Участник: FeelUs/КТП

Материал из Википедии — свободной энциклопедии

Содержание

- 1 символы, обозначения и соглашения
 - 1.1 символы
 - 1.2 соглашения
- 2 основная логика:
- 3 1++. Кинематика и сечения
 - 3.1 Нормировки ВФ
 - 3.2 кинематика
 - 3.3 Инвариантное сечение
 - 3.4 Ширины Г
 - 3.5 фазовые объемы
- 4 1+. Кванты и представления
 - 4.1 1+.1. Шрёдингер:
 - 4.2 1+.2. Гайзенберг:
 - 4.3 1+.3. Дирак (представление взаимодействия):
 - 4.3.1 1+.3.1. из Шрёдингера
 - 4.3.2 1+.3.2. из Гайзенберга
 - 4.3.3 1+.3.3. новое вакуумное состояние
- 5 1. Лагранжев Формализм
 - 5.1 1.0. Действие 1d, 4d, Вариация = 0
 - 5.2 1.1. Уравнения Лагранжа (из 1.0.)
 - 5.3 1.2. Тензор энергии-импульса (из 1.0. и 1.1. или из 1.3)
 - 5.4 1.3. Теорема Нётер (из 1.0 и 1.1)
 - 5.5 1.5. Гамильтониан, уравнения Гамильтона, Плотность Гамильтониана (из ...)
- 6 2. Свободные поля с пропагаторами и теоремами Вика
 - 6.1 2.1. Скалярное действительное
 - 6.1.1 2.1.1. Классическое
 - 6.1.1.1 2.1.1.0. уравнение К-Г Клейна-Гордона(-Фока)
 - 6.1.1.2 2.1.1.1. Функции Грина
 - 6.1.2 2.1.2 Квантовое
 - 6.1.2.1 2.1.2.1. Состояния
 - 6.1.2.2 2.1.2.2. Эволюция:
 - 6.1.2.3 2.1.2.3. Пропагатор амплитуда распространения частицы
 - 6.1.2.4 2.1.2.4. Теорема Вика
 - 6.2 2.2. Скалярное комплексное
 - 6.2.1 2.2.1. Классическое
 - 6.2.1.1 2.1.1.0. уравнение К-Г Клейна-Гордона(-Фока)
 - 6.2.1.2 2.2.1.1. Функции Грина
 - 6.2.2 2.2.2. Квантовое
 - 6.2.2.1 2.2.2.1. Состояния
 - 6.2.2.2 2.2.2.2. Эволюция:
 - 6.2.2.3 2.2.2.3. Пропагатор амплитуда распространения частицы
 - 6.2.2.4 2.2.2.4. Теорема Вика
 - 6.3 2.3. Спинорное
 - 6.3.1 2.3.1. Арифметика
 γ матриц
 - 6.3.2 2.3.2. Преобразования Лоренца
 - 6.3.3 2.3.3. Классическое
 - 6.3.4 2.3.4. Уравнение Дирака
 - 6.3.5 2.3.5. функция Грина
 - 6.3.6 2.3.6. Квантуем
 - 6.3.6.1 2.3.6.1. Состояния
 - 6.3.6.2 2.3.6.2. Пропагатор
 - 6.3.6.3 2.3.6.3. теорема Вика
 - 6.4 2.4. Электромагнитное
 - 6.5 2.5. Векторное массивное

- 7 2+ Итого пропагаторы и матрицы плотности
 - 7.1 2.1+ Скалярное действительное
 - 7.2 2.2+ Скалярное комплексное
 - 7.3 2.3+ Спинорное
 - 7.4 2.4+ Электромагнитное
 - 7.5 2.5+ Векторное массивное
- 8 4. Взаимодействия и правила Фейнмана
 - 8.1 4.1. K- $\Gamma \frac{\lambda}{4!} \phi^4$
 - 8.1.1 Корреляционная функция (Пескин 4.4)8.1.2 Матричный элемент (Пескин 4.6)
 - 8.2 4.4. скалярная электродинамика: К- $\Gamma + \frac{1}{2}e^2A^2|\phi|^2$
 - 8.3 4.2. теория Юкавы: Дирак + К-Г $-g\bar{\psi}\psi\phi$
 - 8.4 4.3. КЭД: Дирак + Максвелл $-e\bar{\psi}\gamma^{\mu}\psi A_{\mu}$
 - 8.4.1 эффект Комптона

символы, обозначения и соглашения

символы

$$\mathcal{L} \ \mathcal{H} \ \mathcal{P} \ \mathcal{M} \ \vec{x} \ \hat{x} \ \hat{x} \ \hat{x} \ \hat{x} \ \hat{x} \ \hat{x} \ \hat{y} \ \phi \ \phi \ \varphi \ \epsilon \ \epsilon \ \theta \ \vartheta \ \pm \ \mp \ \times \ \otimes \ \cdot \ \Rightarrow \ \rightarrow \ \infty \ \ldots$$

$$A_0\langle |
angle \quad [\] \quad \left\{
ight\} \quad \int_a^b \sum_i^n \prod_i^y \sin \cos \dim \operatorname{Tr} \operatorname{Tr} \left\{ egin{array}{ll} 1, & 2 & \left(egin{array}{cc} 1, & 2 \ 3, & 4 \end{array}
ight) & \left[egin{array}{cc} 1, & 2 \ 3, & 4 \end{array}
ight) \end{array}$$

соглашения

у Пескина:
$$p_i = -p^i = \vec{p}$$
 я привык: $p^i = -p_i = \vec{p}$

основная логика:

- В кинематике и сечении понимаем, что для вычисления сечения нужно посчитать матричный элемент
- В квантах и представлениях мы понимаем, что для вычисления матричного элемента в возмущенной теории достаточно посчитать Т упорядочение в невозмущенной.
- В каждом поле имеется теорема Вика, которая говорит, что Т упорядочение можно вычислить через нормальное упорядочение и свертки
- И в конце мы из этих сверток конструируем диаграммы

1++. Кинематика и сечения

Нормировки ВФ

Распределение (f(x) = f(x')dx'/dx) на массовой поверхности:

$$rac{dp'^z}{dp^z} = eta + eta \gamma rac{dE}{dp^z} = eta + eta \gamma rac{d\sqrt{p^2 + m^2}}{dp^z} = eta + eta \gamma rac{p^z}{\sqrt{p^2 + m^2}} = rac{eta E + eta \gamma p^z}{E} = rac{E'}{E} \quad \Rightarrow \; ext{если}$$
 $f(p) = |\phi(p)|^2$, то $\sqrt{2E_p}\phi(p) = \sqrt{2E_{p'}}\phi(p')$.

2 - удобен из-за похожего множителя в квантовом решении, а может из-за знаменателя в пропагаторе.

$$(2\pi)\delta(0)=\int e^{-i0x}dx=\lim_{L o\infty}L$$
 $\langle ec p|ec k
angle=2E_p(2\pi)^3\delta^3(ec p-ec k)$ - лоренц-инвариантно $...j^\mu=2|N|^2p^\mu; \qquad
ho=2|N|^2E_p; \qquad W=
ho V:=2E_p; \qquad 2E_p$ частиц в объеме V $\langle ec x|ec y
angle=(2\pi)^3\delta^3(ec x-ec y)$ - кажется уже нет $(?)$ $|\psi
angle=\int rac{d^3ec p}{(2\pi)^3}rac{\psi_p(ec p)}{\sqrt{2E_p}}|ec p
angle=\int d^3ec x\psi_x(ec x)|ec x
angle$

$$\begin{split} \text{HKM: } & \langle \vec{x} | \vec{\hat{p}} | \vec{p} \rangle = \vec{p} \langle \vec{x} | \vec{p} \rangle = -i \vec{\nabla} \langle \vec{x} | \vec{p} \rangle \implies \langle \vec{x} | \vec{p} \rangle = e^{+i \vec{p} \vec{x}} \\ \text{KTII: } & \langle \vec{x} | \vec{p} \rangle = \sqrt{2 E_p} e^{+i \vec{p} \vec{x}} \\ & \psi_p(\vec{q}) = \int d^3 \vec{x} e^{-i \vec{q} \vec{x}} \psi_x(\vec{x}); \qquad \psi_x(\vec{y}) = \int \frac{d^3 \vec{p}}{(2\pi)^3} e^{+i \vec{p} \vec{y}} \psi_p(\vec{p}) \\ & | \vec{q} \rangle = \sqrt{2 E_q} \int d^3 \vec{x} e^{+i \vec{q} \vec{x}} | \vec{x} \rangle; \qquad | \vec{y} \rangle = \int \frac{d^3 \vec{p}}{(2\pi)^3} \frac{e^{-i \vec{p} \vec{y}}}{\sqrt{2 E_p}} | \vec{p} \rangle \end{split}$$

кинематика

$$p_A+p_B=p_1+p_2$$
 $s=(p_A+p_B)^2=(p_1+p_2)^2$ $t=(p_A-p_1)^2=(p_B-p_2)^2$ $u=(p_A-p_2)^2=(p_B-p_1)^2$ $u=(p_A-p_2)^2=(p_B-p_1)^2$ $s+t+u=m_A^2+m_B^2+m_1^2+m_2^2$ $E_1^2E_2^2|\vec{v}_1-\vec{v}_2|^2=(p_1p_2)^2-m_1^2m_2^2$ - только если $\vec{v}_1||\vec{v}_2$ \vec{v}_{rel} - скорость одной частицы в системе покоя другой $(p_1,p_2)^2\vec{v}_{rel}^2=E_1^2E_2^2((\vec{v}_1-\vec{v}_2)^2-[\vec{v}_1\times\vec{v}_2]^2)=(p_1,p_2)^2-m_1^2m_2^2$ в СЦМ $\vec{q}_{12}=\vec{p}_1=-\vec{p}_2$ $\vec{q}_{12}^2=\frac{(p_1p_2)^2-m_1^2m_2^2}{s}=\frac{\lambda(s,m_1^2,m_2^2)}{4s}$ $\lambda(a,b,c)=a^2+b^2+c^2-2ab-2bc-2ca=(a-(\sqrt{b}+\sqrt{c})^2)(a-(\sqrt{b}-\sqrt{c})^2)=$ $=-(\sqrt{a}+\sqrt{b}+\sqrt{c})(\sqrt{a}+\sqrt{b}-\sqrt{c})(\sqrt{a}+\sqrt{c}-\sqrt{b})(\sqrt{c}+\sqrt{b}-\sqrt{a})$ $y=\frac{E_{k_1}-E_{k_2}}{E_{k_1}}=\frac{(p_1,(k_1-k_2))}{(p_1,k_1)}$ - Бьёркиновский у

