7.7. ЗАДАНИЕ 5 ДЕЛЕНИЕ ЧИСЕЛ С ФИКСИРОВАННОЙ ЗАПЯТОЙ

- **1.** Выполнить операцию деления заданных целых чисел A и B со всеми комбинациями знаков, используя метод деления в дополнительных кодах. Для представления делимого (A) использовать 16 двоичных разрядов (один знаковый и 15 цифровых), для представления делителя (B) 8 разрядов (один знаковый и 7 цифровых). Остаток от деления и частное представляются в той же разрядной сетке, что и делитель.
- 2. Результаты операции представить в десятичной системе счисления и проверить их правильность.

Варианты задания приведены в табл. 5 Приложения 1.

Пример 1. Деление с ненулевым остатком.

$$A = 139$$
, $B = 13$.

Для иллюстрации метода используется укороченная по сравнению с заданием разрядная сетка: для делимого 10 разрядов (один знаковый и 9 — цифровых), для делителя, остатка и частного — 5 разрядов (один знаковый и 4 — цифровых).

Представление операндов с разными знаками в разрядной сетке:

$$[+A]_{\text{пр}} = 0.010001011;$$
 $[-A]_{\text{доп}} = 1.101110101;$ $[+B]_{\text{пр}} = 0.1101;$ $[-B]_{\text{доп}} = 1.0011.$

а) Делимое положительное (A > 0), делитель отрицательный (B < 0):

№ шага	Операнды и дей- ствия	Делимое и остаток (старшие разряды)	Делимое и остаток (младшие разряды), частное	Пояснения
1	2	3	4	5
0	$[A]_{\pi p}$	00100	01011	Делимое
1	$[B]_{ ext{don}}$	11111	10011	Сложение с делителем, выровненным
	R_1'	00011	11110	по младшим разрядам
	$ar{R}_1'$	00111		Сдвиг остатка влево
	$[B]_{ extsf{доп}} \ R_1$	10011 11010	1110 0	Сложение с делителем, выровненным по старшим разрядам Знак первого остатка не совпадает со
		1 1 0 1 0 Зн <i>R</i> 1=Зн <i>В</i>	1110 1	знаком делимого-деление корректно Формирование знака частного

1	2	3	4	5
2	$\dot{\overline{R}}_1$	_10101	1 1 0 1 0	Сдвиг остатка влево
	$[-B]_{\pi p}$	01101		Вычитание делителя
	R_2	00010	1 1 0 1 0	Формирование цифры частного
		 Зн <i>R</i> ₂≠Зн <i>В</i>		
3	\overline{R}_2	+ 00101	10 100	Сдвиг остатка влево
	$[B]_{ m доп}$	10011		Сложение с делителем
	R_3	11000	10 10 1	Формирование цифры частного
		Вн <i>R</i> ₃ =Зн <i>B</i>		
4	$\dot{\bar{R}}_3$	+10001	0 1 0 1 0	Сдвиг остатка влево
	[-B] _{πp}	01101		Вычитание делителя
	R_4	1 1 1 1 0 ☐3 _H R ₄ =3 _H B	0 1 0 1 1	Формирование цифры частного
5	$\dot{\bar{R}}_{4}$	+ 11100	10110	Сдвиг остатка влево
	$[-B]_{\pi p}$	01101		Вычитание делителя
	R_5	0,1001	10110	Формирование цифры частного
		Зн <i>R₅</i> ≠Зн <i>В</i>		

В результате выполнения операции получено отрицательное частное $[C]_{\partial on} = (1.0110)_2$, $[C]_{np} = (1.1010)_2 = (-10)_{10}$ и положительный остаток $[R]_{np} = (0.1001)_2 = (+9)_{10}$, которые соответствуют истинным значениям: $(-10) \times (-13) + 9 = 139$.

