

Метлин Михаил Тимофеевич

Пропустили семинар

Есть справка -> По уважительной причине

Нет справки -> неуваж

2 пропуска по неуважительной причине -> допуск от заместителя декана

Отработка семинара = решение задач с семинара (1/всех)

5 вариантов задач. Вариант связан с номером в Электронном Журнале

4 задачи до 1 (до 1 РК), 2 до 2 (15 нед)

Вариант = (номер-1) %5+1

Сдали не в срок - не максимум баллов

Условия переписываем, всё **расписываем подробно**

Защита типовиков: pdf задачи. Присылаем. Правим. Присылаем. Можно защищать. Очно защищаем.

Консультация будет назначена через месяц.

Защита = "Это что? Это откуда?"

РК на лабах

5 семинаров - 1 модуль

3 семинара - 2 модуль

Активное участие в семинарах обязательно

лекции зависят от лабника

14/02/2025

Колебания - это повторяющийся во времени периодический процесс

$$\vec{F} = m\vec{a}$$

\vec{F} - Мера воздействия на тело

$$0x | m\ddot{x} = -kx$$

$$\ddot{x} + \frac{k}{m}x = 0$$

$$\frac{k}{m} = \omega_0^2$$

$$\omega \left[\frac{\text{рад}}{\text{с}} \right]$$

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

$$A; \omega; T; \nu$$

$$T = \frac{1}{\nu} = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} = [\text{с}]$$
$$2\pi\nu = \omega$$

Для математического

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}, \omega = \sqrt{\frac{g}{l}}$$

$$x = A \cdot \cos(\omega t + \varphi_0)$$

Для решения:

1. Записываем уравнение динамики в случае неравновесного состояния системы
2. Сводим к шаблонному уравнению
3. Находим из него частоту и всё, кроме амплитуды
4. Амплитуду находим через частное решение

осиальные вектора - это не вектора

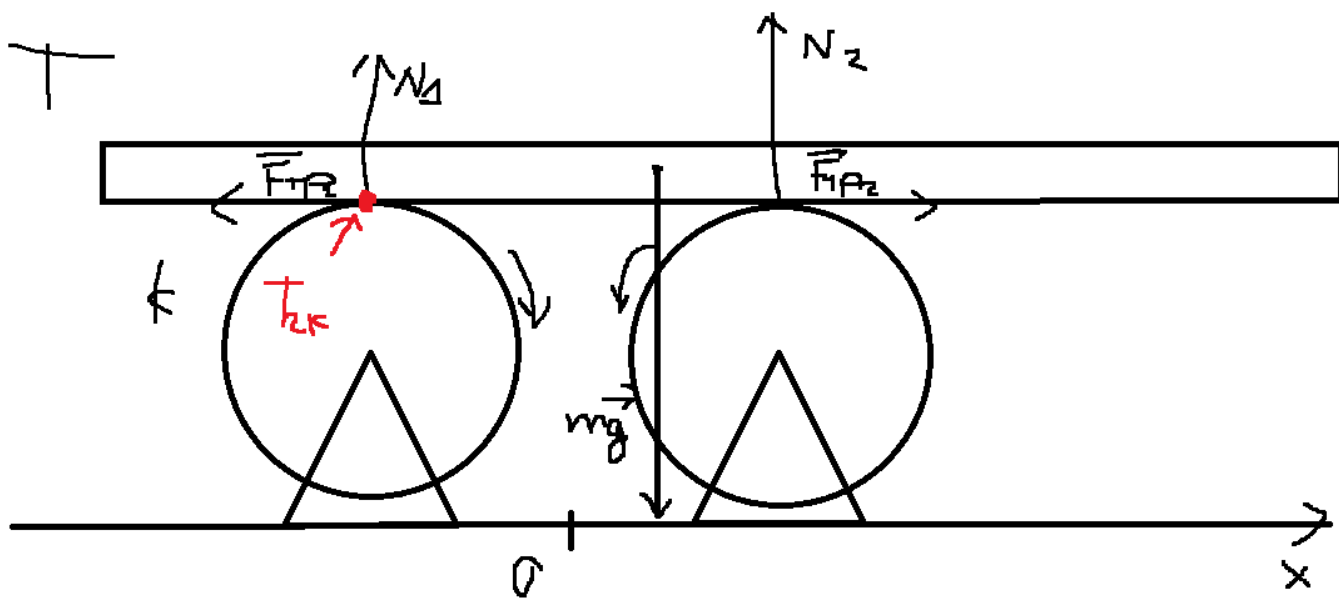
$$\vec{M} = \vec{r} \times \vec{F}$$

Линейное движение	Вращательное движение
$\begin{array}{c} \vec{F} \\ \vec{r} \\ \vec{V} = \frac{d\vec{r}}{dt} \\ \vec{a} = \frac{d\vec{V}}{dt} \\ m \\ \vec{p} = m\vec{V} \end{array}$	$\begin{array}{c} \vec{M} \\ \varphi? \\ \vec{\omega} = \vec{r} \times \vec{V}, \omega = \frac{d\varphi}{dt} \\ \vec{\varepsilon}, \varepsilon = \frac{d\omega}{dt} \\ I \\ \vec{L} = \vec{r} \times \vec{p} - \text{Момент импульса} \end{array}$

$$\begin{aligned} m\vec{a} = \vec{F} &\implies \vec{M} = I\vec{\varepsilon} \\ \vec{p} = m\vec{V} &\implies \vec{L} = I\vec{\omega} \\ E_l = \frac{mV^2}{2} &\implies E_k = \frac{I\omega^2}{2} \end{aligned}$$

Ньютон:

$$\begin{aligned} a &= \frac{F}{m} \\ \frac{dV}{dt} &= \frac{F}{m} \\ dV \cdot m &= F \cdot dt \\ d\vec{p} &= \vec{F} \cdot dt \\ \frac{d\vec{p}}{dt} &= \vec{F} \\ \frac{d\vec{L}}{dt} &= \vec{M} \\ \vec{F} = 0 &\implies \vec{p} = C \\ \vec{M} = 0 &\implies \vec{L} = C \\ L &\sim mVr \\ mV_1r_1 &= mV_2r_2 \end{aligned}$$



$$\begin{aligned}
m\ddot{x} &= -\vec{F}_2 + \vec{F}_1 \\
m\ddot{x} &= k(-\vec{N}_2 + \vec{N}_1) \\
\ddot{x} &= \frac{k}{m}(-\vec{N}_2 + \vec{N}_1) \\
0 &= -mg + N_1 + N_2 \\
mg &= N_1 + N_2 \\
|\vec{M}| &= \text{плечо} \cdot |\vec{F}| \\
\sum \vec{M}_i &= 0 \implies \\
M_{N_1} + M_{N_2} + M_{mg} + M_{F_1} + M_{F_2} &= 0 \\
M_{N_1} = M_{F_1} = M_{F_2} &= 0 \\
M_{mg} = \left(x + \frac{l}{2}\right)mg, M_{N_2} &= -lN_2 \\
mg\left(x + \frac{l}{2}\right) &= lN_2 \\
N_2 &= mg\left(\frac{1}{2} + \frac{x}{l}\right) \\
N_1 &= mg\left(\frac{1}{2} - \frac{x}{l}\right) \\
\ddot{x} + \frac{k}{m}mg\left(\frac{1}{2} + \frac{x}{l} - \frac{1}{2} + \frac{x}{l}\right) &= 0 \\
\ddot{x} + \frac{2kg}{l}x &= 0 \implies \omega_0 = \sqrt{\frac{2kg}{l}} \\
T &= 2\pi\sqrt{\frac{l}{2kg}}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
F_{\text{вязкого трения}} &= -\alpha V \\
m\ddot{x} &= -kx - \alpha\dot{x} \\
\ddot{x} + \frac{\alpha}{m}\dot{x} + \frac{k}{m}x &= 0 \\
\frac{\alpha}{m} &= 2\beta \\
X &= X_{max} \cos(\omega t + \varphi_0) e^{-\beta t} \\
t = \frac{1}{\beta} &\text{ - позволяет анализировать затухание}
\end{aligned}$$