Инвариантное сечение

- \bullet λ пучка << расстояния между рассеивающими центрами чтобы не было когерентного рассеяния
- мишень тонкая чтобы не было многократного рассеяния

 ΔN - число событий $ec{j}=n_1ec{v}_1$ - налетающий поток $N_c=n_{02}\Delta V$ - число рассеивающих центров, n_{02} - покоящихся, n_2 - движущихся

$$\Delta N = |ec{j}| \Delta t N_c \sigma = n_1 n_{02} |ec{v}_1| \Delta t \Delta V \sigma = rac{n_1}{E_1} rac{n_{02}}{m_2} E_1 m_2 |ec{v}_1| \Delta t \Delta V \sigma = rac{n_1}{E_1} rac{n_2}{E_2} (p_1, p_2) |v_{rel}| \Delta t \Delta V \sigma$$

выводим через
$$TV o \infty$$
 [показать] $\varphi_i(x) = \frac{1}{\sqrt{V}} e^{-ip_ix}$ далее V - чисто нормировка $\langle f|T|i \rangle = -i\mathcal{M} \int \varphi_3^*(x) \varphi_4^*(x) \varphi_1(x) \varphi_2(x) d^4x = -i\frac{\mathcal{M}}{V^2} \int e^{i(p_i-p_f)x} d^4x = -i\frac{\mathcal{M}}{V^2} (2\pi)^4 \delta^4(p_i-p_f) = -i\frac{\mathcal{M}}{V^2} TV$ $|\langle f|T|i \rangle|^2 = -i\frac{|\mathcal{M}|^2}{V^4} (2\pi)^4 \delta^4(p_i-p_f) TV$ - плотность вер-ти по фаз. объему конечных частиц $W = -i\frac{|\mathcal{M}|^2}{V^4} (2\pi)^4 \delta^4(p_i-p_f) TV \int \frac{d^3p_3V}{(2\pi)^2 2E_{p_3}} \int \frac{d^3p_4V}{(2\pi)^2 2E_{p_4}}$ - вероятность перейти из і в f $w = \frac{W}{TV}$ - вероятность перейти из і в f в ед. времени в ед. объема $f = n_1 n_2 \frac{p_1, p_2}{E_1 E_2} |v_{rel}| = \frac{n_1}{E_1} \frac{n_2}{E_2} (p_1, p_2) |v_{rel}| = \frac{4}{V^2} (p_1, p_2) |v_{rel}|$ - инвариантный поток $N = d\sigma j TV$ - число событий в ед. вр в ед. объема

$$\Delta N = |ec{j}| \Delta t N_c \sigma = n_1 n_{02} |ec{v}_1| \Delta t \Delta V \sigma = rac{n_1}{E_1} rac{n_{02}}{m_2} E_1 m_2 |ec{v}_1| \Delta t \Delta V \sigma = rac{n_1}{E_1} rac{n_2}{E_2} E_1 E_2 |v_1 - v_2| \Delta t \Delta V \sigma$$

Лоренц-инвариантны: $\frac{n_1}{E_1};$ $\Delta t \Delta V;$ ΔN

 $E_1E_2|v_1-v_2|$ - лоренц-инвариантно, только если $ec{v}_1||ec{v}_2$, по этому далее считаем $v_1=v_1^z; \quad v_2=v_2^z;$

далее по Пескину, раздел 4.5.

 $\langle f|S|i
angle = \langle f|1+iT|i
angle$ - отбрасываем то, что не взаимодействует, считаем $\langle f|i
angle = 0$ $\langle \vec{p}_1\vec{p}_2\dots|iT|\vec{p}_A\vec{p}_B
angle = (2\pi)^4\delta^4(p_1+p_2+\dots-p_A-p_B)i\mathcal{M}(p_1,p_2,\dots,p_A,p_B)$ - закон сохранения импульсов выполнится в любом случае

выводим через волновые пакеты

[показать]

начальное состояние зависит от прицельного параметра b:
$$|\phi_A\phi_B
angle = \int \frac{d^3\vec{k}_A}{(2\pi)^3} \frac{\phi_A(\vec{k}_A)}{\sqrt{2E_{k_A}}} \frac{d^3\vec{k}_B}{(2\pi)^3} \frac{\phi_B(\vec{k}_B)}{\sqrt{2E_{k_B}}} e^{-i\vec{k}_B\vec{b}} |\vec{k}_A\vec{k}_B
angle$$

где
$$|\phi_A(ec{k}_A)|^2 = (2\pi)^3 \delta^3(ec{k}_A - ec{p}_A); \quad |\phi_B(ec{k}_B)|^2 = (2\pi)^3 \delta^3(ec{k}_B - ec{p}_B)$$

$$P(ec{b}) = rac{d^3ec{p}_1 d^3ec{p}_2 \dots}{(2\pi)^3 2 E_{p_1} (2\pi)^3 2 E_{p_2} \dots} |\langle ec{p}_1 ec{p}_2 \dots | iT | \phi_A \phi_B
angle|^2$$
 - вероятность рассеятся в $d^3p_1 \dots d^3p_n$ при условии, что налетающая

частица имеет прицельный параметр b

число событий
$$N=\int d^2bn_BP(b)$$
, где n_B - число налетающих частиц на единицу площади

$$d\sigma = rac{N}{n_B N_A} = rac{\ddot{N}}{n_B \cdot 1} = \int d^2 ec{b} P(ec{b})$$

$$d\sigma = rac{|\mathcal{M}(p_1,p_2,\ldots,p_A,p_B)|^2}{2E_A 2E_B |v_A-v_B|} rac{d^3ec{p}_1 d^3ec{p}_2 \ldots}{(2\pi)^3 2E_{p_1} (2\pi)^3 2E_{p_2} \ldots} (2\pi)^4 \delta^4(p_1+p_2+\ldots-p_A-p_B)$$

если есть п тождественных частиц (каждого сорта), то его надо будет разделить на п! (каждого сорта).

кароче

$$egin{aligned} d\sigma &= rac{|\mathcal{M}|^2}{4I} d\Phi \ &I = \sqrt{(p_A p_B)^2 - m_A^2 m_B^2} = E_A E_B |v_A - v_B| \ d\Phi &= rac{d^3 ec{p}_1 d^3 ec{p}_2 \dots}{(2\pi)^3 2 E_{r_1} (2\pi)^3 2 E_{r_2} \dots} (2\pi)^4 \delta^4 (p_1 + p_2 + \dots - p_A - p_B) \end{aligned}$$

Ширины Г

выводим через
$$TV o\infty$$

$$egin{aligned} arphi(x) &= e^{-ipx} \ A_{fi} &= rac{\langle f|T|i
angle}{\sqrt{\langle f|f
angle\langle i|i
angle}} &= rac{(2\pi)^4\delta(p_i-p_f)i\mathcal{M}}{\sqrt{\prod_i(2E_iV)\prod_f(2E_fV)}} \ P_{fi} &= |A_{fi}|^2 \prod_f rac{d^3p_fV}{(2\pi)^3} = rac{(2\pi)^4\delta^4(p_i-p_f)TV|i\mathcal{M}|^2}{\prod_i(2E_iV)} \prod_f rac{d^3p_f}{(2\pi)^32E_f} \ d\Gamma &= rac{dP_{fi}}{dt} \end{aligned}$$

Ширины вычисляются по аналогии, но будут доказаны в Пескине 7.3.

кароче

$$egin{align} d\Gamma &= rac{|\mathcal{M}|^2}{2E_A}d\Phi \ d\Phi &= (2\pi)^4\delta^4(p_A-p_f)\prod_irac{d^3p_i}{(2\pi)^32E_{p_i}} \end{split}$$

фазовые объемы

2 частицы:

$$d\Phi = (2\pi)^4 \delta^4(p_1+p_2-p_i) rac{d^3ec p_1}{(2\pi)^3 2E_1} rac{d^3ec p_2}{(2\pi)^3 2E_2} = \delta(E_1+E_2-E_i) rac{|ec p_1| dE_1 d\Omega}{(2\pi)^2 4E_2}$$

В системе центра масс:

$$d\Phi = rac{|ec{p}_1|d\Omega}{(2\pi)^2 4\sqrt{s}}; \qquad I = |ec{p}_A|\sqrt{s}; \qquad rac{d\sigma}{d\Omega} = rac{|\mathcal{M}|^2 |ec{p}_1|}{64\pi^2 s |ec{p}_A|}$$

В лаб. системе

$$I=|ec{p}_A|m_B$$

1+. Кванты и представления

1+.1. Шрёдингер:

$$i rac{\partial \psi(x,t)}{\partial t} = H \psi(x,t)$$
 - Ландавшиц выводил из ур-я Гамильтона-Якоби $H \psi_n(x) = E_n \psi_n(x)$ - разделение переменных, все дела... $\psi(x,t) = \sum_n a_n \psi_n(x) e^{-iE_nt}$ $\psi(x,t) = e^{-i\hat{H}t} \psi(x,0)$ $\langle \psi | \psi \rangle = 1$ вероятность, что ψ есть ϕ равна $|\langle \phi | \psi \rangle|^2$ вероятность, что ψ перейдет в ϕ за t равна $|\langle \phi | e^{-i\hat{H}t} | \psi \rangle|^2$ $\langle M \rangle = \langle \psi | \hat{M} | \psi \rangle$ подробнее про измерения - Нильсен-Чанг, Квантовые вычисления, раздел 2.2 .

1+.2. Гайзенберг:

$$\langle O(t)
angle = \langle \psi(t) | \hat{O} | \psi(t)
angle = \langle \psi(0) | e^{i\hat{H}t} \hat{O} e^{-i\hat{H}t} | \psi(0)
angle = \langle \psi(0) | \hat{O}(t) | \psi(0)
angle$$
 $i rac{\partial \hat{O}(t)}{\partial t} = [\hat{O}(t), \hat{H}]$ - подставляем, проверяем.

В частности выр-я для \hat{q} и \hat{p} соответствуют ур-ям Гамильтона.

по прежнему

вероятность, что
$$\psi$$
 есть ϕ равна $|\langle \phi | \psi \rangle|^2$ вероятность, что ψ перейдет в ϕ за t равна $|\langle \phi | e^{-i\hat{H}t} | \psi \rangle|^2$

1+.3. Дирак (представление взаимодействия):

$$H=H_0+V$$
. Для H_0 решать умеем, т.е. знаем e^{-iH_0t} . V - возмущение.