б) Делимое отрицательное (A < 0), делитель положительный (B > 0):

1	2	3	4	5
0	$[A]_{ m доп}$	11011	10101	Делимое
1	$[B]_{\mathrm{np}}$ R_1'	00000 11100	$\frac{0\ 1\ 1\ 0\ 1}{0\ 0\ 0\ 1\ 0}$	Сложение с делителем, выровненным по младшим разрядам
	$ar{R}_1'$	11000	0 0 1 0 0	Сдвиг остатка влево Сложение с делителем, выровненным
	$[B]_{\mathrm{np}} \ R_I$	$\frac{01101}{00101}$		по старшим разрядам Знак первого остатка не совпадает со
	-	0 0 1 0 1 3HR ₁ =3HB	0 0 1 0 1	знаком делимого—деление корректно Формирование знака частного
2	$\dot{ar{R}}_1$	+01010	0 1 0 1 0	Сдвиг остатка влево
	$[-B]_{ extsf{доп}}$ R_2	10011 11101	0 1 0 1 0	Вычитание делителя
		Зн <i>R</i> ₂≠Зн <i>В</i>		Формирование цифры частного

3	$ar{R}_2$	+11010	10 100	Сдвиг остатка влево
	$[B]_{\pi p}$	01101	10 10]	Сложение с делителем
	R_3	00111	10 10 1	Формирование цифры частного
		Зн <i>R</i> ₃ =Зн <i>B</i>		
4	\bar{R}_3	+01111	0 1 0 1 0	Сдвиг остатка влево
	$[-B]_{ m доп}$	10011	<u>_</u>	Вычитание делителя
	R_4	00000	0 1 0 1 1	Формирование цифры частного
		Зн <i>R</i> ₄ =Зн <i>B</i>		
5	$ar{R}_4$	+00100	10110	Сдвиг остатка влево
	$[-B]_{ extsf{ iny B}}$	1 <u>0011</u>	10110	Вычитание делителя
	R_5	10111	10110	Формирование цифры частного
		Зн <i>R₅</i> ≠Зн <i>В</i>		

В результате выполнения операции получено отрицательное частное $[C]_{\partial on} = (1.0110)_2$, $[C]_{np} = (1.1010)_2 = (-10)_{10}$ и отрицательный остаток $[R]_{\partial on} = (1.0111)_2$, $[R]_{np} = (1.1001)_2 = (-9)_{10}$, которые соответствуют истинным значениям: $(-10) \times 13 + (-9) = -139$.

в) Оба операнда отрицательные (A < 0, B < 0):

1	2	3	4	5
0	$[A]_{\partial on}$	11011	10101	Делимое
1	$[\overleftarrow{A}]_{\partial on}$	+10111	0 1 0 1 0	Сдвиг делимого влево
	$[-B]_{\pi p}$	01101		Вычитание делителя
	R_1	00100		Знак первого остатка не совпадает со
		00100	0 1 0 1 0	знаком делимого-деление корректно
		Зн <i>R</i> ₁≠Зн <i>В</i>		Формирование знака частного
2	$\dot{\bar{R}}_{\scriptscriptstyle 1}$	0.1.0.0.0	101100	C
	R_1	+01000	101 00	Сдвиг остатка влево
	$[B]_{ m доп}$	<u>10011</u>		Сложение с делителем
	R_2	11011	101 01	Формирование цифры частного
		Зн <i>R</i> ₂ =Зн <i>B</i>	<u></u>	
3	\overline{R}_2	+ 10111	01 010	Сдвиг остатка влево
	$[-B]_{\pi p}$	01101		Вычитание делителя
	R_3	00100	01 01 0	Формирование цифры частного
		Зн <i>R</i> ₃≠Зн <i>B</i>	_	

4	\bar{R}_3	+ 01000	1 0 1 0 0	Сдвиг остатка влево
	$[B]_{ m доп}$	10011		Сложение с делителем
	R_4	⊔11 0 1 1 Зн <i>R</i> 4=Зн <i>В</i>	1 0 1 0 1	Формирование цифры частного
5	$\dot{ar{R}}_4$	+ 10111	01010	Сдвиг остатка влево
	$[-B]_{\pi p}$ R_5	<u>01101</u> L0 0100	01010	Вычитание делителя
	Λ5	3HR5≠3HB		Формирование цифры частного
6	$[B]_{ extsf{J}}$ on	10011		Коррекция остатка: сложение с дели-
	R_6	10111	01010	телем Результат

