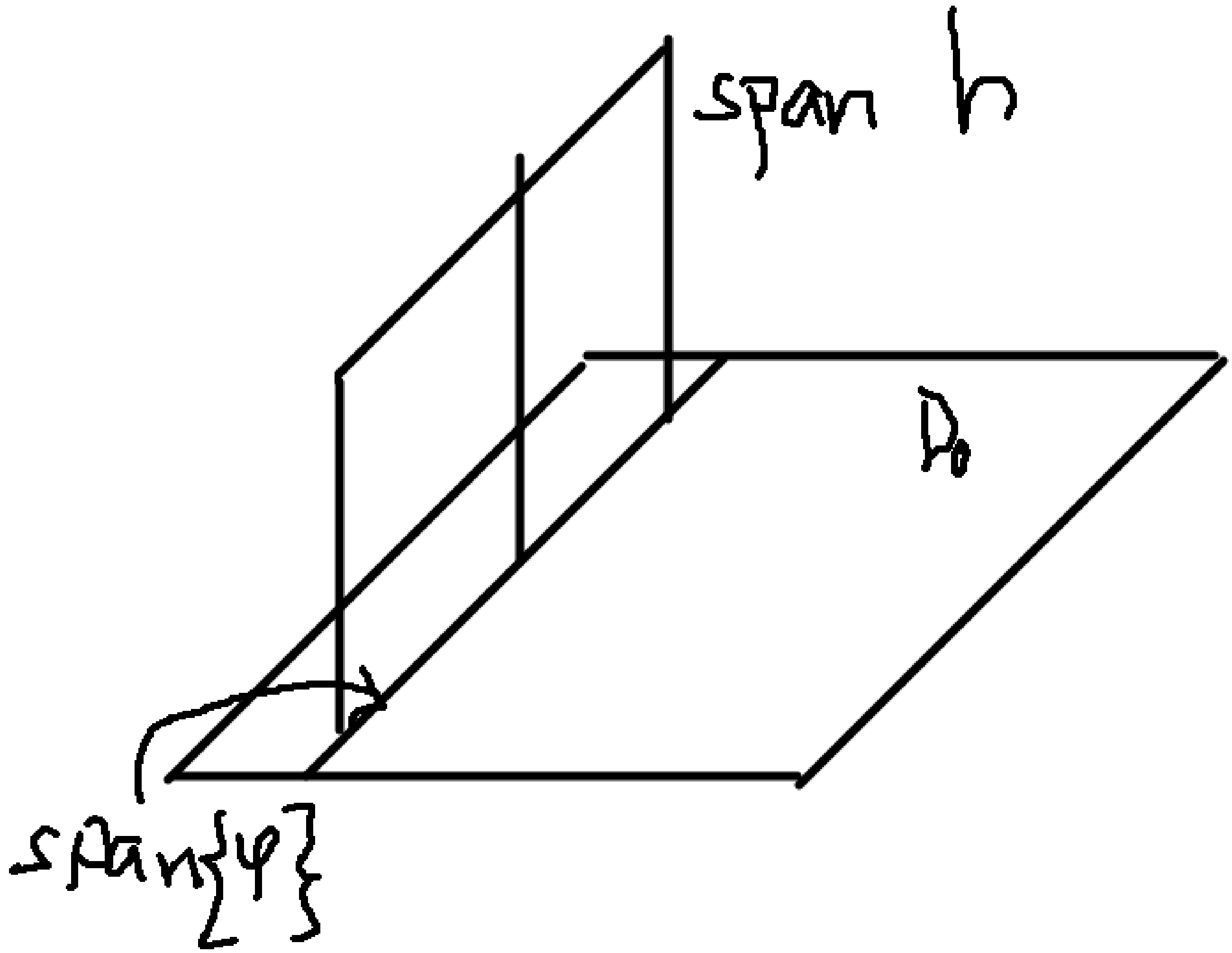
$$\alpha, \beta \neq 0, \alpha \neq \beta$$
$$\begin{cases} -y'' - \lambda y = 0,\ 0 < x < 1, \\ y(0) \pm (-\alpha y'(0) + \beta y'(1))\alpha = 0, \\ y(1) \pm (-\alpha y'(0) + \beta y'(1))\beta = 0 \end{cases}$$
$$\text{Нелокальные граничные условия}$$
$$-\Delta u - \lambda u = 0,\ \ \in \Omega \subset \mathbb{R}^n$$