1+.3.1. из Шрёдингера

$$i \frac{\partial \psi_S}{\partial t} = H \psi_S$$
 будем искать ввиде $\psi_S = e_{-iH_0t}\psi_I$ тогда $(*)i \frac{\partial \psi_I}{\partial t} = e^{iH_0t}Ve^{-iH_0t}\psi_I = V(t)\psi_I \neq \psi_I V(t)$ - всё-таки к операторам потом применять будем $\psi_I(t) = U(t,t_0)\psi_I(t_0)$ $U(t,t_0) = T\{exp(-i\int_{t_0}^t dt_1 V(t_1))\}$ - в ряд Тейлора и упорядочение по времени - в каждом учебнике имеется картиночка $U^+U = I; \quad U^{-1}(t,t_0) = U^+(t,t_0) = U(t_0,t); \quad U(t_2,t_1)U(t_1,t_0) = U(t_2,t_0)$ S-матрица: $S = \lim_{t_0 \to -\infty; \ t \to +\infty} U(t,t_0); \quad \langle fin|S|ini \rangle$ - матричный элемент

1+.3.2. из Гайзенберга

далее по Пескину - раздел 4.2.

хотим:
$$\hat{\phi}(t) = e^{+i(H_0+V)t}\hat{\phi}(0)e^{-i(H_0+V)t}$$
 знаем: $\hat{\phi}_I(t) = e^{+iH_0t}\hat{\phi}(0)e^{-iH_0t}$ $\hat{\phi}(t) = U^+(t,0)\hat{\phi}_I(t)U(t,0) = U(0,t)\hat{\phi}_I(t)U(t,0)$ $U(t,t_0) = e^{iH_0(t-t_0)}e^{-iH(t-t_0)}$ $i\frac{\partial U}{\partial t} = e^{iH_0t}Ve^{-iH_0t}U = V(t)U$, а это тоже самое, что и (*)

1+.3.3. новое вакуумное состояние

Было:
$$H_0|0\rangle=0|0\rangle$$
. Стало: $H|\Omega\rangle=E_0|\Omega\rangle$. разложим: $e^{-iHT}|0\rangle=e^{-iE_0T}|\Omega\rangle\langle\Omega|0\rangle+\sum_{n\neq 0}e^{-iE_nT}|n\rangle\langle n|0\rangle$ ненормированное $\Rightarrow |\Omega\rangle_{nn}=\lim_{T\to\infty(1+i\epsilon)}e^{-iHT}|0\rangle=U(0,-T)|0\rangle$ для произвольных $\hat{\phi}_1(t_1),\hat{\phi}_2(t_2),\hat{\phi}_3(t_3)$ $\langle\Omega|\hat{\phi}_1\hat{\phi}_2\hat{\phi}_3|\Omega\rangle=\frac{\langle\Omega|\hat{\phi}_1\hat{\phi}_2\hat{\phi}_3|\Omega\rangle_{nn}}{\langle\Omega|\Omega\rangle_{nn}}=\lim_{T\to\infty(1+i\epsilon)}\frac{\langle 0|T\{\hat{\phi}_{I1}\hat{\phi}_{I2}\hat{\phi}_{I3}exp(-i\int_{t_0}^Tdt_1V(t_1))\}|0\rangle}{\langle 0|T\{exp(-i\int_{t_0}^Tdt_1V(t_1))\}|0\rangle}$

1. Лагранжев Формализм

[показать]

1.0. Действие 1d, 4d, Вариация = 0

$$S = \int L dt; \quad \delta S = 0$$
 $S = \int \mathcal{L} d^4 x; \quad \delta S = 0$

1.1. Уравнения Лагранжа (из 1.0.)

$$rac{\partial L}{\partial q} = rac{d}{dt}rac{\partial L}{\partial \dot{q}}$$
 - для каждого q $rac{\partial \mathcal{L}}{\partial \phi} = \partial_{\mu}rac{\partial \mathcal{L}}{\partial \partial_{\mu}\phi}$ - для каждого фи

1.2. Тензор энергии-импульса (из 1.0. и 1.1. или из 1.3)

$$egin{align} E = \sum_q p v - L(q,\dot{q}); & p = rac{\partial L}{\partial \dot{q}}; & v = \dot{q} \ T^{\mu
u} = \sum_\phi rac{\partial \mathcal{L}}{\partial \partial_\mu \phi} \partial^
u \phi - g^{\mu
u} \mathcal{L} \ \end{array}$$

1.3. Теорема Нётер (из 1.0 и 1.1)

Если при
$$\delta\phi: \quad L \to L + \frac{df}{dt};$$
 или $\mathcal{L} \to \mathcal{L} + \partial_\mu J^\mu$, то $\delta S = 0$ (если ϕ удовлетворяет ур-ям Лагранжа) $\Rightarrow j^\mu = \sum_{\phi} \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \partial_\mu \phi} \delta\phi - J^\mu = const(x)$

1.5. Гамильтониан, уравнения Гамильтона, Плотность Гамильтониана (из ...)

$$H(q,p)=\sum_q pv(q,p)-L(q,p)$$
 - преобразование Лежандра $\dot{p}=-rac{\partial H}{q};\quad \dot{q}=rac{\partial H}{p} \ \mathcal{H}=T^{00}=\sum_{\phi}rac{\partial \mathcal{L}}{\partial\partial_0\phi}\partial^0\phi-\mathcal{L}=\sum_{\phi}\pi\dot{\phi}-\mathcal{L};\quad H=\int d^3ec{x}\mathcal{H}$

$$ec{\mathcal{P}} = T^{0i} = \sum_{\phi} \pi ec{
abla} \phi; \quad ec{P} = \int d^3 ec{x} ec{\mathcal{P}}; \quad \pi = rac{\partial \mathcal{L}}{\partial \partial_0 \phi}$$

2. Свободные поля с пропагаторами и теоремами Вика

2.1. Скалярное действительное

[показать]

2.1.1. Классическое

$$egin{aligned} \mathcal{L} &= rac{1}{2} \partial_{\mu} \phi \partial^{\mu} \phi - rac{m^2}{2} \phi^2 \ rac{\partial \mathcal{L}}{\partial \partial_{\mu} \phi} &= \partial^{\mu} \phi \ \mathcal{H} &= rac{1}{2} ((rac{\partial \phi}{dt})^2 + (
abla \phi)^2 + m^2 \phi^2) \ ec{\mathcal{P}} &= \partial_{0} \phi ec{
abla} \phi \end{aligned}$$

Глобальные калибровочные преобразования: $\phi o e^{i\delta lpha} \phi \ \Rightarrow \ \delta \phi = i\delta lpha \phi \ \Rightarrow \ J^\mu = 0 \ \Rightarrow$

$$j^\mu=i\partial^\mu\phi\phi=irac{1}{2}\partial^\mu(\phi^2)$$
 - ток чисто мнимый

2.1.1.0. уравнение К-Г - Клейна-Гордона(-Фока)

$$(\partial^2 + m^2)\phi = 0$$

ищем решение в виде: $\phi(ec x,t)=\int rac{d^3ec p}{(2\pi)^3}e^{+iec pec x}\phi(ec p,t)$

$$(*)$$
 получаем $(rac{\partial^2}{\partial t^2}+E_p^2)\phi(ec p,t)=0$ $\phi(ec p,t)=a(ec p)e^{-iE_pt}+a^*(ec p)e^{+iE_pt},$ $\phi(x)=\intrac{d^3ec p}{(2\pi)^3}(a(ec p)e^{-ipx}+a^*(-ec p)e^{+ipx})$

нормировка абсолютно не имеет значения, но чтобы всё было лоренц-инвариантно (?: почему мы делим а не умножаем на $\sqrt{2E_p}$? - может чтобы $\langle 0|\phi(\vec{x})|\vec{p}\rangle=e^{i\vec{p}\vec{x}}$):

$$\phi(x) = \int rac{d^3 ec{p}}{(2\pi)^3} rac{1}{\sqrt{2E_n}} (a(ec{p}) e^{-ipx} + a^* (-ec{p}) e^{+ipx})$$

2.1.1.1. Функции Грина

$$egin{aligned} (\partial^2+m^2)\phi_0(x) &= 0\ (\partial^2+m^2)G(x) &= -i\delta^4(x)\ (\partial^2+m^2)\phi(x) &= j(x)\ \phi(x) &= \phi_0(x) + i\int d^4y G(x-y)j(y)\ G(p) &= rac{i}{p^2-m^2}\ G(x) &= \int rac{d^4p}{(2\pi)^4}rac{i}{p^2-m^2}e^{-ipx} &= rac{i}{2\pi}\int rac{d^3ec p}{(2\pi)^3}\int_{-\infty}^{+\infty}rac{dp_0}{p_0^2-E_p^2}e^{-ipx} \end{aligned}$$

при комплексном p_0 экспонента становится действительной, и мы замыкаем контур с той стороны, где она убывает (а не возрастает), т.е. при $x_0 < 0$ - сверху, а при $x_0 > 0$ - снизу

запаздывающая (retarded) (знаем источник, хотим найти поле) - оба полюса обходим сверху

$$G_R(x) = \left\{ egin{array}{ll} 0, & x_0 < 0 \ rac{i}{2\pi} \int rac{d^3ec{p}}{\left(2\pi
ight)^3} (-2\pi i) (rac{e^{-ipx}}{2E_p} - rac{e^{+ipx}}{2E_p}), & x_0 > 0 \end{array}
ight.$$

опережающая (advanced) (знаем поле, хотим найти источник (?)) - оба полюса обходим снизу

$$G_A(x) = egin{cases} rac{i}{2\pi} \int rac{d^3ec{p}}{(2\pi)^3} (2\pi i) (rac{e^{-ipx}}{2E_p} - rac{e^{+ipx}}{2E_p}), & x_0 < 0 \ 0, & x_0 > 0 \end{cases}$$

фейнмановская (для частиц - запаздывающая, для античастиц - опережающая (fixme)) - отрицательный полюс обходим снизу, а положительный - сверху

$$D_F(x) = G_F(x) = \int rac{d^4p}{(2\pi)^4} rac{i}{p^2 - m^2 + i\epsilon} e^{-ipx} = egin{cases} rac{i}{2\pi} \int rac{d^3ec p}{(2\pi)^3} (2\pi i) rac{e^{-ipx}}{2E_p}, & x_0 < 0 \ rac{i}{2\pi} \int rac{d^3ec p}{(2\pi)^3} (2\pi i) rac{e^{-ipx}}{2E_p}, & x_0 > 0 \ \end{pmatrix} \ D_F(p) = rac{i}{p^2 - m^2 + i\epsilon}; & D_F(x) = D_F(-x) \end{cases}$$

