$

$$\text{Capacitancia térmica de estator} \quad C_{ts} \approx 0.818 \frac{W}{^\circ C/s}$$

$$\text{Resistencia térmica estator-ambiente} \quad R_{ts-amb} \approx 146.7^\circ C/W \rightarrow (\text{disipación al ambiente})$$

$$\text{Constante de tiempo térmica} \quad R_{Tts-amb} = R_{ts-amb} \cdot C_{ts} \approx 120 s$$

Especificaciones de operación en bornes de fases abc de estator (valores limites, no sobrepasar)

$$\text{Velocidad nominal del rotor} \quad n_{m nom} = 6000 rpm = 691 \frac{rad}{s}$$

$$\text{Tensión nominal de linea} \quad V_{sl nom} = 24 V_{ca rms}$$

$$\text{Tensión nominal de fase} \quad V_{sf nom} = \frac{V_{sl nom}}{\sqrt{3}}$$

$$\text{Corriente nominal} \quad I_{s nom} = 0.4 A_{ca rms} \quad (\text{regimen continuo})$$

$$\text{Corriente maxima} \quad I_{s max} = 2.0 A_{ca rms} \quad (\text{aceleración})$$

$$\text{Temperatura máxima de bobinado de estator}$$

$$T_{s max}^\circ = 115^\circ C$$

$$\text{Rango de temperatura ambiente de operación}$$

$$-15^\circ C \leq T_{amb}^\circ \leq 40^\circ C$$

Transformaciones de Park

Transformación de Park directa: coordenada trifásica de fase estator ("estacionarias") $f_{abcs}(t)$ a coordenadas qd0 fijas al rotor (eléctricas = "sincronicas") $f_{qd0s}^r(t)$

$$\begin{bmatrix} f_{qs}^r(t) \\ f_{ds}^r(t) \\ f_{0s}^r(t) \end{bmatrix} = \frac{2}{3} \cdot \begin{bmatrix} \cos\theta_r(t) & \cos(\theta_r(t) - \frac{2\pi}{3}) & \cos(\theta_r(t) + \frac{2\pi}{3}) \\ \sin\theta_r(t) & \sin(\theta_r(t) - \frac{2\pi}{3}) & \sin(\theta_r(t) + \frac{2\pi}{3}) \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} f_{as}(t) \\ f_{bs}(t) \\ f_{cs}(t) \end{bmatrix} \quad (3.17)$$

Transformación de Park inversa: coordenada qd0 del rotor $f_{qd0s}^r(t)$ a coordenadas abc fijas de fase $f_{abcs}(t)$

$$\begin{bmatrix} f_{as}(t) \\ f_{bs}(t) \\ f_{cs}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\theta_r(t) & \sin\theta_r(t) & 1 \\ \cos(\theta_r(t) - \frac{2\pi}{3}) & \sin(\theta_r(t) - \frac{2\pi}{3}) & 1 \\ \cos(\theta_r(t) + \frac{2\pi}{3}) & \sin(\theta_r(t) + \frac{2\pi}{3}) & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} f_{qs}^r(t) \\ f_{ds}^r(t) \\ f_{0s}^r(t) \end{bmatrix} \quad (3.18)$$

3.1.4 Inversor trifásico de alimentación (modulador de tensión)

Inversor trifásico de 4 cuadrantes (regenerativo), consistente en puente trifásico con llaves electrónicas semiconductoras (ej. transistores MOSFETs / IGBTs de potencia) alimentado desde fuente ideal de CC, conmutado con modulación de ancho de pulso, PWM (existen distintas configuraciones y métodos, con ventajas y desventajas)

3.2 Modelado, Análisis y Simulación dinámica del sistema físico a "Lazo Abierto"

3.2.1 Modelo equivalente del subsistema mecánico completo

A partir de las ecuaciones anteriores, se puede obtener el modelo equivalente de un grado de libertad del subsistema mecánico completo referido al eje del motor. Reemplazando 3.3 y 3.4 en 3.1 y operando:

$$J_l \left[\frac{1}{r} \cdot \dot{\omega}_m(t) \right] = r \cdot T_d(t) - b_l \left[\frac{1}{r} \cdot \omega_m(t) \right] - T_l(t)$$

$$J_l \cdot \dot{\omega}_m(t) = r^2 \cdot T_d(t) - b_l \cdot \omega_m(t) - r \cdot T_l(t)$$

Despejando a T_d :

$$T_d(t) = \frac{1}{r^2} J_l \cdot \dot{\omega}_m(t) + \frac{1}{r^2} b_l \cdot \omega_m(t) + \frac{1}{r} T_l(t)$$

Reemplazando y ordenando en 3.5 obtenemos el modelo equivalente de un grado de libertad del subsistema mecánico:

$$J_{eq} \cdot \dot{\omega}_m(t) = T_m(t) - b_{eq} \cdot \omega_m(t) - \frac{1}{r} T_l(t) \quad (3.19)$$

Donde:

$$J_{eq} = [J_m + \frac{1}{r^2} \cdot J_l]$$

$$b_{eq} = [b_m + \frac{1}{r^2} \cdot b_l]$$

Llegamos a 3.19 ya que podemos realizar la simplificación/compactación gracias a las dos ecuaciones (3.3 y 3.4) que relacionan la carga mecánica con el subsistema mecánico de la maquina eléctrica a través de la relación de transmisión r .

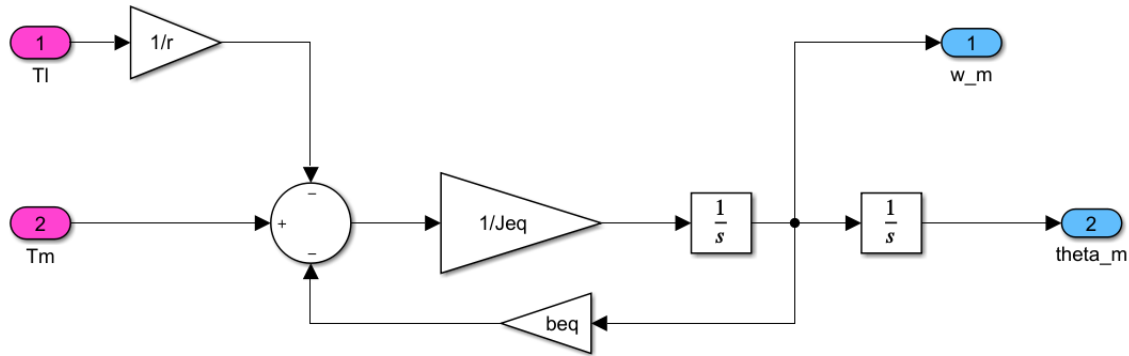


Fig. 3.1: Diagrama de bloques del subsistema mecánico

3.2.2 Modelo dinámico del sistema físico completo

Dados los siguientes subsistemas se busca obtener el modelo global del sistema.

Subsistema electromagnético

La velocidad angular del rotor ω_m es la velocidad de sincronismo, es decir que es la velocidad a la que gira el campo magnético rodante. Esta velocidad depende de la cantidad de pares de polos magnéticos (3 pares en nuestro caso) y de las frecuencias de las señales eléctricas aplicadas en el estator ω_r , a través de la ec. 3.8

Las ecuaciones 3.10, 3.11 y 3.12 se obtienen de aplicar la transformación directa de Park al balance de tensiones trifásicas. Para obtener las ecuaciones que definen el subsistema electromagnético despejamos las derivadas y sustituimos a $\omega_r(t)$ según 3.8. De esta forma obtenemos el siguiente sistema de ecuaciones que definen al subsistema electromagnético.

$$\begin{cases} \frac{di_{qs}^r(t)}{dt} = \frac{1}{L_q} [-R_s(t) \cdot i_{qs}^r(t) - [\lambda_m^r + L_d \cdot i_{ds}^r(t)] \cdot P_p \cdot \omega_m(t) + v_{qs}^r] \\ \frac{di_{ds}^r(t)}{dt} = \frac{1}{L_d} [-R_s(t) \cdot i_{qs}^r(t) + L_q \cdot i_{ds}^r(t) \cdot P_p \cdot \omega_m(t) + v_{ds}^r(t)] \\ \frac{di_{0s}(t)}{dt} = \frac{1}{L_{ls}} [-R_s(t) \cdot i_{0s}^r(t) + v_{0s}(t)] \end{cases} \quad (3.20)$$

Proyecto global integrador: control de accionamiento CA con PMSM

Además, teniendo en cuenta al torque electromagnético dado por 3.9, llegamos al siguiente diagrama de bloques

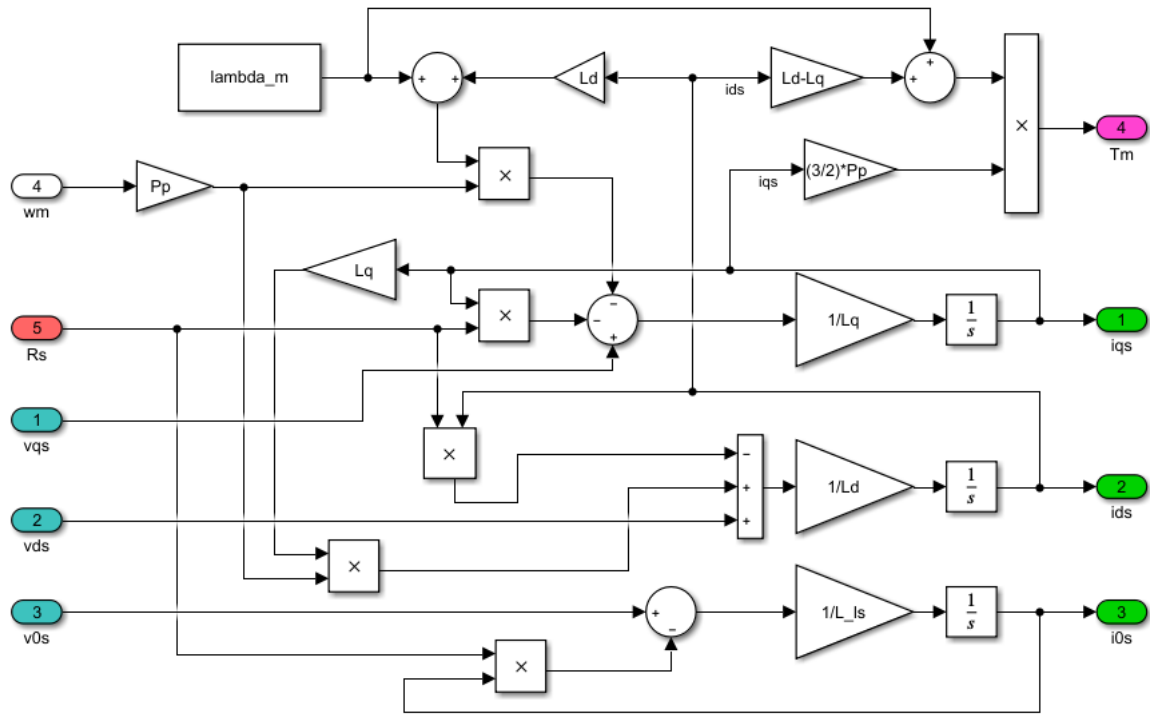


Fig. 3.2: Diagrama de bloques del subsistema electromagnético

Subsistema térmico

Ahora se busca obtener la ecuación que modela al subsistema térmico, para ello tenemos en cuenta las ecuaciones 3.14 (potencia por pérdidas calóricas) y la ec. 3.15 (balance térmico del estator). Las mismas al ser equivalentes pueden igualarse y expresarse como:

$$\frac{3}{2} \cdot R_s(t) \cdot (i_{qs}^2(t) + i_{ds}^2(t) + 2 \cdot i_{0s}(t)) = C_{ts} \cdot \frac{dT_s^o(t)}{dt} + \frac{1}{R_{ts-amb}} (T_s^o(t) - T_{amb}^o(t))$$

para obtener el modelo completo del subsistema térmico como (ver fig 3.3)

$$\frac{dT_s^o(t)}{dt} = \frac{1}{C_{ts}} \cdot \left[\frac{3}{2} R_s(t) \cdot (i_{qs}^2(t) + i_{ds}^2(t) + 2 \cdot i_{0s}(t)) - \frac{1}{R_{ts-amb}} (T_s^o(t) - T_{amb}^o(t)) \right] \quad (3.21)$$

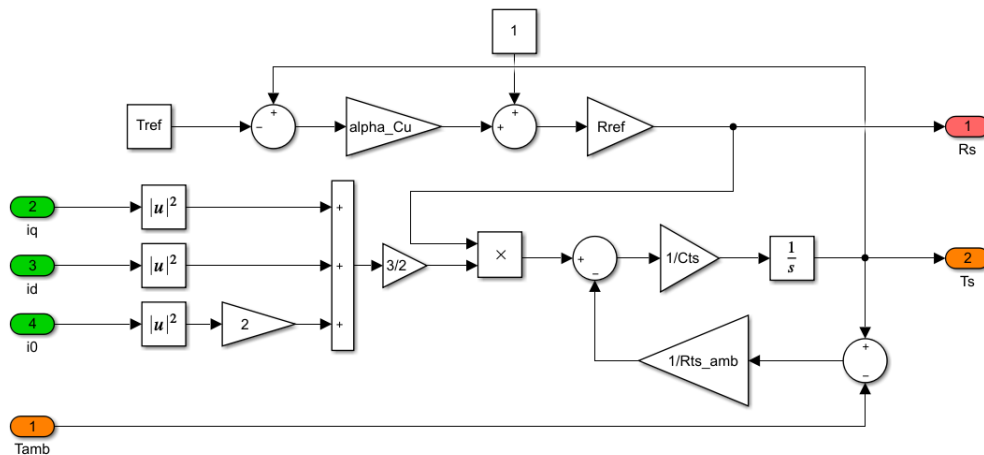


Fig. 3.3: Diagrama de bloques del subsistema térmico

Proyecto global integrador: control de accionamiento CA con PMSM

Teniendo en cuenta que la resistencia del devanado del estator es función de la temperatura (3.16) y reemplazando la ecuación 3.9 (torque electromagnético que relaciona el subsistema mecánico con el subsistema eléctrico) en 3.19, obtenemos la siguiente expresión

$$\dot{\omega}_m = \frac{1}{J_{eq}} \left[\frac{3}{2} * P_p \cdot [\lambda_m^r + (L_d - L_q) \cdot i_{ds}^r(t)] \cdot i_{qs}^r(t) - b_{eq} \cdot \omega_m(t) - \frac{T_l(t)}{r} \right]$$

Modelo global no lineal

De esta forma llegamos al modelo global no lineal que representa al sistema completo

$$\begin{cases} \dot{\theta}(t) = \omega_m(t) \\ \dot{\omega}_m(t) = \frac{1}{J_{eq}} \left[\frac{3}{2} P_p [\lambda_m^r + (L_d - L_q) \cdot i_{ds}^r(t)] \cdot i_{qs}^r(t) - b_{eq} \cdot \omega_m(t) - \frac{T_l(t)}{r} \right] \\ \frac{di_{qs}^r(t)}{dt} = \frac{1}{L_q} \left[-R_s(t) \cdot i_{qs}^r(t) - [\lambda_m^r + L_d \cdot i_{ds}^r(t)] P_p \cdot \omega_m(t) + v_{qs}^r(t) \right] \\ \frac{di_{ds}^r(t)}{dt} = \frac{1}{L_d} [-R_s(t) \cdot i_{ds}^r(t) + L_q \cdot P_p \cdot i_{qs}^r(t) \cdot \omega_m(t) + v_{ds}^r(t)] \\ \frac{di_{0s}(t)}{dt} = \frac{1}{L_{ls}} [-R_s(t) \cdot i_{0s}^r(t) + v_{0s}(t)] \\ \frac{dT_s^\circ(t)}{dt} = \frac{1}{C_{ts}} \left[\frac{3}{2} R_s(t) \cdot (i_{qs}^r)^2(t) + i_{ds}^r{}^2(t) + 2 \cdot i_{0s}(t) \right) - \frac{1}{R_{ts-amb}} (T_s^\circ(t) - T_{amb}^\circ(t)) \right] \end{cases} \quad (3.22)$$

Las ecuaciones vectoriales de estado serán:

$$x(t) = \begin{bmatrix} \theta_m(t) \\ \omega_m(t) \\ i_{qs}^r(t) \\ i_{ds}^r(t) \\ i_{0s}^r(t) \\ T_s^\circ(t) \end{bmatrix}; \quad x(t_0) = \begin{bmatrix} \theta_{m0} \\ \omega_{m0} \\ i_{qs0}^r \\ i_{ds0}^r \\ i_{0s0}^r \\ T_{s0}^\circ \end{bmatrix}; \quad t_0 = 0$$

Las ecuaciones vectoriales de entrada manipulada $u(t)$ y perturbaciones $d(t)$ serán:

$$u(t) = \begin{bmatrix} v_{qs}^r(t) \\ v_{ds}^r(t) \\ v_{0s}^r(t) \end{bmatrix}; \quad d(t) = \begin{bmatrix} T_l(t) \\ T_{amb}^\circ(t) \end{bmatrix}$$

Y la ecuación vectorial de salida queda como

$$y(t) = \begin{bmatrix} \omega_m(t) \\ i_{qs}(t) \\ i_{ds}(t) \\ i_{0s}(t) \\ T_s^\circ(t) \end{bmatrix}$$

El modelo no puede ser representado matricialmente (con sistema de matrices A,B,C y D) ya que el mismo presenta no linealidades. Sin embargo, pueden verse los subsistemas acoplados en el siguiente diagrama de bloques

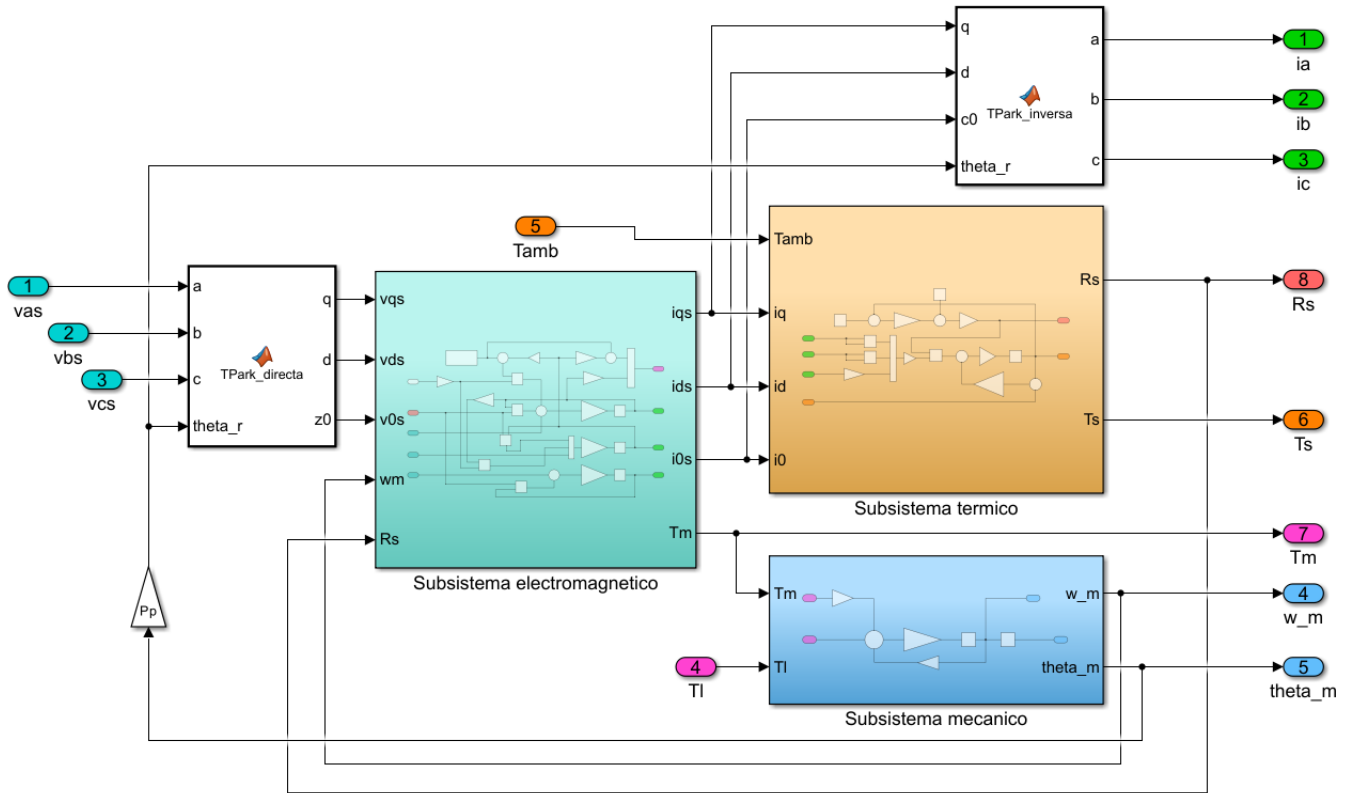


Fig. 3.4: Diagrama de bloques completo del sistema global no lineal con los subsistemas correspondientes desarrollados anteriormente

Modelo global linealizado con parámetros variables LPV

Del modelo global no lineal (3.22) observamos que ocurren no linealidades debido al producto de variables de estado, además, se observa un acoplamiento entre los ejes 'd' (directo) y 'q' (en cuadratura).

Es por ello que recurrimos a aproximaciones lineales alrededor de los puntos de operación (puntos de equilibrio) haciendo uso de la linealización jacobiana, esto se representa como

$$z(t) = Z_o + \Delta z(t), \forall z(t) \quad (3.23)$$

A partir de la expresión anterior podemos considerar que nuestro modelo completo se compone de dos modelos

Un modelo no lineal cuasi-estacionario (Z_o)

Un modelo dinámico lineal de pequeñas variaciones alrededor del punto de operación ($\Delta z(t)$)

Entonces utilizando la forma de pequeñas desviaciones en el punto de operación

$$\begin{cases} \frac{dX_o}{dt} + \frac{d\Delta x(t)}{dt} = f(X_o + \Delta x(t), U_o(t) + \Delta u(t)) \\ X_o(0) + \Delta x(0) = x_0 \\ Y_o(t) + \Delta y(t) = C(X_o(t) + \Delta x(t)) \end{cases} \quad (3.24)$$

y realizando una expansión en series de Taylor (truncada de primer orden en punto genérico de operación)

$$f(X_o + \Delta x(t), U_o(t) + \Delta u(t)) \approx f(X_o(t), U_o(t)) + \left. \frac{\partial f}{\partial x} \right|_o(t) \cdot \Delta x(t) + \left. \frac{\partial f}{\partial u} \right|_o(t) \cdot \Delta u(t)$$

y separando los modelos resultantes para el modelo global no lineal (3.22) obtenemos los siguientes sistemas:

1. Modelo no lineal cuasi-estacionario de “equilibrio” dinámico:

Considerando a la función en un punto de operación invariante

$$\frac{dX_o(t)}{dt} = f(X_o(t), U_o(t)) \approx 0/ctte$$

Por lo que nuestro modelo cuasi-estacionario queda de la siguiente manera:

$$\left\{ \begin{array}{l} \omega_{mo} \\ \frac{1}{J_{eq}} \left[\frac{3}{2} P_p [\lambda_m^r + (L_d - L_q) \cdot i_{dso}^r] \cdot i_{qso}^r - b_{eq} \cdot \omega_{mo} - \frac{T_{lo}}{r} \right] \\ \frac{1}{L_q} \left[-R_s(t) \cdot i_{qso}^r - [\lambda_m^r + L_d \cdot i_{dso}^r] P_p \cdot \omega_{mo} + v_{qso}^r \right] \\ \frac{1}{L_d} \left[-R_s(t) \cdot i_{dso}^r + L_q \cdot i_{qso}^r \cdot P_p \cdot \omega_{mo} + v_{dso}^r(t) \right] \\ \frac{1}{L_{ls}} \left[-R_s(t) \cdot i_{0so}^r + v_{0so} \right] \\ \frac{1}{C_{ts}} \left[\frac{3}{2} R_s(t) \cdot (i_{qso}^r)^2 + i_{dso}^r{}^2 + 2 \cdot i_{0so}^r{}^2 \right] - \frac{1}{R_{ts-amb}} (T_{so}^\circ - T_{ambo}^\circ(t)) \end{array} \right. \approx cte \quad (3.25)$$

Nota: se supone a los valores en 0 cuando son estados que almacenan energía y resultados de valor constante cuando tratamos de un integrador puro.

2. Modelo dinámico lineal de pequeñas variaciones (LPV):

Donde cambia el punto de operación, por lo tanto tenemos:

$$\frac{d\Delta x(t)}{dt} \approx \left. \frac{\delta f}{\delta x} \right|_o(t) \cdot \Delta x(t) + \left. \frac{\delta f}{\delta u} \right|_o(t) \cdot \Delta u(t)$$

Por lo que nuestro modelo LPV queda de la siguiente manera:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{d\Delta\dot{\theta}(t)}{dt} = \Delta\omega_m(t) \\ \frac{d\Delta\dot{\omega}_m}{dt} = \frac{1}{J_{eq}} \left[\frac{3}{2} P_p \cdot [\lambda_m^r + (L_d - L_q) \cdot i_{dso}^r] \cdot \Delta i_{qs}^r(t) + \frac{3}{2} P_p \left[(L_d - L_q) \cdot i_{qso}^r \cdot \Delta i_{ds}^r(t) \right] - b_{eq} \cdot \Delta\omega_m(t) - \frac{\Delta T_l(t)}{r} \right] \\ \frac{d\Delta i_{qs}^r(t)}{dt} = \frac{1}{L_q} \left[\Delta v_{qs}^r - R_s(t) \cdot \Delta i_{qs}^r(t) - [\lambda_m^r + L_d \cdot i_{dso}^r] P_p \cdot \Delta\omega_m(t) - L_d \cdot P_p \cdot \omega_{mo} \cdot \Delta i_{ds}^r(t) \right] \\ \frac{d\Delta i_{ds}^r(t)}{dt} = \frac{1}{L_d} \left[\Delta v_{ds}^r(t) - R_s(t) \cdot \Delta i_{ds}^r(t) + L_q \cdot P_p \cdot i_{qso}^r \cdot \Delta\omega_m(t) + L_q \cdot P_p \cdot \omega_{mo} \cdot \Delta i_{qs}^r(t) \right] \\ \frac{d\Delta i_{0s}(t)}{dt} = \frac{1}{L_{ls}} \left[\Delta v_{0s}(t) - R_s(t) \cdot \Delta i_{0s}^r(t) \right] \\ \frac{d\Delta T_s^\circ(t)}{dt} = \frac{1}{C_{ts}} \left[\frac{3}{2} \cdot R_s(t) \cdot (2 \cdot i_{qso}^r \cdot \Delta i_{qs}^r(t) + 2 \cdot i_{dso}^r \cdot \Delta i_{ds}^r(t) + 4 \cdot i_{0so}^r \cdot \Delta i_{0s}^r(t)) - \frac{1}{R_{ts-amb}} (\Delta T_s^\circ(t) - \Delta T_{amb}^\circ(t)) \right] \end{array} \right. \quad (3.26)$$

El modelo lineal de parámetros variables que representa al sistema completo es:

$$\begin{bmatrix} \Delta \dot{\theta}(t) \\ \Delta \dot{\omega}_m(t) \\ \Delta \dot{i}_{qs}^r(t) \\ \Delta \dot{i}_{ds}^r(t) \\ \Delta \dot{i}_{0s}(t) \\ \Delta \dot{T}_s^o(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{-b_{eq}}{J_{eq}} & \frac{\frac{3}{2} P_p \cdot [\lambda_m' + (L_d - L_q) \cdot i_{dso}^r]}{J_{eq}} & \frac{\frac{3}{2} P_p \cdot (L_d - L_q) \cdot i_{qso}^r}{J_{eq}} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{-(\lambda_m' + L_d \cdot i_{dso}^r) P_p}{L_q} & \frac{-R_s(t)}{L_q} & \frac{-L_a \cdot P_p \cdot \omega_{mo}}{L_q} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{L_q \cdot i_{qso}^r(t) \cdot P_p}{L_d} & \frac{L_q \cdot P_p \cdot \omega_{mo}}{L_d} & \frac{-R_s(t)}{L_d} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{-R_s(t)}{L_{ls}} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{3R_s(t) \cdot i_{qso}^r}{C_{ts}} & \frac{3R_s(t) \cdot i_{dso}^r}{C_{ts}} & \frac{6R_s(t) \cdot i_{0so}^r}{C_{ts}} & \frac{-1}{C_{ts} \cdot R_{ts-amb}} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \Delta \theta(t) \\ \Delta \omega_m(t) \\ \Delta i_{qs}^r(t) \\ \Delta i_{ds}^r(t) \\ \Delta i_{0s}(t) \\ \Delta T_s^o(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{-1}{J_{eq} \cdot r} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{L_q} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{L_d} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{L_{ls}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{C_{ts} \cdot R_{ts-amb}} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \Delta T_l(t) \\ \Delta v_{qs}^r(t) \\ \Delta v_{ds}^r(t) \\ \Delta v_{0s}^r(t) \\ \Delta T_{amb}^o(t) \end{bmatrix}$$

Modelo simplificado LTI equivalente

Para llegar a un modelo lineal simplificado se aplicará la estrategia de control vectorial de campo orientado, donde se restringe a $i_{ds}^r(t) = 0$, permitiendo desacoplar los canales de flujo magnético y torque. Posteriormente realizaremos dicho desacople usando una realimentación no lineal mediante un controlador.

