

## 6.2. ЗАДАНИЕ 4

### УМНОЖЕНИЯ ЧИСЕЛ С ФИКСИРОВАННОЙ ЗАПЯТОЙ

1. В разрядной сетке длиной в байт (один разряд знаковый и семь – цифровых) выполнить операцию умножения заданных чисел  $A$  и  $B$  со всеми комбинациями знаков, используя метод умножения в дополнительных кодах с применением коррекции. При выполнении операции использовать способ умножения с поразрядным анализом множителя, начиная от его младших разрядов со сдвигом СЧП вправо. Результаты представить в десятичной системе и проверить их правильность.

2. В разрядной сетке длиной в байт (один разряд знаковый и семь – цифровых) выполнить операцию умножения заданных чисел  $A$  и  $B$  со всеми комбинациями знаков, используя метод умножения в дополнительных кодах без применения коррекции. При выполнении операции использовать способ умножения с поразрядным анализом множителя, начиная от его младших разрядов со сдвигом СЧП вправо. Результаты представить в десятичной системе и проверить их правильность.

Варианты заданий приведены в табл. 4 Приложения 1.

#### 6.2.1. Основные положения

Использование метода умножения в дополнительных кодах базируется на представлении отрицательных операндов и участии их в операции в дополнительном коде. В отличие от метода умножения в прямых кодах не требуется выполнять преобразование отрицательных операндов из дополнительного кода в прямой, а отрицательного результата – из прямого кода в дополнительный. Результат операции получается в коде, зависящем от знака, т.е. положительный – в прямом, а отрицательный – в дополнительном. Знаковые разряды операндов участвуют в операции умножения точно так же, как и цифровые. Это означает, что в сложении с СЧП вступают все разряды множимого, включая знаковый, и в анализе разрядов множителя с целью определения последующих действий над СЧП участвует знаковый разряд, т.е. на него производится умножение, как и на любой цифровой.

#### 1. Умножения в дополнительных кодах с применением коррекции.

При использовании традиционного метода умножения в дополнительных кодах только в случае положительных операндов результат получается в явном виде, в остальных же случаях он требует коррекции.

$$C = [A_{\text{пр.}}] [B_{\text{пр.}}].$$

При  $A < 0, B > 0$  получаем псевдо-произведение:

$$C^* = [A_{\text{доп.}}] \cdot [B_{\text{пр.}}] = [2^n - |A|] \cdot [B_{\text{пр.}}] = 2^n \cdot B_{\text{пр.}} - |A| B_{\text{пр.}}$$

Должно быть:  $C = 2^{2n} - |A| B_{\text{пр.}}$

При  $A > 0, B < 0$ :

$$C^* = A_{\text{пр}} \cdot [2^n - |B|] = 2^n \cdot A_{\text{пр}} - A_{\text{пр}} \cdot |B|.$$

Должно быть:  $C = 2^{2n} - A_{\text{пр}} \cdot |B|.$

При  $A < 0, B < 0$ :

$$C^* = (2^n - |A|) \cdot (2^n - |B|) = 2^{2n} - 2^n \cdot |B| - 2^n \cdot |A| + |A| \cdot |B|.$$

Должно быть:  $C = |A| \cdot |B|.$

Сравнение псевдо-произведения с правильным результатом показывает, что при отрицательном множителе необходимо из старших разрядов СЧП вычесть множимое, а при отрицательном множителе из старших разрядов СЧП вычесть множимое. При отрицательных сомножителях, необходимы обе коррекции. Но из-за того, что для множителя используется сдвигающий регистр, к концу операции в регистре  $B$  хранятся старшие разряды СЧП. Поэтому применяются два вида коррекции: а) коррекция в ходе перемножения операндов; б) коррекция окончательного результата. Коррекция первого вида имеет место при отрицательном множимом и состоит в модифицированном сдвиге СЧП вправо, при котором в освобождающийся старший разряд СЧП вносится единица. Коррекция второго вида производится при отрицательном множителе и состоит в вычитании множимого из старших разрядов СЧП, которое может сводиться к сложению с дополнением множимого.

