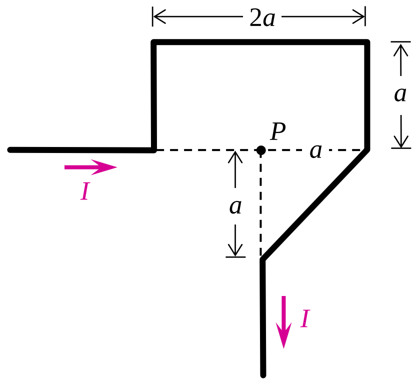
FÍSICA III
Problemas de Fuentes de Campo Magnético

1. Un cable muy largo se dobla en la forma mostrada en la figura. Calcule la magnitud y la dirección del campo magnético el punto P de la figura que genera la corriente I = 5,00 A que circula por el cable. Considere que a = 0,100 m.

Respuesta: $2{,}41 \times 10^{-5}$ T hacia adentro



Solución

Empleando la regla de la mano derecha, el campo magnético en P está hacia adentro.

De los segmentos 1 y 6:

$$B_1 = B_6 = 0$$

De los segmentos verticales 2 y 4:

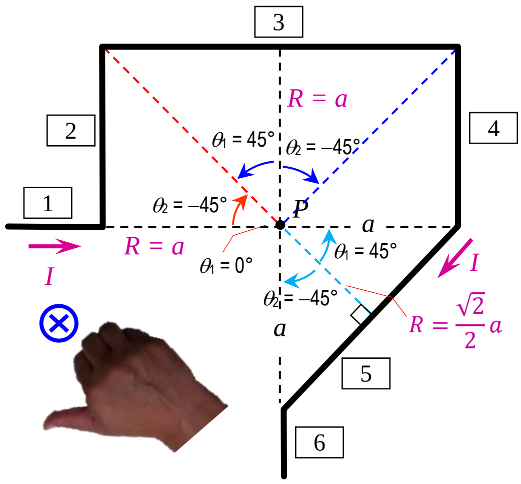
$$B_2 = B_4 = \frac{\mu_0 I}{4\pi a}\left|sen(-45°) - sen0°\right| = \frac{\mu_0 I}{4\pi a} sen45°$$

Del segmento horizontal 3:

$$B_3 = \frac{\mu_0 I}{4\pi a}\left|sen(-45°) - sen(45°)\right| = \frac{\mu_0 I}{2\pi a} sen45°$$

Del segmento diagonal 5:

$$B_5 = \frac{\mu_0 I}{4\pi\left(\frac{\sqrt{2}}{2}a\right)}\left|sen(-45°) - sen(45°)\right| = \frac{\mu_0 I}{2\pi a}$$

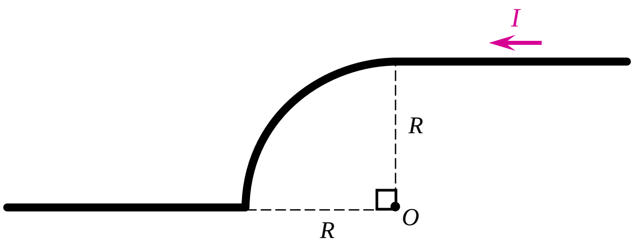


Su magnitud es:

$$B_P = B_1 + B_2 + B_3 + B_4 + B_5 + B_6 = 2B_2 + B_3 + B_5$$

$$B_P = \frac{\mu_0 I}{\pi a}\left(sen45° + \frac{1}{2}\right) = \frac{(4\pi \times 10^{-7})(5{,}00)}{\pi(0{,}100)}\left(sen45° + \frac{1}{2}\right) = 2{,}41 \times 10^{-5}\ \mathrm{T}$$

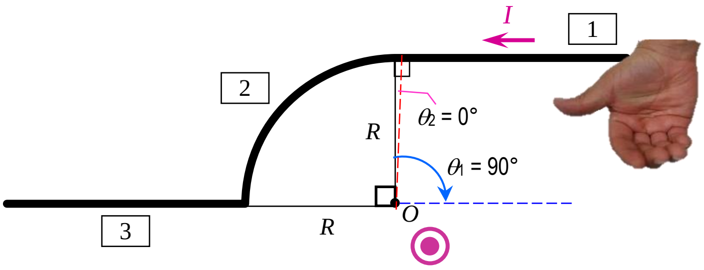
2. A un conductor de gran longitud se le ha dado la forma que se muestra en la figura y donde R = 80,0 cm. Si este conductor conduce una corriente I = 20,0 A en la dirección mostrada, calcule el módulo y la dirección del campo magnético resultante en el punto O.