El estator tiene una conexión estrella trifilar con neutro flotante, aplicando la ley de Kirchhoff al sistema

$$i_{as}(t) + i_{bs}(t) + i_{cs}(t) = 0$$

y aplicando la transformación directa de Park (3.17) a la ecuación, obtenemos

$$i_{0s}(t) = \frac{1}{3} \cdot (i_{as}(t) + i_{bs}(t) + i_{cs}(t)) = 0$$

por lo tanto

$$\frac{di_{0s}(t)}{dt} = 0 \longrightarrow v_{0s} = 0$$

Con los aspectos anteriores y considerando a $R_s(t) = ctte$, llegamos al modelo simplificado lineal invariante (LTI) equivalente

$$\begin{cases} \dot{\theta}(t) = \omega_m(t) \\ \dot{\omega}_m = \frac{1}{J_{eq}} \cdot \left[\frac{3}{2} P_p \cdot \lambda'_m \cdot i_{qs}^r(t) - b_{eq} \cdot \omega_m(t) - \frac{T_l(t)}{r} \right] \\ \frac{di_{qs}^r(t)}{dt} = \frac{1}{L_q} \left[v_{qs}^r(t) - R_s \cdot i_{qs}^r(t) - \lambda'_m \cdot P_p \cdot \omega_m(t) \right] \end{cases} \quad (3.27)$$

Matricialmente se expresa como

$$\begin{bmatrix} \dot{\theta}(t) \\ \dot{\omega}_m(t) \\ \dot{i}_{qs}^r(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & \frac{-b_{eq}}{3} & \frac{3P_p \cdot \lambda'_m}{2J_{eq}} \\ 0 & \frac{-P_p \cdot \lambda'_m}{L_q} & \frac{-R_s}{L_q} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta(t) \\ \omega_m(t) \\ i_{qs}^r(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{1}{L_q} \end{bmatrix} \cdot v_{qs}^r(t) + \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1}{r J_{eq}} \\ 0 \end{bmatrix} ; \quad x(t_0) = \begin{bmatrix} \theta_0 \\ \omega_{m0} \\ i_{qs0}^r \end{bmatrix} \quad (3.28)$$

$$y = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \theta_m(t) \\ \omega_m(t) \\ i_{qs}^r(t) \end{bmatrix}$$

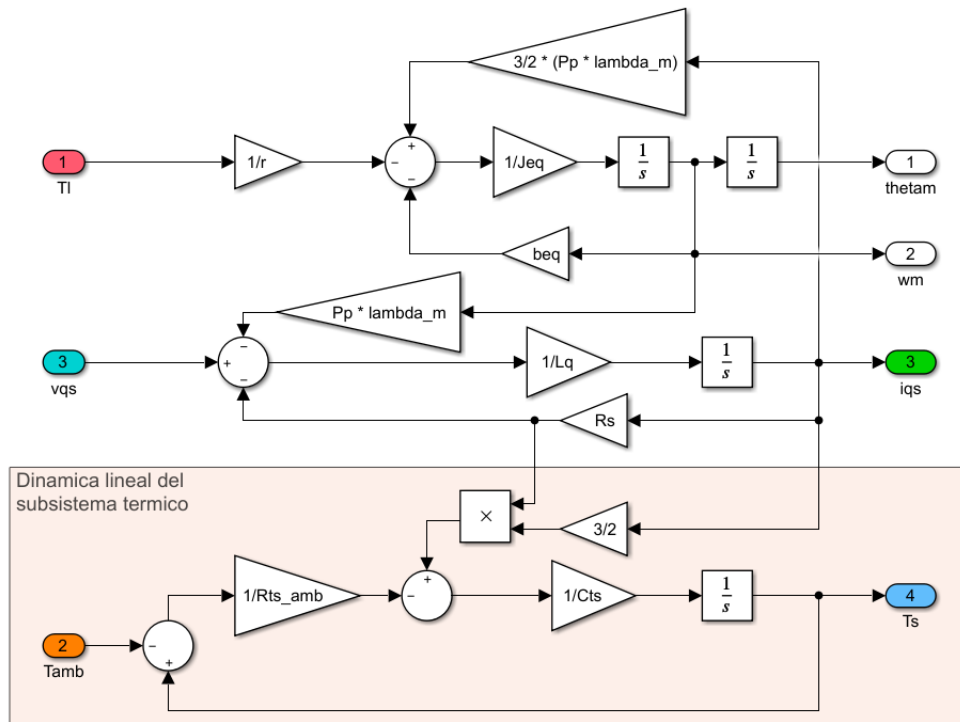


Fig. 3.5: Diagrama de bloques del sistema LTI equivalente considerando la dinámica lineal del subsistema térmico

Restricción o Ley de control mínima sobre la variable manipulada

Podemos determinar una ley de control mínima aplicable sobre la variable manipulada virtual $v_{ds}^r(t)$ de tal forma que lleguemos a cumplir con la restricción impuesta anteriormente $i_{ds}^r(t) \equiv 0$ (con $i_{ds}^r(t_0) = 0$). Esta restricción plantea salvar al sistema de las no linealidades, mediante un desacoplamiento de los canales de flujo magnético y torque (ver en ec. 3.22).

Tomando la restricción dada sobre $i_{ds}^r(t)$ y trabajando sobre $v_{ds}^r(t)$ del balance de tensiones dado (3.11 con $\omega_r(t)$ reemplazado de 3.8), determinamos la ley de control mínima a aplicar sobre $v_{qd0s}^r(t)$

$$0 = v_{ds}^r(t) + L_q \cdot P_p \cdot i_{qs}^r(t) \cdot \omega_m(t)$$

$$v_{ds}^r(t) = -L_q \cdot P_p \cdot i_{qs}^r(t) \cdot \omega_m(t) \quad (3.29)$$

Nuestro control es sobre las variables manipuladas del sistema de tensiones $v_{abc}(t)$, por lo tanto aplicando la transformación de Park inversa a 3.29

$$\begin{bmatrix} v_{as}(t) \\ v_{bs}(t) \\ v_{cs}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(\theta_r(t)) & \sin(\theta_r(t)) & 1 \\ \cos(\theta_r(t) - \frac{2\pi}{3}) & \sin(\theta_r(t) - \frac{2\pi}{3}) & 1 \\ \cos(\theta_r(t) + \frac{2\pi}{3}) & \sin(\theta_r(t) + \frac{2\pi}{3}) & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} v_{qs}^r(t) \\ v_{ds}^r(t) \\ v_{0s}^r(t) \end{bmatrix}$$

resultando en

$$\begin{cases} v_{as}(t) = v_{qs}^r(t) \cdot \cos \theta_r(t) + v_{ds}^r(t) \cdot \sin \theta_r(t) + v_{0s}^r(t) \\ v_{bs}(t) = v_{qs}^r(t) \cdot \cos \left(\theta_r(t) - \frac{2\pi}{3} \right) + v_{ds}^r(t) \cdot \sin \left(\theta_r(t) - \frac{2\pi}{3} \right) + v_{0s}^r(t) \\ v_{cs}(t) = v_{qs}^r(t) \cdot \cos \left(\theta_r(t) + \frac{2\pi}{3} \right) + v_{ds}^r(t) \cdot \sin \left(\theta_r(t) + \frac{2\pi}{3} \right) + v_{0s}^r(t) \end{cases}$$

Ahora reemplazando nuestra ley de control mínima (3.29) y sabiendo que $v_{0s}^r = 0$ por tratar con un sistema trifilar con conexión estrella, obtenemos el modelo de tensiones con ley de control mínima aplicada

$$\begin{cases} v_{as}(t) = v_{qs}^r(t) \cdot \cos \theta_r(t) - \left[L_q P_p i_{qs}^r(t) \omega_m(t) \right] \cdot \sin \theta_r(t) \\ v_{bs}(t) = v_{qs}^r(t) \cdot \cos \left(\theta_r(t) - \frac{2\pi}{3} \right) - \left[L_q P_p i_{qs}^r(t) \omega_m(t) \right] \cdot \sin \left(\theta_r(t) - \frac{2\pi}{3} \right) \\ v_{cs}(t) = v_{qs}^r(t) \cdot \cos \left(\theta_r(t) + \frac{2\pi}{3} \right) - \left[L_q P_p i_{qs}^r(t) \omega_m(t) \right] \cdot \sin \left(\theta_r(t) + \frac{2\pi}{3} \right) \end{cases} \quad (3.30)$$

La ley de control mínima aplicada resulta en un sistema de tensiones v_{abc} trifásicas equilibradas con un desfase de 120° entre fases, indicando que es posible lograr un sistema estable con dicha ley de control mínima aplicada (ec. 3.29).

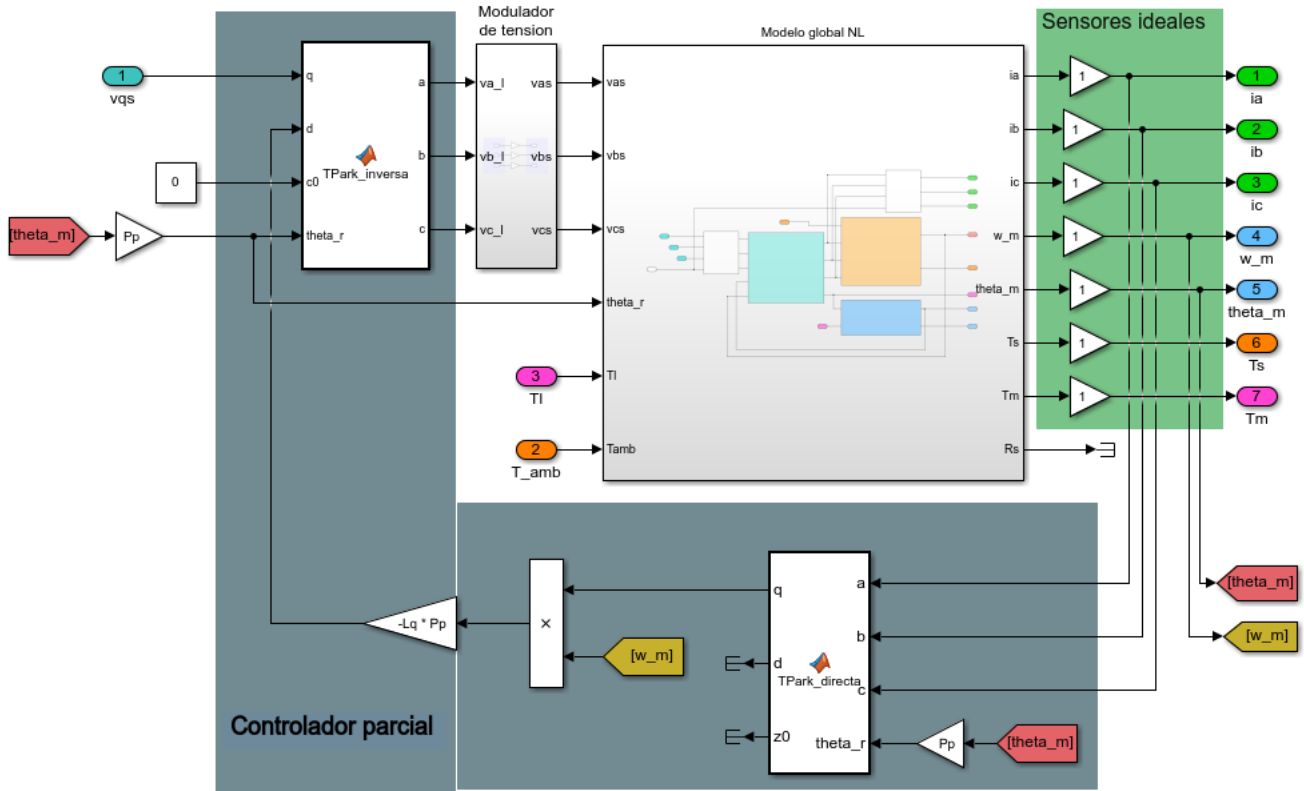


Fig. 3.6: Diagrama de bloques del sistema linealizado por realimentación directa no lineal de estado parcial mediante un controlador externo

Dinámica residual

Aplicando la ley de control mínima (3.29) $v_{ds}^r(t)$ del balance de tensiones (3.11) teniendo en cuenta que no se cumple la hipótesis asumida y siendo que $i_{ds}^r(t_0) \neq 0$, obtenemos la siguiente igualdad:

$$-L_q \cdot i_{qs}^r(t) \cdot P_p \cdot \omega_m(t) = R_s \cdot i_{ds}^r + L_d \cdot \frac{di_{ds}^r(t)}{dt} - L_q \cdot i_{qs}^r(t) \cdot P_p \cdot \omega_m(t)$$

resolviendo como

$$0 = R_s \cdot i_{ds}^r + L_d \cdot \frac{di_{ds}^r(t)}{dt}$$

$$\frac{di_{ds}^r(t)}{dt} = -\frac{R_s}{L_d} \cdot i_{ds}^r$$

La solución analítica para dicha ecuación diferencial será:

$$i_{ds}^r(t) = i_{ds}^r(0) \cdot e^{-\frac{R_s}{L_d} \cdot t} \quad (3.31)$$

Esta solución nos da una función que depende del estado inicial de $i_{ds}^r(t)$ y resulta en un rápido decaimiento en el tiempo. Esto nos indica que la dinámica residual es fácilmente despreciable ya que no afecta en gran medida al sistema (fig .3.7) al aplicarse la ley de control mínima en 3.29.

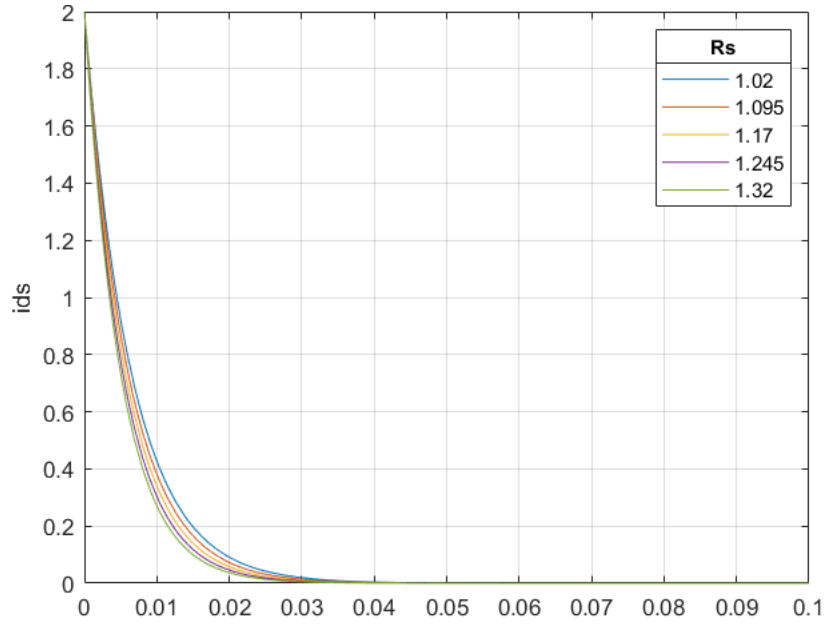


Fig. 3.7: Dinámica residual con valores variables de R_s y con $i_{ds}(t_0) = 2A$

Incorporando la nueva dinámica residual al sistema LTI equivalente (3.27) y despreciando el acoplamiento no lineal con el eje 'q', obtenemos un nuevo modelo lineal al que llamaremos modelo lineal invariante en el tiempo (LTI) equivalente aumentado.

$$\begin{cases} \dot{\theta}(t) = \omega_m(t) \\ \dot{\omega}_m = \frac{1}{J_{eq}} \cdot \left[\frac{3}{2} P_p \cdot \lambda'_m \cdot i_{qs}^r(t) - b_{eq} \cdot \omega_m(t) - \frac{T_l(t)}{r} \right] \\ \frac{di_{qs}^r(t)}{dt} = \frac{1}{L_q} \cdot \left[v_{qs}^r(t) - R_s \cdot i_{qs}^r(t) - \lambda'_m \cdot P_p \cdot \omega_m(t) \right] \\ \frac{di_{ds}^r}{dt} = -\frac{R_s}{L_d} \cdot i_{ds}^r(t) \end{cases} \quad (3.32)$$

Proyecto global integrador: control de accionamiento CA con PMSM

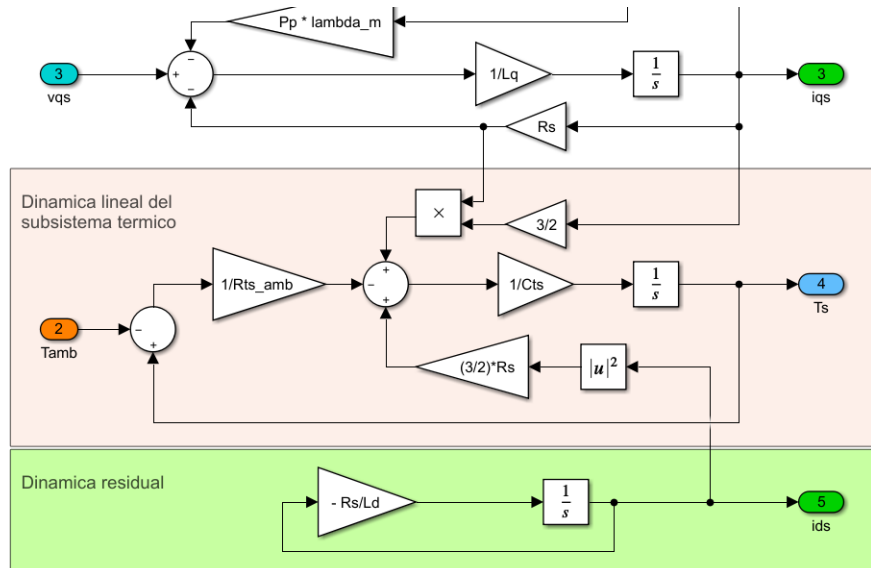


Fig. 3.8: Dinámica residual agregada al diagrama de bloques del modelo LTI equivalente de la figura 3.5

Restricción o ley de control complementaria mínima en el eje 'q'

Del balance de tensiones se observa un acoplamiento no lineal por parte de $i_{ds}^r(t)$ y $\omega_m(t)$ sobre el eje 'q' (3.10), dicho acoplamiento no lineal esta dado por la siguiente expresión

$$L_d \cdot P_p \cdot i_{ds}^r(t) \cdot \omega_m(t)$$

Podemos aplicar una restricción o ley de control tal que se elimine completamente este acoplamiento no lineal en el eje 'q' incluso en régimen natural.

Para ello realimentamos dicho término no lineal (ley de control no lineal) al eje 'q' de nuestro sistema LTI equivalente en 3.27 de la siguiente forma

$$v_{qs}^r(t) + \cancel{L_d \cdot P_p \cdot i_{ds}^r(t) \cdot \omega_m(t)} = R_s(t) \cdot i_{qs}^r(t) + L_q \cdot \frac{di_{qs}^r(t)}{dt} + P_p \cdot \lambda_m' \cdot \omega_m(t) + \cancel{L_d \cdot P_p \cdot i_{ds}^r(t) \cdot \omega_m(t)}$$

donde ahora

$$v_{qs}^r(t) = R_s(t) \cdot i_{qs}^r(t) + L_q \cdot \frac{di_{qs}^r(t)}{dt} + P_p \cdot \lambda_m' \cdot \omega_m(t)$$

y despejando la derivada $\frac{di_{qs}^r(t)}{dt}$ tenemos

$$\frac{di_{qs}^r}{dt} = \frac{1}{L_q} [v_{qs}^r(t) - R_s i_{qs}^r(t) - \lambda_m' P_p \omega_m(t)]$$

que es el mismo término logrado para el eje 'q' en el modelo LTI aumentado en 3.32, lo que nos indica que aplicar esta ley de control complementaria eliminaría por completo el acoplamiento residual no lineal independiente del estado inicial de $i_{ds}(t)$.

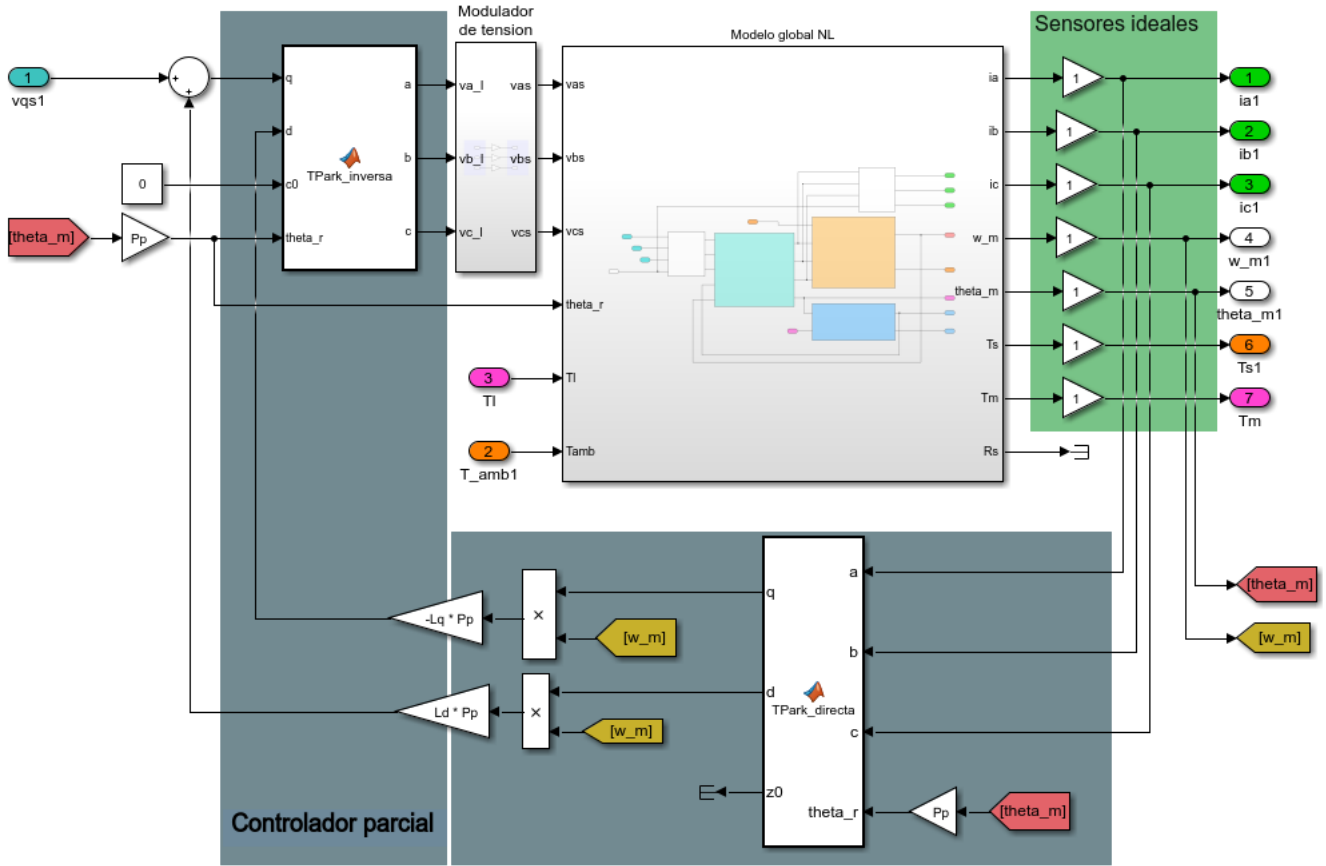


Fig. 3.9: Diagrama de bloques del sistema linealizado mediante realimentación parcial de estados por un controlador externo con ley de control complementaria sobre el eje q y eje d (Modelo global NL con ley de control NL)

Comparación del modelo dinámico LTI equivalente aumentado vs. el modelo dinámico global

El modelo LPV con $i_{ds}^r(t) \neq 0$ representa mejor al sistema real ya que contempla sus no linealidades mientras que el modelo LTI logrado con la estrategia por control vectorial de campo orientado haciendo a $i_{ds}^r(t) = 0$ es mucho mas simple.

Si en el modelo LPV (3.26) condicionamos con $i_{ds}^r = 0$, tenemos al siguiente sistema

$$\begin{cases} \dot{\theta}(t) = \omega_m(t) \\ \dot{\omega}_m = \frac{1}{J_{eq}} \cdot \left[\frac{3}{2} P_p \cdot \lambda_m'^r \cdot i_{qs}^r(t) - b_{eq} \cdot \omega_m(t) - \frac{T_l(t)}{r} \right] \\ \frac{di_{qs}^r(t)}{dt} = \frac{1}{L_q} \cdot \left[v_{qs}^r(t) - R_s \cdot i_{qs}^r(t) - \lambda_m'^r \cdot P_p \cdot \omega_m(t) \right] \end{cases} \quad (3.33)$$

Al comparar 3.33 con el modelo LTI equivalente 3.27, se puede observar que los sistemas son iguales. Por lo tanto podemos destacar que el modelo LTI equivalente es un caso particular del LPV cuando cuando se considera $i_{ds}^r(t) = 0$.

Evaluando los modelos para otros puntos de operación de i_{ds}^r podemos ver que el cambio de este valor afecta a la velocidad $w_m(t)$ y al torque motor $T_m(t)$, con las siguientes expresiones podemos ver el impacto de la variación de $i_{ds}^r(t)$

$$T_m(t) = \frac{3}{2} P_p \cdot [\lambda_m'^r + (L_d - L_q) \cdot i_{ds}^r(t)] \cdot i_{qs}^r(t)$$

$$w_m(t) = \frac{R_s \cdot i_{ds}^r(t) - v_{ds}^r(t)}{P_p \cdot L_q \cdot i_{qs}^r(t)}$$

Al analizar las ecuaciones anteriores podemos ver que, teniendo en cuenta que siempre se cumple $R_s \cdot i_{ds}^r(t) < v_{ds}^r(t)$ (la caída resistiva producida por $i_{ds}^r(t)$ no superara la tensión producida en $v_{ds}^r(t)$), contamos con dos posibles escenarios

$$i_{ds}^r(t) > 0 \rightarrow \text{Aumenta el torque motor a la vez que disminuye la velocidad}$$

$i_{ds}^r(t) < 0 \rightarrow$ Disminuye el torque motor a la vez que aumenta la velocidad

Con este análisis podemos determinar que físicamente el motor eléctrico compensa una potencia constante a expensas de la velocidad o el torque.

Funciones de transferencia del modelo LTI aumentado

Aplicando la transformada de Laplace a 3.32 (sin tener en cuenta al subsistema térmico), donde la misma se considera como:

$$L\{f(t)\} = F(s)$$

$$L\{\dot{f}(t)\} = s \cdot F(s) - f(0)$$

con condiciones iniciales nulas en t_0 se obtiene:

$$\begin{cases} s \cdot \Theta_m(s) = \Omega_m(s) \\ s \cdot \Omega_m(s) = \frac{1}{J_{eq}} \left[\frac{3}{2} \cdot P_p \cdot \lambda_m'^r \cdot I_{qs}^r(s) - b_{eq} \cdot \Omega_m(s) - \frac{T_l(s)}{r} \right] \\ s \cdot I_{qs}^r(s) = \frac{1}{L_q} \left[V_{qs}^r(s) - R_s \cdot I_{qs}^r(s) - \lambda_m'^r \cdot P_p \cdot \Omega_m(s) \right] \\ s \cdot I_{ds}^r(s) = -\frac{R_s}{L_d} \cdot I_{ds}^r(t) \end{cases} \quad (3.34)$$

Si la función de transferencia de un sistema se define como

$$G(s) = \frac{Y(s)}{U(s)}$$

Donde

$Y(s)$ es la salida del sistema

$U(s)$ es la entrada del sistema

$G(s)$ es la función de transferencia que caracteriza al sistema

Lo que nos interesa es manipular la salida $\theta_m(t)$ a través de las entradas de $v_{qs}^r(t)$ y $T_l(t)$, de esta forma logramos dos funciones de transferencia, que para llegar a ellas primero despejamos a $\Theta_m(s)$ del sistema 3.34 sin tener en cuenta la ecuación autónoma de $I_{ds}^r(s)$.

$$\theta_m(s) = \frac{\frac{3}{2} \cdot P_p \cdot \lambda_m'^r \cdot V_{qs}^r(s) - \frac{1}{r} \cdot (L_q \cdot s + R_s) \cdot T_l(s)}{J_{eq} \cdot L_q \cdot s^3 + (L_q \cdot b_{eq} + R_s \cdot J_{eq}) \cdot s^2 + (R_s \cdot b_{eq} + \frac{3}{2} \cdot P_p^2 \cdot \lambda_m'^{r2}) \cdot s}$$

Ahora, despejando para obtener las funciones de transferencia según las entradas mencionadas $v_{qs}^r(t)$ y $T_l(t)$.

$$G_{v_{qs}^r}(s) = \frac{\Theta(s)}{v_{qs}^r(s)} = \frac{\frac{3}{2} \cdot P_p \cdot \lambda_m'^r}{J_{eq} \cdot L_q \cdot s^3 + (L_q \cdot b_{eq} + R_s \cdot J_{eq}) \cdot s^2 + (R_s \cdot b_{eq} + \frac{3}{2} \cdot P_p^2 \cdot \lambda_m'^{r2}) \cdot s} \quad (3.35)$$

$$G_{T_l}(s) = \frac{\Theta(s)}{T_l(s)} = \frac{-\frac{1}{r} \cdot (L_q \cdot s + R_s)}{J_{eq} \cdot L_q \cdot s^3 + (L_q \cdot b_{eq} + R_s \cdot J_{eq}) \cdot s^2 + (R_s \cdot b_{eq} + \frac{3}{2} \cdot P_p^2 \cdot \lambda_m'^{r2}) \cdot s} \quad (3.36)$$

3.2.3 Análisis de estabilidad a lazo abierto del modelo LTI equivalente aumentado

Determinación de polos y ceros y análisis de la estabilidad del sistema

Los polos del sistema se obtienen a partir de las raíces del polinomio característico de la función de transferencia. Contamos con dos funciones de transferencia (3.35 y 3.36) al tratar con dos entradas diferentes, pero ambas tienen el mismo polinomio característico como denominador. El mismo es:

$$J_{eq} \cdot L_q \cdot s^3 + (L_q \cdot b_{eq} + R_s \cdot J_{eq})s^2 + (R_s \cdot b_{eq} + \frac{3}{2} \cdot P_p^2 \cdot \lambda_m'^2)s \quad (3.37)$$

Siendo los valores de los parámetros dados en el ítem 3.1 (definición y datos del problema):

$$b_{eq} = b_m + \frac{b_l}{r^2} = 1,5 \times 10^{-5} \frac{kg \cdot m^2}{s} \quad \text{donde } b_l \approx (0 \pm 0.0630) \frac{N \cdot m}{rad/s}$$

$$J_{eq} = J_m + \frac{J_l}{r^2} = 5,651 \times 10^{-6} kg \cdot m^2 \quad \text{donde } J_l \approx (0.2520 \pm 0.1260) kg \cdot m^2$$

$$L_q = 5,8 \times 10^{-3} H$$

$$R_s \approx 1.02 \Omega (@40^\circ C) \rightarrow R_s \approx 1.32 \Omega (@115^\circ C)$$

$$P_p = 3$$

$$\lambda_m = 0,001546 \frac{V}{rad/s}$$

Los polos del sistema para $R_s = 1.02 \Omega$ y para $R_s = 1.32 \Omega$ para los valores nominales de b_l y J_l :

| R_s | 1.02 Ω | 1.32 Ω | |
|------------|------------------|-------------------|-------------------|
| p_1 | 0 | 0 | $[\frac{rad}{s}]$ |
| p_2 | -89.26 + 301.57i | -115.12 + 292.911 | $[\frac{rad}{s}]$ |
| p_3 | -89.26 - 301.57i | -115.12 - 292.911 | $[\frac{rad}{s}]$ |
| ω_n | 314.5047 | 314.7229 | $[\frac{rad}{s}]$ |
| ζ | 0.2838 | 0.3658 | - |

El coeficiente de amortiguamiento es menor a 1 ($\zeta < 1$), lo que nos indica que tratamos con un sistema subamortiguado. Los polos obtenidos serán idénticos para cualquiera de las dos funciones de transferencia. Aún así debemos tener en cuenta la variación de R_s , J_l , b_l .

