Задание 1

Из полного набора костей домино (28 штук) случайным образом выбирается 5 костей. Сколькими способами можно выбрать эти кости так, чтобы среди них была хотя бы одна с шестеркой?

1. Множество X способов выбрать 5 костей из 28 таким образом, что одна из них с шестёркой, равно множеству E способов выбрать 5 костей из 28 за вычетом множества $\overline{X}$ способов выбрать эти кости так, что все они не содержат шестёрку.
2. Мощность множества способов выбрать 5 костей из 28 равна числу сочетаний

$$\#E = C_{28}^5 = \frac{28!}{5!(28-5)!}$$

3. $\overline{X}$ тождественно множеству способов выбрать 5 костей из набора домино A, из которого убрали все домино с 6

$$\#\overline{X} = C^5_{\#\{\text{домино} \mid \text{домино без 6}\}}$$

4.

$$\#\{\text{кости без 6}\} = \#\{\text{все кости}\} - \#\{\text{кости с 6}\}$$

Множество костей с шестёркой на половинке кости можно взаимооднозначно отобразить в множество возможных значений половинки кости. Для обычных домино мощность такого множества 7.

$$\#\{\text{кости без 6}\} = 28 - 7 = 21$$
$$\#\overline{X} = C_{21}^5 = \frac{21!}{5!(21-5)!}$$
$$\#X = \frac{28!}{5!(28-5)!} - \frac{21!}{5!(21-5)!}$$

Задание 2

Для проведения соревнования 10 команд, среди которых три лидера, путем жеребьевки распределяются на две группы по 5 команд в каждой. Какова вероятность того, что два лидера попадут в одну группу, один лидер – в другую?

1. Возможные варианты разбиения 3 лидеров на 2 группы:
Либо все лидеры в одной группе (пусть множество таких разбиений это $\overline{X}$),
Либо 2 в одной, а один в другой (пусть это X).

$$p = P(\text{лидеры не в 1 группе}) = \frac{\#X}{\#\{\text{разбиения}\}} = 1 - \frac{\#\overline{X}}{\#\{\text{разбиения}\}}$$

2. Число разбиений 10 команд на группы по 5 и 5 равно числу размещений из 10 по 5 и 5:

$$\#\{\text{разбиения}\} = A_{10}^{5,5} = \frac{10!}{5!5!}$$

3. $\overline{X}$ равномощно $\{0,1\} \times Y$, где $\{0,1\}$ кодирует информацию о том, в какую группу попали лидеры, а Y - множество различных вариантов разбить 10 команд по 2 группам с учётом того, что лидеры всегда

попадают в заранее определённую (через $\{0,1\}$) группу. Y тождественно множеству разбиений 7 команд на группы 2 и 5.

$$\#\overline{X} = \#\{0,1\} \cdot \#Y$$

$$\#Y = A_7^{2,5} = \frac{7!}{2!5!}$$

$$p = 1 - 2\frac{\frac{7!}{2!5!}}{\frac{10!}{5!5!}}$$

Задание 3

Три раза запускается датчик случайных чисел, выбирающий из интервала $[0,1]$ числа (x,y,z). Найдите вероятность событий:

A) $A = \{\alpha \leq z + x + y\}$

B) $B = \{z + x + y \leq \beta\}$

C) $C = \{\alpha \leq z + x + y \leq \beta\}$.