Долг

#долг

Маятник - лёгкий тонкостенный сферический сосуд радиуса R, заполнен водой. Сосуд укреплен на легком жестком стержне. Расстояние между центром подвеса O и центром сосуда - l. Во сколько раз изменится период колебаний после того как вода замерзнет?

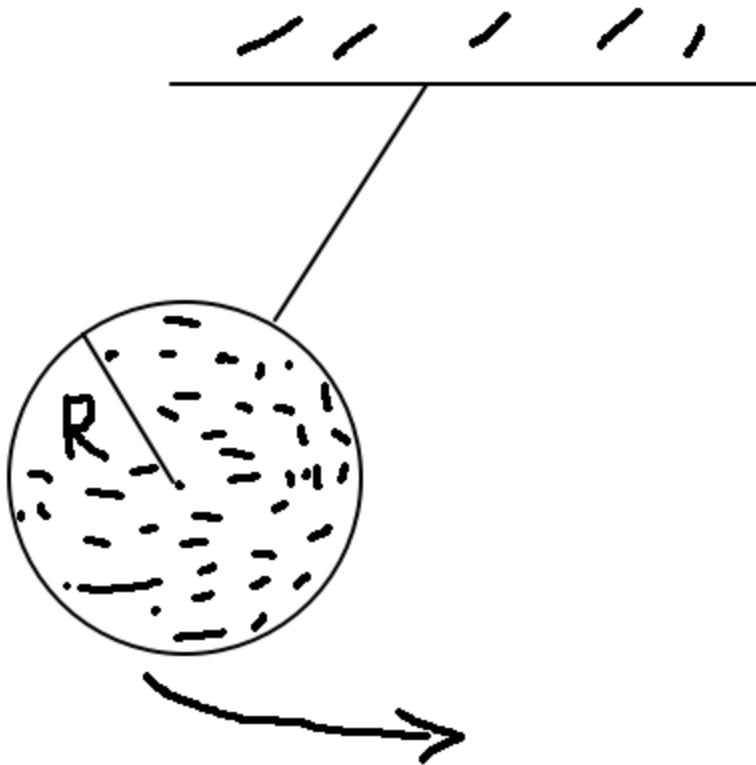
Дано:

R, l

Найти:

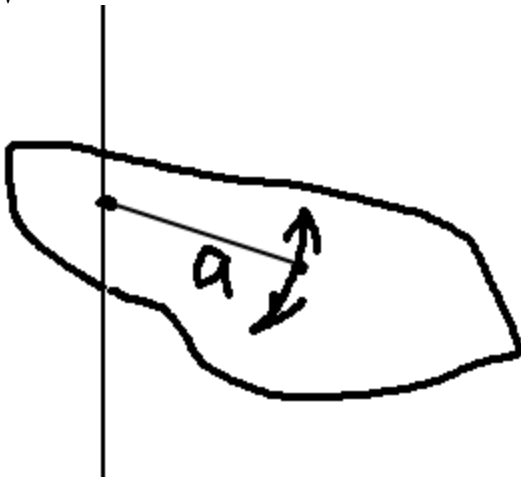
$$\frac{T_{\text{ж}}}{T_{\text{т}}}$$

Решение:



$$T_M = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$$

$$T_\phi = 2\pi\sqrt{\frac{I}{m a g}}$$



$$T = 2\pi\sqrt{\frac{I}{m l g}}$$

$$I_{\text{ш}} = ?$$

$$I_{\text{произвольная ось}} = I_C + m l^2 =$$

$$I_C = \frac{2}{5} m R^2$$

$$= \frac{2}{5} m R^2 + m l^2$$

$$T_\phi = 2\pi\sqrt{\frac{\frac{2}{5} m R^2 + m l^2}{m l g}} = 2\pi\sqrt{\frac{2}{5} \frac{R^2}{l g} + \frac{l}{g}}$$

$$\frac{T_\phi}{T_M} = \frac{2\pi\sqrt{\frac{2}{5} \frac{R^2}{l g} + \frac{l}{g}}}{2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}} = \sqrt{\frac{2}{5} \frac{R^2}{l^2 + 1}}$$

Частицу сместили из положения равновесия на расстояние l и предоставили самой себе. Какой путь пройдет эта частица до полной остановки, если логарифмический декремент затухания λ ?

Дано:

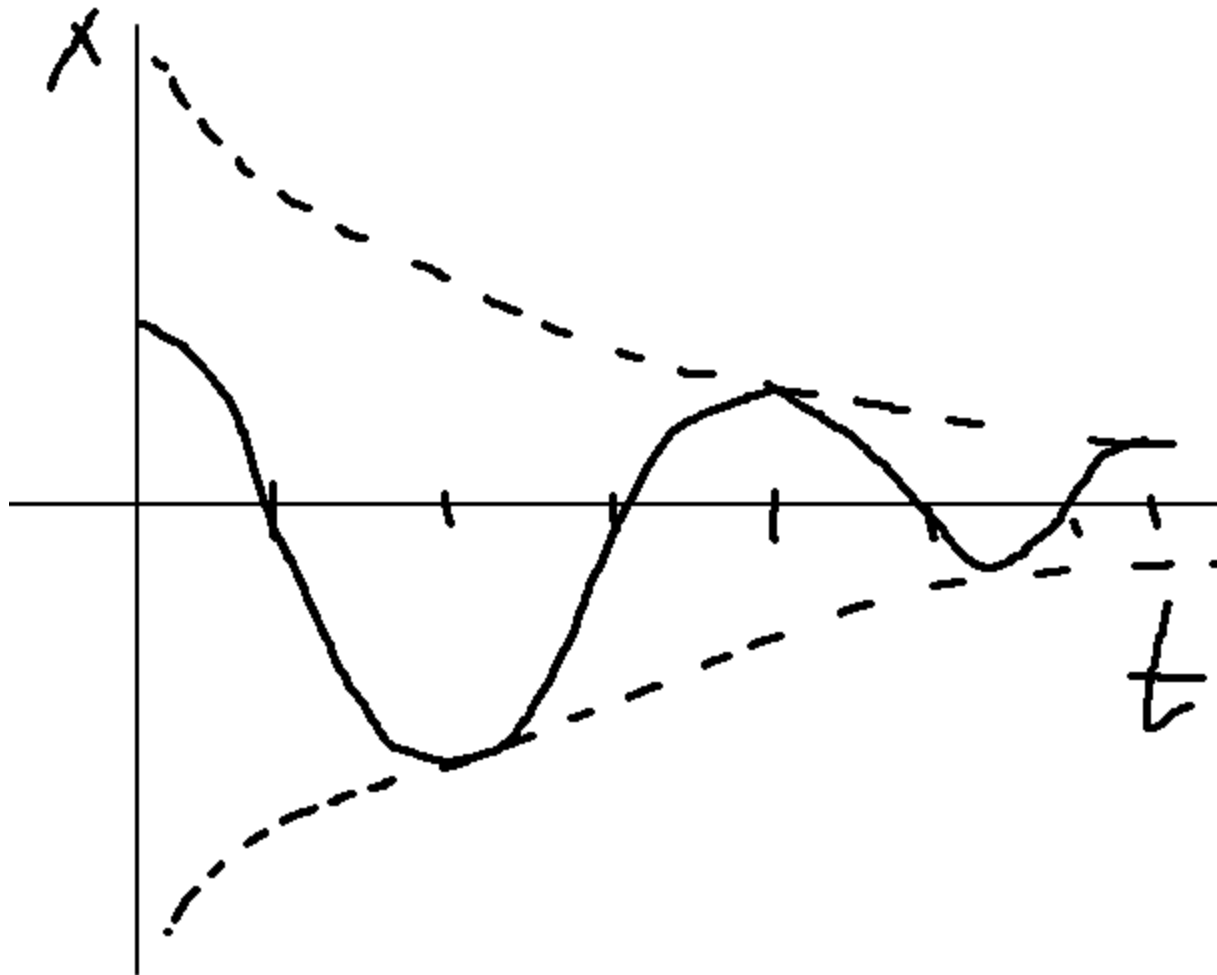
$$l_0 = 1 \text{ см}, \lambda = 0.02$$

Найти:

$$S_{\text{полн}}$$

Решение:

$$x(t) = l_0 \cdot \exp(-\beta t) \cos(\omega t + \varphi_0)$$



$$S_{\text{полн}} = l_0 + 2S_1 + 2S_2 + \dots = l_0 + 2(S_1 + S_2 + \dots) = l_0 + 2 \sum \text{угп}$$

$$\frac{S_2}{S_1} = \frac{l_0 \exp(-\beta \cdot 2T)}{l_0 \exp(-\frac{\beta T}{2})} = \exp(-\beta T + \beta T) = \exp\left(-\frac{\beta T}{2}\right)$$

$$\frac{S_3}{S_2} = \frac{l_0 \exp(-\frac{\beta 3}{2} T)}{l_0 \exp(-\beta T)} = \exp\left(-\frac{\beta 3}{2} T + \beta T\right) = \exp\left(-\frac{\beta T}{2}\right)$$

Убывающая геометрическая прогрессия

$$S_{\text{полн}} = l_0 + 2 \cdot \frac{l_0 \exp(-\frac{\beta T}{2})}{1 - \exp(-\frac{\beta T}{2})} = l_0 + 2 \frac{l_0 e^{-\lambda/2}}{1 - e^{-\lambda/2}}$$

$$\lambda = \beta T = \frac{1}{Ne}$$

у косинуса максимум/минимум => у косинуса значение по модулю =1

28/02/2025

Волновое уравнение

$$\Delta \vec{f} = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 \vec{f}}{\partial t^2}$$

$$\Delta f = \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right) f$$

Частное решение - $g(\omega t + kx)$

Пример:

$$\begin{cases} \nabla \times E = -\frac{\partial B}{\partial t} \\ \nabla \cdot E = 0 \\ \nabla \times B = \frac{\partial E}{\partial t} \end{cases}$$

$$\nabla \times (\nabla \times E) = \nabla \cdot (\nabla \times E) \vec{C}^0 - \Delta E = -\Delta E$$

$$\nabla \times \left(-\frac{\partial B}{\partial t} \right) = -\frac{\partial}{\partial t} (\nabla \times B) = -\frac{\partial^2 E}{\partial t^2}$$

$$-\Delta E = -\frac{\partial^2 E}{\partial t^2}$$

$$\Delta E = \frac{\partial^2 E}{\partial t^2} \Rightarrow v = 1$$

$E = E_0 \cos(\omega t - kx)$ - гармоническая плоская волна

λ - Пространственный период - длина волны

$$\frac{2\pi}{\lambda} = k - \text{пространственная частота}$$

$$E = E_0 \cos\left(\frac{2\pi}{T}t - \frac{2\pi}{\lambda}x\right)$$

$$v = \frac{\omega}{k} - \text{скорость передачи возмущения}$$

Звуковые колебания имеющие частоту 500Гц и амплитуду 0.25 мм распространяются в воздухе.

Дано:

$$\nu = 500 \text{ Гц}$$

$$d = 0.25 \text{ мм}$$

$$\lambda = 70 \text{ см}$$

$$v_{\text{распр}} = ?, v_{\text{колебаний частиц}}$$

Решение:

$$v_{\text{распр}} = \frac{\omega}{k} = \frac{2\lambda\pi}{T2\pi} = \frac{\lambda}{T} = \lambda \cdot \nu = 0.7 \cdot 500 = 350 \frac{\text{м}}{\text{с}}$$

$$\xi(t) = \xi_0 \sin(\omega t - kx)$$

$$v_{\text{кол}} = \xi_0 \omega \cos(\omega t - kx) \Rightarrow \max(v_{\text{кол}}) = \xi_0 \omega$$

$$v_{\text{кол}} = 0.785 \frac{\text{м}}{\text{с}}$$

Лекция 7 механика волны. вывод звуковых волн стержня. Вывод волнового уравнения.

Обозначения из теории упругости:

$$\frac{F}{S} = \frac{kx}{S}$$

k - коэффициент жёсткости

x - абсолютное удлинение

F - сила упругости стержня

S_{\perp} - площадь поперечного нормального сечения. Далее обозначается как S

$\sigma = \frac{F}{S_{\perp}}$ - нормальное напряжение силы упругости

$\varepsilon = \frac{x}{l}$ - относительное растяжение, где

l - первоначальная длина

$$\sigma S = kx$$

$$\sigma S = k\varepsilon l$$

$$\sigma = \frac{kl}{S} \varepsilon$$

$$E = \frac{kl}{S} - \text{модуль Юнга}$$

$$\sigma = E\varepsilon$$

Сам вывод:

"Локальные" обозначения:

dx - длина участка, изменения "границы" возмущения за время dt

C - скорость передачи возмущения в среде (скорость звука)

dt - время

$dx = C \cdot dt$ - из геометрических соображений

dm - масса участка стержня, соответствующего этому участку

ρ - плотность среды

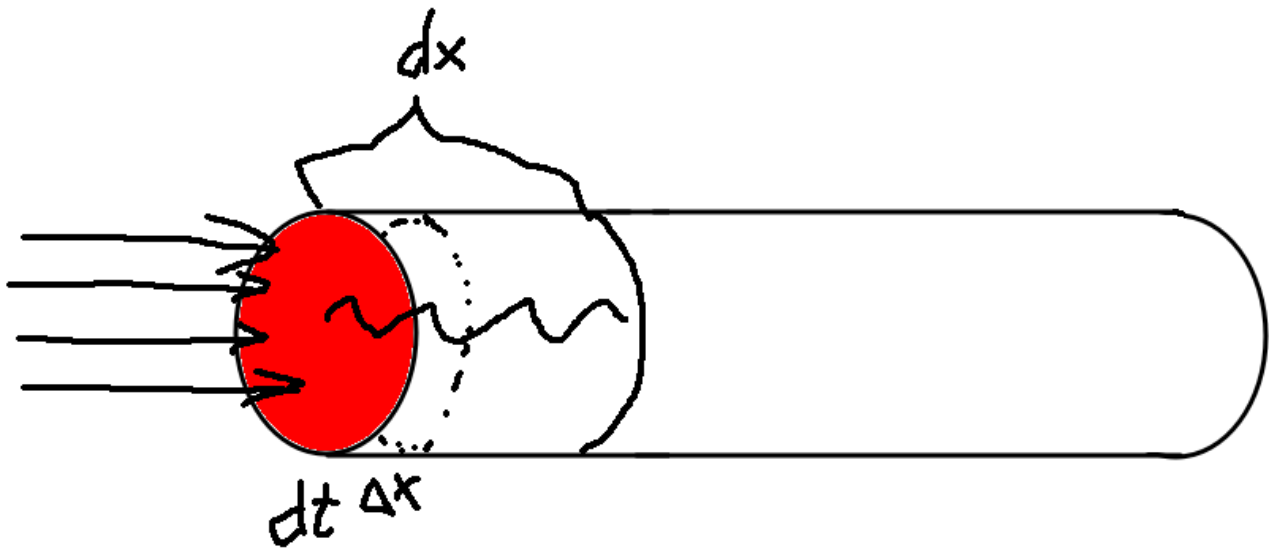
dV - элементарный объём

$dm = \rho \cdot dV$ - определение плотности

$dV = S \cdot dx$ - из геометрических соображений

$$\Rightarrow dm = \rho SC dt$$

Рассуждения:



В начальный момент времени сила приложена к части стержня, выделенной красным. Спустя время dt стержень деформировался и сила стала действовать к другой части стержня (смещённой на Δx от красной).

За это время этот кусочек приобрёл импульс:

$$dp = u \cdot dm, \text{ где } u - \text{скорость движения элемента массы } dm$$

$$\Rightarrow dp = u \cdot \rho SC dt$$

$$\Rightarrow F = \frac{dp}{dt} = u \rho SC$$

$$\Rightarrow \sigma S = u \rho C$$

$$\Rightarrow E\varepsilon = u \rho C$$

Т.к. кусочек длиной dx сжался на Δx , по определению $\varepsilon = \frac{\Delta x}{dx}$

$$\Rightarrow E \frac{\Delta x}{dx} = u \rho C$$

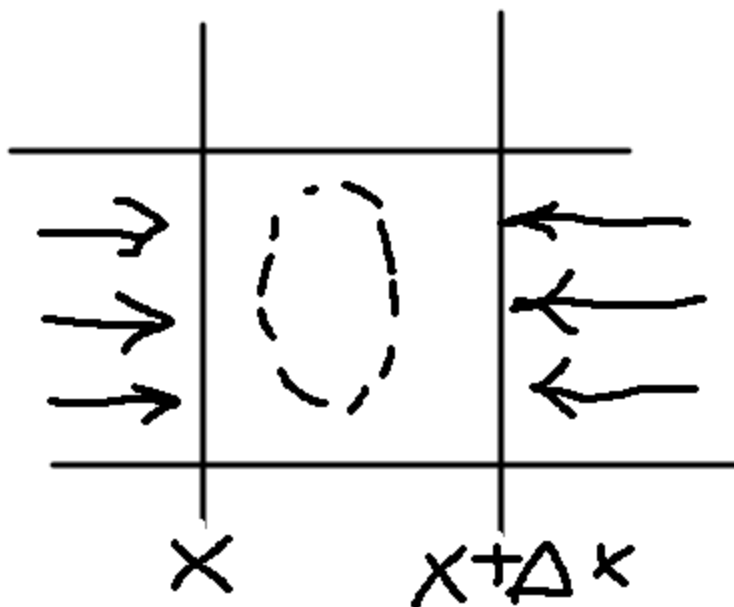
$\Delta x = u dt$ - из геометрических соображений

$$\Rightarrow E \frac{u dt}{C dt} = u \rho C$$

$$\Rightarrow E \cdot \frac{1}{C} = \rho C$$

$$\Rightarrow \frac{E}{\rho} = C^2$$

$$\Rightarrow C = \sqrt{\frac{E}{\rho}} - \text{скорость распространения звука в среде}$$



$\Delta m \cdot a = F_2 - F_1$ - второй закон Ньютона

$$\Delta m = \rho \cdot \Delta V = \rho S \cdot \Delta x$$

$$\Rightarrow a \cdot \rho \cdot \Delta x \cdot S = F_2 - F_1$$

x_1 - координата, задающая положение участка стержня, после смещения

$$\varepsilon = \frac{\Delta x_1 - \Delta x}{\Delta x} = \frac{\Delta \eta}{\Delta x}$$

$$\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \varepsilon = \frac{d\eta}{dx}$$

$$F = \sigma S = E \varepsilon S$$

$$a = \frac{d^2 \eta}{dt^2}$$

$$\Rightarrow \frac{d^2 \eta}{dt^2} \cdot \rho \cdot \Delta x \cdot S = E \varepsilon_2 S - E \varepsilon_1 S$$

$$\varepsilon_2 = \varepsilon(x + \Delta x), \quad \varepsilon_1 = \varepsilon(x)$$

$$\Rightarrow \dots \approx E \left(\varepsilon(x_0) + \frac{d\varepsilon}{dx}(x_0) \cdot \Delta x \right) - E \varepsilon(x_0) = E \frac{d\varepsilon}{dx} \cdot \Delta x$$

$$\Rightarrow \frac{d^2 \eta}{dt^2} \cdot \rho = E \frac{d\varepsilon}{dx}$$

$$\Rightarrow \frac{d^2 \eta}{dt^2} \rho = E \frac{d}{dx} \left(\frac{d\eta}{dx} \right) = E \frac{d^2 \eta}{dx^2}$$

$$\frac{d^2 \eta}{dt^2} = \frac{E}{\rho} \frac{d^2 \eta}{dx^2}$$

После замены $\frac{E}{\rho} = v^2$ получим волновое уравнение.

