# Вариант №1

**1.** а) Физический маятник установили так, что его центр тяжести оказался над точкой подвеса. Из этого положения маятник начал двигаться к положению устойчивого равновесия, которое он прошел с угловой скоростью $\omega$. Пренебрегая трением, найти период $T$ малых колебаний этого маятника.

б) В однородной среде с плотностью $\rho$ установилась продольная стоячая волна $A\cos(kx)\cos(\omega t)$. Найти выражение для объемной плотности потенциальной энергии $w_U$ и объемной плотности кинетической энергии $w_K$.

**2.** а) Найти приращение энтропии $\Delta S$ одного моля углекислого газа в изобарическом процессе, если его температура возросла в $n$ раз.

б) Система состоит из $N$ частиц, которые могут находиться в двух состояниях с энергиями $E_1$ и $E_2$. Известно, что $E_1 < E_2$. Найти зависимость средней энергии системы $\langle E \rangle$ и числа частиц $N_2$ в состоянии с энергией от температуры $T$. Изобразить качественный вид этих зависимостей.

**3.** а) Электрический заряд равномерно распределен с поверхностной плотностью $\sigma$ по поверхности плоской бесконечно длинной полосы шириной $a$. Найдите напряженность электрического поля $\vec{E}$ на расстоянии $z$ от средней линии полосы в направлении, перпендикулярном ее плоскости. Рассмотрите случаи $z \gg a$ и $z \ll a$.

б) Имеется круговой виток с током $I$. Найдите интеграл

$$\int \vec{B} \cdot d\vec{l}$$

вдоль оси витка в пределах от $-\infty$ до $-\infty$. Объясните полученный результат.

**4.** а) Плоская спираль с очень большим числом витков $N$, плотно прилегающих друг к другу, находится в однородном магнитном поле, перпендикулярном к плоскости спирали. Наружный радиус витков спирали равен $R$. Индукция поля изменяется во времени по закону $B = B_0 \cdot \sin(\omega \cdot t)$, где $B_0$ и $\omega$ — постоянные. Найдите амплитудное значение $\mathscr{E}_{max}$ э.д.с. индукции в спирали.

б) Используя формулы для электромагнитного поля осциллирующего диполя (в волновой зоне)

$$B(r,t) = (\mu_0/4\pi cr)\sin(\theta)p''(t - r/c); E = Bc$$

найти мощность дипольного излучения. Дипольный момент изменяется со временем по гармоническому закону $p = p_0 \cdot cos(\omega \cdot t)$.

Указание. Найти вектор Пойнтинга $\vec{\Pi}$ и рассчитать поток вектора $\vec{\Pi}$ через сферу окружающую диполь.

# Вариант №2

**1.** а) Частицу сместили из положения устойчивого равновесия на расстояние $l$ и предоставили самой себе. Какой путь пройдет эта частица до полной остановки, если логарифмический декремент затухания $\delta \ll 1$?

б) На струне длины $l$ образовалась стоячая волна, причем все точки струны с амплитудой смещения $\xi_0$ отстоят друг от друга на одинаковое расстоянии $\Delta x$. Найти максимальную амплитуду смещения.

**2.** а) Один моль идеального газа сначала изохорически охладили, а затем изобарически расширили так, что его температура стала равной начальной. Найти приращение энтропии $\Delta S$, если давление в этом процессе изменилось в $n$ раз.

б) Найти среднее значение обратной скорости $\langle 1/v \rangle$ для молекул идеального газа при температуре $T$, если масса одной молекулы $m$.

**3.** а) Электрический заряд равномерно распределен с поверхностной плотностью $\sigma$ по поверхности плоской бесконечно длинной полосы шириной $a$. Найдите напряженность электрического поля $\vec{E}$ на расстоянии $z$ от края полосы в направлении, лежащем в плоскости полосы и перпендикулярном ее краю. Рассмотрите случаи $z \gg a$ и $z \ll a$.