В результате выполнения операции получено положительное частное

$$[C]_{\it np} = (0.1010)_2 = (+10)_{10}$$
 и отрицательный остаток

$$[R]_{\partial on} = (1.0111)_2,$$

$$[\mathbf{R}]_{np} = (1.1001)_2 = (-9)_{10}$$
, которые соответ-

ствуют истинным значениям: $10 \times (-13) - 9 = -139$.

Пример 2. Деление с нулевым остатком.

$$A = 72, \quad B = 6.$$

Представление операндов в разрядной сетке.

$$[+A]_{\text{np}} = 0.001001000;$$

$$[-A]_{\text{доп}} = 1.110111000;$$

$$[+\boldsymbol{B}]_{\text{inp}} = 0.0110;$$

$$[-B]_{\text{доп}} = 1.1010.$$

а) Делимое отрицательное (A < 0), делитель положительный (B > 0):

1	2	3	4	5
0	$[A]_{ m доп}$	11101	11000	Делимое
1	$[B]_{\pi p}$	00000	00110	Сложение с делителем, выровненным
	R_1'	11101	11110	по младшим разрядам
	1	11011	11100	Сдвиг остатка влево
	$ar R_1'$ $[B]_{\pi m p}$	+ 00110	·	Сложение с делителем, выровненным по старшим разрядам
	R_1	00001	_	Знак первого остатка не совпадает со
		00001	$1 \ 1 \ 1 \ 0 \ \ 1$	знаком делимого-деление корректно
		3 н R_1 = 3 н B		Формирование знака частного
2	$ar{R}_1$	+00011	110 10	Сдвиг остатка влево
	$[-B]_{ m ДОП}$	<u>11010</u>		Вычитание делителя
	R_2	_1 _] 1 1 0 1 Зн <i>R</i> ₂≠Зн <i>В</i>	1 1 0 1 0	Формирование цифры частного

3	$ar{R}_2$	+11011	10 100	Сдвиг остатка влево
	$[B]_{\Pi \mathrm{p}}$	00110		Сложение с делителем
	R_3	∟010 0 0 1 Зн <i>R</i> ₃=Зн <i>В</i>	10 10	Формирование цифры частного
4	\bar{R}_3	+00011	0 1 0 1 0	Сдвиг остатка влево
	[<i>-В</i>] _{доп}	11010		Вычитание делителя
	R_4	_1 _] 1 1 0 1 Зн <i>R</i> ₄≠Зн <i>В</i>	0 1 0 1 0	Формирование цифры частного
5	$ar{ar{R}}_4$	+11010	10100	Сдвиг остатка влево
	$[B]_{\pi p}$	00110		Сложение с делителем
	R_5	<u>0</u> 0000	10101	Формирование цифры частного
		Зн <i>R</i> ₅ =Зн <i>B</i>		
6	[-1]доп		11111	Коррекция частного: вычитание еди-
		00000	1 0 1 0 0	ницы Результат

В результате выполнения операции получено отрицательное частное

$$[C]_{\partial on} = (1.0100)_2, \qquad [C]_{np} = (1.1100) = (-12)_{10}$$
 и нулевой остаток.

б) Оба операнда отрицательные ($\pmb{A} < 0, \pmb{B} < 0$):

1	2	3	4	5
0	$[A]_{ m доп}$	11101	11000	Делимое
1	$[ar{A}]_{\partial on}$	+11011	100000	Сдвиг делимого влево
	$[-B]_{\pi p}$	$\frac{0\ 0\ 1\ 1\ 0}{\Box}$		Вычитание делителя
	R_1	0 0 0 0 1 0 0 0 0 1 BHR₁≠3HB	100000	Знак первого остатка не совпадает со знаком делимого—деление корректно Формирование знака частного
2	$\dot{\overline{R}}_{\scriptscriptstyle 1}$	+00011	000 00	Сдвиг остатка влево
	$[B]_{ m Доп} \ R_2$	1 1 0 1 0 1 1 1 0 1 3 HR2≠3 HB	0 0 0 0 0	Сложение с делителем Формирование цифры частного
3	\overline{R}_2	+11010	00 010	Сдвиг остатка влево
	$[-B]_{\pi p}$	00110	<u>_</u>	Вычитание делителя
	R_3	0 0 0 0 0 3HR₃≠3HB	00 010	Формирование цифры частного

