

Logikai alapok

Logika: következtetés, racionális gondolkodás, gondolkodás, vizsgálat, kijelentés vizsgálat (**állítás**).

Kijelentés – Állítás

Kijelentő mondat, tartalmáról egyértelműen eldönthető, hogy igaz vagy hamis.

Pl.:

Az ég kék. – igaz állítás

A nap este kel fel. – hamis állítás

Egyidőben nem lehet egy kijelentés igaz és hamis is.

Kérdés, óhaj, felszólítás \rightarrow nem vizsgáljuk.

Műveletek

$|A| = i$ vagy $h(1, 0)$

1. Tagadás – **Negáció**

egy állítás ellentétére utal

Jele: \neg

$|\neg A|$

Pl.: Ma esik az eső. \rightarrow Ma nem esik az eső.

Egy változós logikai művelet

2. Logikai **ÉS** – Konjunkció

Két változós logikai művelet $|A|, |B|$

Jele: \wedge $|A \wedge B|$

Értéke csak akkor igaz, ha $|A|$ ÉS $|B|$ értéke is igaz. Más esetben hamis.

3. Logikai **VAGY** – Diszjunkció

Két változós művelet $|A|$, $|B|$

Jele: \vee $|A \vee B|$

Az értéke igaz, ha $|A|$ VAGY $|B|$ közül legalább az egyik igaz.

4. Implikáció

Két változós művelet $|A|$, $|B|$

Jele: \Rightarrow $|A \Rightarrow B|$ (A implikálja B-t) – Ha 'A' akkor 'B'

Az értéke hamis, ha $|A|$ értéke igaz, $|B|$ értéke hamis.
Minden más esetben igaz.

Felbontható: $|A \Rightarrow B| = |\neg A \vee B|$

5. Ekvivalencia

Két változós művelet $|A|$, $|B|$ - egyenlőség

Jele: \Leftrightarrow $|A \Leftrightarrow B|$ (A ekvivalens B)

Az értéke pontosan akkor igaz, ha $|A|$ és $|B|$ logikai értéke megegyezik.

Felbontható:

$$|A \Leftrightarrow B| = |(A \Rightarrow B) \wedge (B \Rightarrow A)| = |(\neg A \vee B) \wedge (\neg B \vee A)|$$

Diszjunktív normálforma – DNF

Logikai műveletek tulajdonságai

- ellentmondás mentes: egy állítás nem lehet egyidőben igaz és hamis
- harmadik kizárás elv: ha egy $|A|$ állítás nem igaz, akkor $|A|$ biztosan hamis
- De-Morgan azonosság:
 - $\neg(A \vee B) = \neg A \wedge \neg B$
 - $\neg(A \wedge B) = \neg A \vee \neg B$
 - $\neg\neg A = A$

Igazságtáblázat

Logikai műveletek egyes lehetséges értékeinek ábrázolására és vizsgálatára szolgáló módszer.

i – igaz h – hamis A – egyik állítás B – másik állítás

Tagadás - egy változós

A	$\neg A$
i	h
h	i

B	$\neg B$
i	h
h	i

Két változós

Tábla sorai változók számától függ 2^n sor, ahol 'n' a változók száma. Pl. $(|A|, |B|)$ $n = 2$, akkor $2^2 = 4 \rightarrow 4$ sor

Logikai VAGY – Diszjunkció

A	B	$A \vee B$
i	i	i
i	h	i
h	i	i
h	h	h

Első oszlop: $2^{n-1} \rightarrow 2^1 = 2$ (kettesével váltakozik az igazságérték)

Második oszlop: $2^{n-2} \rightarrow 2^0 = 1$ (egyesével váltakozik az igazságérték)

Logikai ÉS - Konjunkció

A	B	$A \wedge B$
i	i	i
i	h	h
h	i	h
h	h	h

Implikáció

A	B	$A \Rightarrow B$	$\neg A \vee B$
i	i	i	i
i	h	h	h
h	i	i	i
h	h	i	i

Ekvivalencia

A	B	$A \Leftrightarrow B$
i	i	i
i	h	h
h	i	h
h	h	i