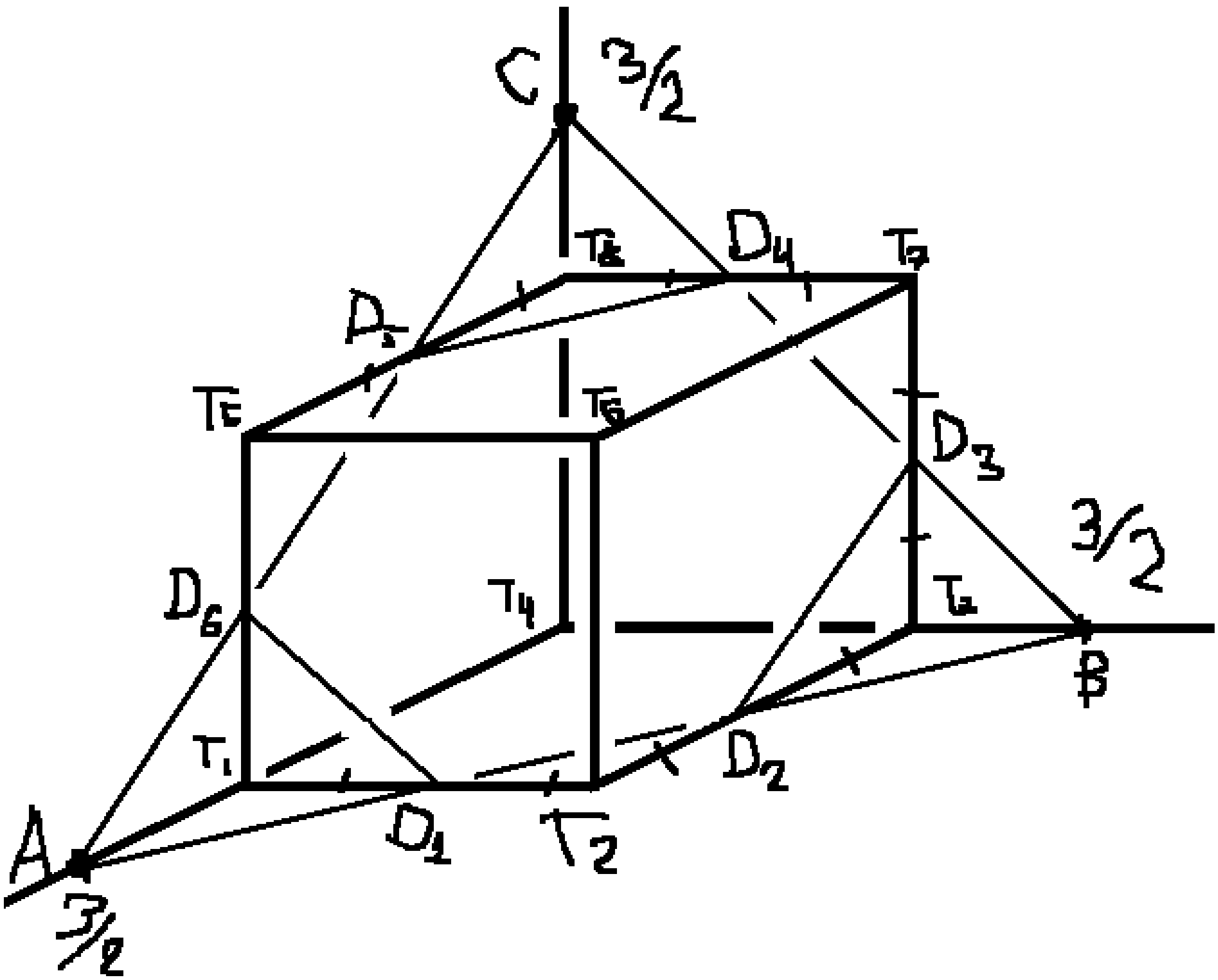
Исходные данные:

\alpha=\frac{3}{2}; \beta=\frac{5}{2}

Решение:

A)