б) Найдите плотность тока как функцию расстояния $r$ от оси аксиально симметричного параллельного потока электронов, если индукция магнитного поля внутри потока зависит от $r$ как $B = b \cdot r^{\alpha}$ где $b$ и $\alpha$ — известные положительные постоянные.

**4.** а) Квадратная рамка со стороной $l$ и длинный прямой провод с током $I$ находятся в одной плоскости, так что две стороны рамки параллельны проводу. Рамку поступательно перемещают, удаляя ее от провода в перпендикулярном к нему направлении со скоростью $v$. Найдите э.д.с. индукции $\mathscr{E}$ в рамке как функцию расстояния $x$ от ближней стороны рамки до провода.

б) В вакууме во взаимно перпендикулярных направлениях распространяются две плоские электромагнитные волны с одинаковой поляризацией: $\vec{E}_1(x,t) = \vec{E}_0 \cdot \cos(\omega t - kx)$ и $\vec{E}_2(y,t) = \vec{E}_0 \cdot \cos(\omega t - ky)$. Определить среднее значение модуля вектора Пойнтинга $\langle |\vec{\Pi}| \rangle$ результирующей волны для точек лежащих на прямой $y = x$.

# Вариант №3

**1.** а) Тонкий обруч, повешенный на гвоздь, вбитый горизонтально в стену, совершает малые колебания в плоскости, параллельной стене. Найти период $T$ колебаний обруча.

б) По трубе с площадью сечения $S$ бежит плоская затухающая волна, амплитуда которой убывает по закону $e^{-\gamma x}$. В сечении с координатой $x_1$ среднее по времени значение модуля вектора Умова равно $J_1$. Какая энергия $W$ поглощается за время $\tau$, много большее периода волны $T$, в объеме, заключенном между сечениями с координатами $x_1$ и $x_2$?

**2.** а) При очень низких температурах теплоемкость кристаллов $C = aT^3$, где $a$ — постоянная. Найти энтропию кристалла $S(T)$ как функцию температуры.

б) Найти с помощью распределения Максвелла долю молекул, падающих на поверхность стенки под углами $(\theta, \theta + d\theta)$ к ее нормали.

**3.** а) Заряд $q$ распределен равномерно по объему шара радиуса $R$ Полагая диэлектрическую проницаемость всюду равной единице, найдите потенциал $\varphi$:

— в центре шара;

— внутри шара как функцию расстояния $r$ от его центра.

б) По проводнику, имеющему форму кольца с внешним радиусом $b$ и с внутренним радиусом $a$, течет ток $I$. Найдите величину этого тока $I$ если индукция магнитного поля, создаваемого им в центре кольца (в точке $O$) равна $B_O$. Толщина кольца много меньше его радиуса $a$.

**4.** а) Квадратная проволочная рамка со стороной $a$ и прямой проводник с постоянным током $I$ лежат в одной плоскости, так что две стороны рамки параллельны проводу, а дальняя из них находится на расстоянии $b$ от провода. Сопротивление рамки $R$. Рамку поворачивают на $180^\circ$ вокруг оси, проходящей через дальнюю сторону. Найдите величину заряда $q$, протекшего в рамке.

б) Дипольный момент изменяется со временем по гармоническому закону $p = p_0 \cdot cos(\omega t)$. Используя формулы для электромагнитного поля осциллирующего диполя (в волновой зоне)

$$B(r,t) = (\mu_0/4\pi c r)\sin(\theta)p''(t - r/c); E = B \cdot c,$$

рассчитать и построить (в полярных координатах) для дипольного излучения зависимость среднего значения модуля вектора Пойнтинга $\langle|\vec{\Pi}|\rangle$ от угла $\theta$.

# Вариант №4

**1.** а) Показать, что для слабо затухающего осциллятора ($\delta \ll 1$) отношение резонансного значения амплитуды вынужденных колебаний $A_{max}$ к $A(0)$, т.е. к смещению системы из положения равновесия под действием постоянной силы той же величины, что и амплитуда вынуждающей силы, равно $\pi/\delta$.