4	\overline{R}_3	+00000	0 0 1 0 0	Сдвиг остатка влево
	$[B]_{ m доп}$	<u>11010</u>		Сложение с делителем
	R4	1 1 0 1 0 Зн <i>R</i> ₄≠Зн <i>B</i>	0 0 1 0 1	Формирование цифры частного
5	$ar{ar{R}}_4$	+10100	01010	Сдвиг остатка влево
	$[-B]_{\pi p}$	00110	_	Вычитание делителя
	R_5	1 1 0 1 0 3HR5≠3HB	01011	Формирование цифры частного
6	[- <i>B</i>] _{πp}	00110		Коррекция остатка, совпадающего с
	R_6	00000	01011	делителем: вычитание делителя
7	[+1] _{πp}		00001	Коррекция частного: сложение с еди-
		0 0 0 0 0		ницей
		00000	01100	Результат

В результате выполнения операции получено положительное частное

$$[C]_{np} = (0.1100)_2 = (+12)_{10}$$
 и нулевой остаток.

 Π р и м е р 3. Получение максимального по модулю частного и фиксация некорректности деления.

$$A = 254$$
, $B = 15$.

Представление операндов в разрядной сетке.

$$[+A]_{\text{пр}}$$
 = 0.0111111110; $[-A]_{\text{доп}}$ = 1.100000010; $[+B]_{\text{пр}}$ = 0.1111; $[-B]_{\text{доп}}$ = 1.0001.

а) Оба операнда положительные (A > 0, B > 0):

1	2	3	4	5
0	$[A]_{\pi p}$	00111	11110	Делимое
1	$\left[ar{A} ight]_{np}$	+ 01111	1 1 1 0 0	Сдвиг делимого влево
	$[-B]_{ m доп}$	10001		Вычитание делителя
	R_1	00000		Знак первого остатка совпада-
				ет со знаком делимого – деление некорректно

б) Делимое положительное (A > 0), делитель отрицательный (B < 0):

1	2	3	4	5
0	$[A]_{\pi p}$	00111	11110	Делимое
1	$[B]_{ m доп}$	11111	10001	Сложение с делителем, вы-
	R_1'	00111	01111	ровненным по младшим разрядам
	$ar{R}_1'$	+ 01110	1111 0	Сдвиг остатка влево Сложение с делителем, вы-
	$[B]_{ m доп}$	10001		ровненным по старшим разрядам
	R_1	1 1 1 1		Знак первого остатка не совпада-
		_ , 1 1 1 1 1	11111	ет со знаком делимого – деление корректно
		Зн <i>R</i> 1=Зн <i>В</i>	<u> </u>	Формирование знака частного
2	$ar{R}_1$	+ 11111	111 10	Сдвиг остатка влево
	$[-B]_{\pi p}$	01111		Вычитание делителя
	R_2	_0_1 1 1 0 3н <i>R</i> ₂≠3н <i>B</i> _	111 10	Формирование цифры частного
3	$\dot{\bar{R}}_2$	+ 11101	11 100	Сдвиг остатка влево
	[<i>B</i>] _{доп}	10001	1 1 1 0 0	Сложение с делителем
	R_3	0 1 1 1 0 3нR₃≠3нB	111100	Формирование цифры частного
4	\bar{R}_3	+ 11101	1 1 0 0 0	Сдвиг остатка влево
	$[B]_{\text{доп}}$	10001	111000	Сложение с делителем
	R_4	0_1 1 1 0 3н <i>R</i> ₄≠3н <i>B</i>	1 1 0 0 0	Формирование цифры частного
5	$ar{ar{R}}_4$	+ 11101	10000	Сдвиг остатка влево
	[<i>B</i>] _{доп} <i>R</i> 5	<u>10001</u> 01110 13HR5≠3HB	10000	Сложение с делителем Формирование цифры частного
				1 1