2.1.2 Квантовое

в квантовом случае: ϕ - оператор "координаты поля"

в одноточечном случае для (*)

[показать]

$$egin{aligned} \hat{\mathcal{H}}(ec{p}) &= rac{1}{2}(\hat{\pi}^2(ec{p}) + E_p^2\hat{\phi}^2(ec{p})) = E_p(a_{ec{p}}^+ a_{ec{p}}^+ + rac{1}{2}) \ [\hat{\phi}(ec{p}), \hat{\pi}(ec{p})] &= i; \quad [\hat{a}(ec{p}), \hat{a}^+(ec{p})] = 1 \ \hat{\phi}(ec{p}) &= rac{\hat{a}(ec{p}) + \hat{a}^+(ec{p})}{\sqrt{2E_p}}; \quad \hat{\pi}(ec{p}) = -i\sqrt{rac{E_p}{2}}(\hat{a}(ec{p}) - \hat{a}^+(ec{p})) \end{aligned}$$

(далее операторы без шляпок)

но мы хотим $[\phi(ec{x}),\pi(ec{x}')]=i\delta(ec{x}-ec{x}'); \quad [a(ec{p}),a^+(ec{p}')]=(2\pi)^3\delta(ec{p}-ec{p}')$ + нормировка фи

остальные коммутаторы =0

и тогда
$$\phi(ec{p})=rac{a(ec{p})+a^+(-ec{p})}{\sqrt{2E_p}}; \quad \pi(ec{p})=-i\sqrt{rac{E_p}{2}}(a(ec{p})-a^+(-ec{p}))$$

механизм возникновения двойки в $\sqrt{2E_p}$: записываем коммутационные соотношения для а ightarrow записываем фи ightarrow находим пи ightarrow проверяем коммутационные соотношения для [фи,пи]

$$\phi(ec{x}) = \int rac{d^3ec{p}}{(2\pi)^3} rac{1}{\sqrt{2E_p}} (a_{ec{p}} e^{+iec{p}ec{x}} + a_{ec{p}}^+ e^{-iec{p}ec{x}}) \ \pi(ec{x}) = \int rac{d^3ec{p}}{(2\pi)^3} (-i) \sqrt{rac{E_p}{2}} (a_{ec{p}} e^{+iec{p}ec{x}} - a_{ec{p}}^+ e^{-iec{p}ec{x}})$$

Н можно находить двумя способами: подставить фи в гамильтониан поля или подставить фи и пи в гамильтониан гарм. осциллятора

$$H = \int d^3 ec{x} \mathcal{H} = \int rac{d^3 ec{p}}{(2\pi)^3} E_p rac{a^+_{ec{p}} a^+_{ec{p}} a^+_{ec{p}}}{2} = \int rac{d^3 ec{p}}{(2\pi)^3} E_p (a^+_{ec{p}} a^-_{ec{p}} + rac{1}{2} [a_{ec{p}} a^+_{ec{p}}]) = \int rac{d^3 ec{p}}{(2\pi)^3} E_p a^+_{ec{p}} a^+_{ec{p}} + const$$
 $[H, a^+_{ec{p}}] = E_p a^+_{ec{p}}; \quad [H, a^-_{ec{p}}] = -E_p a^-_{ec{p}}$ $ec{P} = \int d^3 ec{x} ec{P} = \int rac{d^3 ec{p}}{(2\pi)^3} ec{p} a^+_{ec{p}} a^-_{ec{p}}$ $Q = ?$

2.1.2.1. Состояния

2 - удобен из-за похожего множителя в квантовом решении, а может из-за знаменателя в пропагаторе.

$$egin{aligned} |ec{p}
angle &= \sqrt{2E_p}a_{ec{p}}^+|0
angle; \quad \langle ec{p}|ec{q}
angle &= 2E_p(2\pi)^3\delta^3(ec{p}-ec{q}) \ \phi(ec{x})|0
angle &= \int rac{d^3ec{p}}{(2\pi)^3}rac{1}{2E_p}e^{-iec{p}ec{x}}|ec{p}
angle; \quad \langle 0|\phi(ec{x})|ec{p}
angle &= e^{iec{p}ec{x}} \end{aligned}$$

 $|ec{x}
angle = \int rac{d^3ec{p}}{(2\pi)^3} rac{1}{\sqrt{2E_p}} e^{-iec{p}ec{x}} |ec{p}
angle;$ - (по словам Наумова) его нельзя выразить через $\phi \Rightarrow$ (а может \Leftarrow) решением ур-я КГ не

2.1.2.2. Эволюция:

$$\begin{split} i\frac{\partial\phi}{\partial t} &= [\phi,H] = i\pi; \quad i\frac{\partial\pi}{\partial t} = [\pi,H] = -i(-\nabla^2 + m^2)\phi; \\ Ha_{\vec{p}} &= a_{\vec{p}}(H-E_p) \ \Rightarrow \ H^n a_{\vec{p}} = a_{\vec{p}}(H-E_p)^n \\ &\Rightarrow e^{iHt} a_{\vec{p}} e^{-iHt} = a_{\vec{p}} e^{-iE_p t}; \quad e^{iHt} a_{\vec{p}}^+ e^{-iHt} = a_{\vec{p}}^+ e^{+iE_p t} \\ \phi(x) &= \int \frac{d^3\vec{p}}{(2\pi)^3} \frac{1}{\sqrt{2E_p}} (a_{\vec{p}} e^{-ipx} + a_{\vec{p}}^+ e^{+ipx})|_{p^0 = E_p}; \quad \pi(x) = \frac{\partial\phi}{\partial t} \\ e^{-i\vec{P}\vec{x}} a_{\vec{p}} e^{+i\vec{P}\vec{x}} = a_{\vec{p}} e^{+i\vec{p}\vec{x}}; \quad e^{-i\vec{P}\vec{x}} a_{\vec{p}}^+ e^{+i\vec{P}\vec{x}} = a_{\vec{p}}^+ e^{-i\vec{p}\vec{x}} \\ P &= (H, \vec{P}) \ \Rightarrow \ \phi(x) = e^{iPx} \phi(0) e^{-iPx} \end{split}$$

2.1.2.3. Пропагатор - амплитуда распространения частицы

$$D(y-x):=\langle 0|\phi(y)\phi(x)|0
angle =\intrac{d^3ec p}{(2\pi)^3}rac{1}{2E_p}e^{-ip(y-x)}$$
 Если $A(x)=\sum_n a_n\phi^{2n}(x)$ и $B(y)=\sum_n a_n\phi^{2n}(y)$ - операторы измерений в соотв. точках, и х и у - разнесены пространственно-подобно,

TO
$$B(y)A(x)|\psi
angle = A(x)B(y)|\psi
angle \ \Leftrightarrow [A(x),B(y)]=0 \ \Leftarrow [\phi(x),\phi(y)]=0 \ or \ \{\phi(x),\phi(y)\}=0$$

$$[\phi(y),\phi(x)] = \langle 0 | [\phi(y),\phi(x)] | 0
angle = \int rac{d^3ec p}{(2\pi)^3} rac{e^{-ip(y-x)} - e^{+ip(y-x)}}{2E_p} = egin{cases} \int rac{d^3ec p}{(2\pi)^3} rac{e^{-iec pec r} - e^{+iec pec r}}{2E_p} = 0, & x^0 = y^0 \ \int rac{d^3ec p}{(2\pi)^3} rac{e^{-iec pec r} - e^{+iE_pt}}{2E_p}, & ec x = ec y \end{cases}$$

 $D(y-x) \neq 0$ при пространственно-подобном интервале, т.е. квантовая телепортация остается возможной.

если
$$y^0>x^0$$
 то $[\phi(y),\phi(x)]=G_R(y-x)=D(y-x)-D(x-y)$ $\langle 0|T\{\phi(y)\phi(x)\}|0
angle=D_F(y-x)=egin{cases} \langle 0|\phi(y)\phi(x)|0
angle=D(y-x),&y^0>x^0\ \langle 0|\phi(x)\phi(y)|0
angle=D(x-y),&x^0>y^0 \end{cases}$

2.1.2.4. Теорема Вика

Т упорядочение: слева новые, справа старые

N упорядочение: слева \boldsymbol{a}^+ , справа \boldsymbol{a} , при перестановке знак не меняется.

$$\phi(x) = \phi^{(+)}(x) + \phi^{(-)}(x); \quad \phi^{(+)}(x) = \int \frac{d^3\vec{p}}{(2\pi)^3} \frac{1}{\sqrt{2E_p}} a_{\vec{p}} e^{-ipx}; \quad \phi^{(-)}(x) = \int \frac{d^3\vec{p}}{(2\pi)^3} \frac{1}{\sqrt{2E_p}} a_{\vec{p}}^+ e^{+ipx}$$
 свертка $\phi(x)\phi(y) := \begin{cases} [\phi^{(+)}(x), \phi^{(-)}(y)] = \langle 0|\phi(x)\phi(y)|0\rangle, & x^0 > y^0 \\ . [\phi^{(+)}(y), \phi^{(-)}(x)] = \langle 0|\phi(y)\phi(x)|0\rangle, & y^0 > x^0 \end{cases}$ свертка $\phi(x)\phi(y) = D_F(x-y) = D_F(y-x)$ теорема: $T\{\phi_1 \dots \phi_n\} = N\{\sum_{a^{ll} \text{ corres}} \phi_1 \dots \phi_n\}$

2.2. Скалярное комплексное

[показать]

2.2.1. Классическое

$$egin{aligned} \mathcal{L} &= \partial_{\mu}\phi\partial^{\mu}\phi^* - m^2\phi\phi^* \ rac{\partial \mathcal{L}}{\partial\partial_{\mu}\phi} &= \partial^{\mu}\phi^*; & rac{\partial \mathcal{L}}{\partial\partial_{\mu}\phi^*} &= \partial^{\mu}\phi; \ \mathcal{H} &= |rac{\partial \phi}{dt}|^2 + |
abla\phi|^2 + m^2|\phi|^2 \ ec{\mathcal{P}} &= \partial_0\phi^*ec{
abla}\phi + \partial_0\phiec{
abla}\phi^* \end{aligned}$$