*При умножении на младшие нули множителя в случае отрицательного множимого сдвиг нулевой СЧП производится обычным образом (не модифицированный), т.е. в освобождающийся старший разряд вносится нуль.*

Пример.  $A = 15, B = 13.$

Для иллюстрации метода используется укороченная по сравнению с заданием разрядная сетка для операндов (один разряд знаковый и 4 – цифровых) и результата (один разряд знаковый и 9 – цифровых). При выполнении примеров выделен анализируемый на каждом шаге разряд множителя, а также показано последовательное вытеснение множителя при его сдвиге вправо и заполнение его освобождающихся старших разрядов младшими разрядами СЧП. Таким образом, в начале операции СЧП занимает пять двоичных разрядов, а в конце – результат представлен десятью разрядами.

Представление операндов в разрядной сетке:

$$[+A]_{\text{пр}} = 0.1111; \quad [-A]_{\text{доп}} = 1.0001;$$

$$[+B]_{\text{пр}} = 0.1101; \quad [-B]_{\text{доп}} = 1.0011.$$

а) Множимое отрицательное ( $A < 0$ ), множитель положительный ( $B > 0$ ):

№ шага	Операнды и действия	СЧП (старшие разряды)	Множитель и СЧП (младшие разряды)	Пояснения
1	2	3	4	5
0	СЧП	0 0 0 0 0	0 1 1 0 <u>1</u>	Обнуление старших разрядов СЧП
1	$[A]_{\text{доп}}$ СЧП СЧП→	<u>1 0 0 0 1</u> 1 0 0 0 1 1 1 0 0 0	0 1 1 0 1 1   0 1 1 <u>0</u>	Сложение СЧП с множимым Модифицированный сдвиг СЧП и множителя вправо
2	СЧП→	1 1 1 0 0	0 1   0 1 <u>1</u>	Модифицированный сдвиг СЧП и множителя вправо
3	$[A]_{\text{доп}}$ СЧП СЧП→	<u>1 0 0 0 1</u> 0 1 1 0 1 1 0 1 1 0	0 1   0 1 1 1 0 1   0 <u>1</u>	Сложение СЧП с множимым Модифицированный сдвиг СЧП и множителя вправо
4	$[A]_{\text{доп}}$ СЧП СЧП→	<u>1 0 0 0 1</u> 0 0 1 1 1 1 0 0 1 1	1 0 1   0 1 1 1 0 1   <u>0</u>	Сложение СЧП с множимым Модифицированный сдвиг СЧП и множителя вправо
5	СЧП→	1 1 0 0 1	1 1 1 0 1	Модифицированный сдвиг СЧП и множителя вправо

Полученный результат отрицателен и представлен в дополнительном коде:

$$[C]_{\text{доп}} = [A]_{\text{доп}} \times [B]_{\text{пр}} = 1.100111101.$$

Для проверки правильности результата необходимо предварительно перевести его в прямой код:

$$[C]_{\text{пр}} = (1.011000011)_2 = (-195)_{10}.$$

б)  $A > 0, B < 0$ :