$$z = 1 : \frac{3}{2} = x + y + 1 \Leftrightarrow x + y = \frac{1}{2}$$



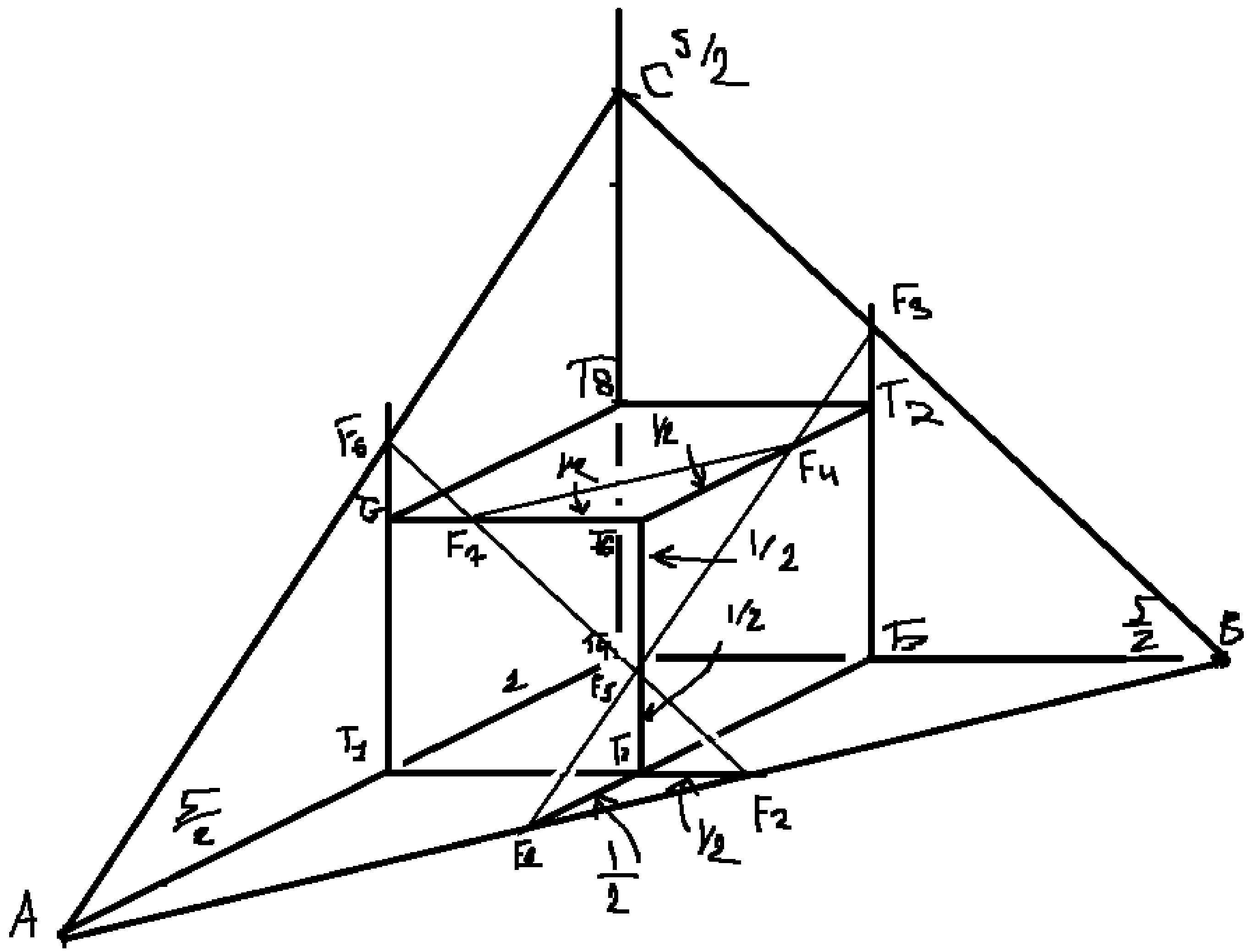
$$V_{\text{под сечением}} = V_{ABCT_4} - V_{AD_1D_6} - V_{BD_3D_2} - V_{CD_5D_4}$$

$$V_{AD_1D_6} = V_{BD_3D_2} = V_{XD_5D_4} = \frac{1}{27}V_{ABC} \Rightarrow$$

$$V_{\text{под сечением}} = \frac{24}{27}V_{ABCT_4} = \frac{8}{9}\cdot\frac{1}{6}\cdot|T_4A|\cdot|T_4B|\cdot|T_4C| = \frac{4}{3^3}\cdot\frac{3^3}{2^3} = \frac{1}{2} \Rightarrow$$

$$P(A) = \frac{V_{\text{под сечением}}}{V_{\text{куба}}} = \frac{1}{2}$$

B)



$$V_{\text{под сечением}} = V_{\text{куба}} - V_{T_5F_4F_7F_5}$$
$$V_{T_5F_4F_7F_5} = \frac{1}{8} \cdot \frac{1}{6} = \frac{1}{48}$$
$$P(B) = \frac{47}{48}$$

C)

$$V_{\text{между сечениями}} = \frac{47}{48} - \frac{1}{2} = \frac{23}{48}$$
$$P(C) = \frac{23}{48}$$

Задание 4

Первый прибор состоит из n_1 узлов, второй из n_2 узлов. Каждый из приборов работал в течение времени t. За это время каждый из узлов первого прибора выходит из строя, независимо от других, с вероятностью q_1, второго — с вероятностью q_2.

Найдите вероятности следующих событий:

1) $A = \{$ за время t в первом приборе вышло из строя ровно k узлов $\}$;

2) $B = \{$ в первом приборе вышло из строя k узлов, а во втором m $\}$;

3) $C = \{$ в двух приборах вышло из строя ровно 2 узла $\}$;

4) $D = \{$ в первом приборе из строя вышло больше узлов, чем во втором $\}$;

5) Известно, что в течение некоторого промежутка времени длины t из строя вышли два узла. С какой вероятностью $P(E|C)$ эти узлы принадлежат одному прибору?

