

Mechatronische Netzwerke

Beschleunigungssensor

Bestimmung der Wandlerparameter (Leitwertsmatrix Y)

Gyrator in Leitwertsform (Y-Matrix)

$$\begin{bmatrix} I_{X1} \\ I_{X2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_{11} & Y_{12} \\ Y_{21} & Y_{22} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} Y_1 \\ Y_2 \end{bmatrix}$$

reziproker Wandler

$$Y_{12} = Y_{21}$$

elektromechanisches System

Gyrator in Leitwertsform (Y-Matrix)

$$\begin{bmatrix} I \\ F \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_{11} & Y_{12} \\ Y_{21} & Y_{22} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} U \\ v \end{bmatrix}$$

Betrieb im elektrischen Leerlauf ($I=0$)

$$Y_{11} \cdot U = -Y_{12} \cdot v$$

Schwinggeschwindigkeit

$$v = \frac{-Y_{11}}{Y_{12}} \cdot U$$

Wandlergleichung II

$$F = Y_{21} \cdot U + Y_{22} \cdot v$$

$$F = U \cdot \left(Y_{21} - Y_{22} \cdot \frac{Y_{11}}{Y_{12}} \right)$$

Trägheitskraft des Sensors

$$F = m_S \cdot a = U \cdot \left(Y_{21} - Y_{22} \cdot \frac{Y_{11}}{Y_{12}} \right)$$

Spannungsempfindlichkeit
des Sensors

$$B_{Ua} = \frac{U}{a}$$

$$\frac{m_S}{B_{Ua}} = \frac{Y_{12} \cdot Y_{21} - Y_{22} \cdot Y_{11}}{Y_{12}}$$

reziproker Wandler

$$Y_{12} = Y_{21} = Y$$

$$\frac{m_S}{B_{Ua}} = \frac{Y^2 - Y_{22} \cdot Y_{11}}{Y}$$

quadratische Gleichung

$$Y^2 - Y \cdot \frac{m_S}{B_{Ua}} - Y_{22} \cdot Y_{11} = 0$$

**Wandlerparameter ($Y_{12} = Y_{21} = Y$)**

$$Y = \frac{m_S}{2 \cdot B_{Ua}} + \sqrt{\left(\frac{m_S}{2 \cdot B_{Ua}}\right)^2 + Y_{22} \cdot Y_{11}}$$

Wandlerparameter Y_{11} und Y_{22}

elektrische Impedanz

$$Z_{el} = \frac{1}{1i \cdot \omega \cdot C_{el}} = \frac{1}{Y_{el}}$$

Leitwertparameter Y_{22}

$$Y_{22} = C_{el}$$

mechanische Nachgiebigkeit

$$n = \frac{1}{c_m} = L_m$$

mechanische Impedanz

$$Z_m = 1i \cdot \omega \cdot L_m = \frac{1}{Y_m}$$

Leitwertparameter Y_{11}

$$Y_{11} = \frac{1}{L_m}$$

Achtung !

Dieser Parameter beinhaltet noch keine Rückwirkung durch die elektrische Kapazität.

Rückwirkungskorrektur

Transformation der elektrischen Kapazität auf mechanische Seite

$$L_{mT} = \frac{1}{Y_{21} \cdot Y_{12}} \cdot C_{el}$$

Summeninduktivität (mechanisch)

$$\frac{1}{L_{mS}} = \frac{1}{L_{mT}} + \frac{1}{L_m} = c_{mS}$$

notwendige mechanische Induktivität

$$L_m = \frac{L_{mT}}{c_{mS} \cdot L_{mT} - 1}$$

Leitwertparameter Y_{11}

$$Y_{11} = \frac{1}{L_m}$$

$$Y_{11} = \frac{c_{mS} \cdot L_{mT} - 1}{L_{mT}}$$

$$Y_{11} = \frac{c_{mS} \cdot \frac{1}{Y_{21} \cdot Y_{12}} \cdot C_{el} - 1}{\frac{1}{Y_{21} \cdot Y_{12}} \cdot C_{el}}$$

Leitwertparameter Y_{11}

$$Y_{11} = c_{mS} - \frac{Y_{12} \cdot Y_{21}}{C_{el}} = c_{mS} - \frac{Y^2}{C_{el}}$$

Wandlerparameter

$$Y = \frac{m_S}{2 \cdot B_{Ua}} + \sqrt{\left(\frac{m_S}{2 \cdot B_{Ua}}\right)^2 + Y_{22} \cdot Y_{11}}$$

$$Y = \frac{m_S}{2 \cdot B_{Ua}} + \sqrt{\left(\frac{m_S}{2 \cdot B_{Ua}}\right)^2 + Y_{22} \cdot \left(c_{mS} - \frac{Y^2}{C_{el}}\right)}$$

$$Y = \frac{C_{el}}{2 \cdot (C_{el} + Y_{22})} \cdot \left(\sqrt{\frac{m_S^2}{B_{Ua}^2} + 4 \cdot c_{mS} \cdot Y_{22} \cdot \left(1 + \frac{Y_{22}}{C_{el}}\right)} + \frac{m_S}{B_{Ua}} \right)$$

Resonanzfrequenz Sensor

$$\omega_0^2 = \frac{c_{mS}}{m_S}$$

Summensteifigkeit

$$c_{mS} = \omega_0^2 \cdot m_S$$

$$Y = \frac{C_{el}}{2 \cdot (C_{el} + Y_{22})} \cdot \left(\sqrt{\frac{m_S^2}{B_{Ua}^2} + 4 \cdot \omega_0^2 \cdot m_S \cdot Y_{22} \cdot \left(1 + \frac{Y_{22}}{C_{el}}\right)} + \frac{m_S}{B_{Ua}} \right)$$

Ergebnisse (Wandlerparameter)**Wandlerparameter**

$$Y_{12} = Y_{21} = \frac{1}{4} \cdot \left(\sqrt{\frac{m_S^2}{B_{Ua}^2} + 8 \cdot \omega_0^2 \cdot m_S \cdot C_{el}} + \frac{m_S}{B_{Ua}} \right)$$

$$Y_{11} = \omega_0^2 \cdot m_S - \frac{\left(m_S + B_{Ua} \cdot \sqrt{\frac{m_S^2}{B_{Ua}^2} + 8 \cdot \omega_0^2 \cdot m_S \cdot C_{el}} \right)^2}{16 \cdot B_{Ua}^2 \cdot C_{el}}$$

$$Y_{22} = C_{el}$$