En la siguiente tabla se observan los valores de los polos para los distintos valores de los parámetros

| | $J_l = 0.126 kg \cdot m^2, b_l = -0.0630 \frac{N \cdot m}{rad/s}$ | | $J_l = 0.378 kg \cdot m^2, b_l = 0.063 \frac{N \cdot m}{rad/s}$ | | |
|------------|---|-------------------|---|-------------------|-------------------|
| R_s | 1.02 Ω | 1.32 Ω | 1.02 Ω | 1.32 Ω | |
| p_1 | 0 | 0 | 0 | 0 | $[\frac{rad}{s}]$ |
| p_2 | -89.57 + 345.97i | -115.43 + 338.48i | -89.06 + 269.78i | -114.92 + 260.05i | $[\frac{rad}{s}]$ |
| p_3 | -89.57 - 345.97i | -115.43 - 338.48i | -89.06 - 269.78i | -114.92 + 260.05i | $[\frac{rad}{s}]$ |
| ω_n | 357.3817 | 357.6192 | 284.1034 | 284.3089 | $[\frac{rad}{s}]$ |
| ζ | 0.2506 | 0.3135 | 0.3135 | 0.0630 | - |

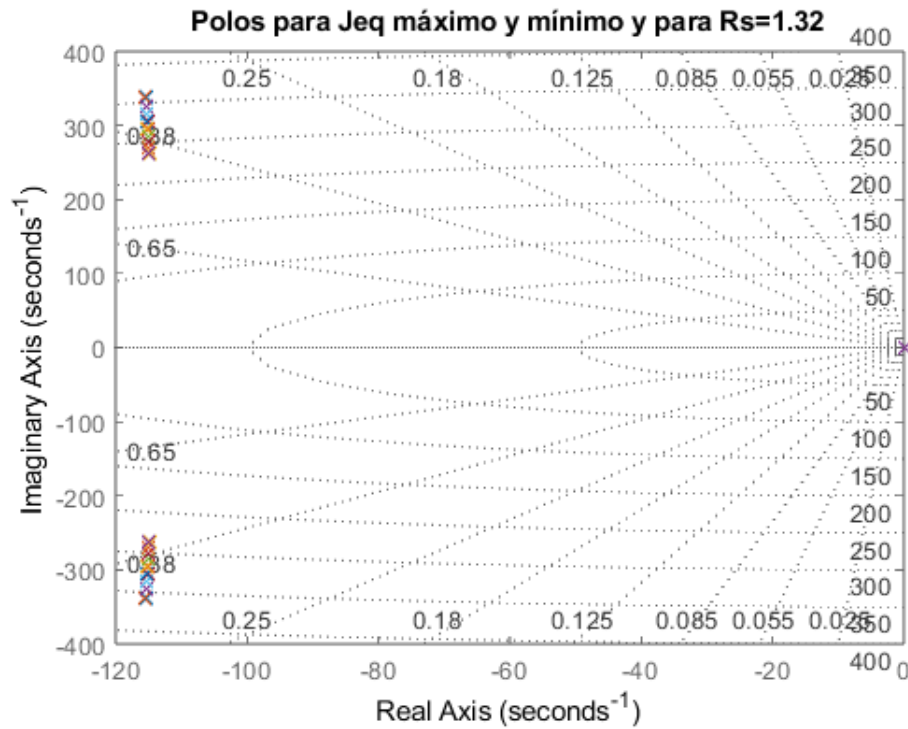


Fig. 3.10: Gráfico de polos y ceros para variaciones máximas de parámetros, $J_l = 0.3780 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$, $b_l = 0.0630 \frac{\text{N} \cdot \text{m}}{\text{rad/s}}$ y $R_s = 1.02$

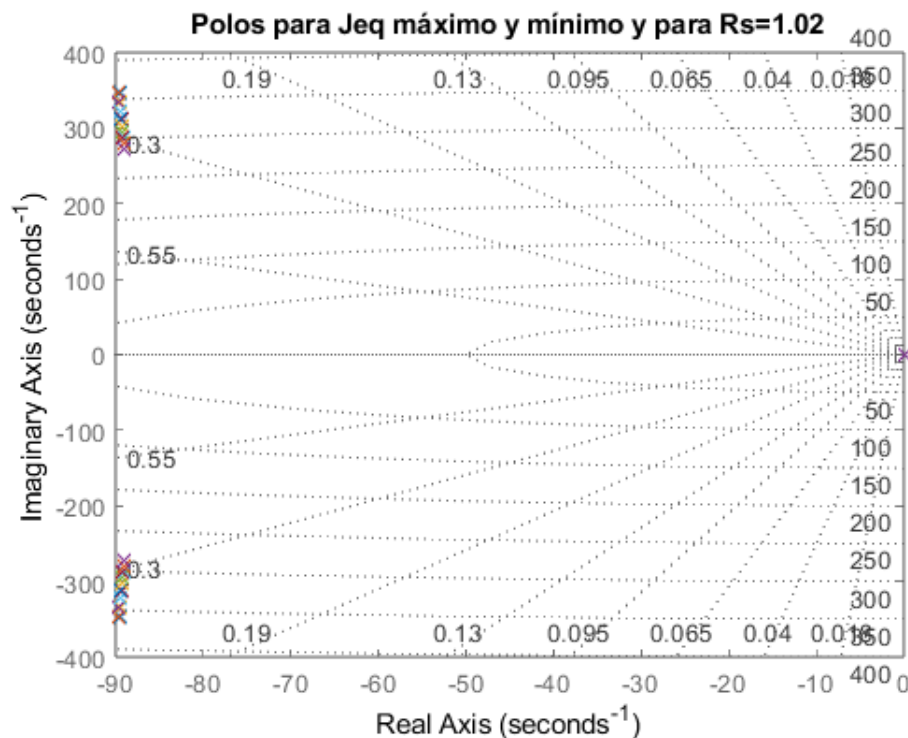


Fig. 3.11: Gráfico de polos y ceros para variaciones mínimas de parámetros, $J_l = 0.1260 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$, $b_l = -0.0630 \frac{\text{N} \cdot \text{m}}{\text{rad/s}}$ y $R_s = 1.02$

Dados los resultados de las tablas anteriores, se puede observar que a mayor temperatura, donde R_s alcanza el valor máximo de 1.32Ω a 115°C , se logran polos con parte real negativa mas grande que cuando R_s se encuentra en su mínimo valor de 1.02Ω a 40°C .

Cabe aclarar que tanto para los máximos valores y mínimos valores de los parámetros R_s , J_l , b_l el sistema encuentra los polos con parte real negativa, lo que nos indica un sistema estable en tales condiciones.

Por otro lado, si observamos la ec. 3.36 vemos que agrega un cero a nuestro sistema cuya expresión está dada por

$$z = \frac{R_s(t) \cdot r}{L_q}$$

Y analizando para posibles valores de R_s

| | | | | | |
|-------|---------|---------|---------|---------|---------|
| R_s | 1.02Ω | 1.095Ω | 1.17Ω | 1.245Ω | 1.32Ω |
| z | -175.86 | -188.79 | -201.72 | -214.66 | -227.59 |

3.2.4 Análisis de observabilidad para el modelo LTI equivalente aumentado

Un sistema LTI es observable si desde cualquier estado inicial $x(t_0)$, es posible determinar este estado en $t > 0$ a partir de la observación de la salida durante un intervalo de tiempo finito.

Para verificar la observabilidad de un sistema desde alguna variable de estado como $\theta_m(t)$ y $\omega_m(t)$, utilizamos el criterio de Kalman, que establece que un sistema es observable si y solo si el rango de la matriz de observabilidad es igual a la cantidad de variables de estado, para ello se utilizan las matrices A y C del sistema. Esto es, para un sistema LTI genérico de n orden

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = A \cdot x(t) + B \cdot u(t) \\ y(t) = C \cdot x(t) + D \cdot u(t) \end{cases}$$

Sabiendo que la matriz de observabilidad tiene la siguiente forma:

$$\mathcal{O} = \begin{bmatrix} C \\ C \cdot A \\ \dots \\ C \cdot A^{n-1} \end{bmatrix}$$

Se analiza la observabilidad desde la variable de estado $\theta_m(t)$ y para ello usaremos las siguientes matrices A (invariante según la variable a observar) y C del modelo LTI simplificado equivalente (3.27):

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & \frac{-b_{eq}}{J_{eq}} & \frac{3P_p \cdot \lambda'_m}{2J_{eq}} \\ 0 & \frac{-P_p \cdot \lambda'_m}{L_q} & \frac{-R_s}{L_q} \end{bmatrix} \quad y \quad C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Esto resulta en la siguiente matriz de observabilidad

$$\mathcal{O}_{\theta_m} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & \frac{-b_{eq}}{3} & \frac{3P_p \cdot \lambda'_m}{2J_{eq}} \end{bmatrix} \quad \text{donde } \text{Rango}(\mathcal{O}) = 3$$

Dado que el rango de la matriz "O", observando desde la variable de estado $\theta_m(t)$, coincide con el orden de nuestro sistema LTI simplificado equivalente, confirmamos que el sistema es observable desde $\theta_m(t)$.

Para analizar la observabilidad desde $\omega_m(t)$ vamos a suponer que medimos la velocidad con un taco-generador en lugar de un encoder que mide posición, de esta forma nuestra matriz C queda como:

$$C = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

y la matriz de observabilidad desde $\omega_m(t)$ será:

$$\mathcal{O}_{\omega_m} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & \frac{-b_{eq}}{3} & \frac{3P_p \cdot \lambda'_m}{2J_{eq}} \\ 0 & \frac{b_{eq}^2}{J_{eq}^2} - \frac{3 \cdot P_p^2 \cdot \lambda'_m{}^2}{2 \cdot J_{eq} \cdot L_q} & -\frac{3 \cdot b_{eq} \cdot P_p \cdot \lambda'_m}{2 \cdot J_{eq}^2} - \frac{3 \cdot R_s \cdot P_p \cdot \lambda'_m}{2 \cdot J_{eq} \cdot L_q} \end{bmatrix} \quad \text{donde } \text{Rango}(\mathcal{O}) = 2$$

La matriz de observabilidad en este caso tiene rango 2 (por la columna de ceros) y no coincide con el orden del sistema, por lo tanto el sistema no es observable desde la velocidad $\omega_m(t)$. Esto se debe a que no tenemos forma de conocer la posición inicial $\theta_m(t_0)$ del sistema a través del observador de estado.

El sistema LTI aumentado (3.32) cuenta con una variable de estado más ($i_{ds}^r(t)$), con lo cual las matrices A y C tienen la siguiente forma

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{-b_{eq}}{3} & \frac{3P_p \cdot \lambda_m'}{2J_{eq}} & 0 \\ 0 & \frac{-P_p \cdot \lambda_m'}{L_q} & \frac{-R_s}{L_q} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{R_s}{L_d} \end{bmatrix} \quad \text{y} \quad C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Se analiza la matriz de observabilidad desde el software de MATLAB (fig 3.12)

```
Sistema LTI aumentado, observado desde theta
0 = 4x4
10^6 x
    0.0000    0    0    0
    0    0.0000    0    0
    0   -0.0000    0.0123    0
    0   -0.0984   -2.1977    0

Rango = 3
```

Fig. 3.12: Matriz de observabilidad del sistema LTI aumentado

Se puede observar que el rango es 3 mientras que la cantidad de variables de estado son 4, por lo que se dice que el sistema es parcialmente observable desde la salida θ_m

3.2.5 Análisis de controlabilidad completa de estado del modelo LTI aumentado

Un sistema LTI es controlable en t_0 si se puede transferir cualquier estado inicial $x(t_0)$ a cualquier otro estado mediante un vector de control $u(t)$ no restringido en un intervalo de tiempo finito.

Para verificar la controlabilidad del sistema aplicamos nuevamente el criterio de Kalman, que expresa que un sistema es controlable si y solo si el rango de la matriz de controlabilidad C es igual al orden del sistema.

La matriz de controlabilidad (para un sistema LTI genérico) se define como

$$C = \begin{bmatrix} B & A \cdot B & \dots & A^{n-1} \cdot B \end{bmatrix}$$

Siendo las matrices A y B de nuestro sistema LTI simplificado

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & \frac{-b_{eq}}{3} & \frac{3P_p \cdot \lambda_m'}{2J_{eq}} \\ 0 & \frac{-P_p \cdot \lambda_m'}{L_q} & \frac{-R_s}{L_q} \end{bmatrix} \quad \text{y} \quad B = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{1}{L_q} \end{bmatrix}$$

La matriz de controlabilidad sera

$$C = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \frac{3P_p \cdot \lambda_m'}{2 \cdot J_{eq} \cdot L_q} \\ 0 & \frac{3P_p \cdot \lambda_m'}{2 \cdot J_{eq} \cdot L_q} & -\frac{3 \cdot b_{eq} \cdot P_p \cdot \lambda_m'}{2 \cdot J_{eq}^2 \cdot L_q} - \frac{3 \cdot R_s \cdot P_p \cdot \lambda_m'}{2 \cdot J_{eq} \cdot L_q^2} \\ \frac{1}{L_q} & -\frac{R_s}{L_q^2} & -\frac{R_s^2}{L_q^3} - \frac{3 \cdot P_p^2 \cdot \lambda_m'^2}{2 \cdot J_{eq} \cdot L_q^2} \end{bmatrix} \quad \text{donde } \text{Rango}(C) = 3$$

El sistema será controlable desde la entrada manipulada $v_{qs}^r(t)$ ya que el rango de la matriz de controlabilidad coincide con el orden del sistema.

Ahora, para nuestro modelo LTI equivalente aumentado, donde las matrices A y B son

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{-b_{eq}}{3} & \frac{3P_p \cdot \lambda'_m}{2J_{eq}} & 0 \\ 0 & \frac{-P_p \cdot \lambda'_m}{L_q} & \frac{-R_s}{L_q} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{R_s}{L_d} \end{bmatrix} \quad y \quad B = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{1}{L_q} \\ 0 \end{bmatrix}$$

Analizamos la controlabilidad del modelo LTI equivalente aumentado y obtenemos las siguiente matriz de controlabilidad y su rango a través de MATLAB.

```
Sistema LTI equivalente aumentado
C = 4x4
1011 x
      0      0      0.0000      -0.0049
      0      0.0000      -0.0049      -2.6208
      0.0000      -0.0000      -0.0002      0.0685
      0      0      0      0
rango = 3
```

Fig. 3.13: Matriz de observabilidad del sistema LTI aumentado

En este caso tenemos 4 variables de estado y el rango de la matriz de controlabilidad es 3, por lo que decimos que el sistema no es totalmente controlable desde la entrada v_{qs}^r

3.2.6 Simulación dinámica en tiempo continuo

Respuesta del estado interno frente a pulsos de $v_{qs}^{r*}(t)$ y $T_l(t)$

Realizamos el análisis de la respuesta del estado interno del modelo del sistema global NL desacoplado con ley de control NL y del sistema LTI equivalente aumentado, para ello se excitan las entradas manipulada y de perturbación con un pulso de tensión y con un doble pulso de torque de carga como se muestra a continuación

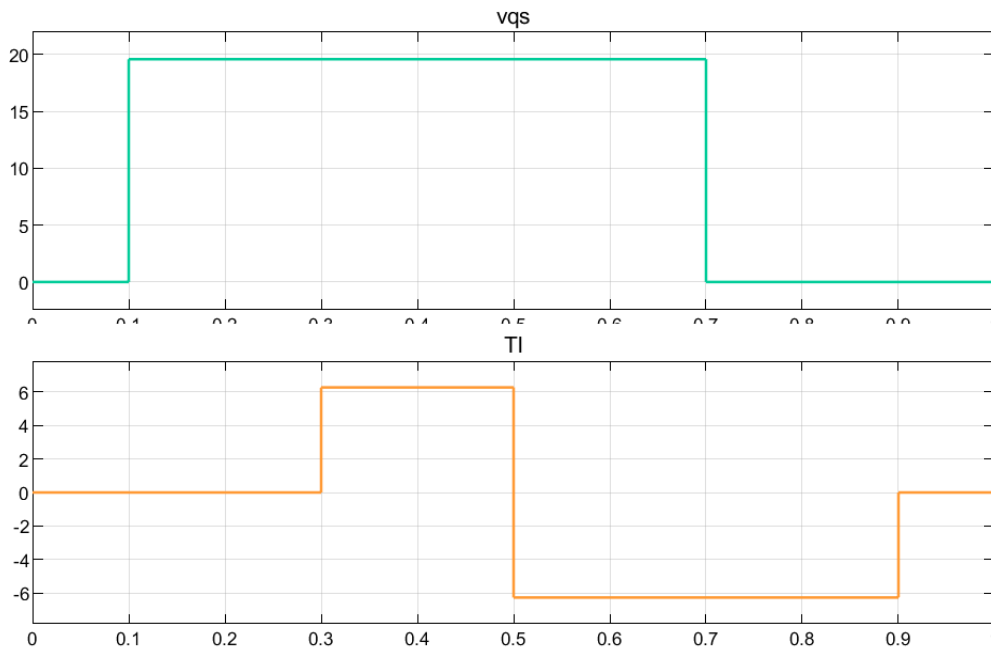


Fig. 3.14: Pulsos de $v_{qs}^{r*}(t)$ y $T_l(t)$

Los resultados de velocidad, posición y torque para los dos modelos serán:

Proyecto global integrador: control de accionamiento CA con PMSM

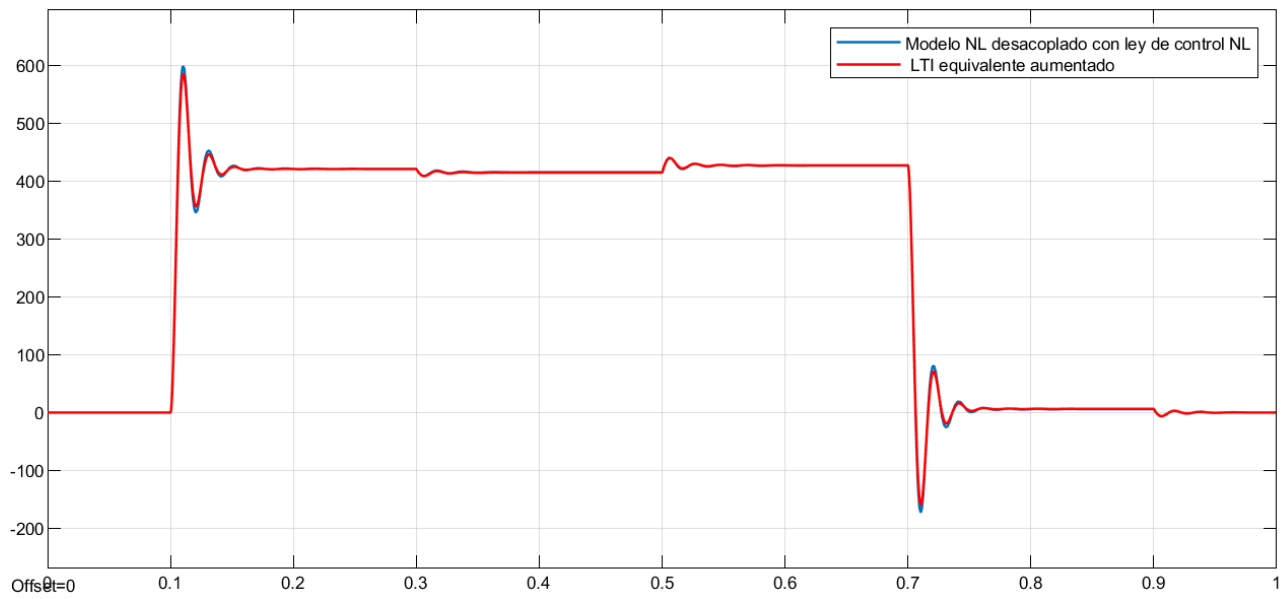


Fig. 3.15: Velocidades obtenidas al aplicar los pulsos de la fig 3.14

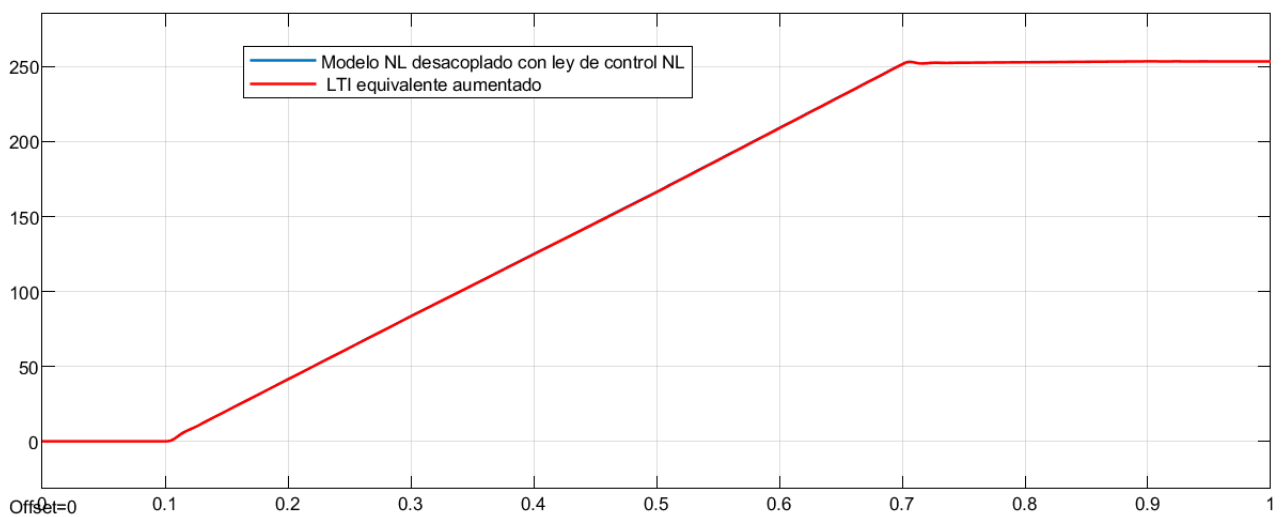


Fig. 3.16: Posiciones obtenidas al aplicar los pulsos de la fig 3.14

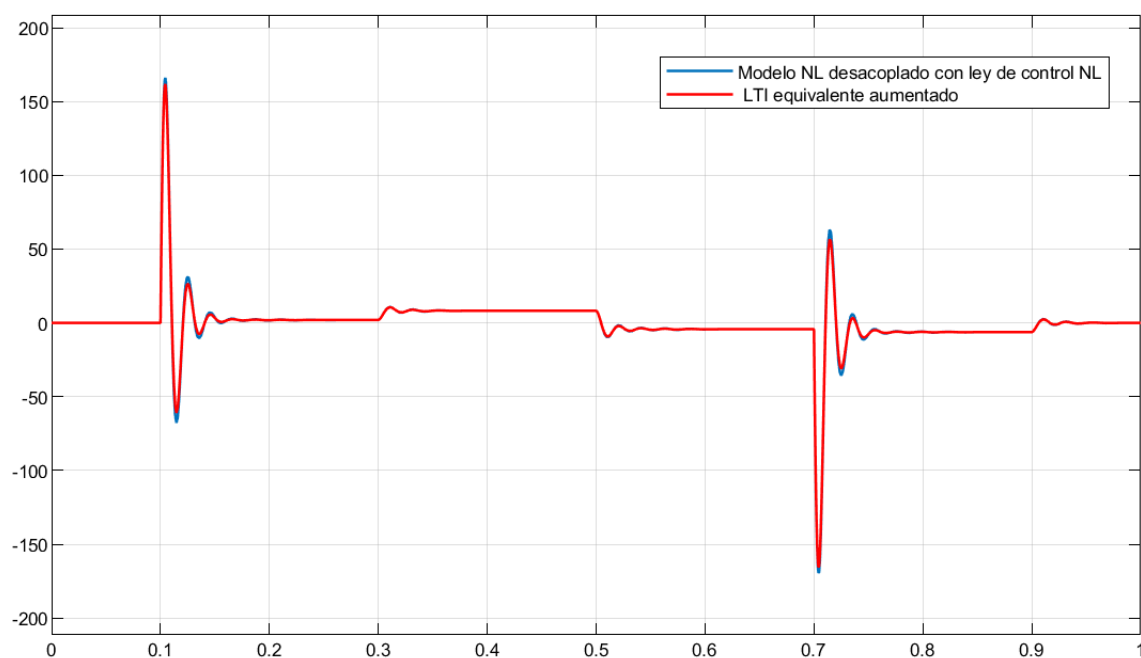


Fig. 3.17: Torque motor obtenido al aplicar los pulsos de la fig 3.14

La diferencia de las respuestas entre ambos modelos es mínima, ésta apenas se puede diferenciar en los picos de velocidad y torque al aplicarse la tensión $v_{qs}^*(t)$ en 0.1s y al finalizar el pulso en 0.7s. Se puede ver como el torque de carga (0.3s y 0.5s) afecta a la velocidad y torque de ambos modelos, sin embargo no genera una gran perturbación como lo hace el pulso de tensión.

Ahora, analizando las respuestas de tensión y corriente para las coordenadas 'qd0' y 'abc'.

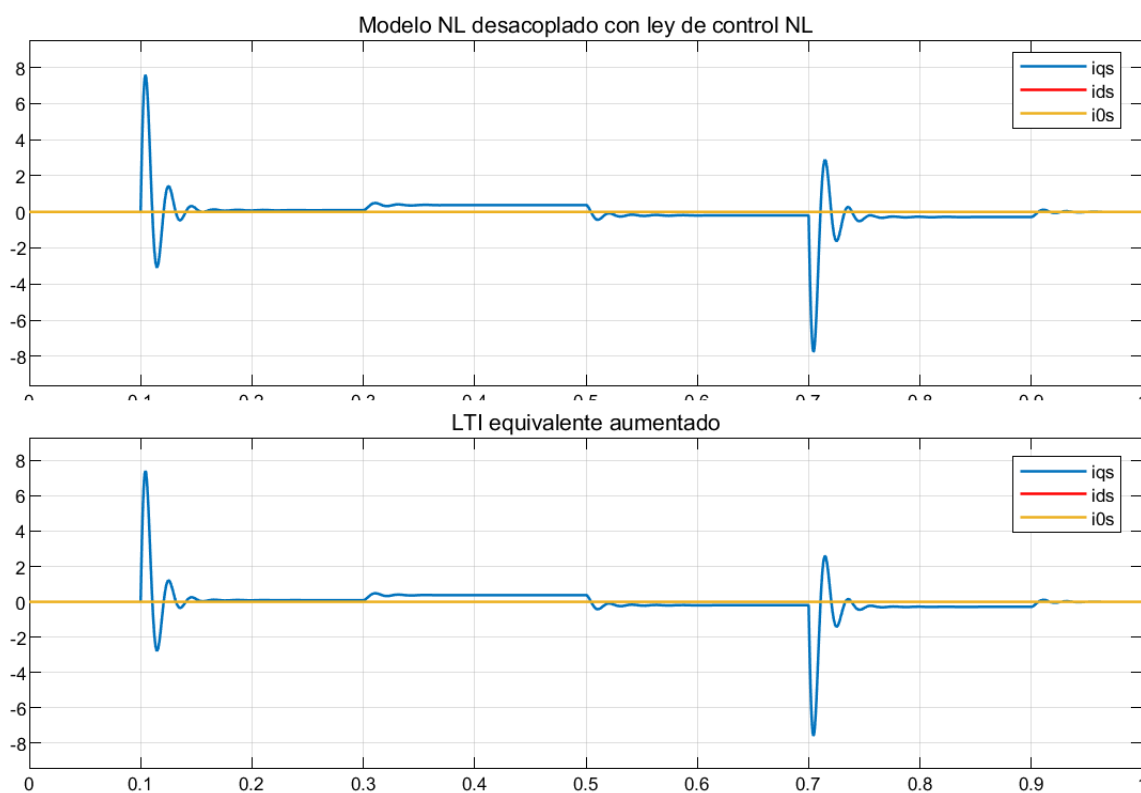


Fig. 3.18: Corrientes en coordenadas 'qd0'

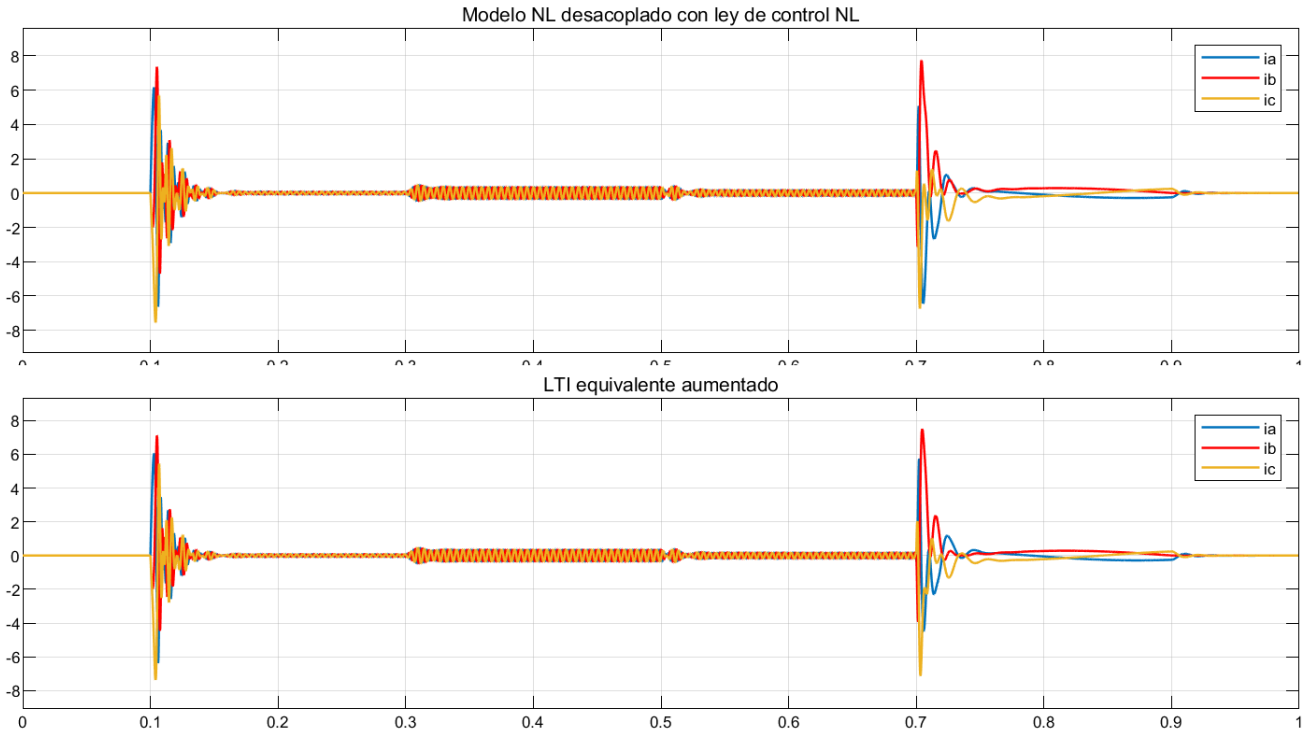


Fig. 3.19: Corrientes en coordenadas 'abc'

Respecto de las corrientes establecidas, se puede observar que i_{ds}^r , tanto para el modelo NL desacoplado con ley de control NL como el modelo LTI equivalente aumentado, tiene un valor nulo debido a que $i_{ds}^r(0) = 0$, igualmente debemos recordar que para el modelo con ley de control NL la misma se suprime gracias al controlador externo y el modelo LTI equivalente aumentado este valor depende si o si del valor inicial de i_{ds}^r según 3.31.