Глобальные калибровочные преобразования: $\phi \to e^{i\delta\alpha}\phi \ \Rightarrow \ \delta\phi = i\delta\alpha\phi \ \Rightarrow \ J^\mu = 0 \ \Rightarrow$

$$j^{\mu}=i(\partial^{\mu}\phi^{*}\phi-\partial^{\mu}\phi\phi^{*})$$

2.1.1.0. уравнение К-Г - Клейна-Гордона(-Фока)

$$(\partial^2 + m^2)\phi = 0$$

ищем решение в виде:
$$\phi(ec{x},t)=\intrac{d^3ec{p}}{(2\pi)^3}e^{+iec{p}ec{x}}\phi(ec{p},t)$$

$$(*)$$
 получаем $(rac{\partial^2}{\partial t^2}+E_p^2)\phi(ec p,t)=0$ $\phi(ec p,t)=a(ec p)e^{-iE_pt}+b^*(ec p)e^{+iE_pt},$ $\phi(x)=\intrac{d^3ec p}{(2\pi)^3}(a(ec p)e^{-ipx}+b^*(-ec p)e^{+ipx})$

2.2.1.1. Функции Грина

по моему здесь всё так же как и для скалярного действительного

2.2.2. Квантовое

в квантовом случае: ϕ - оператор "координаты поля"

в одноточечном случае для (*)

$$egin{aligned} \hat{\mathcal{H}}(ec{p}) &= rac{1}{2}(\hat{\pi}^2(ec{p}) + E_p^2\hat{\phi}^2(ec{p})) = E_p(b_{ec{p}}^+ a_{ec{p}} + rac{1}{2}) \ [\hat{\phi}(ec{p}), \hat{\pi}(ec{p})] &= i; \quad [\hat{a}(ec{p}), \hat{b}^+(ec{p})] = 1 \ \hat{\phi}(ec{p}) &= rac{\hat{a}(ec{p}) + \hat{b}^+(ec{p})}{\sqrt{2E_p}}; \quad \hat{\pi}(ec{p}) = -i\sqrt{rac{E_p}{2}}(\hat{a}(ec{p}) - \hat{b}^+(ec{p})) \end{aligned}$$

(далее операторы без шляпок)

но мы хотим
$$[\phi(ec{x}),\pi(ec{x}')]=i\delta(ec{x}-ec{x}'); \quad [a(ec{p}),a^+(ec{p}')]=(2\pi)^3\delta(ec{p}-ec{p}') \quad [b(ec{p}),b^+(ec{p}')]=(2\pi)^3\delta(ec{p}-ec{p}')$$

остальные коммутаторы =0

и тогда
$$\phi(ec{p})=rac{a(ec{p})+b^+(-ec{p})}{\sqrt{2E_p}}; \quad \pi(ec{p})=-i\sqrt{rac{E_p}{2}}(b(ec{p})-a^+(-ec{p}))$$

$$egin{align} \phi(ec{x}) &= \int rac{d^3ec{p}}{(2\pi)^3} rac{1}{\sqrt{2E_p}} (a_{ec{p}} e^{+iec{p}ec{x}} + b_{ec{p}}^+ e^{-iec{p}ec{x}}) \ \pi(ec{x}) &= \int rac{d^3ec{p}}{(2\pi)^3} (-i) \sqrt{rac{E_p}{2}} (b_{ec{p}} e^{+iec{p}ec{x}} - a_{ec{p}}^+ e^{-iec{p}ec{x}}) \ \end{array}$$

$$H = \int d^3 ec{x} \mathcal{H} = \int rac{d^3 ec{p}}{(2\pi)^3} E_p(b^+_{ec{p}} b^-_{ec{p}} + a^+_{ec{p}} a^+_{ec{p}}) = \int rac{d^3 ec{p}}{(2\pi)^3} E_p(b^+_{ec{p}} b^-_{ec{p}} + a^+_{ec{p}} a^-_{ec{p}}) = \int rac{d^3 ec{p}}{(2\pi)^3} E_p(a^+_{ec{p}} a^+_{ec{p}}) = \int rac{d^3 ec{p}}{(2\pi)^3} E_p(a^+_{ec{p}} a^+_{ec{p}}) + b^+_{ec{p}} b^-_{ec{p}}) + const$$
 $[H, a^+_{ec{p}}] = E_p a^+_{ec{p}}; \quad [H, a^-_{ec{p}}] = -E_p a^-_{ec{p}} \quad [H, b^+_{ec{p}}] = E_p b^+_{ec{p}}; \quad [H, b^-_{ec{p}}] = -E_p b^-_{ec{p}}$
 $ec{P} = \int d^3 ec{x} ec{P} = \int rac{d^3 ec{p}}{(2\pi)^3} ec{p} (a^+_{ec{p}} a^-_{ec{p}} + b^+_{ec{p}} b^-_{ec{p}})$
 $Q = \int d^3 ec{x} ec{j}^0 = \int rac{d^3 ec{p}}{(2\pi)^3} (a^+_{ec{p}} a^-_{ec{p}} - b^+_{ec{p}} b^-_{ec{p}})$

2.2.2.1. Состояния

вроде всё то же самое, только 2 типа частиц

$$ec{ec{p}} = \sqrt{2E_p} a^+_{ec{p}} ert 0
angle; \quad \langle ec{p} ert ec{q}
angle = 2E_p (2\pi)^3 \delta^3 (ec{p} - ec{q}) \ \phi(ec{x}) ert 0
angle = \int rac{d^3 ec{p}}{(2\pi)^3} rac{1}{2E_n} e^{-iec{p}ec{x}} ert ec{p}
angle; \quad \langle 0 ert \phi(ec{x}) ert ec{p}
angle = e^{iec{p}ec{x}} \ ec{p}
angle ,$$

$$|ec{x}
angle = \int rac{d^3ec{p}}{(2\pi)^3} rac{1}{\sqrt{2E_p}} e^{-iec{p}ec{x}} |ec{p}
angle;$$
 - (по словам Наумова) его нельзя выразить через $\phi \implies$ (а может \Leftarrow) решением ур-я КГ не

2.2.2.2. Эволюция:

вроле всё то же самое, только 2 типа частин

$$\begin{split} i\frac{\partial\phi}{\partial t} &= [\phi,H] = i\pi^{+}; \quad i\frac{\partial\pi^{+}}{\partial t} = [\pi^{+},H] = -i(-\nabla^{2}+m^{2})\phi; \\ Ha_{\vec{p}} &= a_{\vec{p}}(H-E_{p}) \ \Rightarrow \ H^{n}a_{\vec{p}} = a_{\vec{p}}(H-E_{p})^{n} \\ &\Rightarrow e^{iHt}a_{\vec{p}}e^{-iHt} = a_{\vec{p}}e^{-iE_{p}t}; \quad e^{iHt}a_{\vec{p}}^{+}e^{-iHt} = a_{\vec{p}}^{+}e^{+iE_{p}t} \\ \phi(x) &= \int \frac{d^{3}\vec{p}}{(2\pi)^{3}} \frac{1}{\sqrt{2E_{p}}} (a_{\vec{p}}e^{-ipx} + b_{\vec{p}}^{+}e^{+ipx})|_{p^{0}=E_{p}}; \quad \pi(x) = \frac{\partial\phi^{+}}{\partial t} \\ e^{-i\vec{P}\vec{x}}a_{\vec{p}}e^{+i\vec{P}\vec{x}} = a_{\vec{p}}e^{+i\vec{p}\vec{x}}; \quad e^{-i\vec{P}\vec{x}}a_{\vec{p}}^{+}e^{+i\vec{P}\vec{x}} = a_{\vec{p}}^{+}e^{-i\vec{p}\vec{x}} \\ P &= (H,\vec{P}) \ \Rightarrow \ \phi(x) = e^{iPx}\phi(0)e^{-iPx} \end{split}$$

2.2.2.3. Пропагатор - амплитуда распространения частицы

$$D(y-x):=\langle 0|\phi^+(y)\phi(x)|0
angle =\langle 0|\phi(y)\phi^+(x)|0
angle =\intrac{d^3ec p}{(2\pi)^3}rac{1}{2E_p}e^{-ip(y-x)}$$
 Если $A(x)=\sum_n(a_n\phi^{2n}(x)+b_n\phi^{+2n}(x))$ и $B(y)=\sum_n(a_n\phi^{2n}(y)+b_n\phi^{+2n}(y))$ - операторы измерений в соотв. точках,

и х и у - разнесены пространственно-подобно,

TO
$$B(y)A(x)|\psi\rangle = A(x)B(y)|\psi\rangle \Leftrightarrow [A(x),B(y)] = 0 \Leftrightarrow [\phi^{[+]}(x),\phi^{[+]}(y)] = 0 \text{ or } \{\phi^{[+]}(x),\phi^{[+]}(y)\} = 0$$
 $[\phi(y),\phi(x)] = [\phi^+(y),\phi^+(x)] = 0$

$$[\phi^+(y),\phi(x)] = \langle 0 | [\phi^+(y),\phi(x)] | 0
angle = \int rac{d^3ec p}{(2\pi)^3} rac{e^{-ip(y-x)}-e^{+ip(y-x)}}{2E_p} = egin{cases} \int rac{d^3ec p}{(2\pi)^3} rac{e^{-iec pec r}-e^{+iec pec r}}{2E_p} = 0, & x^0 = y^0 \ \int rac{d^3ec p}{(2\pi)^3} rac{e^{-iE_p t}-e^{+iE_p t}}{2E_p}, & ec x = ec y \end{cases}$$

 $D(y-x) \neq 0$ при пространственно-подобном интервале, т.е. квантовая телепортация остается возможной.