Respuesta: $B_O = (6{,}43 \pm 0{,}04) \times 10^{-6}$ T hacia afuera

Solución

Aplicando la regla de la mano derecha obtenemos la dirección del campo magnético en el punto O como se muestra en la figura.



Campo del segmento 1:

$$B_1 = \frac{\mu_0 I}{4\pi R}\left|sen(0°) - sen(90°)\right| = \frac{\mu_0 I}{4\pi R}$$

Campo del segmento 2:

$$B_2 = \frac{\mu_0 I}{4\pi R}\left(\frac{\pi}{2}\right) = \frac{\mu_0 I}{8R}$$

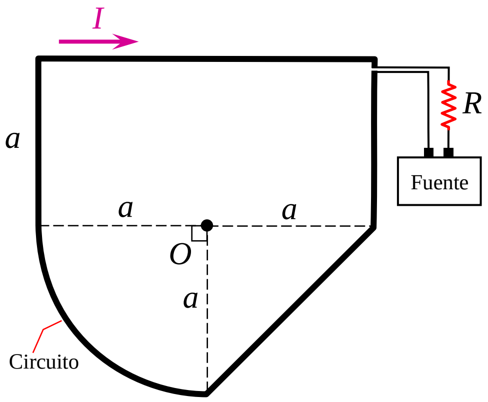
Campo del segmento 3: $B_3 = 0$

El campo magnético resultante es:

$$B_O = B_1 + B_2 + B_3 = \frac{\mu_0 I}{4R}\left(\frac{1}{\pi} + \frac{1}{2}\right) = \frac{(4\pi \times 10^{-7})(20{,}0)}{4(0{,}800)}\left(\frac{1}{\pi} + \frac{1}{2}\right)$$

$B_O = 6{,}43 \times 10^{-6}$ T hacia afuera

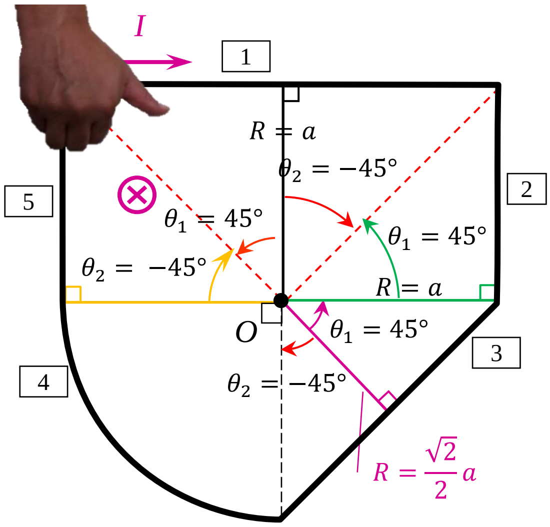
3. Francisco desea saber si 50 cm de alambre de cobre le servirán para diseñar el circuito mostrado en la figura y generar un campo magnético con un valor mínimo de 44,6 μT en el punto O si la fuente presenta un voltaje continuo de 50 V y el valor de la resistencia es $R = 10\ \Omega$. ¿Qué le dirías a Francisco?



Solución

Estrategia:

Determinaremos el modelo para calcular el módulo del campo magnético, B_O, y de ese modelo calcularemos el valor de a y la longitud total necesaria para el circuito.



Campo magnético en el punto O:

Empleando la regla de la mano derecha, el campo magnético neto está hacia adentro en O.