Полноценный набор собственных функций нам постовляют граничные условия.
Многомерная задача:

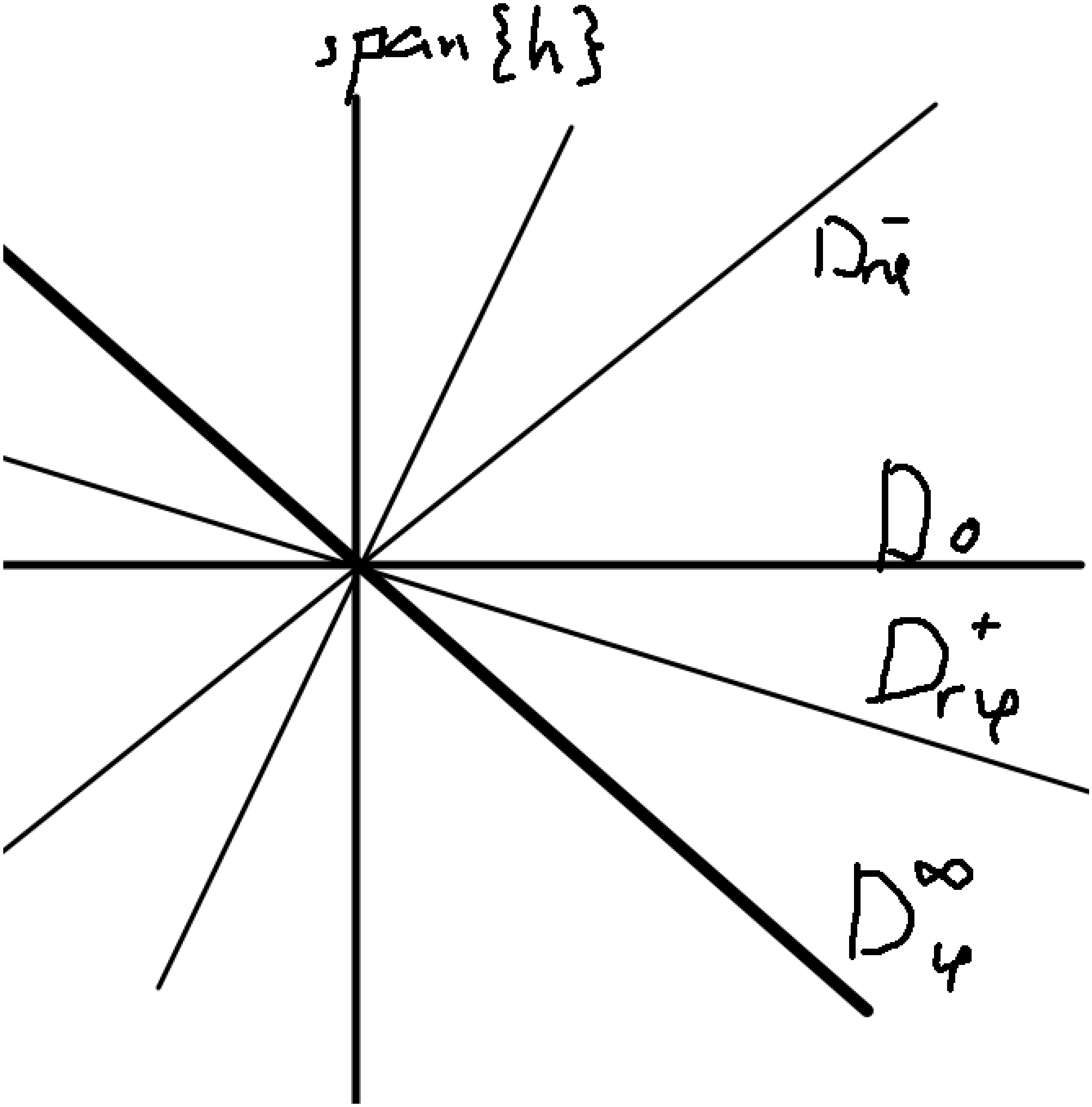
$$u|_{\partial\Omega} \pm r^2 \left(\int_{\partial\Omega} \frac{\partial u}{\partial x} \varphi dS \right) \varphi = 0$$
$$\varphi : \partial\Omega \to \mathbb{R}$$
$$\begin{cases} -\Delta h = 0 \\ h|_{\partial\Omega} = \varphi \end{cases}$$
$$\|\nabla h\|^2 = \ \min \|\nabla u\|^2$$
$$u|_{\partial\Omega} = \varphi$$