$$\frac{d^2 A}{dt^2} = v^2 \frac{d^2 A}{dx^2}$$

где $v = \text{const}$ - групповая скорость волны

$v = \sqrt{\frac{E}{\rho}}$ - скорость передачи возмущения

Решение волнового уравнения

$$\frac{\partial^2 \eta}{\partial t^2} = v^2 \frac{\partial^2 \eta}{\partial x^2}$$

$$\eta(t - \Delta t) = \eta\left(t - \frac{x}{v}\right)$$

$$\eta(x, t) = A_0 \cos\left(\omega\left(t - \frac{x}{v}\right)\right) - \text{функция, удовлетворяющая уравнению}$$

$$\eta = A_0 \cdot \cos\left(\omega t - \frac{\omega}{v} \cdot x\right)$$

$\omega = \frac{2\pi}{T}$ - циклическая частота, где T - временной период ($\eta(x, t + T) = \eta(x, t)$)

$$\eta = A_0 \cos\left(\frac{2\pi}{T}t - \frac{2\pi}{T \cdot v}x\right),$$

$\lambda = T \cdot v$ - пространственный период ($\eta(x + \lambda, t) = \eta(x, t)$)

$$\eta = A_0 \cos\left(\frac{2\pi}{T}t - \frac{2\pi}{\lambda}x\right)$$

$k = \frac{2\pi}{\lambda}$ - волновой вектор, волновое число - пространственная частота

$$\eta = A_0 \cos(\omega t \mp kx)$$

– если направление движения волны совпадает с направлением оси x

$$\eta = A_0 \cos(\omega t - \vec{k}\vec{r})$$

Уравнение плоской гармонической волны

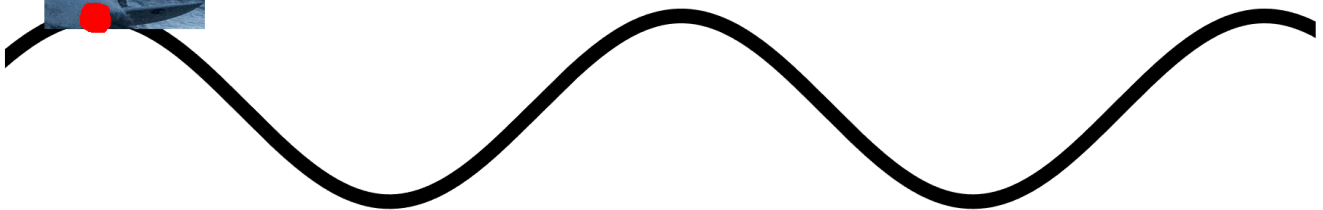
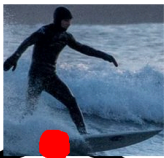
Волна - некоторый периодический процесс в пространстве и во времени передачи возмущения от одной точки среды к другой спустя время.

Волны бывают:

продольные (возмущение и направление передачи совпадают)

Поперечные (возмущение и направление передачи перпендикулярны)

Скорость распространения волн:



Для сёрфера волна имеет всегда одну и ту же фазу.

$$\eta(x, t) = A_0 \cos(\omega t - kx)$$

$$\omega t - kx = \text{const}$$

$$\omega t - kx = \text{const} \quad \frac{d}{dt}$$

$$\omega - kv = 0$$

$$v_{\text{фазовая}} = \frac{\omega}{k}$$

Сферические волны

Сферические волны - такие волны, у которых волновой фронт сферический. (окружность - это 2d-

сфера)

Волновой фронт - геометрическое место точек, до которых к данному моменту времени дошло возмущение.

Допустим, в воду кинули камень. Он передаст системе энергию, которая будет распространяться по поверхности воды за счёт сферических волн.

Уравнение сферической волны:

$$\eta(x, t) = \frac{A}{r} \cdot \cos(\omega t - kx)$$

где A - амплитуда, r - радиус

Об энергии:

$$\frac{\partial^2 \eta}{\partial x^2} \cdot \frac{E}{\rho} = \frac{\partial^2 \eta}{\partial t^2}$$

$$E_{\text{полная}} = E_{\text{кинетическая}} + E_{\text{потенциальная}}$$

$$E_{\text{к}} = \frac{mu^2}{2} = \frac{\rho V u^2}{2} = \frac{\rho V \left(\frac{\partial \eta}{\partial t} \right)^2}{2}$$
$$E_{\text{п}} = \frac{kx^2}{2} = \frac{ESx^2}{l \cdot 2} = \frac{ES(\varepsilon l)^2}{l \cdot 2} = \frac{ESl\varepsilon^2}{2}$$
$$\lim_{\Delta x \rightarrow 0} E_{\text{п}} = \frac{ESl \left(\frac{d\eta}{dx} \right)^2}{2}$$

$$E = \frac{1}{2} \rho V \left(\left(\frac{\partial \eta}{\partial t} \right)^2 + \cancel{\frac{E}{\rho}} \cdot \left(\frac{\partial \eta}{\partial x} \right)^2 \right)$$

$$E = \frac{1}{2} \rho V \left(\left(\frac{\partial \eta}{\partial t} \right)^2 + u^2 \left(\frac{\partial \eta}{\partial x} \right)^2 \right)$$

$$\eta = A_0 \cos(\omega t - kx)$$

$$\dot{\eta} = -\omega A_0 \sin(\omega t - kx)$$

$$\eta_x = k A_0 \sin(\omega t - kx)$$

\Rightarrow

$$E = \frac{1}{2} \rho V A_0^2 (\omega^2 + \cancel{u^2 k^2} \omega^2) \sin^2(\omega t - kx)$$

$$E = \rho A_0^2 \omega^2 \sin^2(\omega t - kx) V$$

$$\langle E \rangle_T = \frac{1}{2} \rho A_0^2 \omega^2 V$$

$$\Omega = \frac{\langle E \rangle_T}{V} = \frac{1}{2} \rho A_0^2 \omega^2 = \text{const} - \text{плотность энергии гармонической волны}$$

Вектор переноса энергии

\vec{v} - скорость переноса энергии

Через время dt в объёме dV будет находиться энергия $E = \Omega dV$

$$dV = S \cdot dx = S \cdot v dt \cos \alpha$$

$$E = \Omega \cdot S \cos \alpha \cdot v dt$$

$\vec{j} = \Omega \vec{v}$ - вектор потока энергии

$$E = j S \cos \alpha dt$$

$$P = \frac{E}{t} = j S \cos \alpha = \vec{j} \cdot \vec{S} - \text{мощность переноса энергии - вектор Умова}$$

$$\vec{S} = S \cdot \vec{n}$$

Интенсивность волны - средняя по времени мощность энергии, переносимая волной через площадку в направлении перпендикулярном к этой площадке.

Когерентные волны - монохроматические волны, у которых разность фаз остаётся постоянной во времени и пространстве

Интерференция - перераспределение энергии в пространстве и во времени в процессе взаимодействия 2 и более когерентных волн.