Por ultimo, observamos el comportamiento de las tensiones en coordenadas 'qd0' y 'abc' para el modelo NL con ley de control NL solamente, ya que para el modelo LTI equivalente aumentado el único valor de tensión utilizado es el de v_{qs} y el valor del mismo seria idéntico que la consigna usada en 3.14.

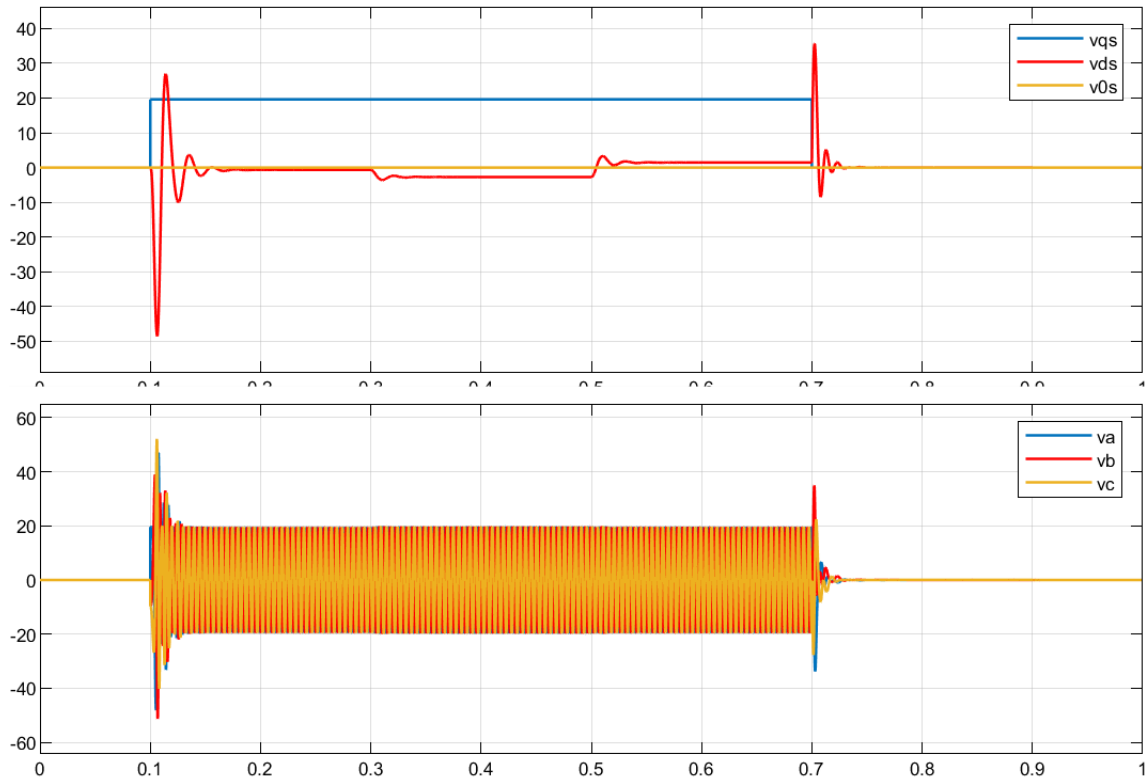


Fig. 3.20: Tensiones en coordenadas 'qd0' y 'abc' del modelo NL con ley de control NL

En la fig 3.21 se muestra la temperatura del bobinado del estator teniendo en cuenta una temperatura ambiente de 40°C y una temperatura inicial del bobinado también en 40°C (temperatura de operación para la cual R_s se establece en 1.02Ω)

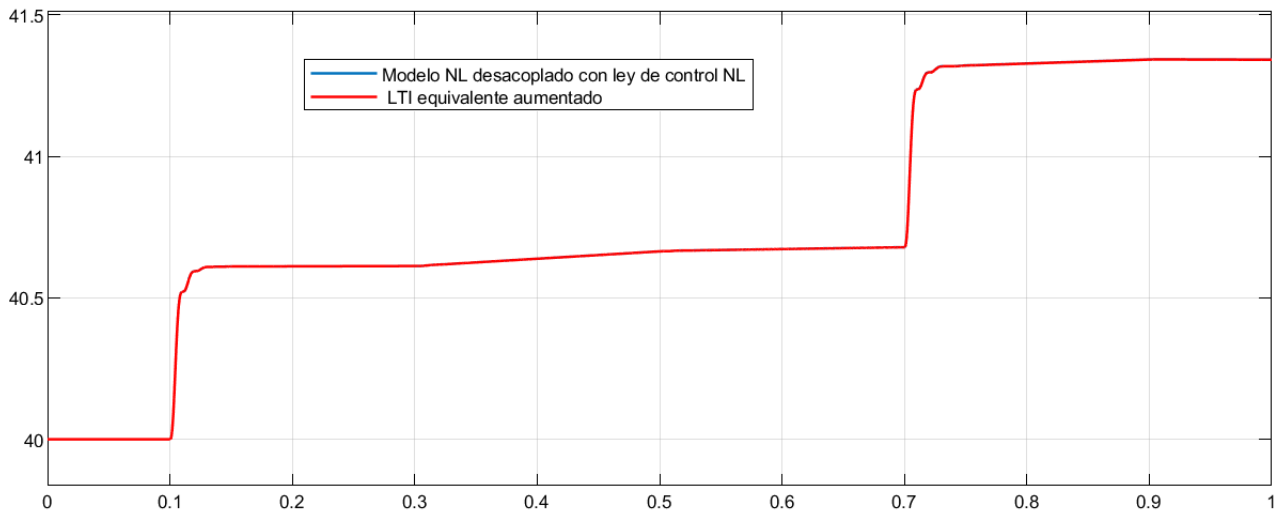


Fig. 3.21: Temperatura del bobinado a lo largo de las consignas aplicadas en 3.14

Puede observarse los saltos de temperatura para los cambios en el pulso de tensión v_{qs}^r aplicado, donde cada salto implica un cambio de temperatura de aproximadamente 0.6°C .

A continuación, se muestran las curvas obtenidas de torque contra velocidad, para confirmar que el motor está trabajando en los 4 cuadrantes de operación (giro y frenado directos e inversos)

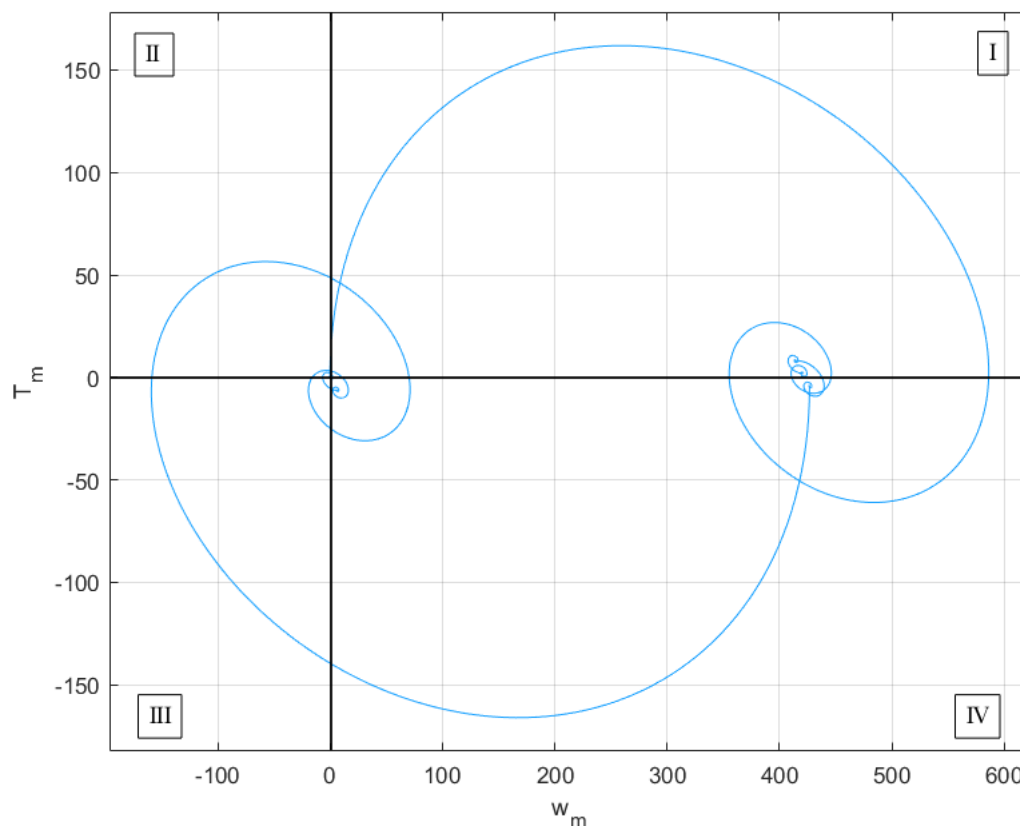


Fig. 3.22: Curvas paramétricas resultantes del pulso de tensión y torque aplicados en 3.14

De la figura 3.22 podemos confirmar que el motor puede trabajar en los 4 cuadrantes. Siguiendo la línea temporal de los pulsos aplicados

1. Cuando se aplica el pulso de tensión la velocidad comienza a aumentar en sentido positivo igual que el torque motor (motorización), nos encontramos en el cuadrante I.
2. La curva se estanca en un valor fijo de velocidad pero con T_m en cero, estamos en régimen de operación y todavía no se ha aplicado el torque de carga.
3. Manteniendo la misma velocidad se aplica el torque de carga, lo que genera una mínima perturbación sobre la velocidad y torque (pequeños espirales sobre el mismo punto de operación).
4. Finalmente cuando termina el pulso de tensión se observa como la curva se abre por el cuadrante IV (frenado regenerativo) donde el valor del torque se torna negativo debido a que la energía cinética rotacional es absorbida por la fuente de tensión, como si fuera un generador.
5. Luego puede verse como pasa al cuadrante III donde el rotor girará en sentido inverso por un breve lapso de tiempo (se puede observar en 3.16 como una pequeña perturbación antes de establecerse la posición).
6. Y por ultimo pasa por el cuadrante II antes de detenerse por completo.

Determinación de velocidad y corriente final de establecimiento

De las gráficas anteriores se obtienen los valores de las siguientes tablas.

| Para $\omega_m(t)$ | | | | | | |
|---|-------|--------|-------|-------|-------|-------------------|
| Tiempo de aplicación de la perturbación | 0.1 | 0.3 | 0.5 | 0.7 | 0.9 | [s] |
| Valor final de $\omega_m(t)$ | 420.6 | 414.3 | 427 | 6.31 | 0.062 | $[\frac{rad}{s}]$ |
| Tiempo de crecimiento | 4.079 | 1.5 | 5 | 6.75 | 1.7 | [ms] |
| Tiempo de establecimiento | 0.135 | 0.3485 | 0.505 | 0.746 | 0.933 | [s] |
| Sobrepico | 165.7 | 6.5 | 13 | -165 | -5.58 | $[\frac{rad}{s}]$ |

| Para $i_{qs}^r(t)$ | | | | | | |
|---|-------|-------|--------|--------|-------|------|
| Tiempo de aplicación de la perturbación | 0.1 | 0.3 | 0.5 | 0.7 | 0.9 | [s] |
| Valor final de $i_{qs}^r(t)$ | 0.107 | 0.379 | -0.193 | -0.302 | 0 | [A] |
| Tiempo de crecimiento | 2.63 | 82 | 57 | 26 | 4.11 | [ms] |
| Tiempo de establecimiento | 0.153 | 0.334 | 0.522 | 0.752 | 0.93 | [s] |
| Sobrepico | 7.245 | 0.11 | 0.224 | 7.288 | 0.122 | [A] |

Se puede observar que las variaciones de tensión influyen considerablemente más sobre la velocidad y la corriente que a diferencia de las variaciones de torque propuestas en 3.14.

Comportamiento de $i_{ds}^r(t)$ antes diferentes valores de $i_{ds}^r(0)$

En los modelos analizados anteriormente bajo las consignas de tensión y torque dadas por 3.14 se consideró en todo momento que $i_{ds}^r(0) = 0$ como condición inicial (control vectorial con campo orientado), ahora se realizara el análisis de las respuestas de los modelos para los siguientes casos

$$i_{ds}^r(0) = 0.5 \text{ A}$$

$$i_{ds}^r(0) = -0.5 \text{ A}$$

En la fig. 3.23 se puede observar como el valor de $i_{ds}^r(t)$ decae rápidamente para las condiciones iniciales de $\pm 0.5 \text{ A}$, por lo tanto se verifica, para nuestro modelo NL desacoplado con ley de control NL, que la ley de control aplicada funciona de forma correcta y se establece $i_{ds}^r(t) = 0$, comportándose como el modelo LTI equivalente aumentado.

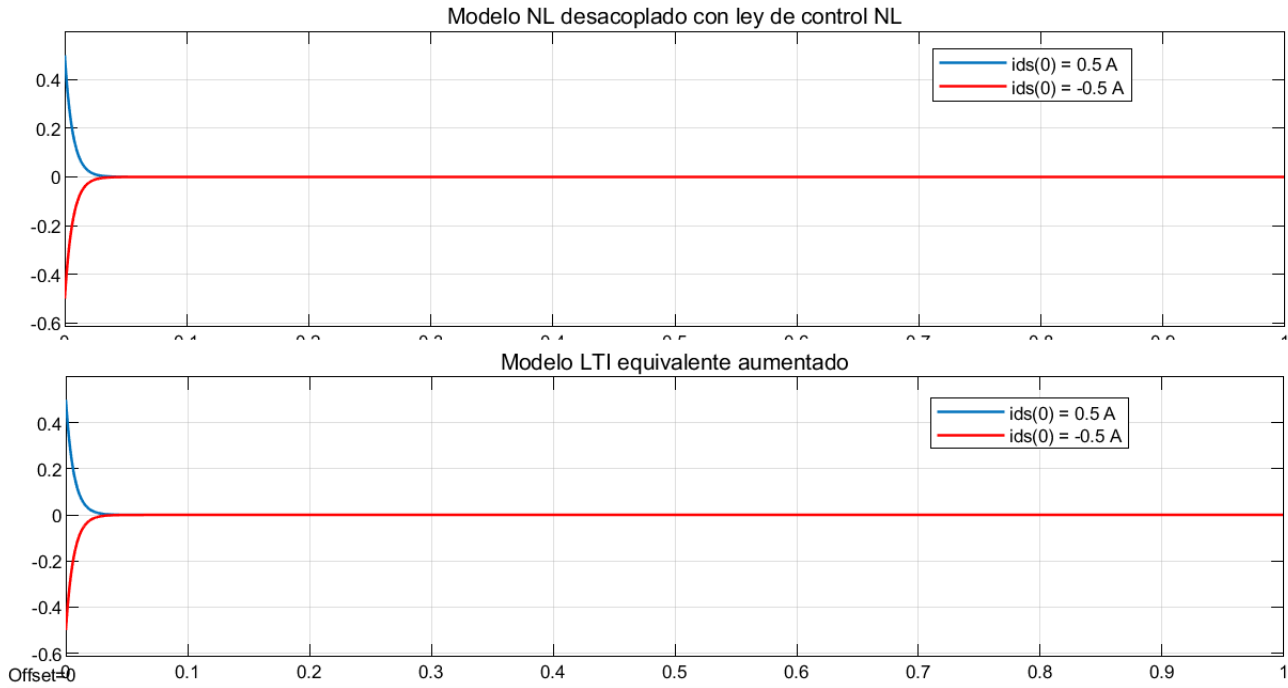


Fig. 3.23: Valores de $i_{ds}^r(t)$ cuando cambiamos el valor de $i_{ds}^r(0)$ para los dos modelos

Consigna de tensión en el eje d

Ahora, trabajando sobre el modelo NL desacoplado con ley de control NL, se agrega una nueva consigna de tensión para el eje 'd', la misma tiene la siguiente forma:

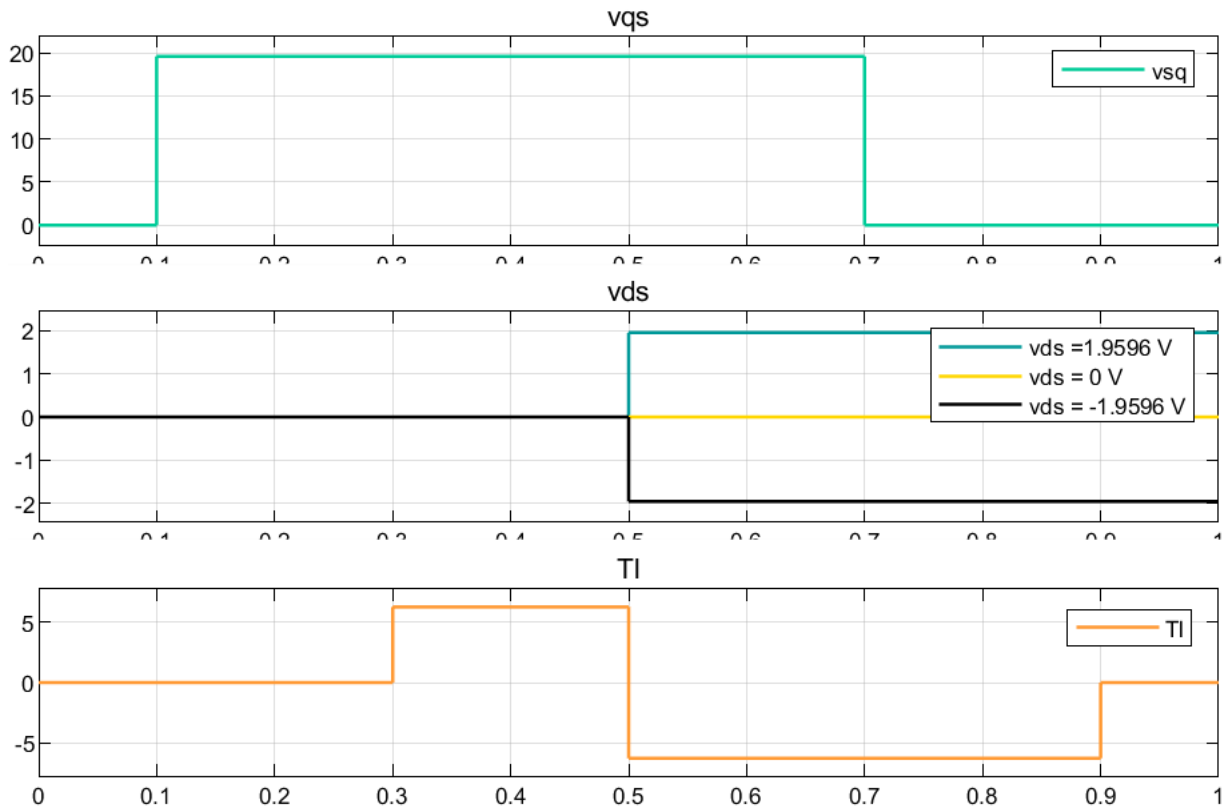


Fig. 3.24: Nueva consigna agregada donde se observan $v_{ds} = 1.9596$, $v_{ds} = 0$ y $v_{ds} = -1.9596$ en 0.5s

En la fig. 3.24 se puede observar el agregado de tres consignas en v_{ds} , de las cuales encontramos dos diferencias que nos ayudan a lograr los efectos de 'field forcing' o reforzamiento de campo cuando $v_{ds} = 1.9596$ y 'field weakening' o debilitamiento de campo cuando $v_{ds} = -1.9596$. Las respuestas del modelo NL desacoplado con ley de control NL

se ven reflejadas en las siguientes figuras

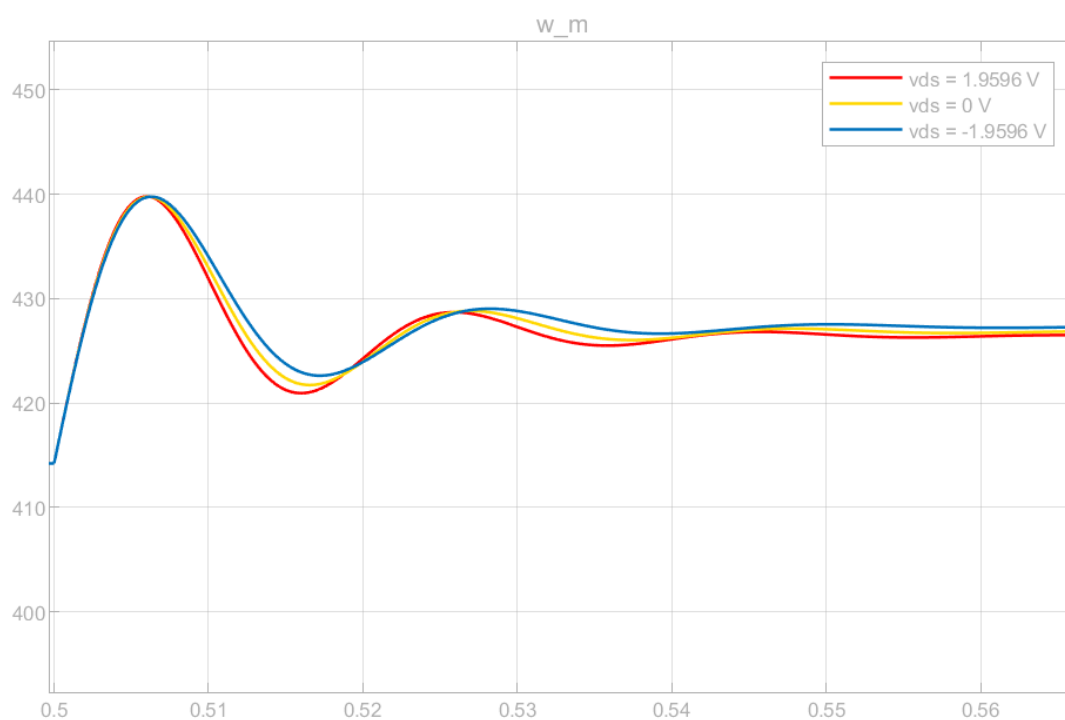


Fig. 3.25: Velocidad desarrollada bajo las diferentes consignas de v_{qs}

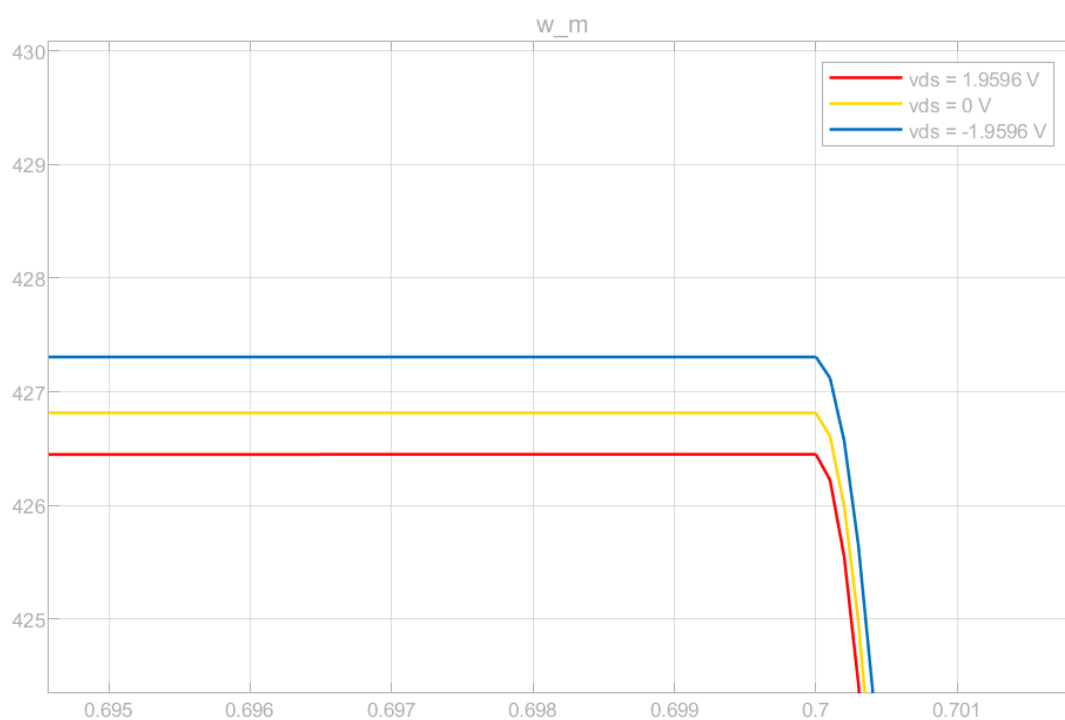


Fig. 3.26: Acercamiento a los valores de velocidad en régimen estacionario bajo la nueva propuesta de v_{qs}