если
$$y^0>x^0$$
 то $[\phi^+(y),\phi(x)]=G_R(y-x)=D(y-x)-D(x-y)$ $\langle 0|T\{\phi^+(y)\phi(x)\}|0
angle=D_F(y-x)=egin{cases} \langle 0|\phi^+(y)\phi(x)|0
angle=D(y-x), & y^0>x^0 \ \langle 0|\phi^+(x)\phi(y)|0
angle=D(x-y), & x^0>y^0 \end{cases}$

2.2.2.4. Теорема Вика

Т упорядочение: слева новые, справа старые

N упорядочение: слева a^+, b^+ , справа a, b, при перестановке знак не меняется.

$$\phi(x) = \phi^a(x) + \phi^{b+}(x); \quad \phi^a(x) = \int \frac{d^3\vec{p}}{(2\pi)^3} \frac{1}{\sqrt{2E_p}} a_{\vec{p}} e^{-ipx}; \quad \phi^{a+}(x) = \int \frac{d^3\vec{p}}{(2\pi)^3} \frac{1}{\sqrt{2E_p}} a_{\vec{p}}^+ e^{+ipx}$$

$$\phi^+(x) = \phi^{a+}(x) + \phi^b(x); \quad \phi^b(x) = \int \frac{d^3\vec{p}}{(2\pi)^3} \frac{1}{\sqrt{2E_p}} b_{\vec{p}}^+ e^{-ipx}; \quad \phi^{b+}(x) = \int \frac{d^3\vec{p}}{(2\pi)^3} \frac{1}{\sqrt{2E_p}} b_{\vec{p}}^+ e^{+ipx}$$
 свертка $\phi(x)\phi^+(y) := \begin{cases} [\phi^a(x), \phi^{a+}(y)] = \langle 0|\phi(x)\phi^+(y)|0\rangle, & x^0 > y^0 \\ . [\phi^b(y), \phi^{b+}(x)] = \langle 0|\phi(y)\phi^+(x)|0\rangle, & y^0 > x^0 \end{cases}$ свертка $\phi^+(x)\phi(y) := \begin{cases} [\phi^b(x), \phi^{b+}(y)] = \langle 0|\phi^+(x)\phi(y)|0\rangle, & x^0 > y^0 \\ . [\phi^a(y), \phi^{a+}(x)] = \langle 0|\phi^+(y)\phi(x)|0\rangle, & y^0 > x^0 \end{cases}$ свёрток $\phi\phi$ или $\phi^+\phi^+$ не бывает свертка $\phi^+(x)\phi(y) = \phi(x)\phi^+(y) = D_F(x-y) = D_F(y-x)$ теорема: $T\{\phi_1 \dots \phi_n\} = N\{\sum_{all\ convs} \phi_1 \dots \phi_n\}$

2.3. Спинорное

2.3.1. Арифметика γ матриц

$$egin{aligned} 1 &= egin{pmatrix} 1 &0 \ 0 &1 \end{pmatrix} &i &= egin{pmatrix} 0 &-1 \ 1 &0 \end{pmatrix} &\cos arphi + i \sin arphi &= egin{pmatrix} \cos arphi &-\sin arphi \ \sin arphi &\cos arphi \end{pmatrix} \ 1 &= egin{pmatrix} 1 &0 \ 0 &1 \end{pmatrix} &\sigma_1 &= egin{pmatrix} 0 &1 \ 1 &0 \end{pmatrix} &\sigma_2 &= egin{pmatrix} 0 &-i \ i &0 \end{pmatrix} &\sigma_3 &= egin{pmatrix} 1 &0 \ 0 &-1 \end{pmatrix} & ext{Tr}\,\sigma_i &= 0 \end{aligned}$$

$$\begin{split} &\sigma^1=? \qquad \sigma^2=? \qquad \sigma^3=? \\ &\sigma_i\sigma_j=i\varepsilon_{ijk}\sigma_k+\delta_{ij}; \quad [\sigma_i\sigma_j]=2i\varepsilon_{ijk}\sigma_k; \quad \{\sigma_i\sigma_j\}=2\delta_{ij}; \quad \sigma_1\sigma_2\sigma_3=1 \\ &(\vec{\sigma}\vec{a})(\vec{\sigma}\vec{b})=(\vec{a}\vec{b})+i(\vec{\sigma}[\vec{a}\times\vec{b}]) \\ &e^{i\vec{a}\vec{\sigma}}=\cos|\vec{a}|+i\frac{\vec{a}\vec{\sigma}}{|\vec{a}|}\sin|\vec{a}| \ \Rightarrow \ \operatorname{Tr}e^{i\vec{a}\vec{\sigma}}=2\cos|\vec{a}| \\ &e^{\vec{a}\vec{\sigma}}=\operatorname{ch}|\vec{a}|+i\frac{\vec{a}\vec{\sigma}}{|\vec{a}|}\sin|\vec{a}| \ \Rightarrow \ \operatorname{Tr}e^{i\vec{a}\vec{\sigma}}=2\operatorname{ch}|\vec{a}| \end{split}$$

Представление Дирака:

$$egin{aligned} \gamma^0 &= eta = egin{pmatrix} 1 & 0 \ 0 & -1 \end{pmatrix} & \vec{\gamma} &= eta ec{lpha} = egin{pmatrix} 0 & ec{\sigma} \ -ec{\sigma} & 0 \end{pmatrix} & \gamma^5 &= egin{pmatrix} 0 & 1 \ 1 & 0 \end{pmatrix} \ eta^2 &= 1; & ec{lpha} eta &= -eta ec{lpha}; & lpha^k lpha^n &= \delta^{kn} \end{aligned}$$

Другие представления:

$$\begin{split} \tilde{\psi} &= V \psi; \quad \tilde{\gamma}^{\mu} = V \gamma^{\mu} V^{+}; \quad V V^{+} = V^{+} V = 1; \qquad \sigma_{\pm}^{\mu} = (1, \pm \vec{\sigma}) \\ \text{Вейля(у Пескина): } V &= \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} / \sqrt{2} \quad \Rightarrow \, \gamma^{\mu} = \begin{pmatrix} 0 & \sigma_{+}^{\mu} \\ \sigma_{-}^{\mu} & 0 \end{pmatrix} \\ \text{Спинорное: } V &= \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} / \sqrt{2} \quad \Rightarrow \, \gamma^{\mu} = \begin{pmatrix} 0 & \sigma_{-}^{\mu} \\ \sigma_{+}^{\mu} & 0 \end{pmatrix} \\ \gamma^{\mu} \gamma^{\nu} + \gamma^{\nu} \gamma^{\mu} = 2 g^{\mu \nu}; \qquad \text{Tr } \gamma^{\mu} = 0 \\ \gamma^{5} &= \gamma_{5} = \frac{i}{4!} \varepsilon_{\mu \nu \sigma \rho} \gamma^{\mu} \gamma^{\nu} \gamma^{\sigma} \gamma^{\rho} = i \varepsilon_{0123} \gamma^{0} \gamma^{1} \gamma^{2} \gamma^{3}; \quad \varepsilon_{0123} = +1 \\ \gamma^{5} \gamma^{\mu} &= -\gamma^{\mu} \gamma^{5}; \qquad \gamma^{5^{2}} = 1 \end{split}$$

$$(\gamma^{lpha})^{+} = \gamma^{0}\gamma^{lpha}\gamma^{0}; \qquad (\gamma^{0}\gamma^{lpha})^{+} = \gamma^{0}\gamma^{lpha}; \qquad (\gamma^{lpha}\gamma^{0})^{+} = \gamma^{lpha}\gamma^{0} \gamma^{2}\gamma^{\mu}\gamma^{0}\gamma^{2} = -(\gamma^{\mu})^{T}; \qquad \operatorname{Tr}(\gamma^{lpha}\gamma^{eta}\gamma^{\mu}\dots) = \operatorname{Tr}(\dots\gamma^{\mu}\gamma^{eta}\gamma^{lpha})$$

$$\begin{split} \gamma^{\mu}\gamma_{\mu} &= 4; \qquad \gamma^{\mu}\gamma^{\nu}R\gamma_{\mu} + \gamma^{\nu}\gamma^{\mu}R\gamma_{\mu} = 2R\gamma^{\nu}; \qquad \gamma^{\mu}\hat{A}R\gamma_{\mu} + \hat{A}\gamma^{\mu}R\gamma_{\mu} = 2R\hat{A}; \\ \gamma^{\mu}\hat{A}\gamma_{\mu} &= -2\hat{A}; \qquad \gamma^{\mu}\hat{A}\hat{B}\gamma_{\mu} = +4A^{\mu}B_{\mu}; \qquad \gamma^{\mu}\hat{A}\hat{B}\hat{C}\gamma_{\mu} = -2\hat{C}\hat{B}\hat{A} \\ \operatorname{Tr}\gamma^{\mu}\gamma^{\nu} &= 4g^{\mu\nu}; \qquad \operatorname{Tr}\gamma^{\mu}\gamma^{\nu}\gamma^{5} = 0; \qquad \operatorname{Tr}\gamma_{\mu_{1}}\dots\gamma_{\mu_{2n+1}} = 0 \\ \operatorname{Tr}\gamma_{\alpha}\gamma_{\beta}\gamma_{\mu}\gamma_{\nu} &= \operatorname{Tr}\gamma_{\nu}\gamma_{\alpha}\gamma_{\beta}\gamma_{\mu} = \operatorname{Tr}(2g_{\nu\alpha} - \gamma_{\alpha}\gamma_{\nu})\gamma_{\beta}\gamma_{\mu} = \dots = 8g_{\alpha\nu}g_{\beta\mu} - 8g_{\beta\nu}g_{\alpha\mu} + 8g_{\mu\nu}g_{\alpha\beta} - \operatorname{Tr}\gamma_{\alpha}\gamma_{\beta}\gamma_{\mu}\gamma_{\nu} \\ \Rightarrow \operatorname{Tr}\gamma_{\alpha}\gamma_{\beta}\gamma_{\mu}\gamma_{\nu} = 4(+g_{\alpha\beta}g_{\mu\nu} + g_{\beta\mu}g_{\nu\alpha} - g_{\alpha\mu}g_{\beta\nu}); \qquad \operatorname{Tr}\gamma_{\mu_{1}}\dots\gamma_{\mu_{2n}} - \operatorname{ahajiofiyho} \end{split}$$

- скаляр (S): 1
- вектор (V): γ_μ
- lacktriangle тензор (Т) (6 шт.): $\sigma_{\mu
 u} = rac{i}{2} [\gamma_{\mu}, \gamma_{
 u}]$
- псевдовектор (A): $\gamma_{\mu}\gamma_{5}$
- псевдоскаляр (Р): γ₅

$$\gamma^{\mu}\gamma^{
u}=g^{\mu
u}-i\sigma^{\mu
u}; \qquad \gamma^{\mu}\gamma^{
u}\gamma^5=g^{\mu
u}\gamma^5-rac{i}{2}arepsilon^{\mu
ulphaeta}\gamma_{lpha}\gamma_{eta}$$
 ${
m Tr}\,\gamma_{lpha}\gamma_{eta}\gamma_{\mu}\gamma_{
u}\gamma_5=-i4arepsilon_{lphaeta\mu
u}$

Преобразование Фирца

$$(ar{a}{O_i}^{lpha}b)(ar{c}{O_i}_{lpha}d) = \sum_{j\in \{S,V,T,A,P\}} C_{i,j}(ar{a}{O_j}^{lpha}d)(ar{c}{O_j}_{lpha}b); \quad i\in \{S,V,T,A,P\}$$

C	S	V	T	A	P
S	1/4	1/4	1/8	-1/4	1/4
V	1	-1/2	0	-1/2	-1
T	3	0	-1/2	0	3
A	-1	-1/2	0	-1/2	1
P	1/4	-1/4	1/8	1/4	1/4

2.3.2. Преобразования Лоренца

$$\psi
ightarrow L\psi; \hspace{0.5cm} ar{\psi}=\psi^+\gamma^0
ightarrow\psi^+L^+\gamma^0=\psi^+\gamma^0L^{-1}=ar{\psi}L^{-1}; \hspace{0.5cm} L^{-1}\gamma^\mu L=\Lambda^\mu_
u\gamma^
u; \ L=exp(-rac{i}{2}\omega_{\mu
u}S^{\mu
u}); \hspace{0.5cm} S^{\mu
u}=rac{i}{4}[\gamma^\mu,\gamma^
u]$$

где $\omega_{\mu\nu}$ - антисимметричный тензор, задающий бесконечно малые(?) углы.