6) Пусть произошло событие D. С какой вероятностью $P(\mu > 2|D)$ в первом приборе вышло из строя больше двух узлов?

Исходные данные:

$$n_1 = 4;\ n_2 = 6;\ q_1 = 0,3;\ q_2 = 0,2;\ k = 2;\ m = 2.$$

Решение:

$$P(A) = C_4^2 \cdot 0.3^2 \cdot 0.7^2 = \frac{4!}{2!2!} \cdot 0.3^2 \cdot 0.7^2$$
$$P(B) = P(A) \cdot C_6^2 \cdot 0.2^2 \cdot 0.8^2 = \frac{4!}{2!2!} \cdot 0.3^2 \cdot 0.7^2 \cdot \frac{6!}{2!4!} \cdot 0.2^2 \cdot 0.8^4$$
$$P(C) = P(A) \cdot C_6^0 \cdot 0.2^0 \cdot 0.8^6 + C_4^1 \cdot 0.3^1 \cdot 0.7^3 \cdot C_6^1 \cdot 0.2^1 \cdot 0.8^5 + C_4^0 \cdot 0.3^0 \cdot 0.7^4 \cdot C_6^2 \cdot 0.2^2 \cdot 0.8^4 =$$
$$= \frac{4!}{2!2!} \cdot 0.3^2 \cdot 0.7^2 \cdot \frac{6!}{0!6!} \cdot 0.2^0 \cdot 0.8^6 + \frac{4!}{1!3!} \cdot 0.3^1 \cdot 0.7^3 \cdot \frac{6!}{1!5!} \cdot 0.2^1 \cdot 0.8^5 +$$
$$+ \frac{4!}{0!4!} \cdot 0.3^0 \cdot 0.7^4 \cdot \frac{6!}{2!4!} \cdot 0.2^2 \cdot 0.8^4 = 0.290217984$$
$$P(D): \text{ Для 1 узла: } p_{11} = 4 \cdot 0.3 \cdot 0.7^3 = 0.4116, p_{12} = 1 \cdot 0.8^6 = 0.262144$$
$$\text{Для 2 узлов: } p_{21} = \frac{4!}{2!2!} \cdot 0.3^2 \cdot 0.7^2 = 0.2646, p_{22} = p_{12} + 6 \cdot 0.2 \cdot 0.8^5 = 0.65536$$
$$\text{Для 3 узлов: } p_{31} = 4 \cdot 0.3^3 \cdot 0.7 = 0.0756, p_{32} = p_{22} + \frac{6!}{2!4!} \cdot 0.2^2 \cdot 0.8^4 = 0.90112$$
$$\text{Для 4 узлов: } p_{41} = 1 \cdot 0.3^4 = 0.0081, p_{42} = p_{32} + \frac{6!}{3!3!} \cdot 0.2^3 \cdot 0.8^3 = 0.98304$$
$$P(D) = 0.4116 \cdot 0.262144 + 0.2646 \cdot 0.65536 + 0.0756 \cdot 0.90112 + 0.0081 \cdot 0.98304 = 0.3573940224$$
$$5)\ P(E) = \frac{4!}{2!2!} \cdot 0.3^2 \cdot 0.7^2 \cdot 0.8^6 + \frac{6!}{4!2!} \cdot 0.2^2 \cdot 0.8^4 \cdot 0.7^4$$
$$P(E|C) = \frac{P(E \cap C)}{P(C)} = \frac{0.1283702784}{0.290217984} = 0.442323651452$$
$$6)\ P(\mu > 2 \cap D) = p_{31} \cdot q_{31} + p_{41} \cdot q_{42} = 0.076087296$$
$$P(\mu > 2|D) = \frac{P(\mu > 2 \cap D)}{P(D)} = \frac{0.076087296}{0.3573940224} = 0.212894707889$$

Задание 5

Используя локальную или интегральную теорему Муавра-Лапласа, найти вероятность события.

Значения функции Лапласа можно вычислить по этой ссылке

Исходные данные:

В одном из опытов Пирсона падение монеты было смоделировано 24000 раз. Как известно, герб выпал 12012 раз. С какой вероятностью при повторении этого опыта будет получено такое же или большее отклонение частоты выпадения герба от теоретической вероятности 0,5?