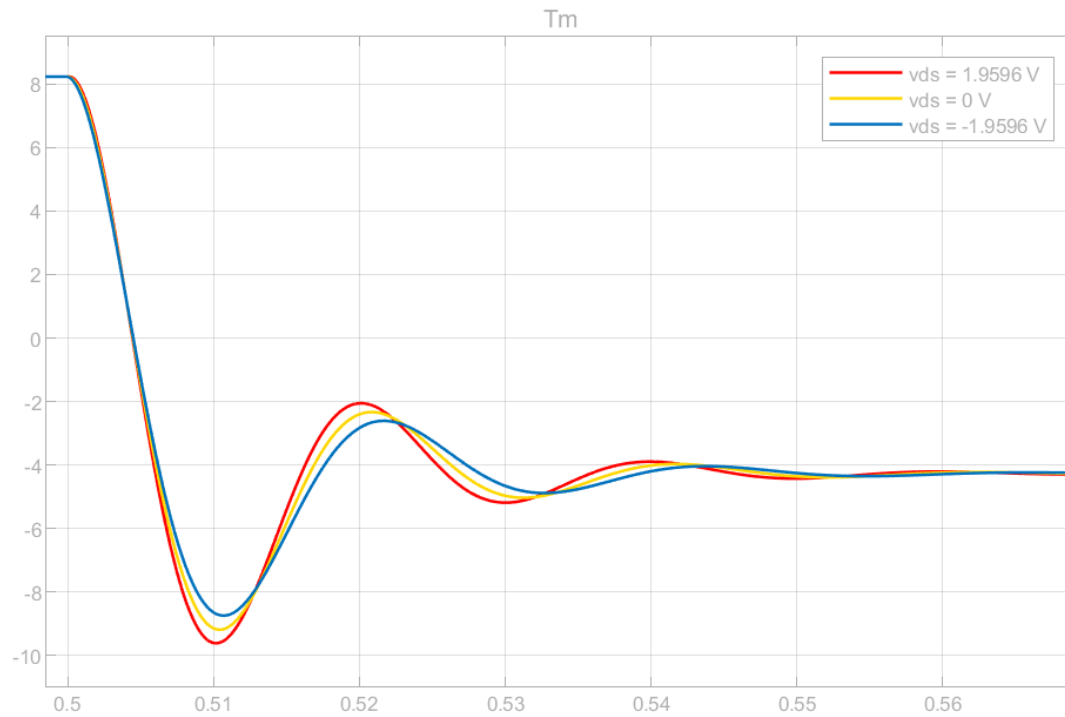


Fig. 3.27: Torque desarrollado bajo las diferentes consignas de v_{qs}

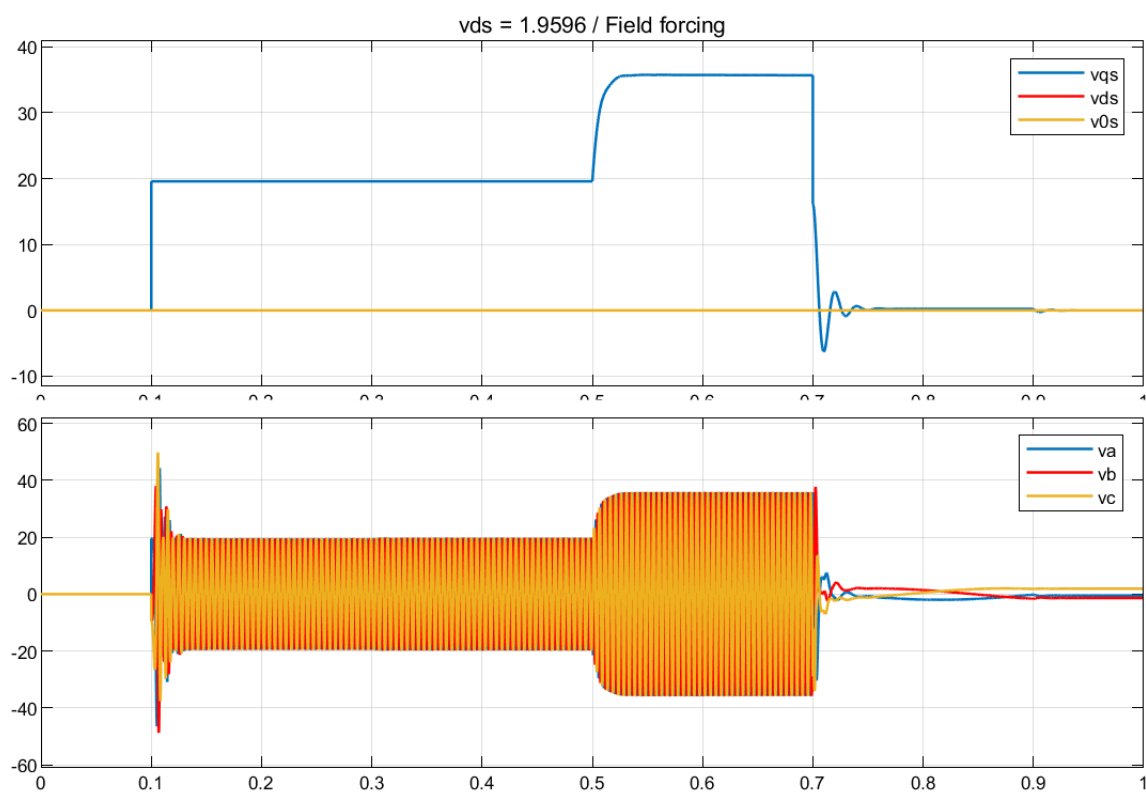


Fig. 3.28: Resultado de las tensiones al aplicar el reforzamiento de campo

Proyecto global integrador: control de accionamiento CA con PMSM

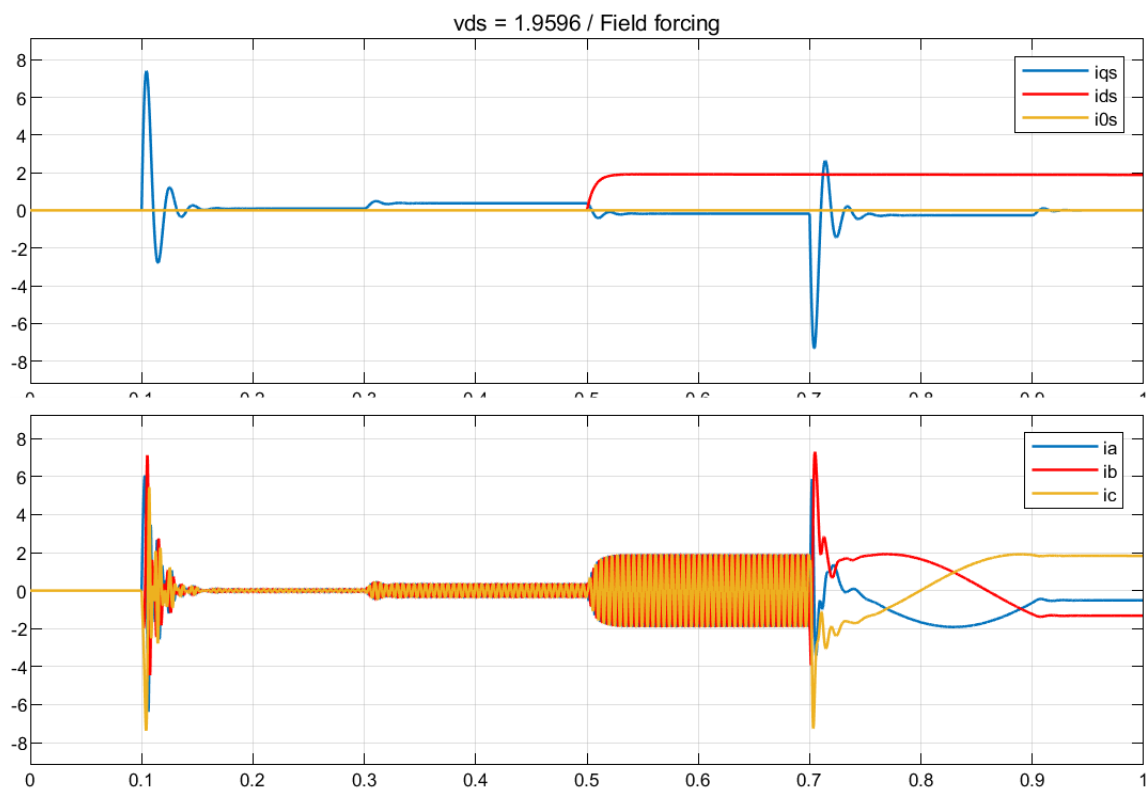


Fig. 3.29: Resultado de las corrientes al aplicar el reforzamiento de campo

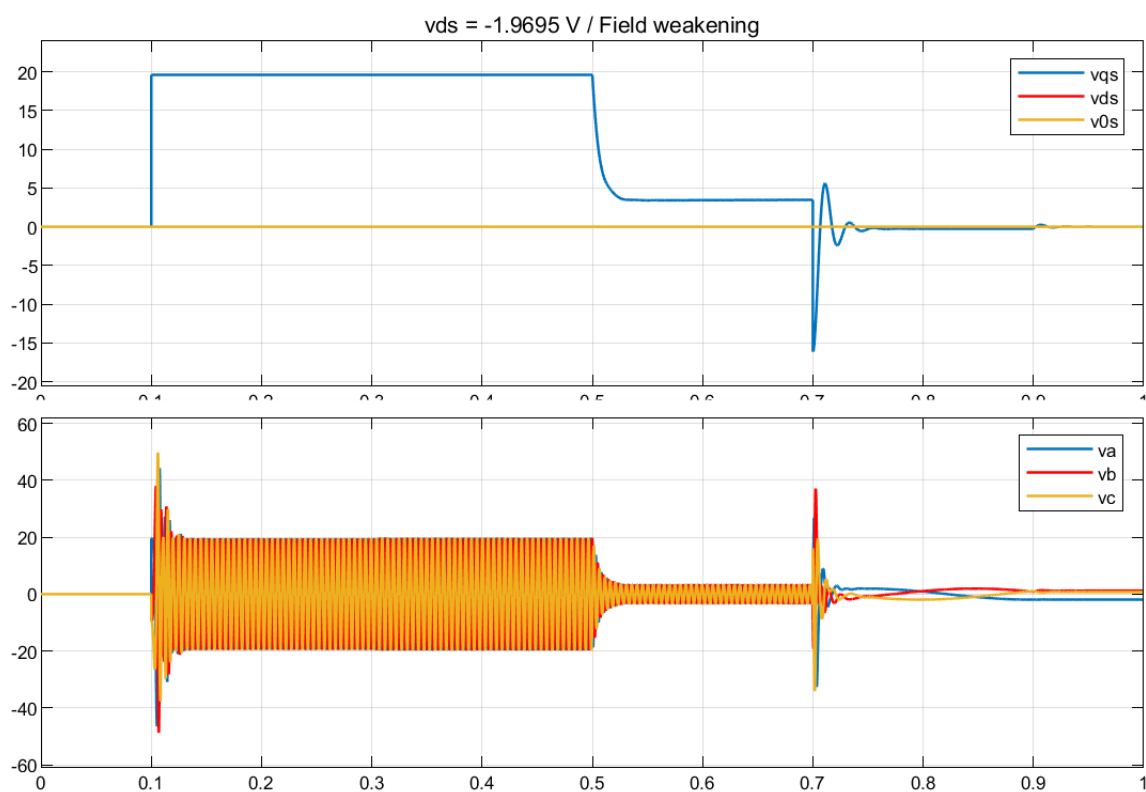


Fig. 3.30: Resultado de las tensiones al aplicar el debilitamiento de campo

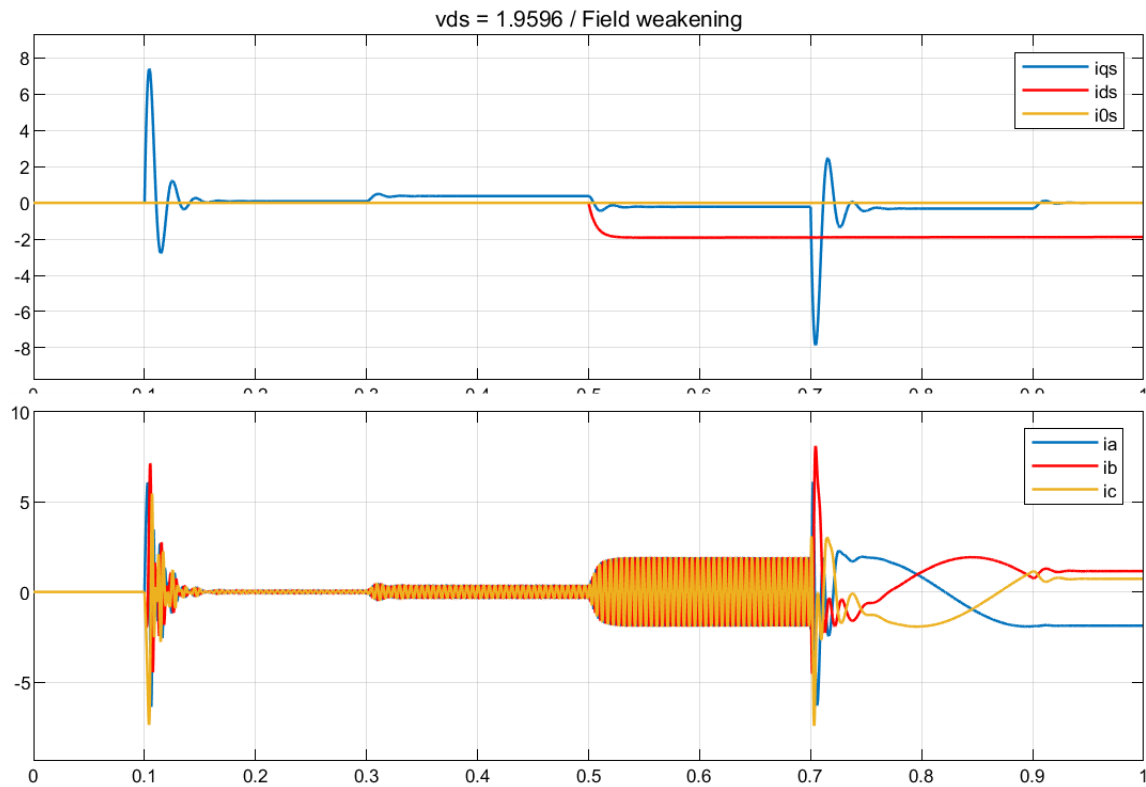


Fig. 3.31: Resultado de las corrientes al aplicar el debilitamiento de campo

En las figuras 3.25 a 3.27 podemos observar el efecto sobre la velocidad y el torque de aumentar o disminuir v_{ds} . Cuando aumenta v_{ds} la corriente i_{ds} tiene el mismo sentido que el campo, reforzando al mismo, aumentando el torque y disminuyendo la velocidad del motor, este efecto se conoce como 'field forcing' o reforzamiento de campo. El efecto contrario se produce cuando v_{ds} disminuye, esto significa que la corriente cambia de sentido, generando una disminución del torque y por ello un aumento de velocidad, este efecto se llama 'field weakening' o debilitamiento de campo, en esta situación el campo y la corriente tienen sentidos distintos. Esto se puede observar en las ecuaciones de torque y velocidad de la sección 3.2.2 ("Comparación del modelo dinámico LTI equivalente aumentado vs. el modelo dinámico global").

En la fig. 3.28 se puede observar el efecto de reforzamiento de campo a partir de los 5s que es cuando v_{ds} toma un valor positivo de 1.9596 V, allí los valores de tensiones aumentan, mientras que en la figura 3.31 se puede ver que los valores de tensiones disminuyen debido a que v_{ds} es negativa.

Si comparamos las figuras 3.31 y 3.29 podemos observar que las corrientes tienen sentidos distintos, allí se ven los efectos mencionados previamente.

3.3 Diseño, Análisis y Simulación de Controlador de Movimiento en Cascada con Modulador de Torque equivalente (Control Vectorial)

En esta sección se plantea una estrategia de control a lazo cerrado a través de un controlador en cascada, el mismo consta de dos lazos de control, el lazo externo o maestro que es un controlador de movimiento, y el lazo interno o esclavo a través del cual se controla el torque, este lazo interno es mas rápido que el externo.

3.3.1 Modulador de torque equivalente

El modulador de torque se plantea inicialmente como una caja negra, la cual recibe una consigna de torque T_m^* y entrega las consignas de tensión v_{qd0s}^* necesarias para cumplir con dicha consigna. Para ello debemos diseñar esta "caja negra" empezando por el desacople natural en el balance de tensiones.

Desacople de las realimentaciones físicas naturales

Para empezar debemos llevar las consignas de tensión a valores reales de tensión, para ello se supone una ganancia unitaria en el modulador de tensión tal como

$$v_{abcs}^*(t) \approx v_{abcs}(t)$$

Podemos implementar las consignas de tensión en coordenadas $qd0$ desacoplando las realimentaciones naturales del sistema electromagnético de nuestra maquina eléctrica.

Siendo el sistema de ecuaciones del balance de tensiones

$$\begin{cases} v_{qs}^r(t) = R_s(t) \cdot i_{qs}^r(t) + L_q \cdot \frac{di_{qs}^r(t)}{dt} + [\lambda_m' + L_d \cdot i_{ds}^r(t)] P_P \cdot \omega_m(t) \\ v_{ds}^r(t) = R_s(t) \cdot i_{ds}^r(t) + L_d \cdot \frac{di_{ds}^r(t)}{dt} - L_q \cdot P_P \cdot i_{qs}^r(t) \cdot \omega_m(t) \\ v_{0s}^r(t) = R_s(t) \cdot i_{os}(t) + L_{ls} \cdot \frac{di_{os}(t)}{dt} \end{cases}$$

Reemplazamos las realimentaciones naturales (derivadas) por las consignas de tensión correspondientes, resultando

$$\begin{cases} v_{qs}^{*r}(t) = v_{qs}^{*tr}(t) + R_s \cdot i_{qs}^r(t) + [\lambda_m' + L_d \cdot i_{ds}^r(t)] P_P \cdot \omega_m(t) \\ v_{ds}^{*r}(t) = v_{ds}^{*tr}(t) + R_s \cdot i_{ds}^r(t) - L_q \cdot P_P \cdot i_{qs}^r(t) \cdot \omega_m(t) \\ v_{0s}^{*r}(t) = v_{0s}^{*tr}(t) + R_s \cdot i_{os}(t) \end{cases} \quad (3.38)$$

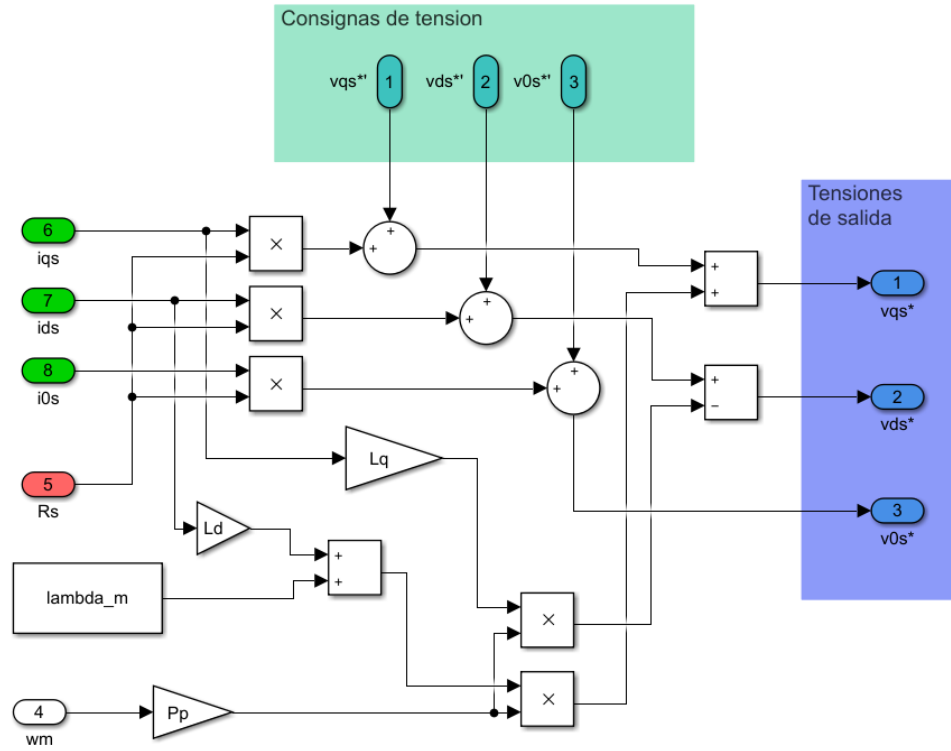


Fig. 3.32: Resultado del desacople de las realimentaciones naturales del sistema electromagnético

Se puede observar en la ec. 3.38 que hay productos de variables de estados y por lo tanto una no linealidad. Ahora que se han compensado las caídas de tensión óhmica e inducida, se observa una realimentación no lineal, es decir que realizamos una linealización por realimentación NL al igual que se realizó anteriormente con el controlador parcial.

Diseño de lazos de control de corrientes $i_{qd0s}^r(t)$

Como se vio anteriormente, se desacoplaron las realimentaciones naturales dadas por las derivadas de la corriente, quedando un subsistema electromagnético cuyas entradas son las consigna de tensión y las corrientes del sistema (como también la velocidad $\omega_m(t)$ y la resistencia del estator R_s).

Se puede hacer una proporcionalidad entre la consigna de tensión y las derivadas reemplazadas de la siguiente forma

$$\begin{aligned} v_{qs}^{*lr} &\approx L_q \frac{di_{qs}^r}{dt} \\ v_{ds}^{*lr} &\approx L_d \frac{di_{ds}^r}{dt} \\ v_{0s}^{*lr} &\approx L_{ls} \frac{di_{0s}^r}{dt} \end{aligned}$$

Y aplicando una ley de control proporcional ($(r(t) - x(t))K$) en las corrientes y acoplando las mismas a la proporcionalidad de tensiones

$$\begin{aligned} v_{qs}^{*lr} &\approx \left(i_{qs}^{*r}(t) - i_{qs}^r(t) \right) R_q \approx L_q \frac{di_{qs}^r}{dt} \\ v_{ds}^{*lr} &\approx \left(i_{ds}^{*r}(t) - i_{ds}^r(t) \right) R_d \approx L_d \frac{di_{ds}^r}{dt} \\ v_{0s}^{*lr} &\approx \left(i_{0s}^{*r}(t) - i_{0s}^r(t) \right) R_0 \approx L_{ls} \frac{di_{0s}^r}{dt} \end{aligned}$$

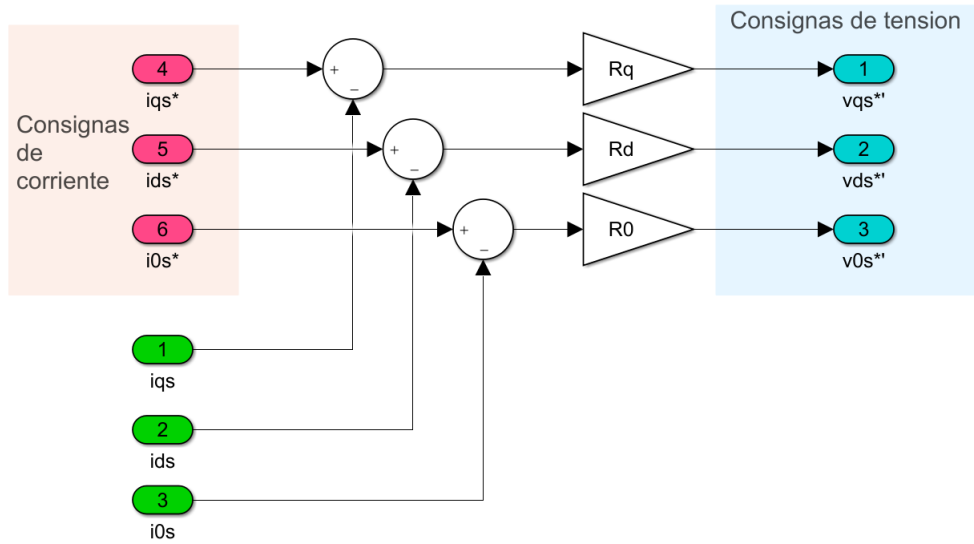


Fig. 3.33: Diagrama de bloques del lazo de control para las corrientes i_{qd0s}

Ahora, dado que se implementó un lazo de control cerrado usando un control proporcional, se agrega un polo a cada eje del sistema, al cual podemos dar un valor deseado y consecuentemente manipular la ganancia proporcional para lograr dicho valor.

En nuestro caso buscamos un polo en $p_i = -5000 \frac{rad}{s}$ ($BW \approx 796 Hz$) en todos los ejes. Para calcular el valor de la ganancia que nos dará el polo en el valor deseado, debemos aplicar Laplace al lazo de control desarrollado anteriormente.

$$\begin{aligned} (I_{qs}^{*r}(s) - I_{qs}^r(s)) R_q &= L_q \cdot I_{qs}^r(s) \cdot s \\ (I_{ds}^{*r}(s) - I_{ds}^r(s)) R_d &= L_d \cdot I_{ds}^r(s) \cdot s \\ (I_{0s}^{*r}(s) - I_{0s}^r(s)) R_0 &= L_{ls} \cdot I_{qs}^r(s) \cdot s \end{aligned}$$

Los tres ejes presentan la misma estructura, por ello se desarrollara el cálculo de la ganancia R para un eje y se aplicará la misma metodología a los ejes restantes. Para R_q

$$I_{qs}^{*r}(s) - I_{qs}^r(s) = \frac{L_q}{R_q} \cdot I_{qs}^r(s) \cdot s$$

$$I_{qs}^{*r}(s) = \frac{L_q}{R_q} \cdot I_{qs}^r(s) \cdot s + I_{qs}^r(s)$$

$$I_{qs}^{*r}(s) = \left[\frac{L_q}{R_q} s + 1 \right] \cdot I_{qs}^r(s)$$

$$\frac{I_{qs}^r(s)}{I_{qs}^{*r}(s)} = \frac{1}{\left[\frac{L_q}{R_q} s + 1 \right]}$$

Quedando una función de transferencia con un polo a lazo cerrado. La ubicación del polo estará dado como

$$s = -\frac{R_q}{L_q}$$

Entonces, si queremos que nuestro polo se ubique en $p_i = -5000 \frac{rad}{s}$, debemos encontrar el valor en R_q que cumpla con dicho propósito

$$R_q = 5000 \cdot L_q$$

Aplicando el mismo desarrollo para los demás ejes, obtenemos los siguientes valores de ganancias proporcionales (según los valores de inductancias dados en los parámetros y especificaciones del sistema)

| | |
|-------|-------------|
| R_q | 29Ω |
| R_d | 33Ω |
| R_0 | 4Ω |

Incorporación de la consigna de torque como nueva variable manipulada

Finalmente se incorpora la consigna de torque para finalizar el esquema del modulador de torque. Para ello se diseña la consigna con una realimentación por parte de $\omega_m(t)$

$$T_m^*(t) = T_m^{*'}(t) + b_{eq} \cdot \omega_m(t) \quad (3.39)$$

Donde $T_m^{*'}$ sera la consigna pasada como referencia y T_m^* la consigna final que llega al modulador de torque y compensando el valor con el termino $b_{eq} \cdot \omega_m(t)$ (fricción viscosa realimentada).

Ahora, para nuestro sistema la expresión de torque está dada en 3.9, tratando a la consigna tal como la expresión de torque

$$T_m^*(t) \approx \frac{3}{2} P_p \cdot [\lambda_m^{r'} + (L_d - L_q) \cdot i_{ds}^r(t)] \cdot i_{qs}^{*r}(t)$$

Logramos desacoplar al eje 'q' usando a $i_{qs}^{*r}(t)$ como consigna en el modulador, siendo

$$i_{qs}^{*r}(t) = \frac{2 \cdot T_m^*(t)}{3 P_p \cdot [\lambda_m^{r'} + (L_d - L_q) \cdot i_{ds}^r(t)]}$$

Y reemplazando 3.39

$$i_{qs}^{*r}(t) = \frac{2[T_m^{*'}(t) + b_{eq} \cdot \omega_m(t)]}{3 P_p \cdot [\lambda_m^{r'} + (L_d - L_q) \cdot i_{ds}^r(t)]}$$

Esta consigna de corriente puede pasarse ahora al primer desacople realizado en el armado del modulador de torque (3.38) y controlar al sistema con la consigna de torque $T_m^{*'}$.

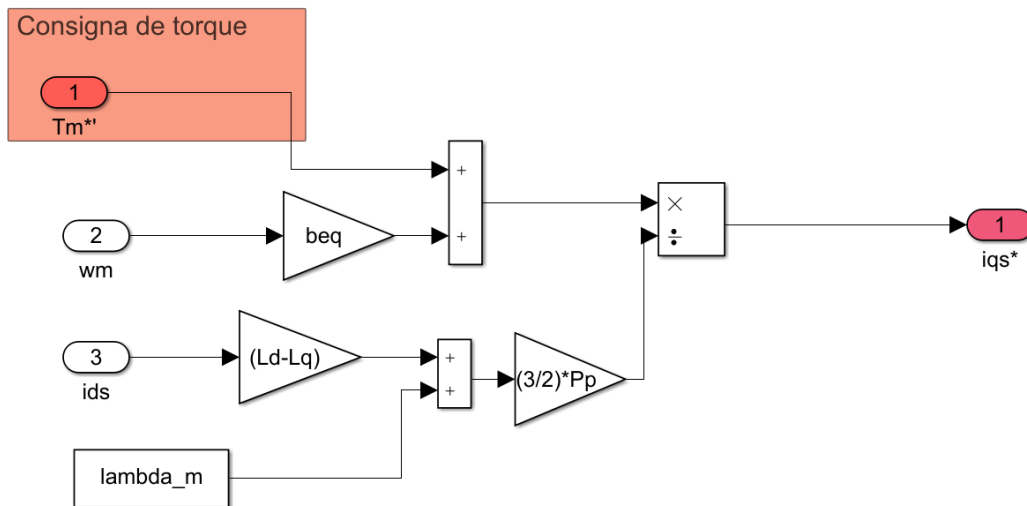


Fig. 3.34: Diagrama de bloques de la consigna de torque con i_{qs}^r desacoplado

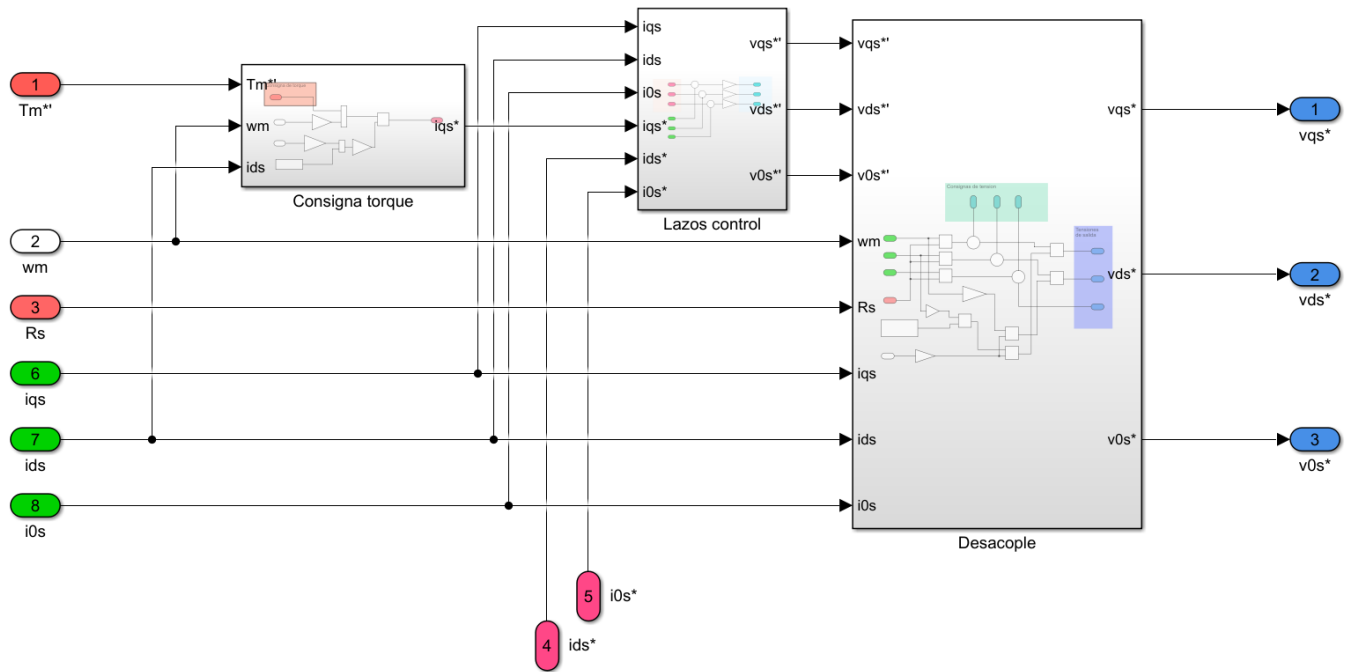


Fig. 3.35: Modificador de torque completo

3.3.2 Controlador externo de movimiento: posición y velocidad

Para el control externo de posición y velocidad diseñaremos un controlador PID, para ello se utiliza el método de sintonía serie con acción integral. De esta manera podremos regular los valores de la consigna de torque del modificador, realimentando con posición y velocidad lo que mejorará la dinámica del sistema y corregirá errores de estado estacionario producidos por perturbaciones de carga.