Например, волны сталкивающиеся и отражающиеся от стенки

$$\eta_1 = A_0 \cos(\omega t - kx)$$

$$\eta_2 = A_0 \cos(\omega t + kx)$$

$$\eta = \eta_1 + \eta_2 = A_0 \cdot 2 \cos(\omega t) \cdot \cos(kx) = 2A_0 \cos(kx) \cos(\omega t)$$

$A = 2A_0 \cos(kx)$ - амплитуда стоячей волны

$$A = A_{\max} \Leftrightarrow \cos kx = 1 \Rightarrow kx = \frac{2\pi}{\lambda} \cdot x = \pi \cdot n$$

$$x_{\text{пучности}} = \frac{\lambda}{2} n$$

Минимум пучности, аналогично: $x_{\text{узлов}} = \frac{\lambda}{2} \frac{2n+1}{2}$

Длина волны - расстояние между 2 соседними пучностями / узлами

Длина стоячей волны = половине падающей волны

14/03/2025

Температура - мера изменения средней квадратичной кинетической энергии теплового движения молекул.

Уравнение Ван-дер-Ваальса

$$(P + \alpha)(V + \beta) = \nu RT$$

Дано:

$$\mu, P, \text{ между 2 параллельными горизонтальными пластинами, } T \text{ растёт} \\ T_1 \rightarrow T_2, V$$

Закон Паскаля:

Давление газа в объёме во все стороны давит одинаково

Найти:

m

Решение:

$$PV = \frac{m}{\mu} RT$$

$$T(x) = T_1 + \frac{T_2 - T_1}{h} x$$

$$PdV = \frac{dm}{\mu} RT(x)$$

$$dm = \frac{\mu PdV}{RT}$$

$$m = \frac{\mu P}{R} \int \frac{dV}{T} = \frac{\mu P}{R} S \int \frac{dx}{T_1 + \frac{T_2 - T_1}{h} x} = \frac{\mu PS}{R} \ln \left(\frac{T_2}{T_1} \right) \cdot \frac{h}{T_2 - T_1} = \frac{\mu PV}{R \Delta T} \ln \left(\frac{T_2}{T_1} \right)$$

$$A = \int \vec{F} \cdot d\vec{r}$$

$$\begin{aligned}\Delta U &= \nu R \Delta T \\ P = \text{const} &\Rightarrow \Delta Q = \Delta U + A \\ A &= P \Delta V = \nu R \Delta T \\ \Delta U &= \frac{i}{2} \nu R \Delta T\end{aligned}$$

Задачку с ютуба переписать и защищать

Газ с молярной массой M находится под давлением P между двумя одинаковыми горизонтальными пластинами. Температура газа растёт линейно от T_1 у нижней границы до T_2 у верхней. Объём газа между пластинами равен V . Найти его массу.

- это прошлая

6.30: Один моль некоторого идеального газа изобарически нагрели на $\Delta T = 72 K$, сообщив ему количество тепла $Q = 1.60 \text{ кДж}$. Найти приращение его внутренней энергии и величину $\gamma = C_p / C_v$

Дано:

$$\begin{aligned}\nu &= 1 [\text{моль}] \\ \Delta T &= 72 [K] \\ Q &= 1600 [\text{Дж}] \\ P &= \text{const}\end{aligned}$$

Найти:

$$\Delta U = ?, \gamma = \frac{C_p}{C_v} = ?$$

Решение:

$$\begin{aligned}Q &= \Delta U + A \\ \Delta U &= \frac{i}{2} \nu R \Delta T \\ \Delta U &= Q - A \\ A &= \int P dV = P \Delta V \\ PV &= \nu RT \Rightarrow P \Delta V = \nu R \Delta T \\ \Delta U &= Q - \nu R \Delta T \\ \gamma &= \frac{C_p + R}{C_v} = 1 + \frac{R}{C_v} = 1 + \frac{2}{i} \\ \gamma - 1 &= \frac{2}{i} \\ \frac{1}{\gamma - 1} &= \frac{i}{2} \\ \Delta U &= \frac{1}{\gamma - 1} \nu R \Delta T \\ \gamma - 1 &= \frac{\nu R \Delta T}{\Delta U} \\ \gamma &= \frac{\nu R \Delta T}{\Delta U} + 1\end{aligned}$$

Задача 6.47: Идеальный газ с показатель адиабаты γ расширили по закону $P = \alpha V$, где $\alpha = \text{const}$.

Первоначальный объём газа V_0 . В результате расширения объём увеличился в η раз. Найти:

а) приращение внутренней энергии газа

б) работу, совершаемую газом

в) молярную теплоемкость газа в этом процессе

Дано:

$$\gamma, P = \alpha V, V_{\text{н}} = V_0, V_{\text{к}} = \eta V_0$$

Найти:

$$\Delta U, A, C_{\mu}$$

Решение:

Далее под C подразумевается молярная теплоемкость

$$\begin{aligned} P &= \alpha V \\ \alpha &= \frac{P}{V} = PV^{-1} \\ \text{Политропа} \\ PV^n &= \text{const} \\ n &= \frac{C - C_P}{C - C_V} = -1 \\ C - C_P &= C_V - C \\ C &= \frac{C_V + C_P}{2} = \frac{i+1}{2}R \\ \frac{i}{2} &= \frac{1}{\gamma-1} \Rightarrow \\ C &= \left(\frac{1}{\gamma-1} + \frac{1}{2} \right) R \\ A &= \int_{V_{\text{н}}}^{V_{\text{к}}} PdV = \int_{V_0}^{\eta V_0} \alpha V dV = \frac{\alpha V^2}{2} \Big|_{V_0}^{\eta V_0} = \frac{\alpha(\eta^2 - 1)V_0^2}{2} \\ \Delta U &= \frac{i}{2} \nu R \Delta T = \frac{1}{\gamma-1} \nu R \Delta T \\ P_{\text{н}} V_{\text{н}} &= \nu R T_{\text{н}} \\ P_{\text{к}} V_{\text{к}} &= \nu R T_{\text{к}} \\ P &= \alpha V \Rightarrow \\ \alpha V_0^2 &= \nu R T_{\text{н}} \\ \alpha \eta^2 V_0^2 &= \nu R T_{\text{к}} \\ \alpha(\eta^2 - 1)V_0^2 &= \nu R \Delta T \\ \Delta U &= \frac{1}{\gamma-1} \alpha(\eta^2 - 1)V_0^2 \end{aligned}$$

6.154: Во сколько раз следует увеличить изотермически объём $V = 4.0$ моля идеального газа, чтобы его энтропия испытала приращение $\Delta S = 23$ Дж/К.