В результате выполнения операции получено отрицательное частное

 $[C]_{\partial on} = (1.0000)_2 = (-16)_{10}$ и положительный остаток

 $[\pmb{R}]_{np}=(0.1110)_2=(+14)_{10},$ которые соответствуют истинным значениям $(-16)\times(-15)+14=254.$

В данном примере на 3-ем, 4-ом и 5-ом шагах выполняется сложение с отрицательным делителем, так как остаток, полученный на предыдущем шаге, положителен, но в результате сдвига влево его знак оказался искаженным. Для того, чтобы знак остатка при сдвиге влево не искажался, может быть использован модифицированный код (см. следующий пример).

в) Делимое отрицательное (A < 0), делитель положительный (B > 0):

1	2	3	4	5
0	$[A]_{\partial on}^{\scriptscriptstyle M}$	111000	00010	Делимое
1	$[B]_{\partial on}^{\scriptscriptstyle M}$	000000	01111	Сложение с делителем, выровнен-
	R_1'	111000	10001	ным по младшим разрядам
	$ar{R}_1'$	110001	0 0 0 1 0	Сдвиг остатка влево
	$[B]_{np}^{\scriptscriptstyle M}$	001111		Сложение с делителем, выровненным по старшим разрядам
	R_1	000000		Знак первого остатка не совпадает
		$\begin{array}{c c} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \hline & 3HR_1 = 3HB & \end{array}$	0 0 0 1 1	со знаком делимого – деление корректно.
2	+ F		001110	Формирование знака частного
2	$ar{R}_1$	+000000	001 10	Сдвиг остатка влево
	$[-B]_{\partial on}^{M}$	110001		Вычитание делителя
	R_2	110001 3HR₂≠3HB	0 0 1 1 0	Формирование цифры частного
3	$ar{R}_2$	+100010	01 100	Сдвиг остатка влево
	$[B]_{np}^{M}$	<u>0 0 1 1 1 1</u>		Сложение с делителем
	R_3	110001 3HR₃≠3HB	01 10 0	Формирование цифры частного
4	\overline{R}_3	+100010	1 1 0 0 0	Сдвиг остатка влево
	$[B]_{np}^{\scriptscriptstyle M}$	<u>0 0 1 1 1 1</u>		Сложение с делителем
	R_4	1_1 0 0 0 1 Зн <i>R</i> ₄≠Зн <i>В</i>	1 1 0 0 0	Формирование цифры частного
5	$ar{ar{R}}_4$	+100011	10000	Сдвиг остатка влево
	$[B]_{np}^{\scriptscriptstyle M}$	001111		Сложение с делителем
	R_5	1_1 0 0 1 0 3н <i>R</i> ₅≠3н <i>B</i>	10000	Формирование цифры частного

В результате выполнения операции получено отрицательное частное $[\pmb{C}]_{\pmb{\partial on}} = (1.0000)_2 = (-16)_{10} \quad \text{и отрицательный остаток}$ $[\pmb{R}]_{\pmb{\partial on}} = (1.0010)_2, \quad [\pmb{R}]_{\pmb{np}} = (-14)_{10}, \text{ которые соответствуют истинным}$ значениям $(-16) \times 15 + (-14) = -254.$

г) Оба операнда отрицательные ($\boldsymbol{A} < 0, \boldsymbol{B} < 0$):

1	2	3	4	5
0	$[A]_{\partial on}$	11000	00010	Делимое
1	$[ar{A}]_{\partial on}$	10000	0010 0	Сдвиг делимого влево
	$[-B]_{np}$	01111		Вычитание делителя
	R_1	1 1 1 1 1		Знак первого остатка совпадает со знаком делимого – деление некорректно