Например при $\omega_{12} = -\omega_{21} = \theta$ будет поворот, а при $\omega_{01} = -\omega_{10} = \eta$ будет буст.

Пескин в разделе 3.1. и 3.2 подробнее рассказывает как с этим связаны алгебры Ли.

[показать]

2.3.3. Классическое

$$\begin{split} \mathcal{L} &= \bar{\psi}(i\partial\!\!\!/ - m)\psi \\ \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \partial_{\mu} \psi} &= \bar{\psi} i \gamma^{\mu}; \qquad \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \partial_{\mu} \bar{\psi}} = 0; \qquad \pi = \bar{\psi} i \gamma^{0} = i \psi^{+} \\ \mathcal{H} &= \bar{\psi}(i\vec{\gamma}\vec{\nabla} + m)\psi, \text{ но у Пескина в 3.5 } \mathcal{H} = \bar{\psi}(-i\vec{\gamma}\vec{\nabla} + m)\psi \\ \vec{\mathcal{P}} &= i \psi^{+} \vec{\nabla} \psi, \text{ но у Пескина в 3.5 } \vec{\mathcal{P}} = -i \psi^{+} \vec{\nabla} \psi \\ \psi &\to e^{i\alpha} \psi \ \Rightarrow \ j^{\mu} = \bar{\psi} \gamma^{\mu} \psi; \qquad j^{0} = \psi^{+} \psi; \qquad \vec{j} = \psi^{+} \vec{\alpha} \psi \\ \mathcal{L} &= \bar{\psi} i \partial\!\!\!/ \psi: \qquad \psi \to e^{i\alpha\gamma^{5}} \psi \ \Rightarrow \ j^{\mu} = \bar{\psi} \gamma^{\mu} \gamma^{5} \psi; \end{split}$$

2.3.4. Уравнение Дирака

$$egin{aligned} (i\partial\!\!\!/-m)\psi &= 0 \ \psi(x) &= e^{-ipx}u(p); \qquad p^2 &= m^2 \end{aligned}$$

дальше ищем собственные векторы алгебраического уравнения

$$(\not\!p-m)u=0, \qquad E_p>0$$
 $u_r(ec p)=egin{pmatrix} \sqrt{E_p+m} \ r\sqrt{E_p-m} \end{pmatrix}\otimes \chi_r$ - в представлении Дирака $u_r^+u_s=2E_p\delta_{rs}; \qquad ar u_ru_s=2m\delta_{rs}; \qquad \sum_r u_r\otimes ar u_r=\not\!p+m$ $(\not\!p+m)v=0, \qquad E_p<0 \Rightarrow p o -p$ $v_r(ec p)=egin{pmatrix} r\sqrt{E_p-m} \ \sqrt{E_p+m} \end{pmatrix}\otimes \eta_r$ - в представлении Дирака $v_r^+v_s=2E_p\delta_{rs}; \qquad ar v_rv_s=-2m\delta_{rs}; \qquad \sum_r v_r\otimes ar v_r=\not\!p-m$ $\dfrac{ec p\sigma}{|ec p|}\chi_r=r\chi_r; \qquad \dfrac{ec p\sigma}{|ec p|}\eta_r=r\eta_r; \qquad \sum_s\chi_s\otimes \chi_s^+=1$

r=+1 - вдоль импульса, r=-1 - против - спиральность

но можно(?) выбрать и другой базис поляризаций, если решать в представлении Вейля

итого:

$$\psi(x) = \int rac{d^3ec{p}}{(2\pi)^3} rac{1}{\sqrt{2E_p}} \sum_r (a_r(ec{p}) u_r(ec{p}) e^{-ipx} + b_r^*(ec{p}) v_r(ec{p}) e^{+ipx})$$

2.3.5. функция Грина

$$egin{aligned} (i\partial\!\!\!/-m)\psi_0(x) &= 0 \ (i\partial\!\!\!/-m)G(x) &= +i\delta^4(x) \ (i\partial\!\!\!/-m)\psi(x) &= j(x) \ \psi(x) &= \psi_0(x) - i\int d^4y G(x-y)j(y) \ G(p) &= rac{i}{p\!\!\!/-1} &= rac{i(p\!\!\!/+m)}{p^2-m^2} \ G(x) &= \int rac{d^4p}{(2\pi)^4} rac{i(p\!\!\!/+m)}{p^2-m^2} e^{-ipx} &= (i\partial\!\!\!/+m)\int rac{d^4p}{(2\pi)^4} rac{i}{p^2-m^2} e^{-ipx} \end{aligned}$$

$$egin{aligned} G_R(x) &= egin{cases} 0, & x_0 < 0 \ (i\partial\!\!\!/ - m)(D(x) - D(-x)), & x_0 > 0 \end{cases} \ G_A(x) &= egin{cases} (i\partial\!\!\!/ - m)(D(x) - D(-x)), & x_0 < 0 \ 0, & x_0 > 0 \end{cases} \ S_F(x) &= G_F(x) = \int rac{d^4p}{(2\pi)^4} rac{i(p\!\!\!/ + m)}{p^2 - m^2 + i\epsilon} e^{-ipx} = (i\partial\!\!\!/ - m)D_F(x) = (i\partial\!\!\!/ - m) iggl\{ D(x), & x_0 < 0 \ D(-x), & x_0 > 0 \ \end{pmatrix} \ S_F(p) &= rac{i(p\!\!\!/ + m)}{p^2 - m^2 + i\epsilon}; & S_F(x) = S_F(-x) \end{aligned}$$

2.3.6. Квантуем

под произведением операторов у понимаем тензорное произведение

$$\{\psi(\vec{x}), \pi(\vec{y})\} = i\delta^3(\vec{x} - \vec{y}) \Rightarrow \{\psi(\vec{x}), \psi^+(\vec{y})\} = \delta^3(\vec{x} - \vec{y})$$

$$\{a^r_{\vec{p}}, a^{s+}_{\vec{q}}\} = \{b^r_{\vec{p}}, b^{s+}_{\vec{q}}\} = (2\pi)^3 \delta^3(\vec{p} - \vec{q})\delta^{rs}$$
 остальные АНТИкоммутаторы =0
$$\psi(x) = \int \frac{d^3\vec{p}}{(2\pi)^3} \frac{1}{\sqrt{2E_p}} \sum_r (a^r_{\vec{p}} u^r(\vec{p}) e^{-ipx} + b^{r+}_{\vec{p}} v^r(\vec{p}) e^{+ipx})$$

$$\bar{\psi}(x) = \int \frac{d^3\vec{p}}{(2\pi)^3} \frac{1}{\sqrt{2E_p}} \sum_r (b^r_{\vec{p}} \bar{v}^r(\vec{p}) e^{-ipx} + a^{r+}_{\vec{p}} \bar{u}^r(\vec{p}) e^{+ipx})$$

$$H = \int \frac{d^3\vec{p}}{(2\pi)^3} E_p \sum_s (a^{s+}_{\vec{p}} a^s_{\vec{p}} + b^{s+}_{\vec{p}} b^s_{\vec{p}})$$

$$\vec{P} = \int \frac{d^3\vec{p}}{(2\pi)^3} \vec{p} \sum_s (a^{s+}_{\vec{p}} a^s_{\vec{p}} + b^{s+}_{\vec{p}} b^s_{\vec{p}})$$

$$Q = \int \frac{d^3\vec{p}}{(2\pi)^3} \sum_s (a^{s+}_{\vec{p}} a^s_{\vec{p}} - b^{s+}_{\vec{p}} b^s_{\vec{p}})$$

2.3.6.1. Состояния

$$ertec{p},s
angle = \sqrt{2E_p}a_{ec{p}}^{s+}ert0
angle; \quad \langle ec{p},rertec{q},s
angle = 2E_p(2\pi)^3\delta^3(ec{p}-ec{q})\delta^{rs}$$

2.3.6.2. Пропагатор

$$egin{align*} \langle 0 | \psi(x) ar{\psi}(y) | 0
angle &= \langle 0 | ar{\psi}(x) \psi(y) | 0
angle &= (i oldsymbol{\partial}_x + m) D(x - y) \ \langle 0 | ar{\psi}(y) \psi(x) | 0
angle &= \langle 0 | \psi(y) ar{\psi}(x) | 0
angle &= -(i oldsymbol{\partial}_x + m) D(y - x) \ \{ \psi(x) ar{\psi}(y) \} &= \langle 0 | \{ \psi(x) ar{\psi}(y) \} | 0
angle &= (i oldsymbol{\partial}_x + m) \int rac{d^3 ar{p}}{(2\pi)^3} rac{e^{-ip (y - x)} - e^{+ip (y - x)}}{2E_p} = 0 \ &= (i oldsymbol{\partial}_x + m) \left\{ \int rac{d^3 ar{p}}{(2\pi)^3} rac{e^{-i ar{p} ar{r}} - e^{+i ar{p} ar{r}}}{2E_p} = 0, \quad x^0 = y^0 \ &\int rac{d^3 ar{p}}{(2\pi)^3} rac{e^{-i E_p t} - e^{+i E_p t}}{2E_p}, \qquad ec{x} = ec{y} \ & \langle 0 | T \{ \psi(x) ar{\psi}(y) \} | 0
angle &= S_F(x - y) = (i oldsymbol{\partial}_x + m) D_F(x - y) = \left\{ egin{array}{c} \langle 0 | \psi(x) ar{\psi}(y) | 0
angle, & x^0 > y^0 \ -\langle 0 | ar{\psi}(y) \psi(x) | 0
angle, & y^0 > x^0 \end{array}
ight.$$

2.3.6.3. теорема Вика

Т упорядочение: слева новые, справа старые, при перестановке знак меняется.