1	2	3	4	5
0	СЧП	0 0 0 0 0	1 0 0 1 <u>1</u>	Обнуление старших разрядов СЧП
1	$[A]_{\text{пр}}$ СЧП СЧП→	<u>0 1 1 1 1</u> 0 1 1 1 1 0 0 1 1 1	1 0 0 1 1 1   1 0 0 <u>1</u>	Сложение СЧП с множимым Сдвиг СЧП и множителя вправо
2	$[A]_{\text{пр}}$ СЧП СЧП→	<u>0 1 1 1 1</u> 1 0 1 1 0 0 1 0 1 1	1   1 0 0 1 0 1   1 0 <u>0</u>	Сложение СЧП с множимым Сдвиг СЧП и множителя вправо
3	СЧП→	0 0 1 0 1	1 0 1   1 <u>0</u>	Сдвиг СЧП и множителя вправо
4	СЧП→	0 0 0 1 0	1 1 0 1   <u>1</u>	Сдвиг СЧП и множителя вправо
5	$[A]_{\text{пр}}$ СЧП СЧП→	<u>0 1 1 1 1</u> 1 0 0 0 1 0 1 0 0 0	1 1 0 1   1 1 1 1 0 1	Сложение СЧП с множимым Сдвиг СЧП и множителя вправо
6	$[-A]_{\text{доп}}$ СЧП	<u>1 0 0 0 1</u> 1 1 0 0 1	1 1 1 0 1	Коррекция результата сложение старших разрядов СЧП с дополне- нием множимого

Полученный результат отрицателен и представлен в дополнительном коде:

$$[C]_{don} = [A]_{np} \times [B]_{don} = (1.100111101)_2,$$

$$[C]_{np} = (1.011000011)_2 = (-195)_{10}.$$

в) Оба операнда отрицательные ( $A < 0, B < 0$ ):

1	2	3	4	5
0	СЧП	0 0 0 0 0	1 0 0 1 <u>1</u>	Обнуление старших разрядов СЧП
1	$[A]_{доп}$ СЧП СЧП→	<u>1 0 0 0 1</u> 1 0 0 0 1 1 1 0 0 0	1 0 0 1 1 1   1 0 0 <u>1</u>	Сложение СЧП с множимым Модифицированный сдвиг СЧП и множителя вправо
2	$[A]_{доп}$ СЧП СЧП→	<u>1 0 0 0 1</u> 0 1 0 0 1 1 0 1 0 0	1   1 0 0 1 1 1   1 0 <u>0</u>	Сложение СЧП с множимым Модифицированный сдвиг СЧП и множителя вправо
3	СЧП→	1 1 0 1 0	0 1 1   1 <u>0</u>	Модифицированный сдвиг СЧП и множителя вправо
4	СЧП→	1 1 1 0 1	0 0 1 1   <u>1</u>	Модифицированный сдвиг СЧП и множителя вправо
5	$[A]_{доп}$ СЧП СЧП→	<u>1 0 0 0 1</u> 0 1 1 1 0 1 0 1 1 1	0 0 1 1   1 0 0 0 1 1	Сложение СЧП с множимым Модифицированный сдвиг СЧП и множителя вправо
6	$[-A]_{np}$ СЧП	<u>0 1 1 1 1</u> 0 0 1 1 0	0 0 0 1 1	Коррекция результата сложение старших разрядов СЧП с дополне- нием множимого

Полученный результат положителен и представлен в прямом коде:

$$[C]_{np} = [A]_{don} \times [B]_{don} = (0.011000011)_2 = (195)_{10}.$$

## 2. Умножение в дополнительных кодах без коррекции.

Наряду с традиционным методом умножения в дополнительных кодах, используемом в ЭВМ общего назначения и требующим коррекции результата, достаточно широкое применение в микроЭВМ находит метод Бута, при котором не требуется выполнять коррекцию. Особенность метода состоит в выполнении сложения или вычитания СЧП и множимого на каждом шаге умножения в зависимости от того, как после сдвига вправо изменяется младший разряд множителя. При его изменении с единицы на ноль производится сложение СЧП с множимым, а при изменении с нуля на единицу – вычитание множимого из СЧП, которое может быть реализовано как сложение с дополнением множимого. Если младший разряд множителя при сдвиге не изменяется, то на данном шаге не производится сложения (вычитания), а выполняется только сдвиг СЧП и множителя вправо.

При реализации этого метода происходит чередование сложений и вычитаний множимого и СЧП, вследствие чего старший разряд СЧП в явном виде представляет его знак. При сдвиге СЧП вправо значение знакового разряда сохраняется (арифметический сдвиг).