Возьмём линейное пространство D_0.

$$D_0 :\ u|_{\partial\Omega} = 0 \text{ - дважды непрерывно дифференцируемые}$$
$$V_0 : \begin{cases} u|_{\partial\Omega} = 0 \\ \int_{\partial\Omega} \frac{\partial\varphi}{\partial\nabla} \varphi dS = 0 \end{cases}$$
$$u|_{\partial\Omega} = 0$$
$$u = w - -th, t \in \mathbb{R}$$
$$w|_{\partial\Omega} = 0$$



$$D_{\varphi}^{\infty}:\begin{cases} u|_{\partial\Omega}\in \text{ span }\{\varphi\} \\ \int_{\partial\Omega}\frac{\partial\varphi}{\partial\nabla}\varphi dS=0 \end{cases}$$


span{h}
$D_{r\varphi}^-$
D_0
$D_{r\varphi}^+$
D_φ^∞

$$\begin{pmatrix}\varphi(0)\\ \varphi(1)\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}\alpha\\ \beta\end{pmatrix}$$

$$\begin{cases}-y''-\lambda y=0,\ 0<x<1,\\ y(0)+(-\alpha y'(0)+\beta y'(1))\alpha=0,\\ y(1)+(-\alpha y'(0)+\beta y'(1))\beta=0\end{cases}$$

$$\int_0^1(-y''-\lambda y)y dx=0$$

$$-yy'|_0^1+\int_0^1 y'^2dx-\lambda\int_0^1 y^2dx=0$$

$$-yy'|_0^1=y(0)y'(0)-y(1)y'(1)=$$
$$=-(-\alpha y'(0)+\beta y'(1))\alpha y'(0)+(-\alpha y'(0)+\beta y'(1))\beta y'(1)=$$
$$=\alpha^2(y'(0))^2-2\alpha\beta y'(0)y'(1)+\beta^2(y'(1))^2=(-\alpha y'(0)+\beta y'(1))^2$$

$$\underbrace{(-\alpha y'(0)+\beta y'(1))^2}_{\geq 0}+\underbrace{\int_0^1 y'^2dx}_{\geq 0}-\underbrace{\lambda}_{>0}\underbrace{\int_0^1 y^2dx}_{\geq 0}=0$$

$$\lambda=0\Rightarrow y=C$$

Ряд Фурье тесно связан с граничными задачами: граничные задачи определяют систему собственных функций, которые образуют ряд Фурье.

$$\text{Если б было}$$
$$\begin{cases}-y''-\lambda y=0,\ 0<x<1,\\ y(0)-(-\alpha y'(0)+\beta y'(1))\alpha=0,\\ y(1)-(-\alpha y'(0)+\beta y'(1))\beta=0\end{cases}\text{, то получилось бы}$$
$$-(-\alpha y'(0)+\beta y'(1))^2+\int_0^1 y'^2dx-\lambda\int_0^1 y^2dx=0$$