En la figura 3.36 observamos el diagrama de bloques del controlador diseñado. En el mismo se evita usar el control derivativo ya que genera problemas por la sensibilidad a los ruidos, siendo de esta forma la variable de entrada del controlador la velocidad y no la posición.

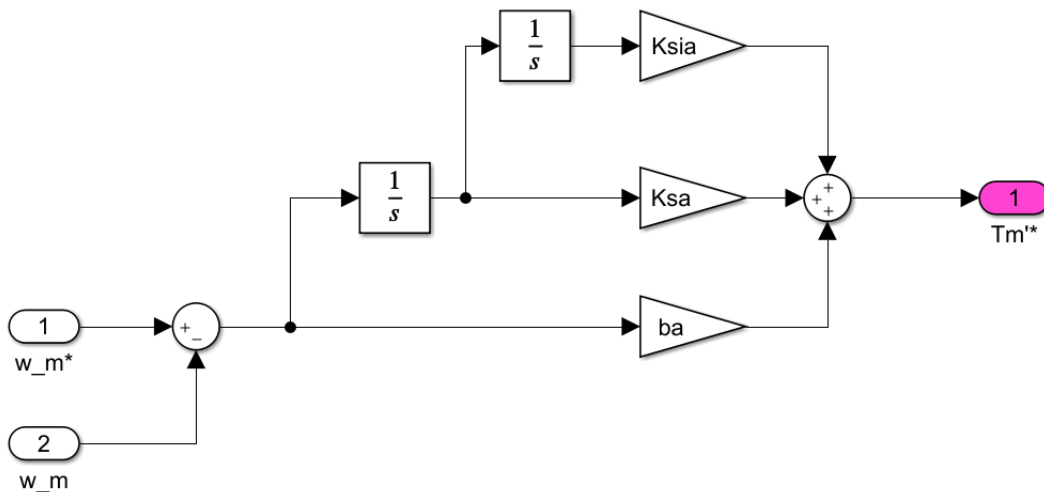


Fig. 3.36: Diagrama de bloques del controlador PID

La salida del controlador será la consigna de torque, la cual se modela como

$$T_m^{*'}(s) = K_{sa} \cdot e_{\theta m}(s) + b_a \cdot e_{\omega m}(s) + K_{sia} \cdot \frac{e_{\theta m}(s)}{s} \quad (3.40)$$

Siendo $e_{\theta m}$ y $e_{\omega m}$ los errores entre la consigna deseada y el valor real de la variable. Estos se representan de la

siguiente forma:

$$e_{\theta m}(s) = \theta_m^*(s) - \theta_m(s) \quad (3.41)$$

$$e_{\omega m}(s) = s \cdot (\theta_m^*(s) - \theta_m(s)) \quad (3.42)$$

Observando la relación entre el torque y la variación de velocidad del motor en el subsistema mecánico (ec. 3.19) y considerando el desacople del término $-b_{eq} \cdot \omega_m$ en la ec. 3.39

$$J_{eq} \cdot \dot{\omega}_m(t) = T_m^* - \frac{T_l(t)}{r} \quad (3.43)$$

Aplicando la transformada de Laplace y reemplazando la ec 3.40 en la ec 3.43 tenemos:

$$J_{eq} \cdot s^2 \cdot \theta(s) = b_a \cdot s \cdot (\theta_m^*(s) - \theta_m(s)) + K_{sa} \cdot (\theta_m^*(s) - \theta_m(s)) + K_{sia} \cdot \frac{\theta_m^*(s) - \theta_m(s)}{s} - \frac{T_l(s)}{r} \quad (3.44)$$

Si despejamos la salida (posición medida) obtenemos dos funciones de transferencia, una que relaciona la consigna de posición con la posición medida y otra que relaciona la perturbación con la posición medida.

$$\theta_m(s) = \frac{b_a \cdot s^2 + K_{sa} \cdot s + K_{sia}}{s^3 \cdot J_{eq} + b_a \cdot s^2 + K_{sa} \cdot s + K_{sia}} \cdot \theta_m^*(s) - \frac{s}{s^3 \cdot J_{eq} + b_a \cdot s^2 + K_{sa} \cdot s + K_{sia}} \cdot \frac{T_l(s)}{r} \quad (3.45)$$

Donde:

$$G_{\theta m}^*(s) = \frac{\theta_m(s)}{\theta_m^*(s)} = \frac{b_a \cdot s^2 + K_{sa} \cdot s + K_{sia}}{s^3 \cdot J_{eq} + b_a \cdot s^2 + K_{sa} \cdot s + K_{sia}} \quad (3.46)$$

$$G_{T_l}(s) = \frac{\theta_m(s)}{\frac{T_l(s)}{r}} = -\frac{s}{s^3 \cdot J_{eq} + b_a \cdot s^2 + K_{sa} \cdot s + K_{sia}} \quad (3.47)$$

Ahora analizamos que pasa con la respuesta en estado estacionario del sistema ante una entrada escalón cuando hay y cuando no hay acción integral.

Si no hay acción integral entonces $K_{sia} = 0$, y si aplicamos el teorema del valor final tenemos:

$$\theta_m(s) = 1 \cdot \theta_m^*(s) - \frac{1}{K_{sa}} \cdot \frac{T_l(s)}{r} \quad (3.48)$$

Esto muestra que en estado permanente el sistema estará afectado por un error en estado estacionario generado por el torque de carga ya que la salida estará constituida por la posición consigna menos una constante que multiplica a la perturbación.

Si hay acción integral entonces $K_{sia} \neq 0$, por lo que aplicando nuevamente el teorema del valor final observamos que la variable medida tiende al valor de consigna en estado estacionario, lo que implicaría una eliminación del error en estado estacionario logrando un rechazo total a las perturbaciones.

$$\theta_m(s) = 1 \cdot \theta_m^*(s) - 0 \cdot \frac{T_l(s)}{r} \quad (3.49)$$

Ahora buscamos los valores óptimos de la ganancia del controlador utilizando el método de sintonía serie con $n=2.3$

$$\begin{cases} b_a = J_{eq} \cdot \omega_{vel} \\ K_{sa} = b_a \cdot \omega_{pos} \\ K_{sia} = K_{sa} \cdot \omega_{int} \end{cases} \quad (3.50)$$

donde:

$$\omega_{vel} = n \cdot \omega_{pos} \quad (3.51)$$

Teniendo como datos $\omega_{pos} = 800 \frac{rad}{s}$, $n=2.3$ y $J_{eq} = 5.651 \cdot 10^{-6} Nm$ obtenemos los siguientes valores:

$$\begin{cases} b_a = 0.0113 \quad \frac{N \cdot m}{rad/s} \\ K_{sa} = 9.0416 \quad \frac{N \cdot m}{rad} \\ K_{sia} = 2893.3 \quad \frac{N \cdot m}{rad \cdot s} \end{cases} \quad (3.52)$$

Con los valores anteriores se obtiene el polinomio característico del controlador

$$p(s) = s^3 \cdot J_{eq} + b_a \cdot s^2 + K_{sa} \cdot s + K_{sia} = J_{eq} \cdot (s + \omega_{pos}) \cdot (s^2 + (n-1) \cdot \omega_{pos} \cdot s + \omega_{pos}^2) \quad (3.53)$$

Comparando con la forma normalizada de un polinomio de tercer orden

$$p(s) = (s + \omega_n) \cdot (s^2 + 2 \cdot \zeta \omega_n \cdot s + \omega_n^2) \quad (3.54)$$

donde

$$\zeta = \frac{n-1}{n} = 0.75$$

Y se obtienen los valores nominales de los polos como

$$\begin{cases} p_1 = -800 \quad \frac{rad}{s} \\ p_2 = -600 + 529.15i \quad \frac{rad}{s} \\ p_3 = -600 - 529.15i \quad \frac{rad}{s} \end{cases} \quad (3.55)$$

Ahora calculamos los polos del sistema para el valor máximo y mínimo de J_l que generan distintos valores de J_{eq}

| polos $[\frac{rad}{s}]$ | $J_l = 0.126 \text{ kg.m}^2$ | $J_l = 0.378 \text{ kg.m}^2$ |
|-------------------------|------------------------------|------------------------------|
| p_1 | -1497.6 | -613.5 |
| p_2 | -542.5 + 383.7i | -508.96 + 649.49i |
| p_3 | -542.5 - 383.7i | -508.96 - 649.49i |

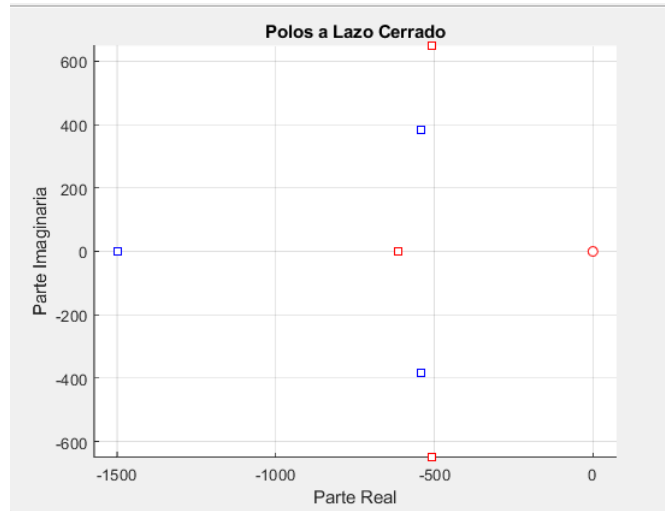


Fig. 3.37: Polos para J_{eq} máximo (rojo) y mínimo (azul)

Como se puede observar la parte real de los polos, cualquiera sea el caso, es negativa, por ello el controlador es estable ante las variaciones de J_{eq} .

Por último añadimos al sistema la posibilidad de ingresar el control de posición a través de una entrada de referencia o set-point de posición en coordenadas articulares del brazo robótico

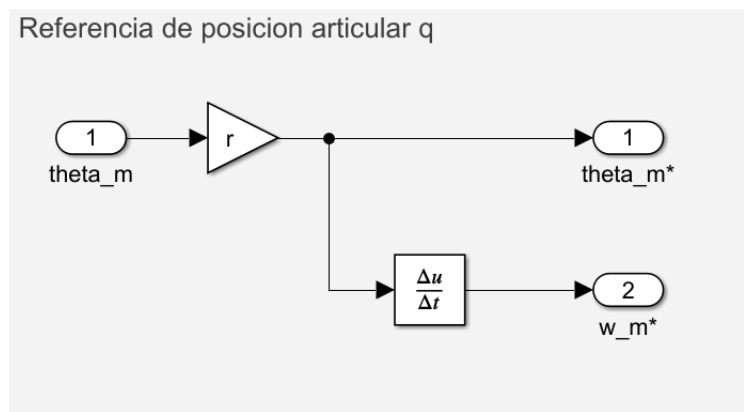


Fig. 3.38: Diagrama de bloques del set-point

3.3.3 Observador de estado de orden reducido

Al contar con un encoder (sensor de posición) no podemos obtener de forma directa los valores de velocidad angular ω_m , por ello diseñamos un observador de estado de orden reducido que nos permitirá estimar la velocidad angular del rotor.

El observador tendrá como entradas el torque de consigna T_m^{*} (salida del controlador PID) y la posición angular del motor, a partir de ello estimará la posición y la velocidad que van a ser utilizadas como entradas al controlador PID, para plantear esto nos enfocamos en el subsistema mecánico y trabajamos bajo la suposición de que la realimentación física de $b_{eq} \cdot \omega_m(t)$ está desacoplada.

Considerando al modelo del sistema como

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) \\ y(t) = Cx(t) \end{cases} \quad (3.56)$$

Modelamos el observador como

$$\begin{cases} \dot{\tilde{x}}(t) = A\tilde{x}(t) + Bu(t) + K_e(y(t) - \tilde{y}(t)) \\ \tilde{y}(t) = C\tilde{x}(t) \end{cases} \quad (3.57)$$

Proyecto global integrador: control de accionamiento CA con PMSM

Donde \tilde{x} es el vector de estado estimado y A, B y C, idealmente, son las mismas matrices para ambos sistemas. K_e es la matriz que contiene los parámetros de ajuste del observador, siendo ésta

$$K_e = \begin{bmatrix} K_e^\theta \\ K_e^\omega \end{bmatrix} \quad (3.58)$$

Reemplazando términos de 3.56 en 3.57 y reordenando, obtenemos el modelo del observador representado de la siguiente forma

$$\begin{cases} \dot{\tilde{x}}(t) = [A - K_e C] \tilde{x}(t) + Bu(t) + K_e Cx(t) \\ \tilde{y}(t) = C \tilde{x}(t) \end{cases} \quad (3.59)$$

Ahora buscamos el polinomio característico del sistema para encontrar los valores de $K_{e\theta}$ y $K_{e\omega}$, entonces calculando el determinante de la matriz de coeficientes $sI - [A - K_e C]$

$$|sI - [A - K_e C]| = \begin{vmatrix} s + K_{e\theta} & -1 \\ K_{e\omega} & s \end{vmatrix} = s^2 + K_{e\theta} \cdot s + K_{e\omega} \quad (3.60)$$

Sabiendo que los dos polos del observador son reales e iguales a $-3200 \frac{rad}{s}$, podemos escribir un polinomio de orden dos como sigue:

$$(s + 3200)^2 = s^2 + 6400s + 3200^2 \quad (3.61)$$

donde al comparar los términos de 3.60 con 3.61

$$K_{e\theta} = 6400 \frac{rad}{s} \quad K_{e\omega} = 1,024 \cdot 10^7 \frac{rad}{s^2} \quad (3.62)$$

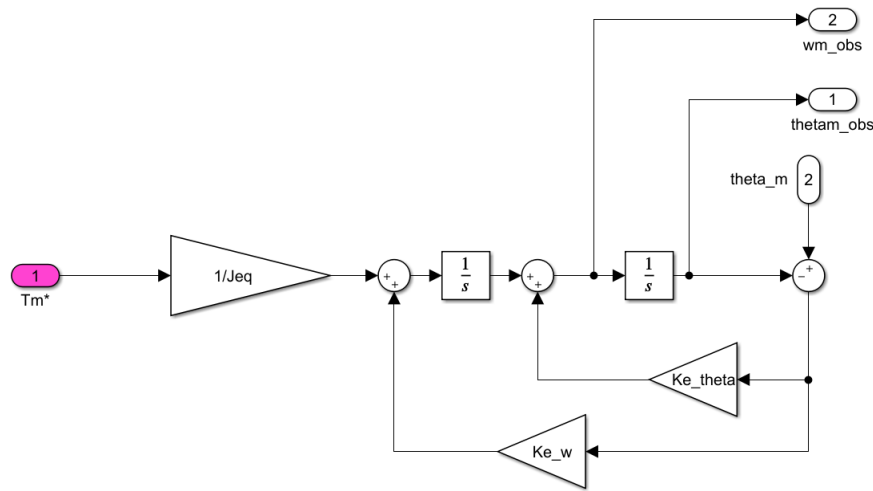


Fig. 3.39: Diagrama de bloques del observador de estado de orden reducido

3.3.4 Seguimiento de consignas de movimiento

Para corroborar el funcionamiento del controlador y el observador, se usará una consigna de posición trapezoidal como se muestra en la siguiente figura:

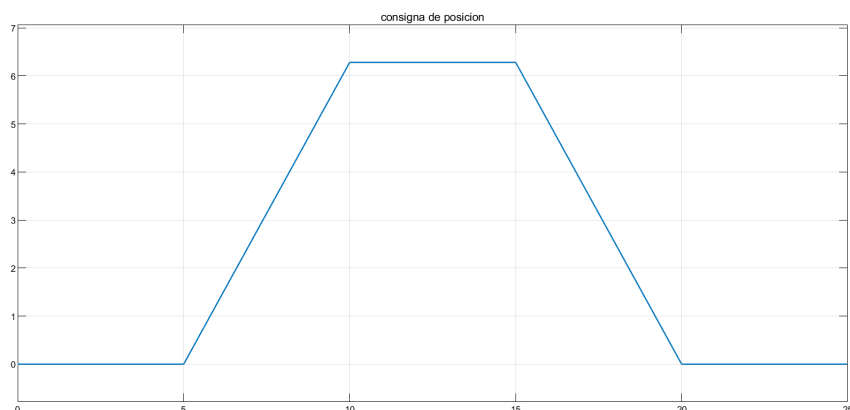


Fig. 3.40: Consigna de posición trapezoidal a un valor de 2π entre 10 y 15 segundos

Realizando un acercamiento en $t = 10\text{ s}$ (fig. 3.41) podemos observar como la respuesta del sistema sufre una pequeña oscilación alrededor de la consigna por un corto período de tiempo. Esto se debe al cambio brusco que hay en la pendiente.

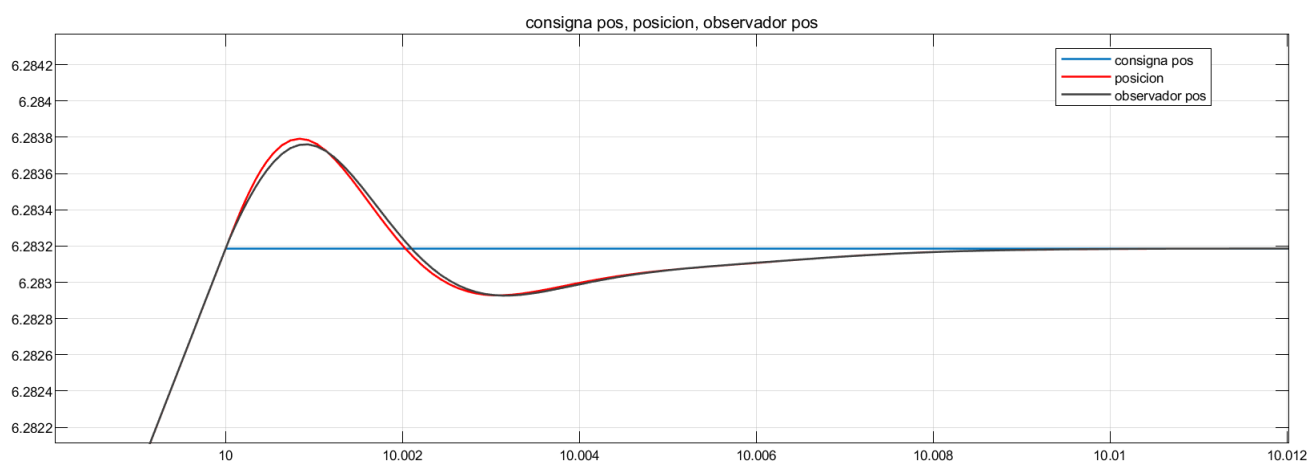


Fig. 3.41: Zoom de posición de consigna, observada y real.

Proyecto global integrador: control de accionamiento CA con PMSM

Respecto a la velocidad, podemos observar que el sistema a raíz de una consigna trapezoidal de posición genera un perfil de velocidad cuadrado. Se pueden ver algunos picos de velocidad máxima en los cambios de pendiente anteriormente mencionados. Estos cambios de velocidad cuadrados son imposibles de lograr en la realidad, ya que se exige un cambio de 0 a 597 rad/s de forma casi instantánea.

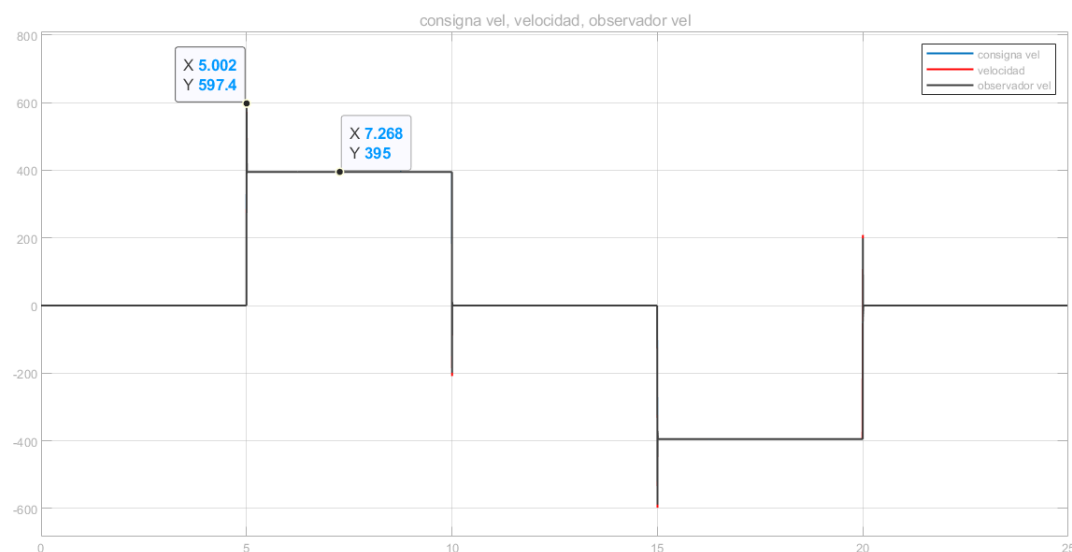


Fig. 3.42: Consigna de velocidad, observada y real a la salida del sistema

Finalmente, podemos ver como estos cambios bruscos afectan tanto al torque de salida como a las corrientes y tensiones del sistema, llegando a valores picos demasiado elevados.



Fig. 3.43: Torque de salida del sistema con picos de 1073 Nm

Proyecto global integrador: control de accionamiento CA con PMSM

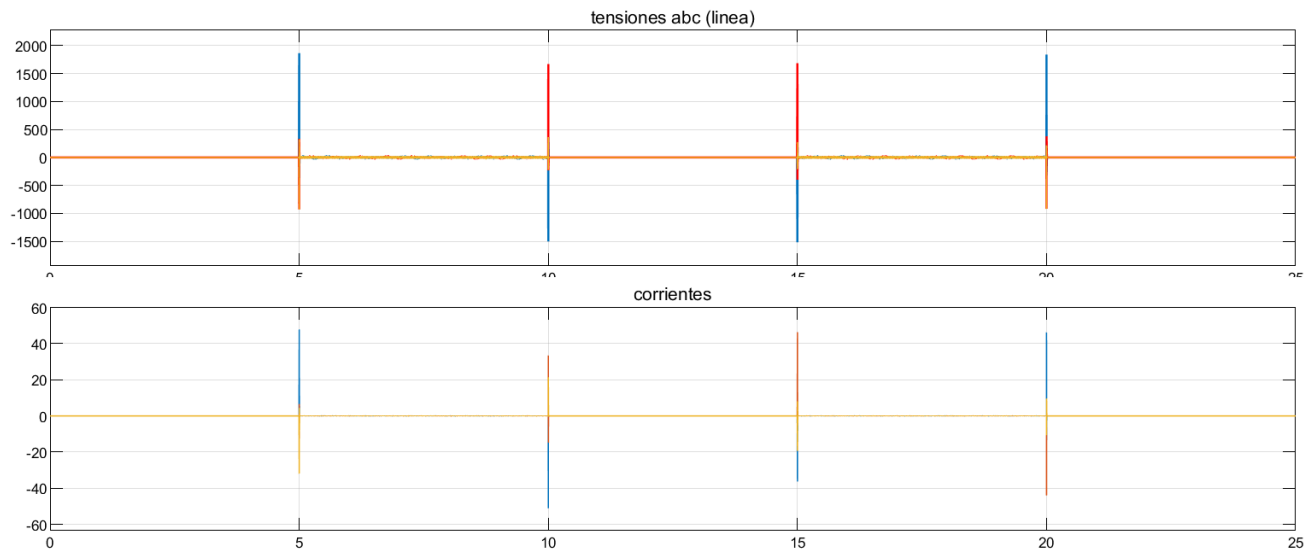


Fig. 3.44: Tensiones y corrientes obtenidas del resultado de la consigna de posición dada.

Rechazo a perturbaciones

Ahora analizamos como se comporta el sistema frente a una perturbación de carga representada como escalón a 6.28 Nm (fig. 3.45).

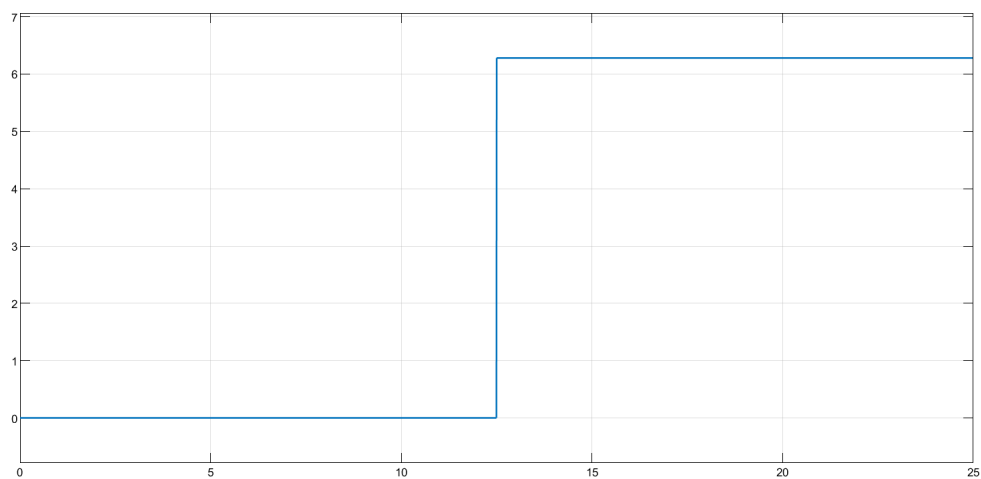


Fig. 3.45: Torque de carga aplicado en $t = 12.5s$

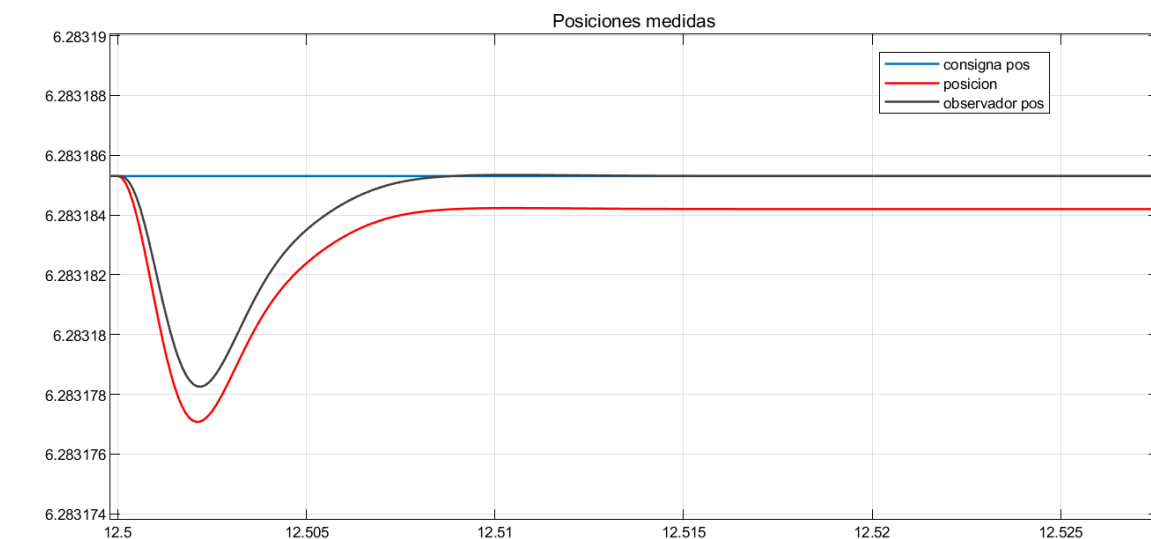


Fig. 3.46: Alteración en la posición al aplicarse la carga

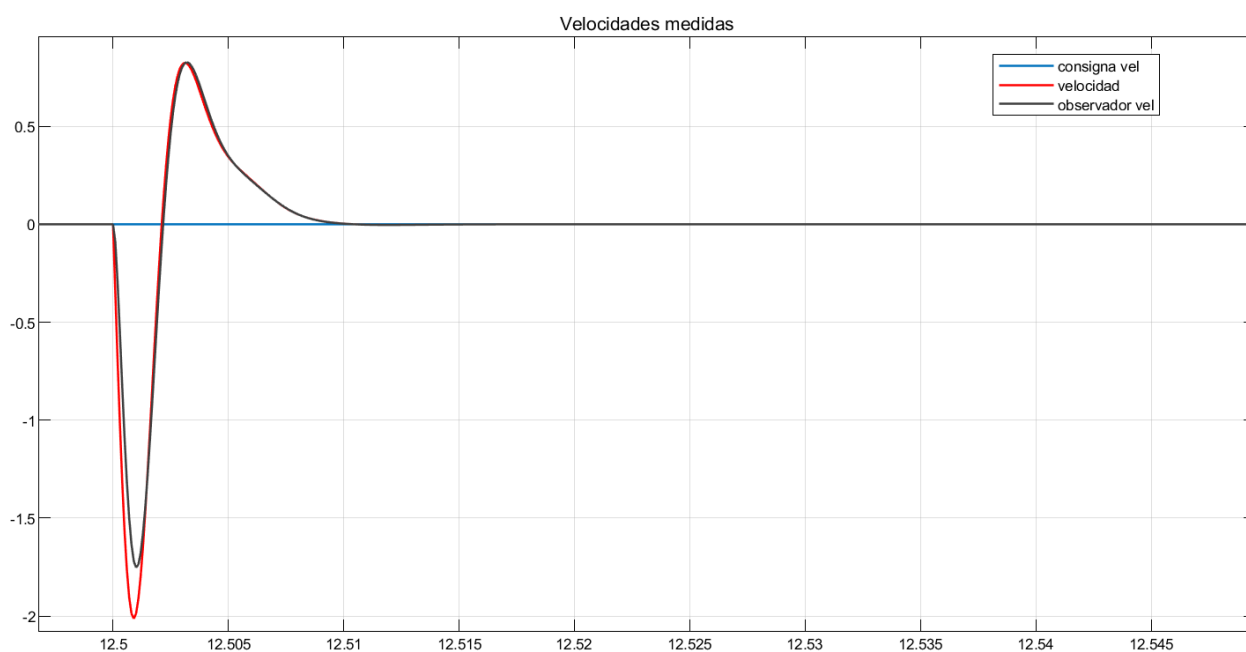


Fig. 3.47: Alteración en la velocidad al aplicarse la carga

Si medimos el error de posición con la perturbación aplicada se observa (fig. 3.48 y 3.49) que hay un error entre la posición estimada y la medida, esto es debido a que el observador no contempla la perturbación del torque de carga, apareciendo un error de estado estacionario.