N упорядочение: слева a^+, b^+ , справа a, b, при перестановке знак меняется.

$$\psi(x) = \psi^a(x) + \psi^{b+}(x) = \psi^{(+)}(x) + \psi^{(-)}(x); \quad \bar{\psi}(x) = \psi^{a+}(x) + \psi^b(x) = \bar{\psi}^{(-)}(x) + \bar{\psi}^{(+)}(x)$$

$$\psi^a(x) = \psi^{(+)}(x) = \int \frac{d^3\vec{p}}{(2\pi)^3} \frac{1}{\sqrt{2E_p}} \sum_r a_{\vec{p}} u^r(\vec{p}) e^{-ipx}; \quad \psi^{a+}(x) = \bar{\psi}^{(-)}(x) = \int \frac{d^3\vec{p}}{(2\pi)^3} \frac{1}{\sqrt{2E_p}} \sum_r a_{\vec{p}}^{r+} \bar{u}^r(\vec{p}) e^{+ipx}$$

$$\psi^b(x) = \bar{\psi}^{(+)}(x) = \int \frac{d^3\vec{p}}{(2\pi)^3} \frac{1}{\sqrt{2E_p}} \sum_r b_{\vec{p}}^r \bar{v}^r(\vec{p}) e^{-ipx}; \quad \psi^{b+}(x) = \psi^{(-)}(x) = \int \frac{d^3\vec{p}}{(2\pi)^3} \frac{1}{\sqrt{2E_p}} \sum_r b_{\vec{p}}^{r+} v^r(\vec{p}) e^{+ipx}$$

$$\text{CBEDTKA} \ \psi(x)\bar{\psi}(y) := \begin{cases} \{\psi^a(x), \psi^{a+}(y)\} = \langle 0|\psi(x)\bar{\psi}(y)|0\rangle, & x^0 > y^0 \\ \{\psi^b(x), \psi^{b+}(x)\} = \langle 0|\psi(x)\bar{\psi}(x)|\bar{\psi}(x)\rangle, & x^0 > y^0 \end{cases}$$

свертка $\psi(x)ar{\psi}(y):=egin{cases} \{\psi^a(x),\psi^{a+}(y)\}=\langle 0|\psi(x)ar{\psi}(y)|0\rangle, & x^0>y^0 \ -\{\psi^b(y),\psi^{b+}(x)\}=-\langle 0|\psi(y)ar{\psi}(x)|0\rangle, & y^0>x^0 \end{cases}$ свертка $ar{\psi}(x)\psi(y):=egin{cases} \{\psi^b(x),\psi^{b+}(y)\}=\langle 0|ar{\psi}(x)\psi(y)|0\rangle, & x^0>y^0 \ -\{\psi^a(y),\psi^{a+}(x)\}=\langle 0|ar{\psi}(y)\psi(x)|0\rangle, & y^0>x^0 \end{cases}$ свёрток $\psi\psi$ или $ar{\psi}ar{\psi}$ не бывает

свертка
$$ar{\psi}(x)\psi(y)=\psi(x)ar{\psi}(y)=S_F(x-y)=S_F(y-x)$$
 теорема: $T\{\psi_1\dots\psi_n\}=N\{\sum_{all\ convs}\psi_1\dots\psi_n\}$ причем свертка 13 $N(\psi_1\psi_2ar{\psi}_3ar{\psi}_4)=-S_F(x_1-x_3)N(\psi_2ar{\psi}_4)$

2.4. Электромагнитное

2.5. Векторное массивное

1. todo

2+ Итого пропагаторы и матрицы плотности

2.1+ Скалярное действительное

$$D_F(p) = rac{i}{p^2 - m^2 + i\epsilon}; \qquad D_F(x) = D_F(-x)$$

2.2+ Скалярное комплексное

$$D_F(p) = rac{i}{p^2 - m^2 + i\epsilon}; \qquad D_F(x) = D_F(-x)$$

2.3+ Спинорное

$$egin{align} S_F(p) &= rac{i(p\!\!\!/+m)}{p^2-m^2+i\epsilon} = (i\partial\!\!\!/_x\!\!\!/+m)D_F(x-y); \qquad S_F(x) = S_F(-x) \ &\sum_r u_r \otimes ar u_r = p\!\!\!\!/+m \ &\sum_r v_r \otimes ar v_r = p\!\!\!\!/-m \ &u(p,s) \otimes ar u(p,s) = rac12 (\hat p + m)(1+\gamma_5 \hat S) ext{ //...} \ \end{array}$$

2.4+ Электромагнитное

$$D_F(p)=rac{-ig_{\mu
u}}{p^2+i\epsilon}$$
 // Калибровки... $\sum_{\lambda}arepsilon_{\mu}^*arepsilon_{
u}=-g_{\mu
u}$

2.5+ Векторное массивное

4. Взаимодействия и правила Фейнмана

4.1. K-
$$\Gamma - \frac{\lambda}{4!}\phi^4$$

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2}(\partial_{\mu}\phi)^2 - \frac{1}{2}m^2\phi^2 - \frac{\lambda}{4!}\phi^4$$

$$(\partial^2 + m^2)\phi = \frac{\lambda}{3!}\phi^3$$

$$H = H_0 + V = H_0 + \frac{\lambda}{4!}\int d^3\vec{x}\phi(\vec{x})\phi(\vec{x})\phi(\vec{x})\phi(\vec{x})$$

Корреляционная функция (Пескин 4.4)

$$\langle 0|N\{\sum_{all\ convs}\phi(x)\phi(y)exp(-irac{\lambda}{4!}\int d^4z\phi(z)\phi(z)\phi(z)\phi(z))\}|0
angle=$$

	координатное	импульсное	
вершины	$(-i\lambda)\int d^4x$	(-iλ) + 3CИ	
внешние точки	1	e^{-ipx}	
свертки	$D_F(x-y)$	$D_F(p)$	
		$\int rac{d^4p}{(2\pi)^4}$ по каждому импульсу	

и разделить на порядок симметрии диаграммы

все вакуумные поддиаграммы из всех вкладов можно вынести как один фазовый множитель

Матричный элемент (Пескин 4.6)

$$\langle ec{p}_1 \dots ec{p}_n | iT | ec{p}_A ec{p}_B
angle = i\mathcal{M}(2\pi)^4 \delta^4(p_1 + \dots + p_n - p_A - p_B) = = A_0 \langle ec{p}_1 \dots ec{p}_n | N \{ \sum_{all\ convs} exp(-irac{\lambda}{4!} \int d^4z \phi(z) \phi(z) \phi(z) \phi(z)) \} | ec{p}_A ec{p}_B
angle_0$$
 - связный, ампутированный

А=1, если нет петель

все вакуумные поддиаграммы из всех вкладов можно вынести как один фазовый множитель ампутированные части - эволюция внешних состояний

несвязные - вклад в 1 в S - когда начальное и конечное состояния тождественны (? - а частично несвязные)

свертка
$$\phi(x)|ec{p}
angle=e^{-ipx}$$

	$\Psi(\omega) P $		
свертка	$\langle ec{p} \phi(x)$	=	e^{+ipx}

	координатное $ ightarrow \langle . iT . angle$	импульсное $ ightarrow i\mathcal{M}$
вершины	$(-i\lambda)\int d^4x$	$(-i\lambda)$ + 3СИ
внешние линии	e^{-ipx}	1
свертки	$D_F(x-y)$	$D_F(p)$
		$\int rac{d^4p}{(2\pi)^4}$ по каждому незафиксированному импульсу

и разделить на порядок симметрии диаграммы

Пескин обещает строго вывести через корреляционную функцию в 7.3. - оптическая теорема

4.4. скалярная электродинамика: К- $\Gamma + rac{1}{2} e^2 A^2 |\phi|^2$

$$\mathcal{L} = rac{1}{2} |D_{\mu} \phi|^2 - rac{1}{2} m^2 |\phi|^2 = rac{1}{2} |\partial_{\mu} \phi|^2 - rac{1}{2} m^2 |\phi|^2 + rac{1}{2} e^2 A^2 |\phi|^2$$

4.2. теория Юкавы: Дирак + К-Г $-gar{\psi}\psi\phi$

$$\mathcal{L} = ar{\psi}(i\partial\!\!\!/ - m)\psi + rac{1}{2}(\partial_{\mu}\phi)^2 - rac{1}{2}m^2\phi^2 - gar{\psi}\psi\phi$$

т.к. гамильтониан взаимодействия всегда содержит чётное число спиноров, то знак минус в определении Т упорядочения для фермионов не нарушает корректность вычислений

4.3. КЭД: Дирак + Максвелл $-ear{\psi}\gamma^{\mu}\psi A_{\mu}$

$$\mathcal{L}=ar{\psi}(i\partial\!\!\!/-m)\psi-rac{1}{4}(F_{\mu
u})^2-ear{\psi}\gamma^\mu\psi A_\mu=ar{\psi}(iD\!\!\!/-m)\psi-rac{1}{4}(F_{\mu
u})^2 \ D_\mu:=\partial_\mu+ieA_\mu(x)$$

Глобальные калибровочные преобразования, сохраняющие лагранжиан:

$$egin{aligned} \psi(x) &
ightarrow e^{ilpha(x)} \psi(x); \qquad A_{\mu}
ightarrow A_{\mu} - rac{1}{e} \partial_{\mu} lpha(x) \ (i\hat{D} - m) \psi &= 0 \ \partial_{\mu} F^{\mu
u} &= e ar{\psi} \gamma^{
u} \psi = e j^{
u} \end{aligned}$$

$$\mathcal{H}(x)=ear{\psi}(x)\gamma^{\mu}\psi(x)A_{\mu}(x) \ -ie\gamma^{\mu}$$
 - вершина $lpha=e^2/4\pi=1/137$

эффект Комптона

Источник — «https://ru.wikipedia.org/w/index.php?title=Участник:FeelUs/КТП&oldid=85012503»

- Последнее изменение этой страницы: 14:48, 23 апреля 2017.
- Текст доступен по лицензии Creative Commons Attribution-ShareAlike; в отдельных случаях могут действовать дополнительные условия.

Wikipedia® — зарегистрированный товарный знак некоммерческой организации Wikimedia Foundation, Inc.