Решение:

$$n = 24000$$
$$k_1 = 12012$$
$$p = 0.5 \Rightarrow q = 0.5$$
$$p' = \frac{k_1}{n}$$
$$p'' = \frac{k_2}{n}$$

$$\Delta_1 = |p' - p|$$
$$\Delta_2 = |p'' - p|$$
$$P(\Delta_2 \geq \Delta_1) = P(|p'' - p| \geq |p' - p|) = P(|k_2 - np| \geq |k_1 - np|) =$$
$$= P(k_2 \geq np + |k_1 - np| \vee k_2 \leq np - |k_1 - np|) =$$
$$\text{т.к. } k_1 > np:$$
$$P(k_2 \geq k_1 \vee k_2 \leq 2np - k_1) = P(k_1 \leq k_2 \leq n) + P(0 \leq k_2 \leq 2np - k_1)$$
$$\text{Из теоремы Муавра-Лапласа:}$$
$$P(k_1 \leq k_2 \leq n) \approx \Phi\left(\frac{n - pn}{\sqrt{npq}}\right) - \Phi\left(\frac{k_1 - np}{\sqrt{npq}}\right) \approx 2 \cdot 0.43844$$
$$= \Phi\left(\sqrt{\frac{24000 \cdot 0.5}{0.5}}\right) - \Phi\left(\frac{12}{\sqrt{24000 \cdot 0.25}}\right) \approx 0.43844$$
$$P(0 \leq k_2 \leq 2np - k_1) \approx \Phi\left(\frac{2np - k_1 - pn}{\sqrt{npq}}\right) - \Phi\left(\frac{-pn}{\sqrt{npq}}\right) =$$
$$= \Phi\left(\frac{-12}{\sqrt{24000 \cdot 0.25}}\right) - \Phi\left(-\sqrt{24000 \cdot \frac{0.5}{0.5}}\right) \approx 0.43844$$

$$\text{Можно было записать менее подробно, если б я учёл, что}$$
$$\frac{n - pn}{\sqrt{npq}} = \sqrt{\frac{nq}{p}} \approx +\infty$$
$$\Phi(+\infty) = 1$$
$$\Phi\left(\frac{-pn}{\sqrt{npq}}\right) = 1 - \Phi\left(\frac{pn}{\sqrt{npq}}\right)$$
$$\Phi(-\infty) = 0$$

Задание 6

Найдите вероятность того, что из n наугад взятых человек
А) ровно k человек празднуют день рождения с вами в один день,
В) не более m человек родились в течение той же недели.
(Возможностью родиться 29 февраля пренебрегаем)

Исходные данные:

$$n = 850; \quad k = 3; \quad m = 7$$

Решение:

$$p = \frac{1}{365}$$

$$P_n^k \approx \frac{(np)^k}{k!}e^{-np} = \frac{\left(\frac{850}{365}\right)^3}{3!}e^{-\frac{850}{365}} \approx 0.205048323176$$

$$p_2 = \frac{7}{365} \Rightarrow q = \frac{358}{365}$$

$$p_2 n = \frac{7}{365} \cdot 850 \approx 20 < 50 \Rightarrow \text{Придётся считать через сумму, а не интеграл}$$

$$P(0 \le \mu \le m) = \sum_{i=0}^{m} \frac{(np_2)^m}{m!}e^{-np_2} = \sum_{n=0}^{7} \frac{\left(850 \cdot \frac{7}{365}\right)^n}{n!}e^{-850 \cdot \frac{7}{365}} \approx 0.00833891012669$$

(Выражение выше посчитал через десмос)

Задание 7

Условие задачи:

В урне n_1 белых шаров, n_2 — черных и n_3 — синих. Наудачу извлекается m шаров. Обозначим через ξ число вынутых белых шаров, а через η — черных. Найдите совместное распределение случайных величин ξ и η и значение совместной функции распределения $F(x,y)$ в точках (a_1,a_2), (b_1,b_2), (c_1,c_2) и (d_1,d_2), если выборка производится:
а) с возвращением,
б) без возвращения.

В случае б) найдите законы распределения компонент ξ и η, их математические ожидания, дисперсии и коэффициент корреляции.