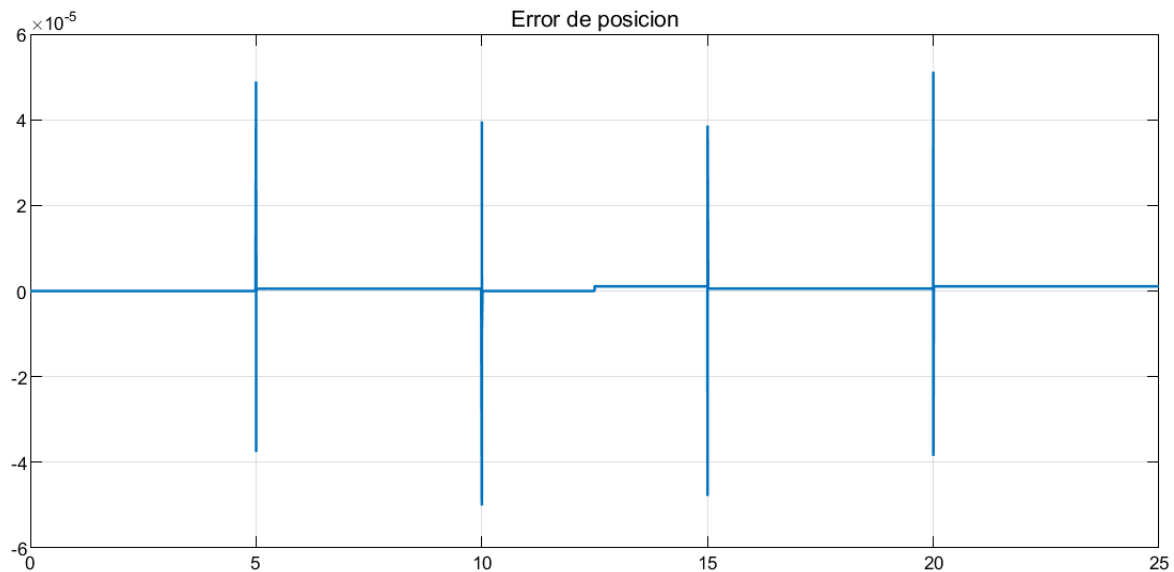


Fig. 3.48: Error medido entre la posición real y la posición observada

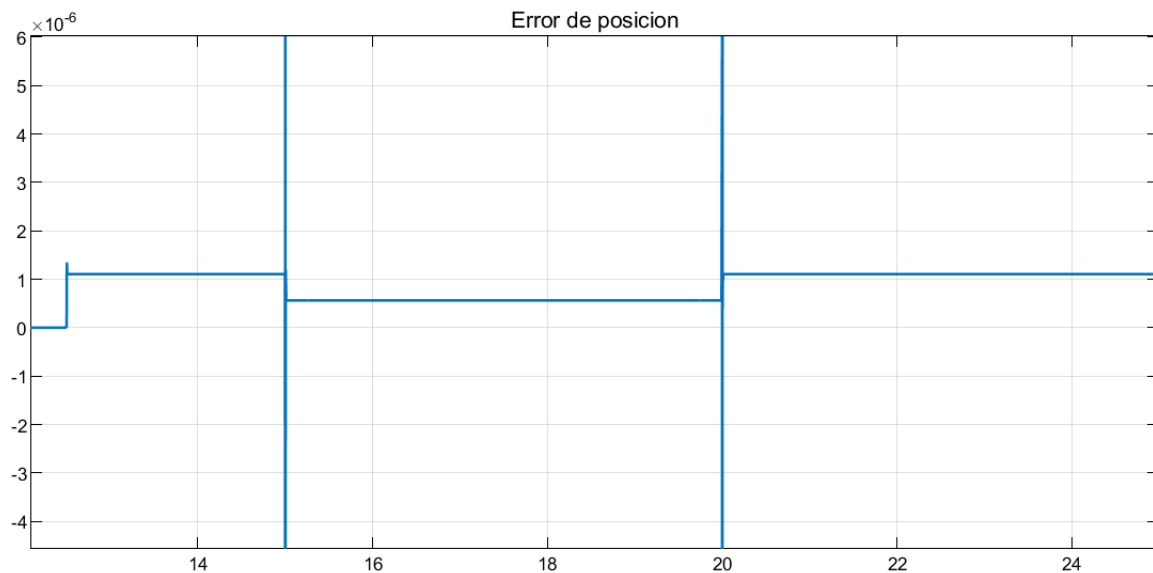


Fig. 3.49: Acercamiento de la fig 3.48 para reparar mejor en el error de estado estacionario

3.3.5 Verificación de desempeño y/o mejoras

Verificación de las especificaciones de operación

De las simulaciones anteriores, podemos inferir en la siguiente tabla de comparación de datos

| | Especificaciones de operación | | Resultados obtenidos | |
|--------------------------------|-------------------------------|------------|----------------------|------------|
| | Régimen continuo | Valor pico | Régimen continuo | Valor pico |
| ω_m [$\frac{rad}{s}$] | 691 | n/a | 395 | 574 |
| T_m [Nm] | 7.26 | 29.42 | 1.86 | 1073 |
| i_s [A] | 0.4 | 2 | 0.85 | 49.958 |
| v_s [V] | 24 | n/a | 18.5 | 1858 |

Al aplicar la consigna trapezoidal de posición y realizar el análisis del seguimiento de la misma se verifica que se han superado los valores máximos de operación establecidos en la primer sección de este informe.

Estos picos se deben mayormente a los cambios rápidos en la velocidad, los cuales vienen provocados por el perfil de posición trapezoidal en la posición, lo que equivale a consignas cuadradas de velocidad (físicamente imposibles de

realizar).

Esto puede solucionarse si se propone un perfil de posición trapezoidal con un cambio mas suave (una curva) lo que se transmite como un cambio incremental suave en el motor. Para ello se dispone de una consigna trapezoidal de velocidad, generando los siguientes resultados:

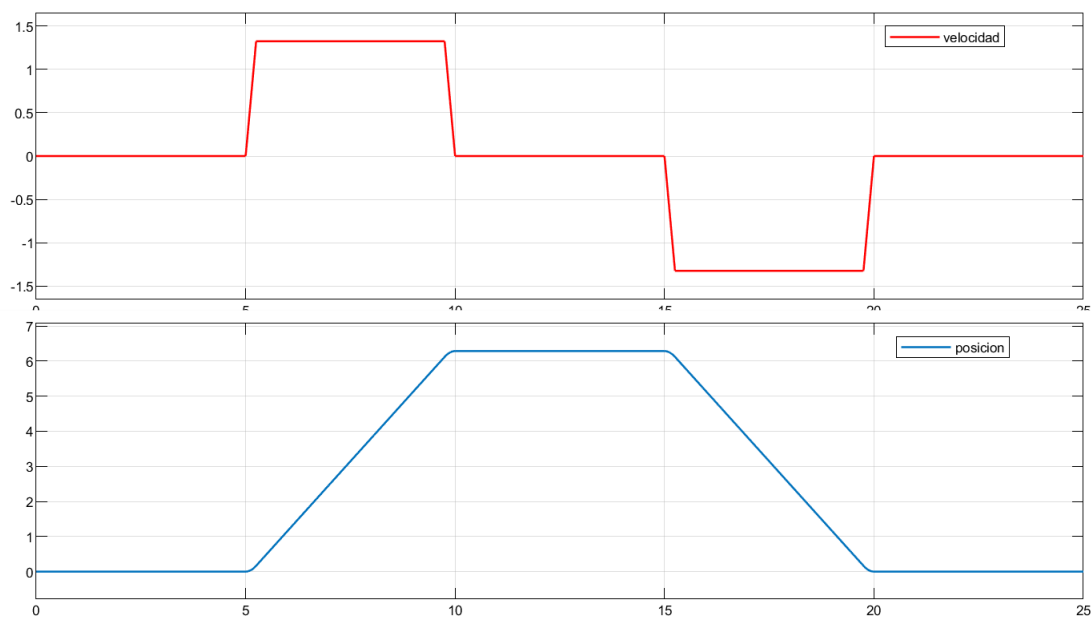


Fig. 3.50: Nueva consigna de posición lograda a partir de un perfil trapezoidal de velocidad

Proyecto global integrador: control de accionamiento CA con PMSM

Ahora, analizando nuevamente el sistema, podemos ver una mínima inestabilidad en la velocidad (semejante a la inestabilidad en la posición de la figura 3.41)

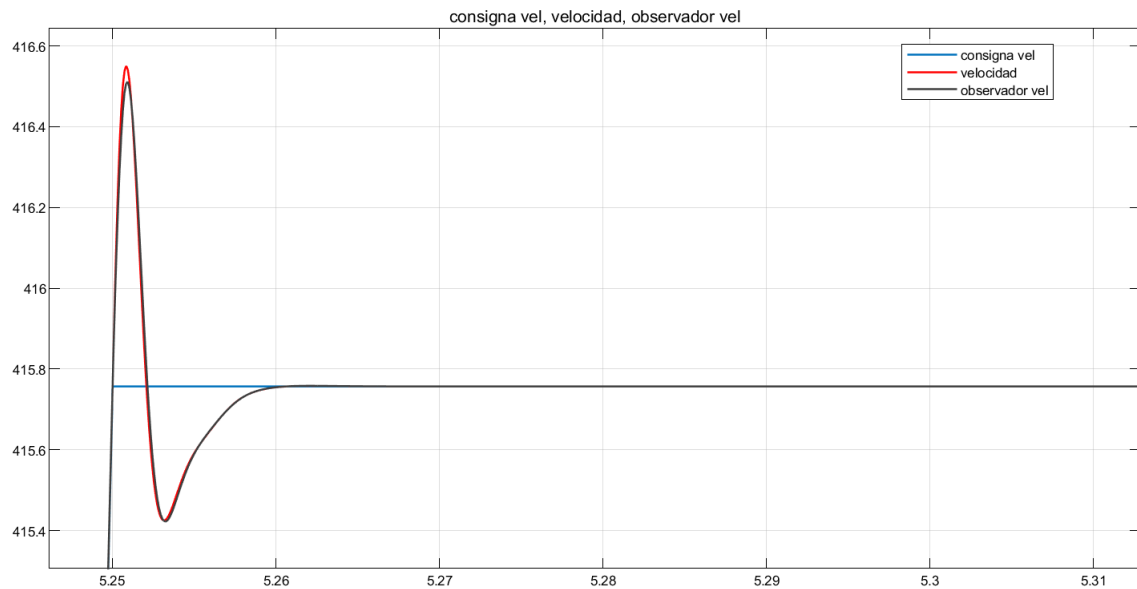


Fig. 3.51: Perfil de velocidad con la nueva consigna

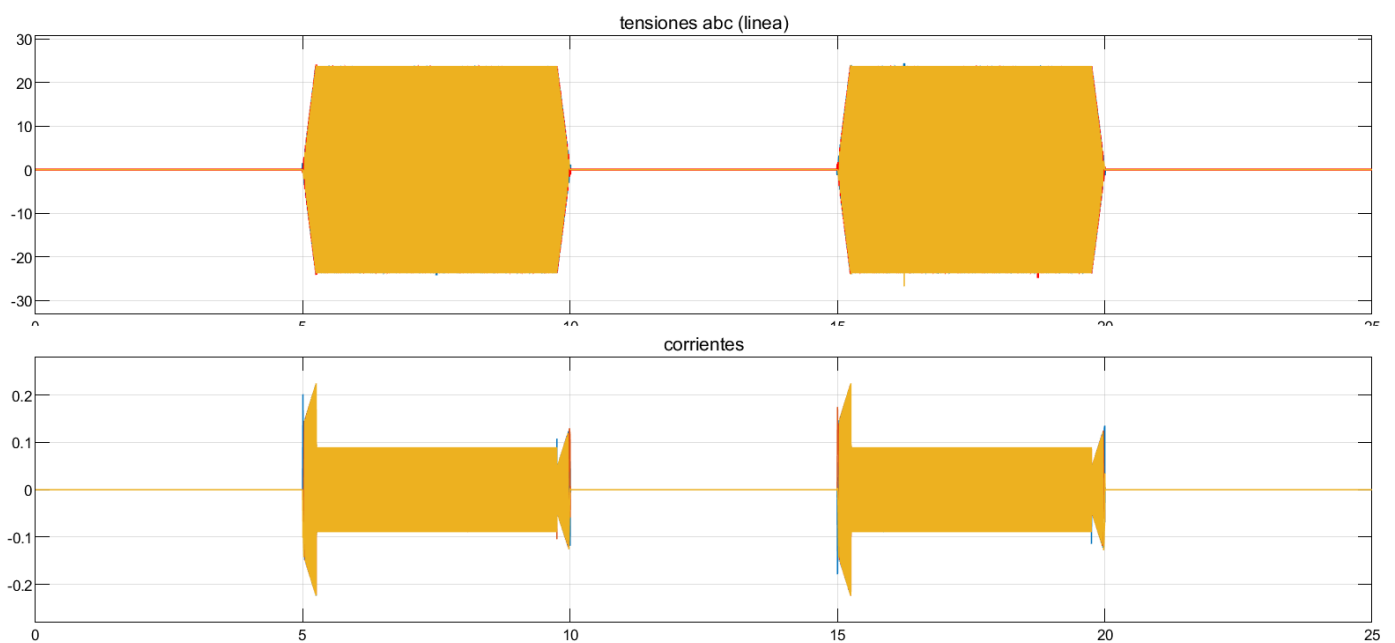


Fig. 3.52: Tensiones y corrientes dadas con la nueva consigna

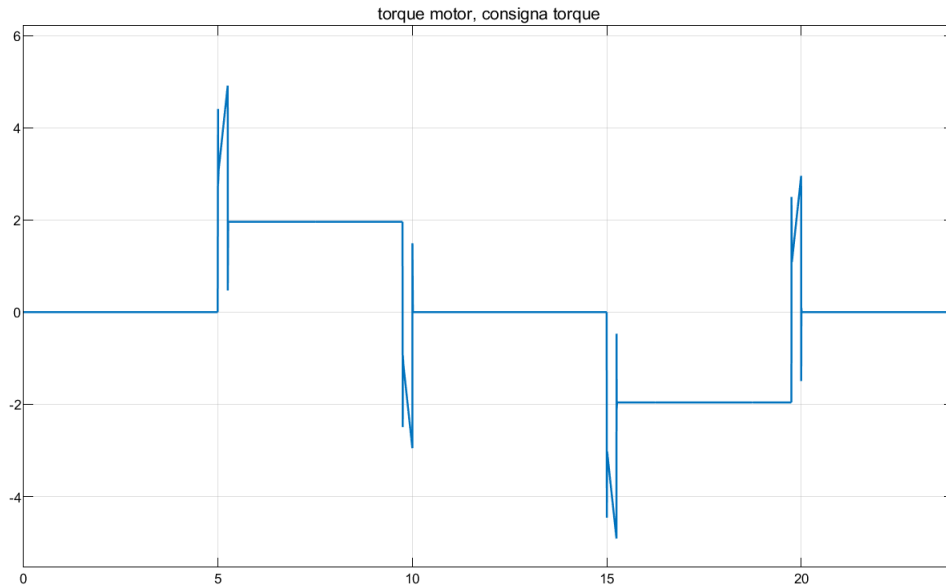


Fig. 3.53: Torque motor dado con la nueva consigna

Verificación de observador

Se puede observar un error de estado estacionario en la posición (la misma no converge al valor de consigna) debido a la aplicación de un torque de carga como perturbación del sistema. Esto se debe a que el observador no realimenta la entrada de perturbación.

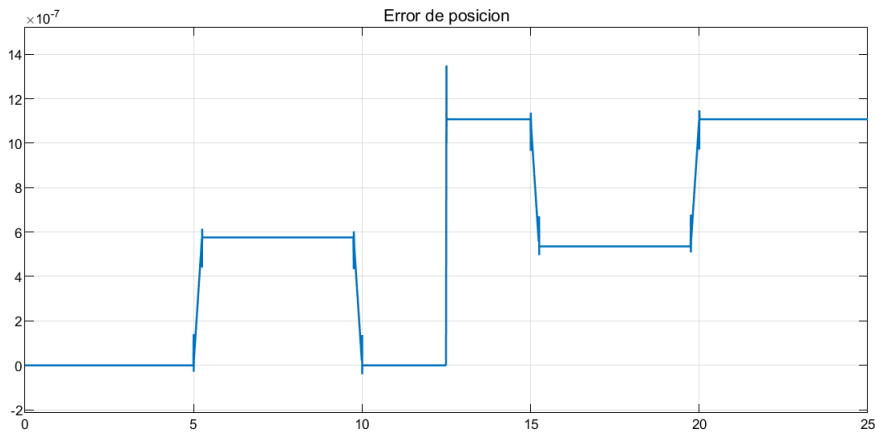


Fig. 3.54: Error de posición al aplicar un torque de carga como en la fig. 3.45

El observador de orden reducido, es equivalente a un controlador proporcional derivativo. Para evitar calcular la derivada del error, y mantener el esquema base utilizado previamente, se le agrega una acción integral al observador.

$$z(t) = \int (\theta(t) - \tilde{\theta}(t)) \cdot dt$$

Quedando el modelo del observador como

$$\begin{cases} \dot{\tilde{\theta}}(t) = K_{e\theta} \cdot (\theta(t) - \tilde{\theta}(t)) + \tilde{\omega}(t) \\ \dot{\tilde{\omega}}(t) = K_{e\omega} \cdot (\theta(t) - \tilde{\theta}(t)) + \frac{T_m'(t)}{J_{eq}} + z(t) \\ \dot{z}(t) = K_{ei} \cdot (\theta(t) - \tilde{\theta}(t)) \end{cases}$$

Ahora, para obtener los valores de las ganancias del observador, buscamos la ecuación característica para posteriormente encontrar los autovalores y autovectores de la siguiente matriz $A' = [A - K_e \cdot C]$

Proyecto global integrador: control de accionamiento CA con PMSM

$$|s \cdot I - A'| = \begin{vmatrix} s + K_{e\theta} & -1 & 0 \\ K_{e\omega} & s & -1 \\ K_{ei} & 0 & s \end{vmatrix} = s^3 + s^2 \cdot K_{e\theta} + s \cdot K_{e\omega} + K_{ei}$$

$$(s + p)^3 = s^3 + s^2 \cdot K_{e\theta} + s \cdot K_{e\omega} + K_{ei}$$

Planteando valores para los polos, al igual que se realizó anteriormente. Si colocamos los polos en $p_i = -3200 \frac{rad}{s}$, encontramos los nuevos valores de ganancias tales como

$$K_{e\theta} = 9600 \frac{rad}{s}$$

$$K_{e\omega} = 3.072 \cdot 10^7 \frac{rad}{s^2}$$

$$K_{ei} = 3.2768 \cdot 10^{10}$$

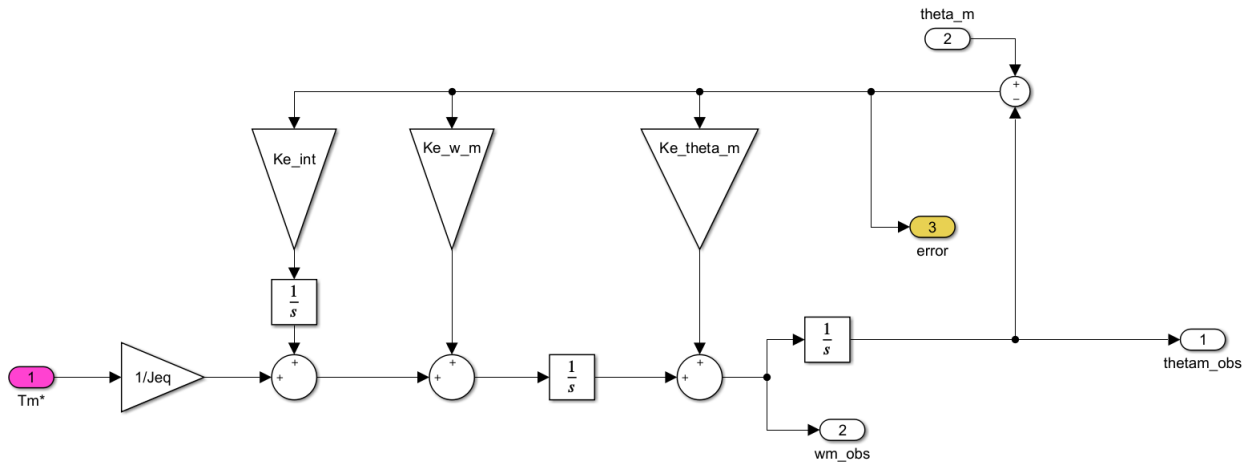


Fig. 3.55: Diagrama de bloques del observador con ganancia proporcional

Ahora en la simulación podemos corroborar que el error en estado estacionario es nulo luego de la perturbación de carga

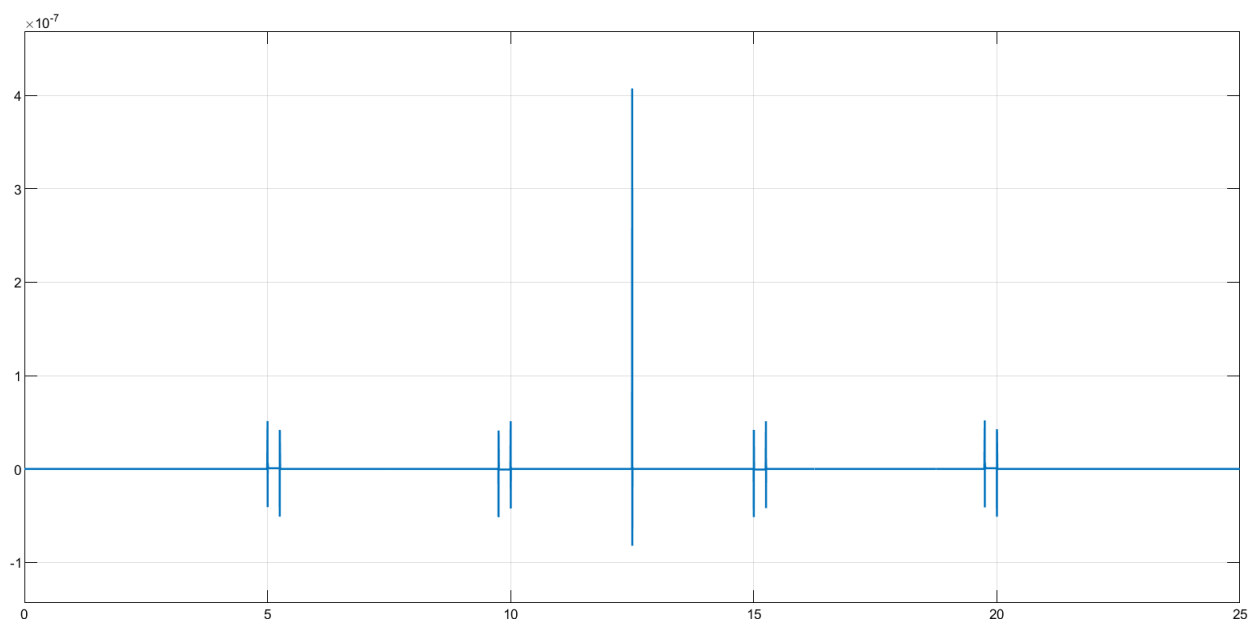


Fig. 3.56: Error a la salida del observador

Comportamiento térmico del motor

Para un esfuerzo continuo debemos tener en cuenta los valores de temperatura que pueda alcanzar el estator. Se debe corroborar entonces para un período extendido de tiempo con una operación continua repetitiva si los valores se mantienen dentro de los valores de operación admisibles.

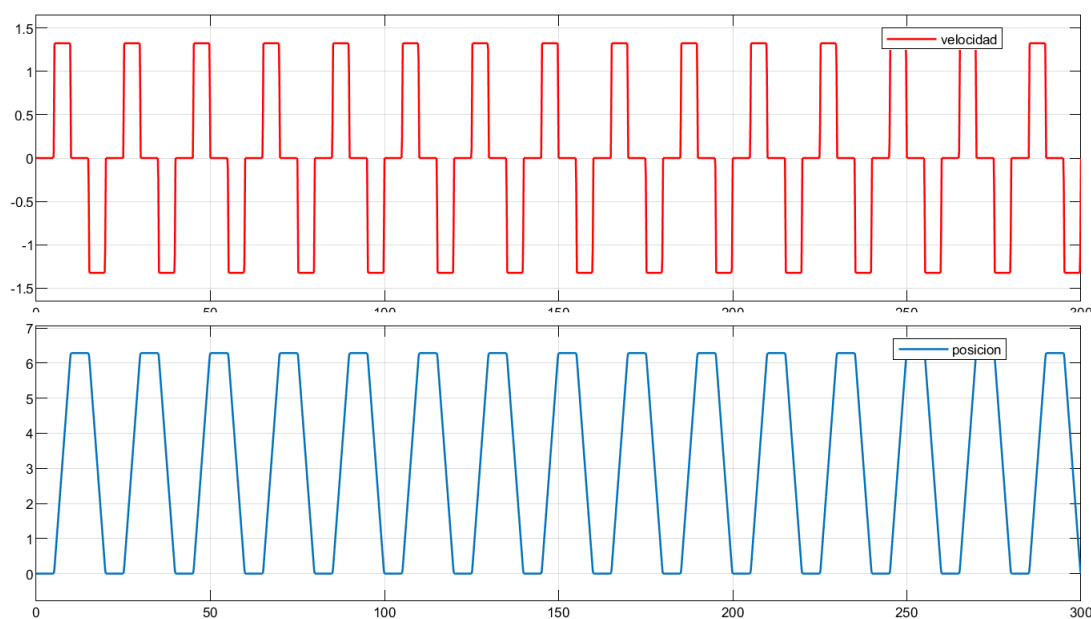


Fig. 3.57: Consigna de posición y velocidad utilizada durante 300s.

Como se puede corroborar en la fig. 3.58, la temperatura no supera los límites de operación establecidos para el bobinado del estator ($115^{\circ}C$) al observarse que la misma converge asintóticamente hacia 41° .

Proyecto global integrador: control de accionamiento CA con PMSM

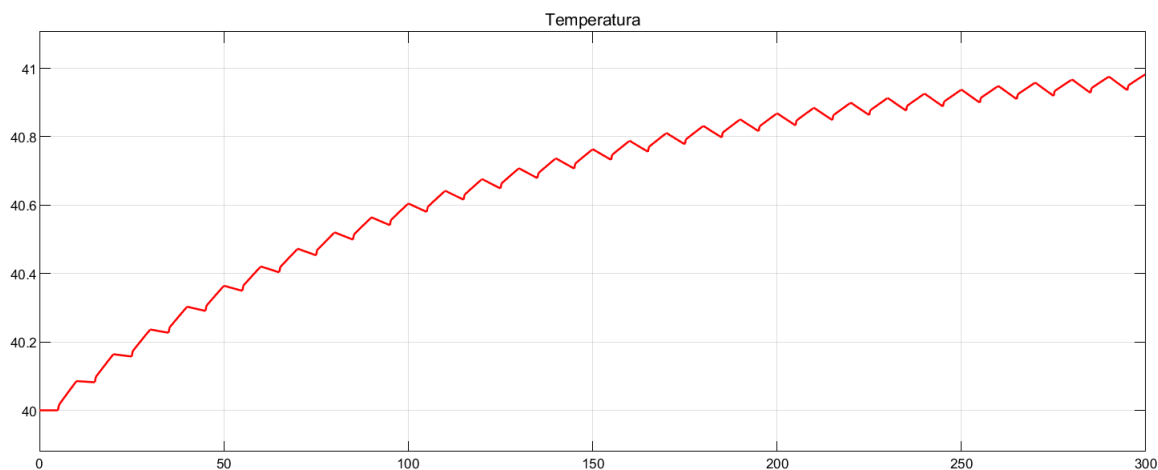


Fig. 3.58: Temperatura del bobinado del estator en un periodo de 350s de operación continua

Ahora, aplicando una carga constante a la consigna dada en la fig ??, obtenemos el siguiente perfil de temperatura

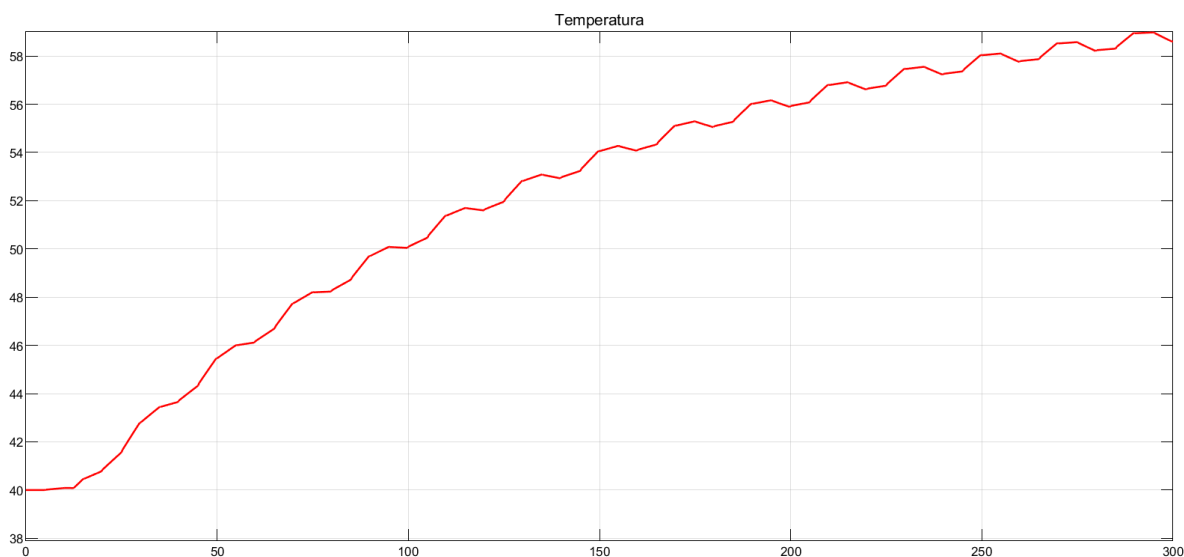


Fig. 3.59: Temperatura del bobinado del estator en un periodo de 350s de operación continua

Se puede observar en la fig. 3.59 que nuevamente no se superan los límites de operación a lo largo de los 300s de perturbación continua, apreciando que la temperatura del bobinado tiende asintóticamente a un valor de 59°C.