Los campos por segmentos son:

Segmento 1 (horizontal superior):

$$B_1 = \frac{\mu_0 I}{4\pi a}|sen(-45°) - sen(45°)| = \frac{\mu_0 I}{2\pi a} sen45°$$

Segmentos 2 y 5 (lados verticales):

$$B_2 = B_5 = \frac{\mu_0 I}{4\pi a}|sen(0°) - sen(45°)| = \frac{\mu_0 I}{4\pi a} sen45°$$

Segmento 3 (diagonal):

$$B_3 = \frac{\mu_0 I}{4\pi\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)a}|sen(-45°) - sen(45°)| = \frac{\mu_0 I}{2\pi a}$$

Segmento 4 (cuarto de circunferencia):

$$B_4 = \frac{\mu_0 I}{4\pi a}\left(\frac{\pi}{2}\right) = \frac{\mu_0 I}{8a}$$

Considerando que $I = V/R$, el campo total es:

$$B_O = B_1 + B_2 + B_3 + B_4 + B_5 = \frac{\mu_0 V}{aR}\left[\frac{1}{\pi}\left(sen45° + \frac{1}{2}\right) + \frac{1}{8}\right]$$

De donde,

$$a = \frac{\mu_0 V}{B_O R}\left[\frac{1}{\pi}\left(sen45° + \frac{1}{2}\right) + \frac{1}{8}\right]$$

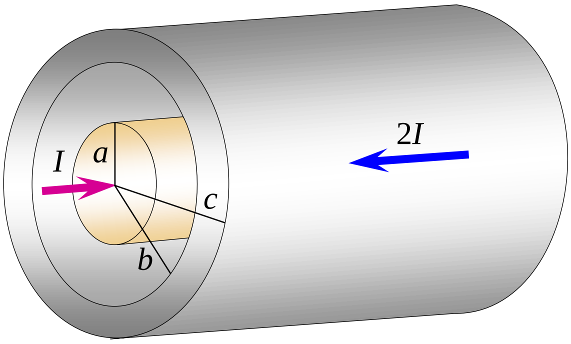
Longitud del circuito

$$L = 2a + a + a\sqrt{2} + \frac{\pi}{2}a + a = a\left(4 + \sqrt{2} + \frac{\pi}{2}\right) = \frac{\mu_0 V}{B_O R}\left[\frac{1}{\pi}\left(sen45° + \frac{1}{2}\right) + \frac{1}{8}\right]\left(4 + \sqrt{2} + \frac{\pi}{2}\right)$$

$$L = \frac{(4\pi \times 10^{-7})(50)}{(50 \times 10^{-6})(10)}\left[\frac{1}{\pi}\left(sen45° + \frac{1}{2}\right) + \frac{1}{8}\right]\left(4 + \sqrt{2} + \frac{\pi}{2}\right) = 0{,}45 \text{ m} = 45 \text{ cm}$$

A Francisco si le alcanzan los 50 cm de alambre ya que solo requiere 45 cm.

4. Un conductor sólido con radio a está sostenido por discos aislantes en el eje de un tubo conductor con radio interno b y radio externo c como se observa en la figura. El conductor central y el tubo transportan corrientes en direcciones opuestas como se muestra en la figura. Las corrientes se distribuyen uniformemente sobre las secciones transversales de cada conductor. Determine una expresión para el módulo del campo magnético en puntos situados: (**a**) fuera del conductor sólido, pero en el interior del tubo ($a < r < b$) y (**b**) afuera del tubo ($r > c$).