Раз $\lambda>0$, можем написать следующее

$$y=A\cos\sqrt{\lambda}x+B\sin\sqrt{\lambda}x$$
$$y'=-A\sqrt{\lambda}\sin\sqrt{\lambda}x+B\sqrt{\lambda}\cos\sqrt{\lambda}x$$
$$[a,b]=[0,1]$$
$$\cos\sqrt{\lambda}a=C_a$$
$$\cos\sqrt{\lambda}b=C_b$$
$$\sin\sqrt{\lambda}a=S_a$$
$$\sin\sqrt{\lambda}b=S_b$$
$$\sqrt{\lambda}=\mu$$
$$y(a)=AC_a+BS_a$$
$$y'(a)=-A\mu S_a+B\mu C_a$$

$$\begin{cases}AC_a+BS_b+(-\alpha\mu(-AS_a+BC_a)+\beta\mu(-AS_b+BC_b))\alpha=0\\ AC_b+BS_b+(-\alpha\mu(-AS_a+BC_a)+\beta\mu(-AS_b+BC_b)))\beta=0\end{cases}$$
$$A(C_a+\alpha^2\mu S_a-\alpha\beta\mu S_b)+B(S_a-\alpha^2\mu C_a+\alpha\beta\mu C_b)=0$$
$$A(C_b+\alpha\beta\mu S_a-\beta^2\mu S_b)+B(S_b-\alpha\beta\mu C_a+\beta^2\mu C_b)=0$$
$$\det\neq 0$$
$$\Delta=\begin{vmatrix}C_a+\alpha^2\mu S_a-\alpha\beta\mu S_b & S_a-\alpha^2\mu C_a+\alpha\beta\mu C_b\\ C_b+\alpha\beta\mu S_a-\beta^2\mu S_b & S_b-\alpha\beta\mu C_a+\beta^2\mu C_b\end{vmatrix}=\dots$$

Получить уравнение для нахождения собственных значений и проиллюстрировать его графически (так чтобы можно было выжать информацию).

$$-\sin(2y)\ \mathrm{ch}\ (2x) + i\cos(2y)\ \mathrm{sh}\ (2x) + C$$
$$y = 0 \Rightarrow$$
$$i\ \mathrm{sh}\ (2z) + C$$

10/03/2025
Результаты "исследований".
Защита у доски. Слушает комиссия.
Консультации:
Получить задачу на 1
Прийти на n с решением
Проконсультироваться
исправиться на n+1 консультации

Постановка задачи
Оформить
Подписать

17/03/2025

Договорились на понедельник вечер.
Будет в каждом семестре.
Защита на 14 неделе
На доску вывести свои результаты. Доклад 7 минут. Ответы на вопросы комиссии. Оценка.

Любая задача

1. Оформление - формализованная процедура
   В качестве итогового рассчета - расчётно-пояснительная записка.
   Приложение А - задание (по форме)
   2 экземпляра чего-то.
   Календарный план

- Титульник для курсовой
- Список исполнителей - ГОСТ 7.32
- Содержание
- Введение (общие слова)
- Основная часть - решаем поставленную задачу. Разумно:
  поделить на 2 части:
  Теоретическая (Ctrl+C Ctrl+V)
  Практическая (ответы)
- Заключение
  Выводы о проделанной работе
- список используемых источников (в толще отчёта - ссылки в [])
- Приложение А (задание)
  В отчете делаем отсылки (согласно заданию в Приложении А)
- Приложение Б (каледарный план)
  Это сроки, их можно не менять. При наставлении соответствующей даты куратор может вызвать на проверку, выполнен ли X, и поставить подпись, что выполнен.

На этой неделе разбираемся с приложением А

Защищаемся в мае.

1. Все 10 использованы
2. Не более чем 2 человека на задачу

Желательно приходим парами по выбранной задаче
Прозоровский ручкой модифицирует задания, чтобы они слегка отличались
Возможно, вопросы будут ещё добавляться.

Вопросы из 1, 2 семестра. Матан
Вопросы