б) Точечный изотропный источник испускает звуковые колебания с частотой $\omega$. На расстоянии $r_0$ от источника амплитуда смещения частиц среды равна $A_0$, а на расстоянии $r$ от источника амплитуда смещения в $\eta$ раз меньше $A_0$. Найти коэффициент затухания волны $\gamma$.

**2.** а) Один моль идеального газа с известной теплоемкость $C_V$ при постоянном объеме совершает процесс, при котором энтропия зависит от температуры как $S(T) = \alpha/T$, где $\alpha$ — постоянная. Найти молярную теплоемкость газа $C(T)$ в этом процессе.

б) Потенциальная энергия молекул газа зависит от расстояния до центра поля как $U(r) = ar^2$ , где $a$ — положительная постоянная. Температура газа $T$, концентрация в центре поля $n_0$. Найти расстояние $r_{\text{вер}}$, на котором вероятность обнаружить молекулу газа максимальна.

**3.** а) Найдите напряженность $\vec{E}$ и потенциал $\varphi$ электрического поля в центре полусферы радиуса $R$, заряженной равномерно с поверхностной плотностью $\sigma$.

б) По тонкой прямоугольной рамке размером $a \times b$ течет ток $I$. Найти магнитное поле $B$ в центре рамки.

**4.** а) По двум гладким медным шинам, установленным под углом $\alpha$ к горизонту, скользит под действием силы тяжести медная перемычка массы $m$. Шины замкнуты на конденсатор емкости $C$ расстояние между шинами $l$. Система находится в однородном магнитном поле с индукцией $B$, перпендикулярном к плоскости, в которой движется перемычка. Сопротивления шин, перемычки и скользящих контактов, а также самоиндукция контура пренебрежимо малы. Найдите ускорение перемычки $a(t)$.

б) В вакууме во взаимно противоположных направлениях распространяются две плоские электромагнитные волны $\vec{E}_1(x,t) = \vec{E}_0 \cdot \cos(\omega t - kx)$ и $\vec{E}_1(x,t) = 3\vec{E}_0 \cdot \cos(\omega t + kx)$ с одинаковой поляризацией. Найти зависимость среднего значения модуля вектора Пойнтинга $\langle|\vec{\Pi}|\rangle$ результирующей волны от $x$.

## Вариант №5

**1.** а) К невесомой пружине подвесили грузик, и она растянулась на $\Delta x$. С каким периодом будет колебаться грузик, если ему дать небольшой толчок в вертикальном направлении? Логарифмический декремент затухания равен $\delta$.

б) Определить скорость $v$ распространения волны в упругой среде, если разность фаз колебаний двух точек среды, отстоящих друг от друга на расстояние $\Delta x$, равна $\Delta\varphi$. Частота колебаний равна $\omega$.

**2.** а) Твердое тело с теплоемкостью $C_1$ и температурой $T_1$ помещают в термостат с жидкостью с теплоемкостью $C_2$ и температурой $T_2$. Найти приращение энтропии системы $\Delta S_\Sigma$ к моменту достижения термодинамического равновесия. Температура твердого тела $T_{\text{плав}} < T_1 < T_{\text{кип}}$, теплоемкость термостата пренебрежимо мала.

б) Газ находится в очень высоком цилиндрическом сосуде при температуре $T$. Считая поле тяжести однородным, найти среднее значение потенциальной энергии $\langle U \rangle$ молекул газа. Масса одной молекулы $m$.

**3.** а) Тонкая бесконечно длинная нить имеет заряд $\lambda$ на единицу длины и расположена параллельно проводящей плоскости. Расстояние между нитью и плоскостью равно $l$. Найдите:

— модуль силы, действующей на единицу длины нити;

— распределение поверхностной плотности заряда $\sigma(x)$ на плоскости (здесь $x$ — расстояние от прямой на плоскости, где $\sigma = \sigma_{max}$).