Дано:

$$T = \text{const}, \nu = 4 \text{ моля}, \Delta S = 23 \text{ Дж/К}$$

Найти:

$$\frac{V_{\text{к}}}{V_{\text{н}}} = ?$$

Решение:

$$\Delta S \geq \int_1^2 \frac{\delta Q}{T}$$

Т.к. изотермический процесс - это равновесный процесс, то

$$\Delta S = \int_{Q_1}^{Q_2} \frac{\delta Q}{T} = \int_{A_1}^{A_2} \frac{\delta A}{T} = \frac{A}{T} = \nu R \ln \left(\frac{V_2}{V_1} \right) \Rightarrow$$

$$\delta Q = dU^0 + \delta A$$

$$A = \int_{V_1}^{V_2} P dV = \int_{V_1}^{V_2} \frac{\nu RT}{V} dV = \nu RT \int_{V_1}^{V_2} \frac{dV}{V} = \nu RT \ln \left(\frac{V_2}{V_1} \right)$$

$$\Rightarrow \frac{V_2}{V_1} = \exp \left(\frac{\Delta S}{\nu R} \right)$$

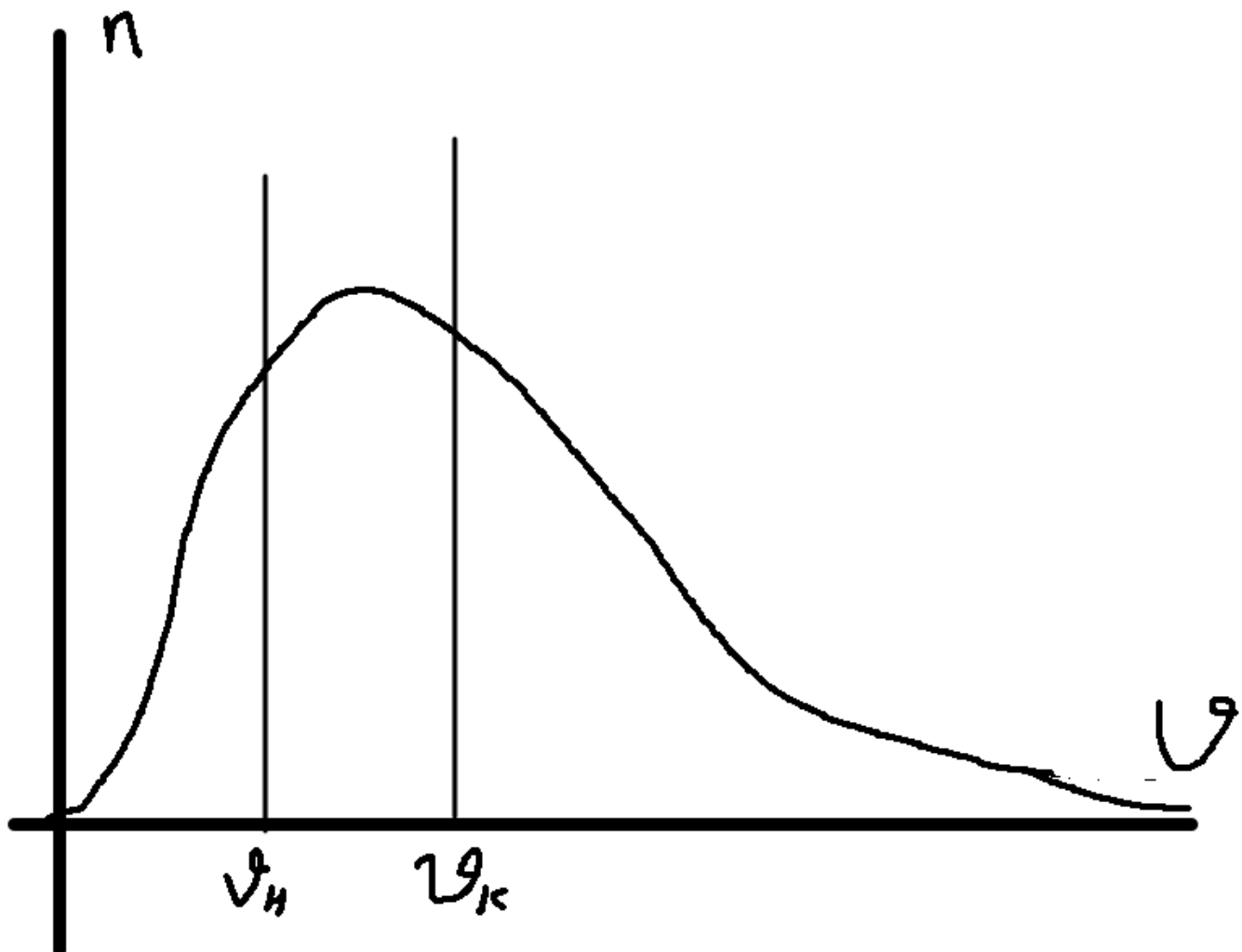
28/03/2025

Завтра может быть будет консультация

РК на следующем занятии Сергей Викторович

Распределение Максвелла по скоростям

$$F(v) = 4\pi \left(\frac{m_0}{2\pi k_B T} \right)^{\frac{3}{2}} v^2 \exp \left(-\frac{mv^2}{2k_B T} \right)$$



Дано:

m, μ, v_1, v_2

Найти:

$$T : F(v_1) = F(v_2)$$

Решение:

$$\begin{aligned} \cancel{4\pi \left(\frac{m_0}{2\pi k_B}\right)^{\frac{3}{2}}} v_1^2 \exp\left(-\frac{mv_1^2}{2k_B T}\right) &= \cancel{4\pi \left(\frac{m_0}{2\pi k_B}\right)^{\frac{3}{2}}} v_2^2 \exp\left(-\frac{mv_2^2}{2k_B T}\right) \\ v_1^2 \exp\left(-\frac{mv_1^2}{2k_B T}\right) &= v_2^2 \exp\left(-\frac{mv_2^2}{2k_B T}\right) \\ \left(\frac{v_2}{v_1}\right)^2 &= \exp\left(\frac{m_0}{2k_B T}(v_2^2 - v_1^2)\right) \\ 2 \ln\left(\frac{v_2}{v_1}\right) &= \frac{m_0}{2k_B T}(v_2^2 - v_1^2) \\ T &= \frac{m_0(v_2^2 - v_1^2)}{4k_B \ln\left(\frac{v_2}{v_1}\right)} = \frac{\mu(v_2^2 - v_1^2)}{4R \ln\left(\frac{v_2}{v_1}\right)} \end{aligned}$$

Функция распределения Больцмана:

$$n = n_0 \cdot \exp\left(-\frac{E_n}{k_B T}\right)$$

Правило Клечковского и правило Хунда - заполняются сначала орбитали с минимум энергии. У лантаноидов - сначала d, потом f

$$\begin{aligned} F_{цб} &= ma_{цб} = m \frac{v^2}{R} \\ \frac{n_k}{n_n} &= 2 \\ T &=? \\ 2 &= \frac{n_k}{n_n} = \exp\left(\frac{E_{n2} - E_{n1}}{k_B T}\right) \\ \ln 2 &= -\frac{\Delta E}{k_B T} \\ v &= \omega R \\ \frac{mv^2}{R} &= m\omega^2 R \\ \Delta E &= A \\ E_{K_2} &= E_{p_1}, E_{K_1} = E_{p_2} \\ -\Delta U &= \delta A = \int -dE_n = \int \vec{F} d\vec{r} = \frac{m\omega^2 l^2}{2} \\ T &\text{ можем найти} \end{aligned}$$