Алгоритм решения:

Случайным вектором $\bar{\xi} = (\xi_1, \xi_2, \dots \xi_n)$ называют числовую вектор-функцию, определенную на Ω таким образом, что все множества вида $\{\omega \in \Omega \mid \xi_1(\omega) < x_1, \xi_2(\omega) < x_2, \dots, \xi_n(\omega) < x_n\}$ содержатся в $\mathcal{A}$.

Случайный вектор $\bar{\xi} = (\xi_1, \xi_2, \dots \xi_n)$ называется дискретным, если множество его значений конечно или счётно.

Совокупность возможных значений дискретного случайного вектора и соответствующих им вероятностей называется законом распределения вероятностей случайного вектора.

Закон распределения дискретного двумерного случайного вектора (ξ, η) удобно задавать в виде таблицы распределения вероятностей:

	x_1	x_2	$\dots$	x_{n_1}
y_1	p_{11}	p_{21}	$\dots$	$p_{n_1 1}$
y_2	p_{12}	p_{22}	$\dots$	$p_{n_1 2}$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\dots$	$\vdots$
y_m	p_{1n_2}	p_{2n_2}	$\dots$	$p_{n_1 n_2}$

Вероятности $p_{ij} = P\left\{\xi = x_i, \eta = y_j\right\}$ называются также совместными вероятностями случайных величин ξ и η.

Функцией распределения случайного вектора называется

$$F_{\bar{\xi}}(\bar{x}) = P\{\omega \in \Omega \mid \xi_1(\omega) < x_1, \xi_2(\omega) < x_2, \dots, \xi_n(\omega) < x_n\} \equiv$$
$$P(\xi_1 < x_1, \xi_2 < x_2, \dots, \xi_n < x_n),$$

?

| y_m | p_{1n_2} | p_{2n_2} | $\dots$ | $p_{n_1 n_2}$ |

Вероятности $p_{ij} = P\left\{\xi = x_i, \eta = y_j\right\}$ называются также совместными вероятностями случайных величин ξ и η.

Функцией распределения случайного вектора называется

$$F_{\bar{\xi}}(\bar{x}) = P\{\omega \in \Omega \mid \xi_1(\omega) < x_1, \xi_2(\omega) < x_2, \dots, \xi_n(\omega) < x_n\} \equiv$$
$$P(\xi_1 < x_1, \xi_2 < x_2, \dots, \xi_n < x_n),$$

где $\bar{x} = (x_1, x_2, \dots x_n)$.

Функция распределения случайного вектора (ξ, η) может быть найдена с помощью закона распределения:

$$F(x,y) = P(\xi < x, \eta < y) = \sum_{\substack{i: x_i < x \\ j: y_j < y}} P\left(\xi = x_i, \eta = y_j\right)$$

Совместный закон распределения однозначно определяет законы распределения компонент:

$$P\{\xi = x_i\} = \sum_j p_{ij}, \quad P\left\{\eta = y_j\right\} = \sum_i p_{ij}$$

Математическим ожиданием или центром рассеивания случайного вектора (ξ, η) называется неслучайный вектор $(M\xi, M\eta)$.

Дисперсией случайного вектора (ξ, η) называется неслучайный вектор $(D\xi, D\eta)$.

Величина

$$\operatorname{cov}(\xi, \eta) = M\left[(\xi - M\xi)(\eta - M\eta)\right]$$

называется ковариацией СВ ξ и η.

Ковариацию также можно вычислить по формуле:

$$\operatorname{cov}(\xi, \eta) = M[\xi\eta] - M\xi \cdot M\eta.$$

? …ованная ковариация называется коэффициентом корреляции:

(1) YouTube | (1) YouTube | (1) Riemann - You | Вахштайн-Шуль | Входящие (744) | DeepSeek - Into | Задания | шанинка - Поиск | Московская выс | тервер07 | Desm
nomotex.ru/profile/tasks/
Александр | YouTube | Desmos | Графичес... | Таблица математи... | Верхний индекс —... | Fraktur - Wikipedia | Your Projects - Over... | Cursed sites | Шахматная доска | расписание | инфа по майну | Копия блокнота "U... | Все закладки
Nomotex | Поиск по содержимому кванта | ПРИХОДЬКО А. С. | ВЫЙТИ

$$\rho_{\xi\eta} = \frac{\operatorname{cov}(\xi, \eta)}{\sqrt{D\xi \cdot D\eta}}.$$