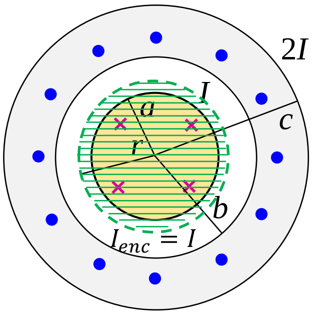


Respuestas: (**a**) $\frac{\mu_0 I}{2\pi r}$, (**b**) $\frac{\mu_0 I}{2\pi r}$

Solución (a) $a < r < b$

$B(2\pi r) = \mu_0 I_{enc}$

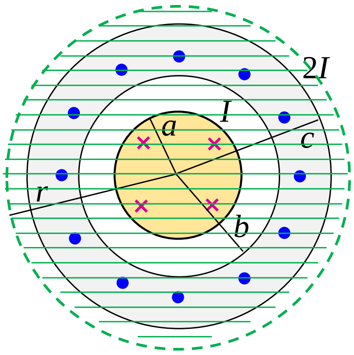
$B = \dfrac{\mu_0 I}{2\pi r}$



Solución (b) $r > c$

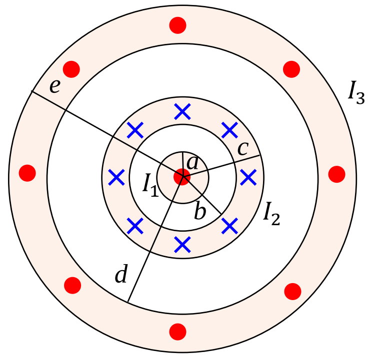
$B(2\pi r) = \mu_0 I_{enc}$

$B = \dfrac{\mu_0 I}{2\pi r}$



$I_{enc} = 2I - I = I$

5. Un cable triaxial (Triax) es un tipo especial de cable coaxial formado por tres conductores concéntricos y un recubrimiento exterior como se muestra en la figura. Este tipo de cable proporciona mayor ancho de banda y evita las interferencias mejor que el cable coaxial, pero es más mucho más caro. El uso más común del Triax es en los sets de televisión y también en mediciones eléctricas de corrientes muy bajas. En la figura también se muestra un corte transversal de un Triax formado por un cable sólido de cobre de radio a, un primer aislante, una primera malla de cobre en forma de cilindro hueco de radio interior b y radio exterior c, un segundo aislante, una segunda malla de cobre en forma de cilindro hueco de radio interior d y radio exterior e, y una cubierta protectora de PVC. Las corrientes están distribuidas de manera uniforme sobre las secciones transversales de cada conductor. Si el cable sólido central conduce una corriente $I_1 = I$, la primera malla conduce corriente $I_2 = 2I$ y la segunda malla conduce una corriente $I_3 = I$, en las direcciones mostradas, determine el módulo del campo magnético dentro de la segunda malla de cobre ($d < r < e$).



Respuesta: $\frac{\mu_0 I}{2\pi r}\left(1-\frac{r^2-d^2}{e^2-d^2}\right)$

Solución

De ley de Ampere, $B(2\pi r) = \mu_0 I_{enc}$ obtenemos

$$B = \frac{\mu_0}{2\pi r} I_{enc}$$

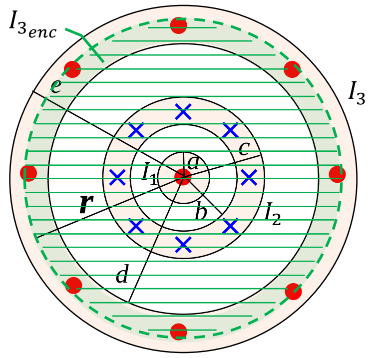
Donde, $I_{enc} = I_2 - I_1 - I_{3_{enc}}$

Como $J = \dfrac{I_3}{\pi(e^2-d^2)} = \dfrac{I_{3_{enc}}}{\pi(r^2-d^2)}$

Obtenemos, $I_{3_{enc}} = \dfrac{r^2-d^2}{e^2-d^2} I_3 = \dfrac{r^2-d^2}{e^2-d^2} I$

Así, $I_{enc} = 2I - I - \dfrac{r^2-d^2}{e^2-d^2} I = \left(1-\dfrac{r^2-d^2}{e^2-d^2}\right) I$

Entonces, $B = \dfrac{\mu_0 I}{2\pi r}\left(1-\dfrac{r^2-d^2}{e^2-d^2}\right)$



$$I_{enc} = I_2 - I_1 - I_{3_{enc}}$$