Необходимо отметить, что:

а) При умножении на младшую единицу множителя производится вычитание множимого из СЧП, поскольку считается, что происходит изменение младшего разряда множителя с нуля на единицу.

б) При умножении на младшие нули множителя осуществляется сдвиг нулевой СЧП и множителя вправо до появления единицы в младшем разряде множителя, после чего производится вычитание множимого из СЧП.

Пример.  $A = 11, B = 15$ .

Представление операндов в разрядной сетке:

$[+A]_{\text{пр}} = 0.1011$ ;  $[-A]_{\text{доп}} = 1.0101$ ;

$[+B]_{\text{пр}} = 0.1111$ ;  $[-B]_{\text{доп}} = 1.0001$ .

а) Оба операнда положительные ( $A > 0, B > 0$ ):

0	СЧП	0 0 0 0 0	0 1 1 1 1	Обнуление старших разрядов СЧП
1	$[-A]_{\text{доп}}$ СЧП СЧП→	<u>1 0 1 0 1</u> 1 0 1 0 1 1 1 0 1 0	0 1 1 1 1 1   0 1 1 1	Младший разряд множителя равен 1: вычитание множимого из СЧП Сдвиг СЧП и множителя вправо
2	СЧП→	1 1 1 0 1	0 1   0 1 1	При сдвиге младший разряд не изменился Сдвиг СЧП и множителя вправо
3	СЧП→	1 1 1 1 0	1 0 1   0 1	При сдвиге младший разряд не изменился Сдвиг СЧП и множителя вправо
4	СЧП→	1 1 1 1 1	0 1 0 1   0	При сдвиге младший разряд не изменился Сдвиг СЧП и множителя вправо
5	$[A]_{\text{пр}}$ СЧП СЧП→	<u>0 1 0 1 1</u> 0 1 0 1 0 0 0 1 0 1	0 1 0 1   0 0 0 1 0 1	При сдвиге младший разряд множителя изменился с 1 на 0: сложение СЧП с множимым Сдвиг СЧП и множителя вправо

Полученный результат представлен в прямом коде и равен:

$$[C]_{\text{пр}} = 2^0 + 2^2 + 2^5 + 2^7 = 1 + 4 + 32 + 128 = 165.$$

Проверка:  $C = 11 \times 15 = 165$ .

б) Оба операнда отрицательные ( $A < 0, B < 0$ ):

1	2	3	4	5
0	СЧП	0 0 0 0 0	1 0 0 0 1	Обнуление старших разрядов СЧП
1	$[-A]_{\text{пр}}$ СЧП СЧП→	<u>0 1 0 1 1</u> 0 1 0 1 1 0 0 1 0 1	1 0 0 0 1 1   1 0 0 0	Вычитание множимого из СЧП Сдвиг СЧП и множителя вправо
2	$[A]_{\text{доп}}$ СЧП СЧП→	<u>1 0 1 0 1</u> 1 1 0 1 0 1 1 1 0 1	1   1 0 0 0 0 1   1 0 0	Сложение СЧП с множимым Сдвиг СЧП и множителя вправо
3	СЧП→	1 1 1 1 0	1 0 1   1 0	Сдвиг СЧП и множителя вправо
4	СЧП→	1 1 1 1 1	0 1 0 1   1	Сдвиг СЧП и множителя вправо
5	$[-A]_{\text{пр}}$ СЧП СЧП→	<u>0 1 0 1 1</u> 0 1 0 1 0 0 0 1 0 1	0 1 0 1   1 0 0 1 0 1	Сложение СЧП с множимым Сдвиг СЧП и множителя вправо

Полученный результат положителен и представлен в прямом коде:

$$[C]_{np} = [A]_{don} \times [B]_{don} = (0.010100101)_2 = (165)_{10}.$$