б) Прямоугольная рамка размером $a \times b$ с током $I_1$, находится в одной плоскости с длинным проводом, несущим ток $I_2$. Сторона рамки a параллельна проводу и находится на расстоянии $r$ от него. Найти результирующую силу $\vec{F}$ действующую на рамку. Получить приближенную формулу для случая $r \gg a$.

**4.** а) Внутри бесконечной плоскопараллельной пластины толщиной $2d$ параллельно оси $X$ текут токи плотностью $j$. Зависимость плотности тока от координаты $z$ (ось $Z$ перпендикулярна пластине) описывается формулой

$$j(z) = J, 0 < z < d;$$

$$j(z) = -J, -d < z < 0;$$

Величина $J$ уменьшается со временем с постоянной скоростью $dJ/dt = \alpha$. Найти электрическое поле $E(z,t)$ внутри пластины.

б) Два точечных диполя находятся на расстоянии $l$ и колеблются в одном направлении с одинаковыми частотой $\omega$ и амплитудой $E_0$ и фазой. Найти среднее значение модуля вектора Пойнтинга $\langle|\vec{\Pi}|\rangle$ в точке, находящейся на расстоянии $l$ от каждого диполя, и лежащей в плоскости перпендикулярной направлению колебаний. Формулы для электромагнитного поля осциллирующего диполя (в волновой зоне):

$$B(r,t) = (\mu_0/4\pi cr)\sin(\theta)p''(t - r/c); E = B \cdot c$$

# Вариант №6

**1.** а) Тонкий однородный стержень длины $l$ качается около оси, проходящей через конец стержня перпендикулярно к нему. Есть ли такое место на стержне, прикрепив к которому небольшое по размерам тело значительной массы, мы не изменим период колебаний стержня?

б) На расстоянии $l$ от источника плоской волны частотой $\omega$ перпендикулярно направлению ее распространения расположена стена. Найти расстояние от источника волн до точек, в которых будут первые три узла и три пучности стоячей волны, возникшей в результате сложения бегущей и отраженной от стены волн. Скорость волны равна $V$.

**2.** а) Найти приращение энтропии $\Delta S$ одного моля углекислого газа в изобарическом процессе, если его температура возросла в $n$ раз.

б) Система состоит из $N$ частиц, которые могут находиться в двух состояниях с энергиями $E_1$ и $E_2$. Известно, что $E_1 < E_2$. Найти зависимость средней энергии системы $\langle E \rangle$ и числа частиц $N_2$ в состоянии с энергией от температуры $T$. Изобразить качественный вид этих зависимостей.

**3.** а) Очень длинная нить ориентирована перпендикулярно к проводящей плоскости и не доходит до нее на расстояние $l$ Нить заряжена равномерно с линейной плотностью $\lambda$. Пусть точка $O$ — след нити на плоскости. Найдите поверхностную плотность индуцированного заряда на плоскости:

— в точке $O$;

— в зависимости от расстояния $r$ до точки $O$.

б) Тонкий диск радиуса $R$ равномерно заряжен с поверхностной плотностью $\sigma$ и вращается с угловой скоростью $\omega$ вокруг своей оси ($OZ \perp$ плоскости диска). Определить магнитное поле $\vec{B}$ на оси диска на расстоянии $h$ от его плоскости.

**4.** а) Два контура имеют вид окружностей с радиусами $a$ и $b$, центры этих контуров находятся в одной точке и плоскости контуров составляют друг с другом угол $\alpha$. Найдите э.д.с. в контуре радиуса $b$, если в другом контуре ток нарастает с постоянной скоростью $dI/dt = \beta$.

б) В вакууме в одном направлении распространяются две плоские электромагнитные волны со взаимно перпендикулярными поляризациями:

$$E_{1,y}(x,t) = 3E_0 \cdot \cos(\omega t - kx),$$

$$E_{2,z}(x,t) = 4E_0 \cdot \cos(\omega t - kx).$$

Найти среднее значение модуля вектора Пойнтинга $\langle|\vec{\Pi}|\rangle$ результирующей волны.