Degradación de desempeño del sistema con la respuesta no ideal de los sensores y acondicionadores de señal

En la realidad nuestros sensores y acondicionadores no son ideales, es decir que el ancho de banda se encuentra limitado.

Siguiendo las siguientes especificaciones

Sensor de corrientes: modelo LP en SS 2º orden con $\omega_n = 6000 \frac{rad}{s}$, $\xi = 1$

Posición angular $\theta_m(t)$: modelo LP en SS 2º orden con $\omega_n = 2000 \frac{rad}{s}$, $\xi = 1$

Sensor de temperatura: modelo LP en SS 1º orden con $\tau = 20$ s

La función de transferencia de un filtro pasa bajo de segundo orden es

$$G(s) = \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2 \cdot \omega_n \cdot \xi \cdot s + \omega_n^2}$$

Y la función de transferencia de un filtro de primer orden es

$$G(s) = \frac{1}{\tau \cdot s + 1}$$

Se diseñan los espacios de estados en la forma canónica controlable, llegando así a las siguientes matrices A, B y C

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\omega_n^2 & -2 \cdot \omega_n \cdot \xi \end{bmatrix}; B = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}; C = \begin{bmatrix} \omega_n^2 & 0 \end{bmatrix}; D = [0]$$

Entonces de esta forma quedan definidos los sensores a usar

Sensor de corriente

$$A_{i_{abc}} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -36000000 & -12000 \end{bmatrix}; B_{pos_{i_{abc}}} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}; C_{pos_{i_{abc}}} = \begin{bmatrix} 36000000 & 0 \end{bmatrix}$$

Sensor de posición

$$A_{pos\theta} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -4000000 & -4000 \end{bmatrix}; B_{pos\theta} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}; C_{pos\theta} = \begin{bmatrix} 4000000 & 0 \end{bmatrix}$$

Sensor de temperatura

$$A_{T_s} = [-0.05]; B_{pos\theta} = [1]; C_{pos\theta} = [0.05]$$

Proyecto global integrador: control de accionamiento CA con PMSM

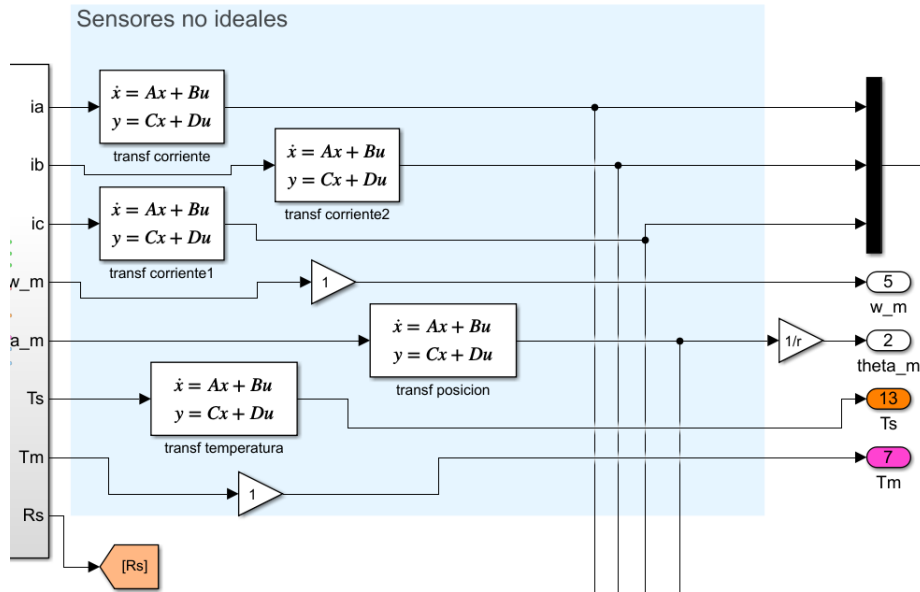


Fig. 3.60: Diagrama de bloques contemplando sensores no ideales usando el bloque de espacio de estados

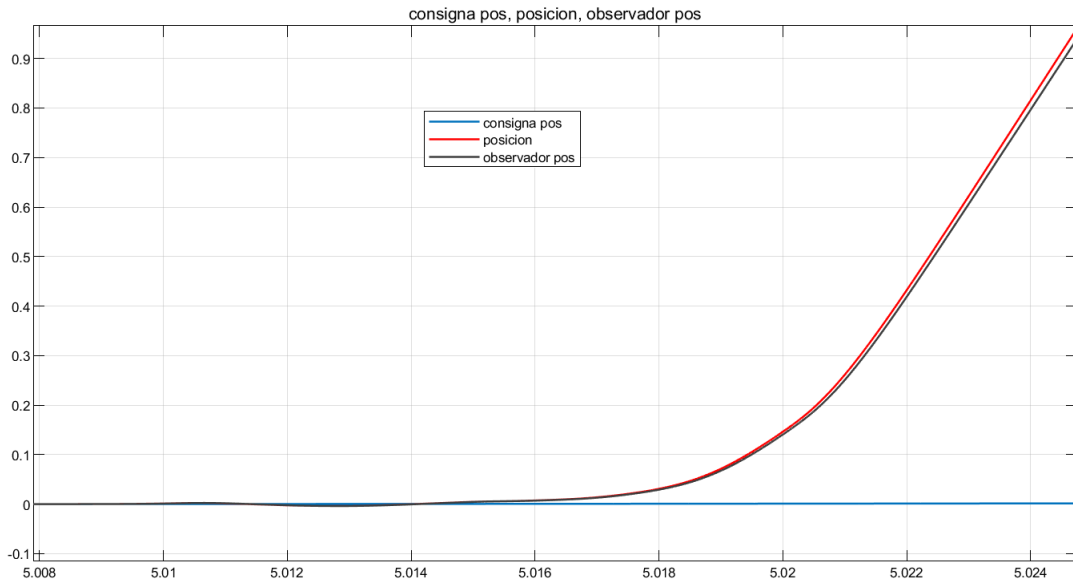


Fig. 3.61: Posición del sistema usando sensor no ideal de posición

Como se puede apreciar en las figuras 3.61 y 3.62 el controlador no puede asignar las consignas de velocidad y posición de forma correcta ya que la realimentación dejó de ser ideal, es decir que la respuesta del sistema no es idónea y el controlador impone grandes correcciones para forzar a una respuesta estable, estas grandes correcciones dan respuestas inestables las cuales vuelven a no ser medidas idealmente.

Y esto sucede porque las señales de corriente y posición tienen una frecuencia mayor a la de corte (se supera el ancho de banda de los sensores).

Para mejorar el comportamiento de las señales medidas, se aumenta en 5 veces la frecuencia natural de los sensores de corriente y en 4 la frecuencia natural del sensor de posición, logrando respuestas del sistema que replican a los valores obtenidos con sensores ideales de ganancia unitaria.

Sensor de corrientes: $\omega_{n \text{ mejorado}} = 30000 \frac{\text{rad}}{\text{s}}, \xi = 1$

Posición angular $\theta_m(t)$: $\omega_{n \text{ mejorado}} = 8000 \frac{\text{rad}}{\text{s}}, \xi = 1$

Se puede observar en la fig 3.63 el uso de diferentes valores de τ para el modelo del sensor de temperatura. Se puede ver como el modelo dado donde $\tau = 20s$ cuenta con un atraso importante en la respuesta respecto de la respuesta ideal. Es por ello que se opta por otro valor de τ ($\tau = 0.5s$) que asemeja mejor al valor real medido y tiene una mejor respuesta ante los cambios repentinos de la temperatura.

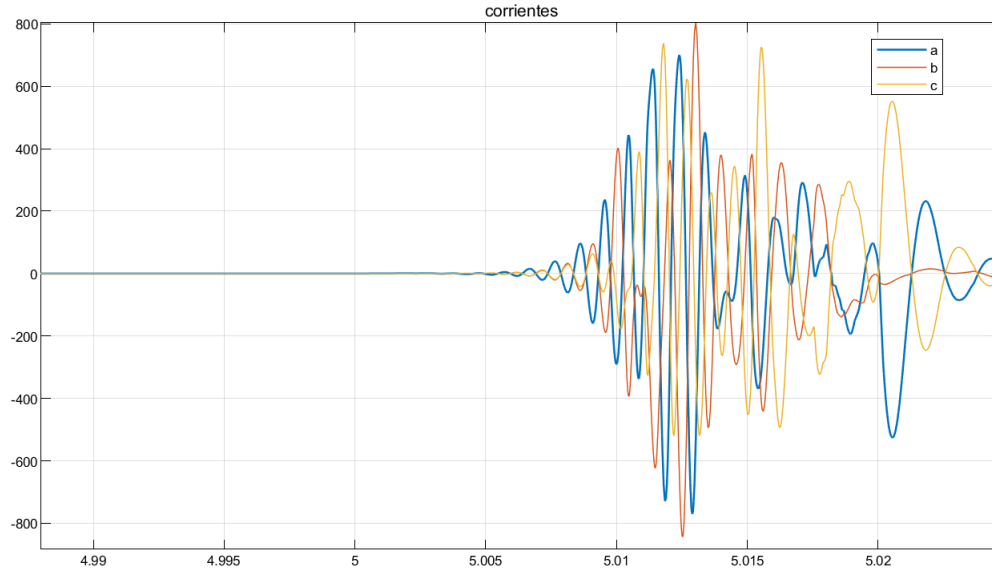


Fig. 3.62: Corrientes del sistema usando sensores no ideales de corriente

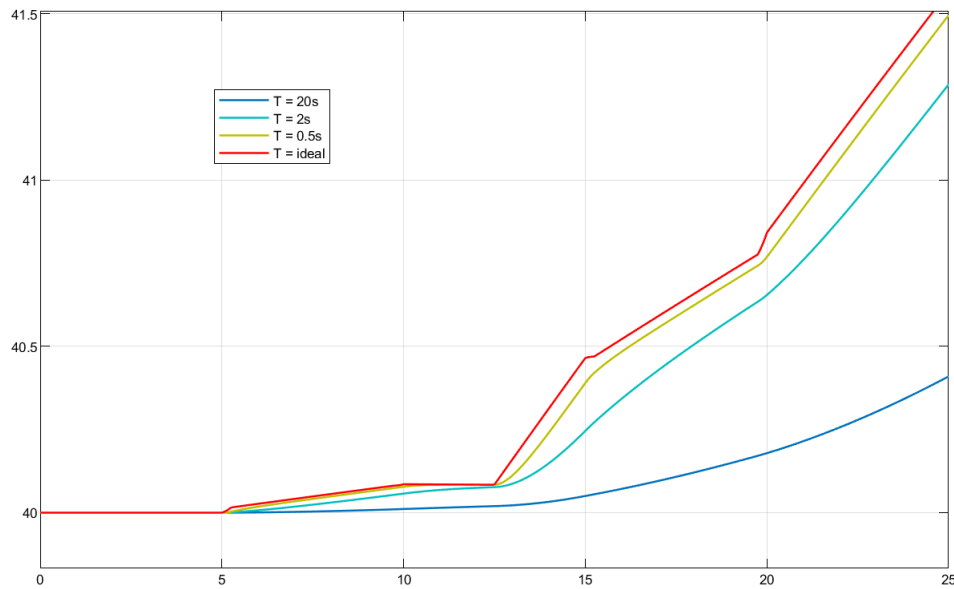


Fig. 3.63: Temperatura del bobinado usando sensores no ideales de corriente

Degradación de desempeño del sistema en el modulador trifásico de tensión

Finalmente se aproximará al modulador de tensión como uno real (no ideal), modelando al mismo como un filtro pasa bajo agregando una saturación a la salida del mismo, las características son

$$\text{Saturación } |V| \leq \sqrt{2} \frac{V_{sl \max}}{\sqrt{3}}, V_{sl \max} = 24 V_{CA \text{ rms}}$$

$$\text{Tensiones } \theta_m(t): \text{ modelo LP en SS } 2^{\text{o}} \text{ orden con } \omega_n = 6000 \frac{\text{rad}}{\text{s}}, \xi = 1$$

Llegando a los valores de las matrices (ídem proceso de la sección anterior)

$$A_{mod_{iabc}} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -36000000 & -12000 \end{bmatrix}; B_{mod_{iabc}} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}; C_{mod_{iabc}} = \begin{bmatrix} 36000000 & 0 \end{bmatrix}$$

Proyecto global integrador: control de accionamiento CA con PMSM

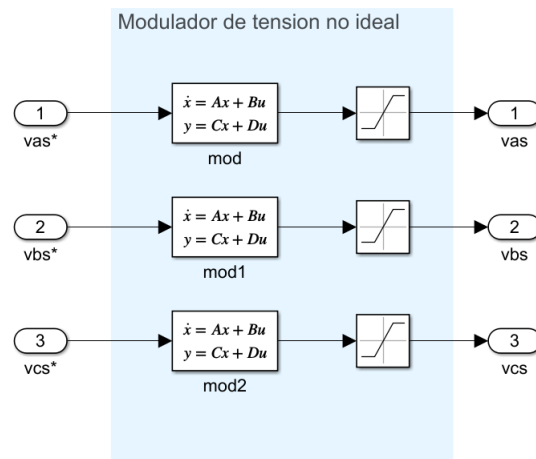


Fig. 3.64: Diagrama de bloques del modulador de tensión no ideal

A continuación se muestran los resultados de la simulación con el nuevo modulador de tensión trifásico

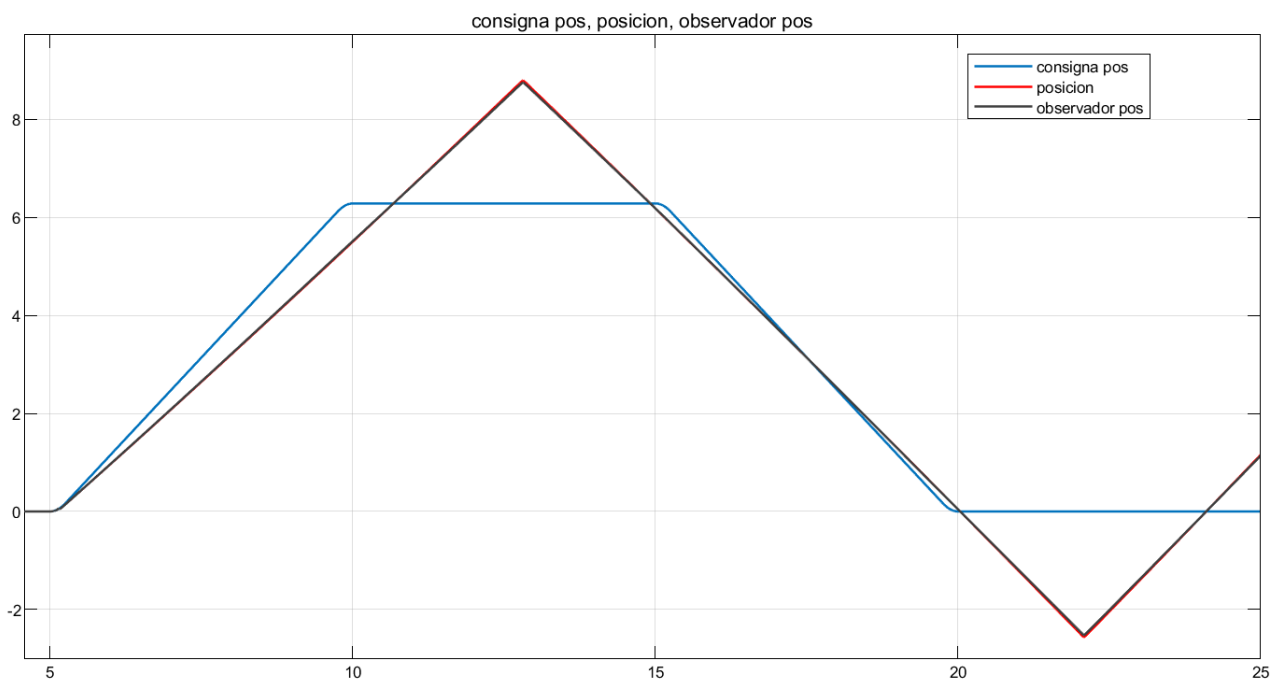


Fig. 3.65: Perfil de posición con el modulador de tensión trifásico no ideal

Proyecto global integrador: control de accionamiento CA con PMSM

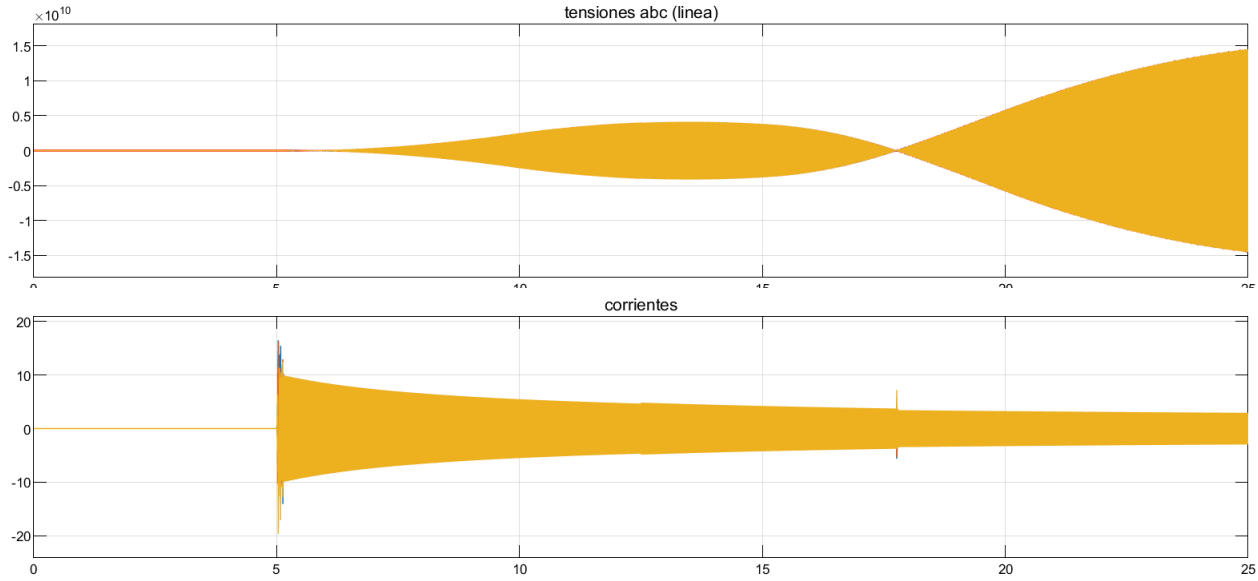


Fig. 3.66: Corrientes obtenidas con el modulador de tensión trifásico no ideal

Al igual que al evaluar los sensores, el sistema presenta inestabilidad frente a la consigna de posición. Nuevamente, para darle solución a estas inestabilidades debería analizarse la dinámica del modulador y ajustar la frecuencia de corte de forma que la respuesta del sistema sea óptima. Por ello se aumenta el valor de w_n en 5 tal como

Modulador de tensiones $\theta_m(t)$: $\omega_n = 30000 \frac{rad}{s}$, $\xi = 1$

Entonces, teniendo en cuenta lo sensores y modulador mejorados, enlistados con las nuevas propiedades

- Sensor de corrientes: $\omega_n \text{ mejorado} = 30000 \frac{rad}{s}$, $\xi = 1$
- Posición angular $\theta_m(t)$: $\omega_n \text{ mejorado} = 8000 \frac{rad}{s}$, $\xi = 1$
- Sensor de temperatura: $\tau_{\text{mejorado}} = 20 \text{ s}$
- Modulador de tensiones $\theta_m(t)$: $\omega_n \text{ mejorado} = 30000 \frac{rad}{s}$, $\xi = 1$

Dando los siguientes resultados en las simulaciones

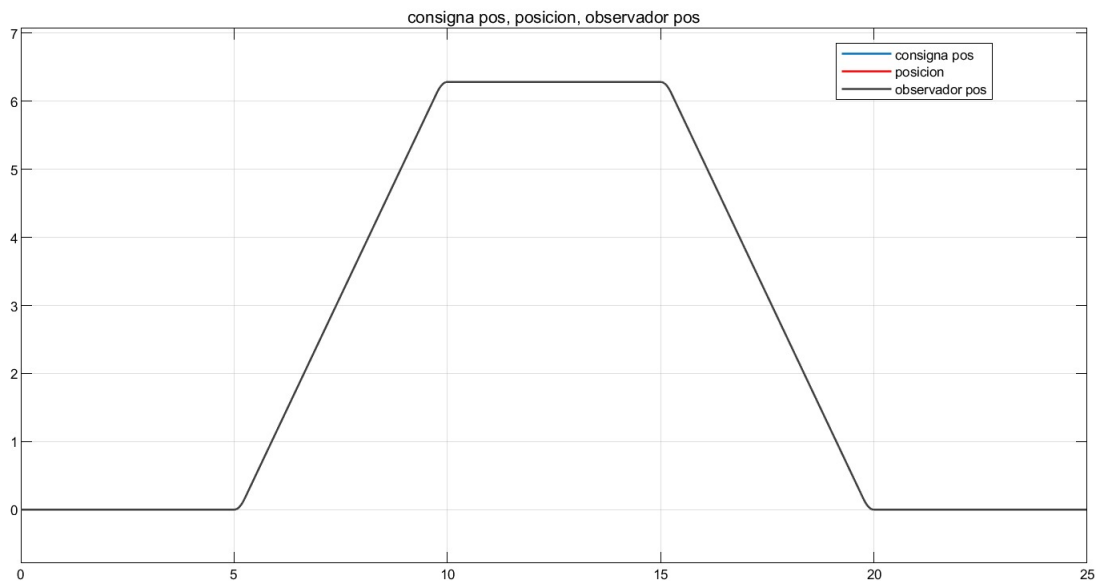


Fig. 3.67: Posiciones obtenidas con sensores y modulador con características propias mejoradas

Proyecto global integrador: control de accionamiento CA con PMSM

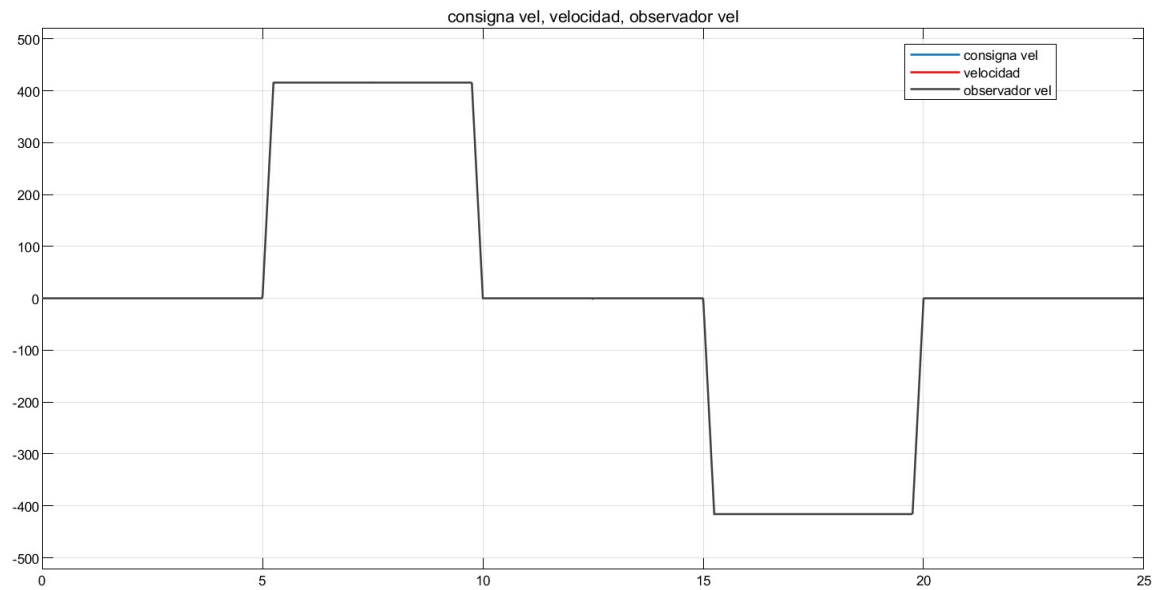


Fig. 3.68: Velocidades obtenidas con sensores y modulador con características propias mejorada

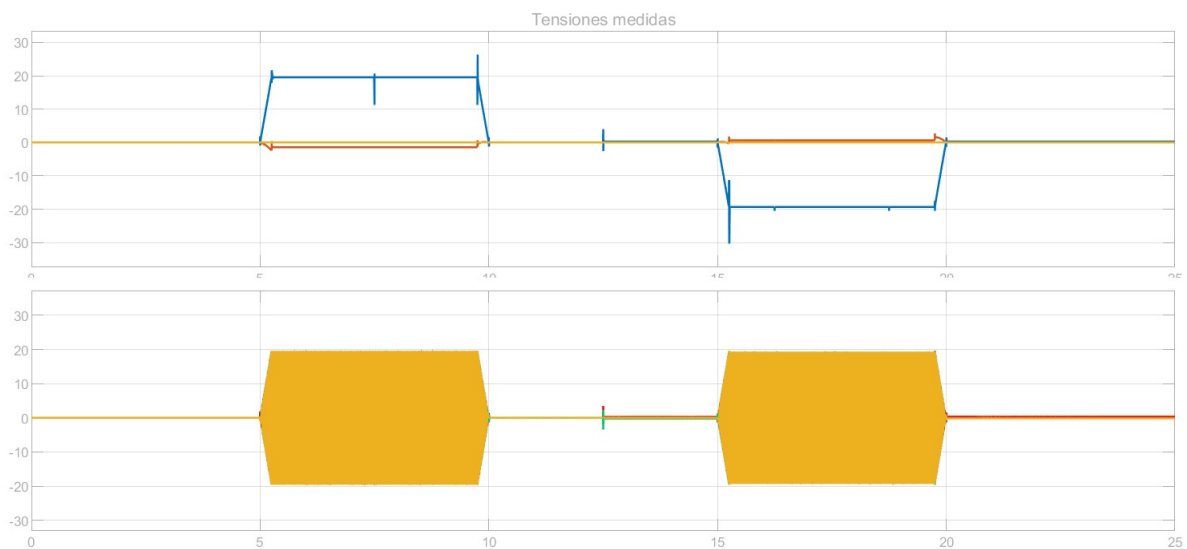


Fig. 3.69: Tensiones obtenidas con sensores y modulador con características propias mejorada

4. Conclusiones

En conclusión, este trabajo ha logrado un exitoso diseño, análisis y modelado del control de la primera articulación de un robot SCARA, abarcando los conceptos vistos en la cátedra. Se han desarrollado de manera satisfactoria todas las etapas del controlador, obteniendo modelos precisos que han permitido una simulación estable y precisa del sistema.

Las simulaciones realizadas han demostrado que el sistema sigue correctamente las consignas de posición establecidas. Se han logrado satisfacer las especificaciones de operación mediante perfiles suaves de consigna, evitando picos de corriente y tensión.

A lo largo del proyecto, se ha presentado una variedad de modelos matemáticos, diagramas en bloques, gráficos y análisis obtenidos de las simulaciones. La comprensión de estos análisis es de suma importancia, ya que representan una práctica valiosa para el diseño de motores, sistemas de automatización y control de plantas en el futuro.

En resumen, el proyecto ha logrado con éxito el diseño y análisis del control de un motor de corriente alterna con imanes permanentes. El sistema resultante es altamente controlable y lo suficientemente resistente como para enfrentar perturbaciones externas en las condiciones evaluadas. Es importante tener en cuenta que, si se implementara en un entorno real, habría ajustes necesarios en ciertos parámetros (como la mejora de los sensores). Sin embargo, los avances logrados hasta el momento proporcionan una base sólida para alcanzar ese objetivo.

5. Bibliografía

- [1] Ing. Gabriel Julián. "*Proyecto global integrador: Control de accionamiento de CA con motor sincrónico de imanes permanentes*"
- [2] Ing. Gabriel Julián. "*Guía para preparar el informe técnico*"
- [3] MathWorks "*<https://la.mathworks.com>*"
- [4] Katsuhiko Ogata "*Ingeniería de control moderna*"