Формулы для вычисления основных числовых характеристик:

$$M[\xi] = \sum_{i=1}^{n_1} \sum_{j=1}^{n_2} x_i p_{ij}$$

$$M[\eta] = \sum_{i=1}^{n_1} \sum_{j=1}^{n_2} y_j p_{ij}$$

$$D[\xi] = \sum_{i=1}^{n_1} \sum_{j=1}^{n_2} (x_i - M[\xi])^2 p_{ij}$$

$$D[\eta] = \sum_{i=1}^{n_1} \sum_{j=1}^{n_2} (y_j - M[\eta])^2 p_{ij}$$

$$M[\xi \cdot \eta] = \sum_{i=1}^{n_1} \sum_{j=1}^{n_2} x_i y_j p_{ij}$$

Исходные данные:

$$n_1 = 3;$$
$$n_2 = 6;$$
$$n_3 = 4;$$
$$m = 6;$$

$m = 6;$

$(a_1, a_2) = (2, 2);$

$(b_1, b_2) = (1, 3);$

$(c_1, c_2) = (1, 4);$

?

$n_2 = 6;$

$n_3 = 4;$

$m = 6;$

$(a_1, a_2) = (2, 2);$

$(b_1, b_2) = (1, 3);$

$(c_1, c_2) = (1, 4);$

$(d_1, d_2) = (2, 5);$

Все ответы введите с точностью до 3 знака после запятой.

1. **Введите совместный закон распределения для случая с возвращением:**

$\xi \setminus \eta$	0	1
0		
1		

Строки: + - Столбцы: + - Очистить формы

2. **Введите функцию распределения в заданных точках для случая с возвращением и без возвращения:**

	$F_{\xi\eta}(a_1, a_2)$	$F_{\xi\eta}(b_1, b_2)$	$F_{\xi\eta}(c_1, c_2)$	$F_{\xi\eta}(d_1, d_2)$
С возвращением				
Без возвращения				

?

(1) YouTube | (1) YouTube | (1) Riemann - You | Вахштайн-Шуль | Входящие (744) | DeepSeek - Into | Задания | шанинка - Поиск | Московская выс | тервер07 | Desm
nomotex.ru/profile/tasks/
Александр | YouTube | Desmos | Графичес... | Таблица математи... | Верхний индекс — | Fraktur - Wikipedia | Your Projects - Over... | Cursed sites | Шахматная доска | расписание | инфа по майну | Копия блокнота "U... | Все за
Nomotex | Поиск по содержимому кванта | ПРИХОДЬКО А. С. | ВЫЙТИ

3. **Введите законы распределения компонент для случая без возвращения:**

ξ		
$P(\xi = i)$		

Столбцы: + - Очистить формы

η		
$P(\eta = i)$		

Столбцы: + - Очистить формы

4. **Введите числовые характеристики случайных величин для случая без возвращения:**

$M\xi =$

$M\eta =$

$D\xi =$

$D\eta =$

$M(\xi\eta) =$

$\rho_{\xi\eta} =$

?

Сдать работу

В урне n_1 белых шаров, n_2 — черных и n_3 — синих. Наудачу извлекается m шаров. Обозначим через ξ число вынутых белых шаров, а через η — черных. Найдите совместное распределение случайных величин ξ и η и значение совместной функции распределения $F(x, y)$ в точках (a_1, a_2), (b_1, b_2), (c_1, c_2) и (d_1, d_2), если выборка производится:

а) с возвращением,

б) без возвращения.

В случае б) найдите законы распределения компонент ξ и η, их математические ожидания, дисперсии и коэффициент корреляции.

Исходные данные:

$$n_1 = 3;$$
$$n_2 = 6;$$
$$n_3 = 4;$$
$$m = 6;$$
$$(a_1, a_2) = (2, 2);$$
$$(b_1, b_2) = (1, 3);$$
$$(c_1, c_2) = (1, 4);$$
$$(d_1, d_2) = (2, 5);$$

Решение:

<<<<<<< HEAD
$m = 6 \Rightarrow$ возможные значения ξ и η $\in \{0, 1, \ldots, 6\}$
$P(n_1', n_2') = ?$
Очевидно, что $0 \le n_1' \le n_1$, $0 \le n_2' \le n_2$
Для выборки с возвращением:
Для того, чтобы $P(n_1', n_2') \ne 0$ нужно, чтобы $n_1' + n_2' \le m$.