# Вариант №7

**1.** а) В астероиде радиуса $R$, сложенном из горных пород плотности $\rho$, сделана сквозная шахта, проходящая через его центр. Найти период колебаний камня, брошенного без начальной скорости в шахту.

б) Найти минимальную частоту стоячих акустических волн в полости, представляющей собой цилиндрическую трубу длиной $l$, открытую с одного торца. Скорость звука $V_s$ в воздухе считать известной.

**2.** а) Один моль идеального газа сначала изохорически охладили, а затем изобарически расширили так, что его температура стала равной начальной. Найти приращение энтропии $\Delta S$, если давление в этом процессе изменилось в $n$ раз.

б) Найти среднее значение обратной скорости $\langle 1/v \rangle$ для молекул идеального газа при температуре $T$, если масса одной молекулы $m$.

**3.** а) Тонкий диск радиуса $R$ равномерно заряжен с поверхностной плотностью $\sigma$. Найти потенциал $\varphi$ на краю диска.

б) Два контура с токами $I_1$ и $I_2$ имеют вид окружностей с радиусами $b$ и $a$ ($a \ll b$), центры этих контуров находятся в одной точке и плоскости контуров составляют друг с другом угол $\theta$. Найдите результирующий момент сил, действующих на первый контур.

**4.** а) В центре длинного соленоида находится кольцо прямоугольного сечения. Высота кольца $h$, его внутренний и внешний радиусы $a$ и $b$, удельное сопротивление металла $\rho$. Магнитное поле $B$ линейно возрастает от нуля до $B_0$ за время $\tau$. Найти количество тепла $Q$ выделившееся в кольце в процессе увеличения магнитного поля. Самоиндукцией кольца пренебречь.

б) Найти закон убывания кинетической энергии (за счет излучения) для нерелятивистского электрона, движущегося в поперечном магнитном поле $\vec{B}$.

# Вариант №8

**1.** а) Система состоит из двух цилиндров массы $m$, соединенных пружинкой жесткости $k$. Цилиндры катятся без проскальзывания. Найти частоту собственных колебаний системы.

б) Найти мощность точечного источника акустических волн, если на расстоянии $r$ от него среднее значение плотности потока энергии равно $j$, а коэффициент затухания волны (по амплитуде) $\gamma$.

**2.** а) При очень низких температурах теплоемкость кристаллов $C = aT^3$, где $a$ — постоянная. Найти энтропию кристалла $S(T)$ как функцию температуры.

б) Найти с помощью распределения Максвелла долю молекул, падающих на поверхность стенки под углами $(\theta, \theta + d\theta)$ к ее нормали.

**3.** а) Найдите напряженность $\vec{F}$ электрического поля на оси полуцилиндра радиуса $R$ заряженного равномерно с поверхностной плотностью $\sigma$.

б) Тонкий диск радиуса $b$ имеет в центре отверстие радиуса $a$. Диск равномерно заряжен с поверхностной плотностью $\sigma$ и вращается с угловой скоростью $\omega$ вокруг своей оси ($OZ \perp$ плоскости диска). Определить магнитное поле $\vec{B}$ в центре диска.

**4.** а) В кольце радиуса $R$, сделанном из тонкого провода, поддерживается постоянный ток $I$. Вдоль оси кольца перемещают с постоянной скоростью $\vec{V}$ маленькое кольцо радиуса $a$. Найти э.д.с. $\mathscr{E}_i$ индукции в малом кольце в момент, когда расстояние между плоскостями колец равно $R$.

б) Дипольный момент изменяется со временем по гармоническому закону $\vec{p}(t) = \vec{p}_0 \cdot \cos(\omega t)$. Используя формулы для электромагнитного поля осциллирующего диполя (в волновой зоне)

$$B(r,t) = (\mu_0/4\pi c r)\sin(\theta)p''(t - r/c); E = B \cdot c,$$

рассчитать и построить (в полярных координатах) зависимость среднего модуля вектора Пойнтинга $\langle|\vec{\Pi}|\rangle$ от угла $\theta$.