$$p_\xi = \frac{n_1}{n_1 + n_2 + n_3},\ p_\eta = \frac{n_2}{n_1 + n_2 + n_3}, p_\zeta = \frac{n_3}{n_1 + n_2 + n_3}$$
$$P(\xi = n_1', \eta = n_2') = A(n_1', n_2', m - n_1' - n_2') p_\xi^{n_1'} p_\eta^{n_2'} p_\zeta^{n_3'}$$

m!*n1^*in2^j*n3^(m-xi-eta)*
*xi!*eta!*(m-xi-eta)!*(n1+n2+n3)^m
Для выборки без возвращения:
Гипергеометрическая модель

$$P(\xi = n_1', \eta = n_2') = \frac{C_{n_1}^{n_1'} C_{n_2}^{n_2'} C_{n_3}^{m - n_1' - n_2'}}{C_{n_1 + n_2 + n_3}^{m}}$$

$\xi \backslash \eta$	**0**	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**
0	0.000848593760391						
1							0
2						0	0
3					0	0	0

Для выборки без возвращения:
Очевидно, что $0 \le n_1' \le n_1$, $0 \le n_2' \le n_2$
Для того, чтобы $P(n_1', n_2') \ne 0$ нужно, чтобы $m - n_3 \le n_1' + n_2' \le m$.
Если это условие выполняется, то

$$P(n_1', n_2') =$$

$$P(n_1', n_2') = p_\xi^{\min(n_1', m)} \cdot C_m^{\min(n_1', m)} \cdot p_\eta^{\min(n_2', m-n_1')} \cdot C_{m-n_1'}^{\min(n_2', m-n_1')} \cdot p_{\overline{\xi\eta}}^{m-n_1'-n_2'}$$

если $\begin{gathered} x \le n_1 \\ y \le n_2 \\ m - x - y \le n_3 \\ x + y \le m \end{gathered}$

$\xi \backslash \eta$	**0**	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**
0							
1							
2							
3							

Задание 8

На первом этапе опыта в урне случайным образом по схеме Бернулли генерируется набор из n белых и черных шаров, причем каждый шар равновозможно выбирается белым или черным. Далее из урны вынимаются без возвращения l шаров. Найдите наиболее вероятный первоначальный цветовой состав шаров, если на втором этапе был получен цветовой состав A. Укажите апостериорную вероятность этого первоначального состава. Решите ту же задачу, если на втором этапе шары вынимаются с возвращением.

Исходные данные:

$$n = 8; \;\; l = 3; \;\; A = \{3 \; \textit{белых}\}$$

Решение:

$$\text{схема Бернулли: } P_n(m) = C_n^m p^m q^{n-m}$$
$$p = q = \frac{1}{2} \Rightarrow P_n(m) = \frac{C_n^m}{2^n}$$
$$m \text{ - число белых шаров, } m - n \text{ - чёрных}$$
$$\text{Вынимаются с возвращениями } l \text{ шаров:}$$
$$p = \frac{m}{n}$$
$$P(A|\mu = m) = p^3 = \frac{m^3}{n^3}$$
$$P(A) = \sum_{m=0}^{n} \frac{C_n^m m^3}{2^n n^3} = 0.171875$$
$$P(\mu = m|A) = \frac{P(A|\mu = m)P(\mu = m)}{P(A)} = \frac{\frac{C_n^m m^3}{2^n n^3}}{0.171875}$$

=======

$$p_1 = \frac{n_1}{n_1 + n_2 + n_3}, \; p_2 = \frac{n_2}{n_1 + n_2 + n_3}, \; p_3 = \frac{n_3}{n_1 + n_2 + n_3}$$

$m = 6 \Rightarrow$ возможные значения ξ и η $\in \{0, 1, \ldots, 6\}$
Если с возвращением, то

$$P(\xi = n_1', \eta = n_2') = A_{n_1', n_2', m-n_1'-n_2'} p_1^{n_1'} \cdot p_2^{n_2'} \cdot p_3^{m-n_1'-n_2'}$$

Если без возвращения - гипергеометрическая модель

$$P(\xi = n_1', \eta = n_2') = \frac{C_{n_1}^{n_1'} C_{n_2}^{n_2'} C_{n_3}^{m-n_1'-n_2'}}{C_{n_1+n_2+n_3}^{m}}$$

9ea623ad94c1d6cc0d98b2f0bdee49be151f19ad