Теорема Гаусса

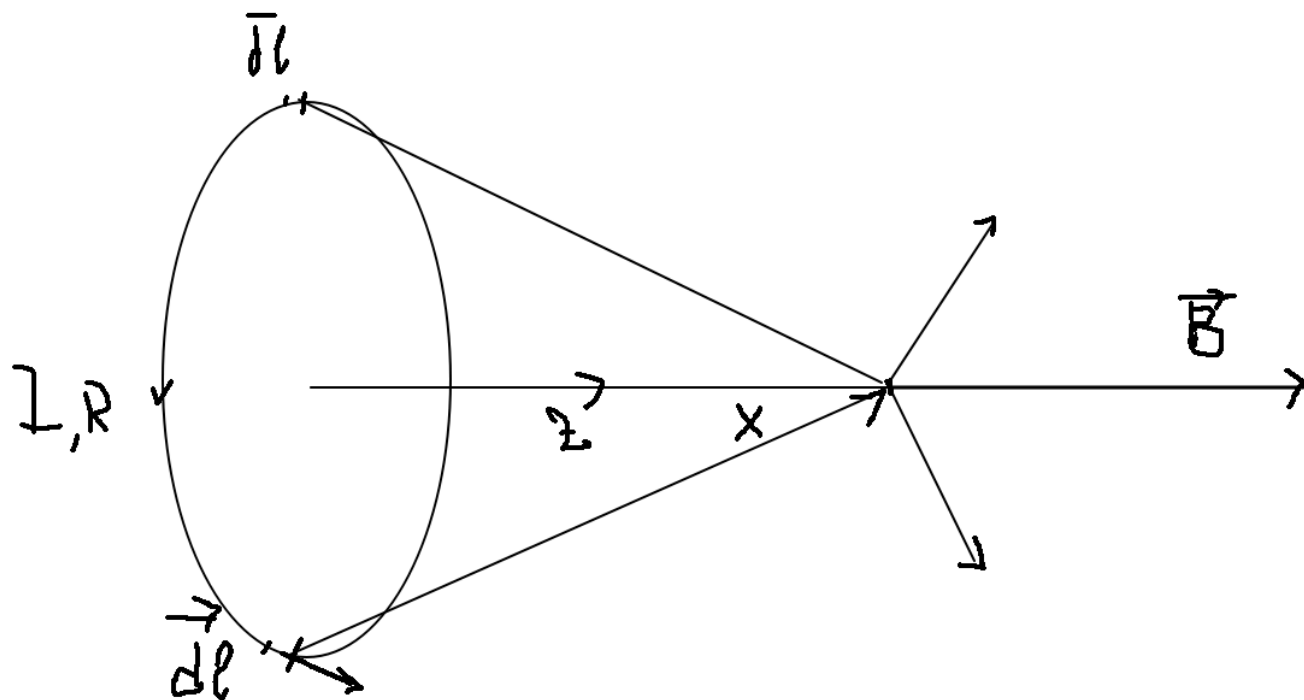
25/04/2025

Магнитные поля - особый вид материи. Действует на движущиеся частицы.

Закон Био Савара-Лапласа

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I[d\vec{l}, \vec{r}]}{r^3}$$

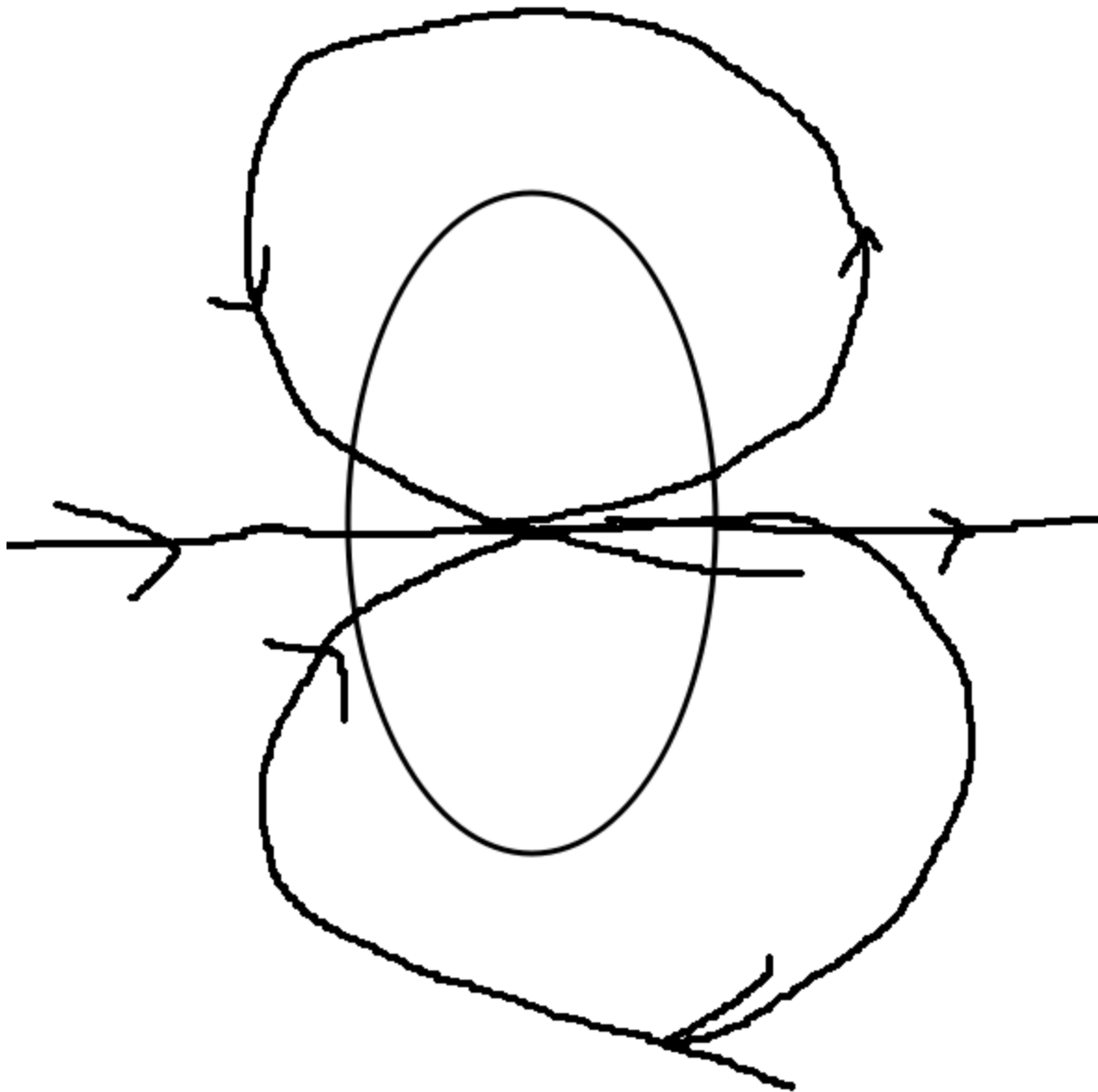
Элемент проводника с током I на расстоянии r от себя создаёт такое-то магнитное поле



$$(\vec{dl} \times \vec{r})_x = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ dl_x & dl_y & dl_z \\ r_x & r_y & r_z \end{vmatrix} = (r_y dl_z - r_z dl_y)$$

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{I d\vec{l} \cdot \vec{r}}{(x^2 + R^2)^{\frac{3}{2}}}$$

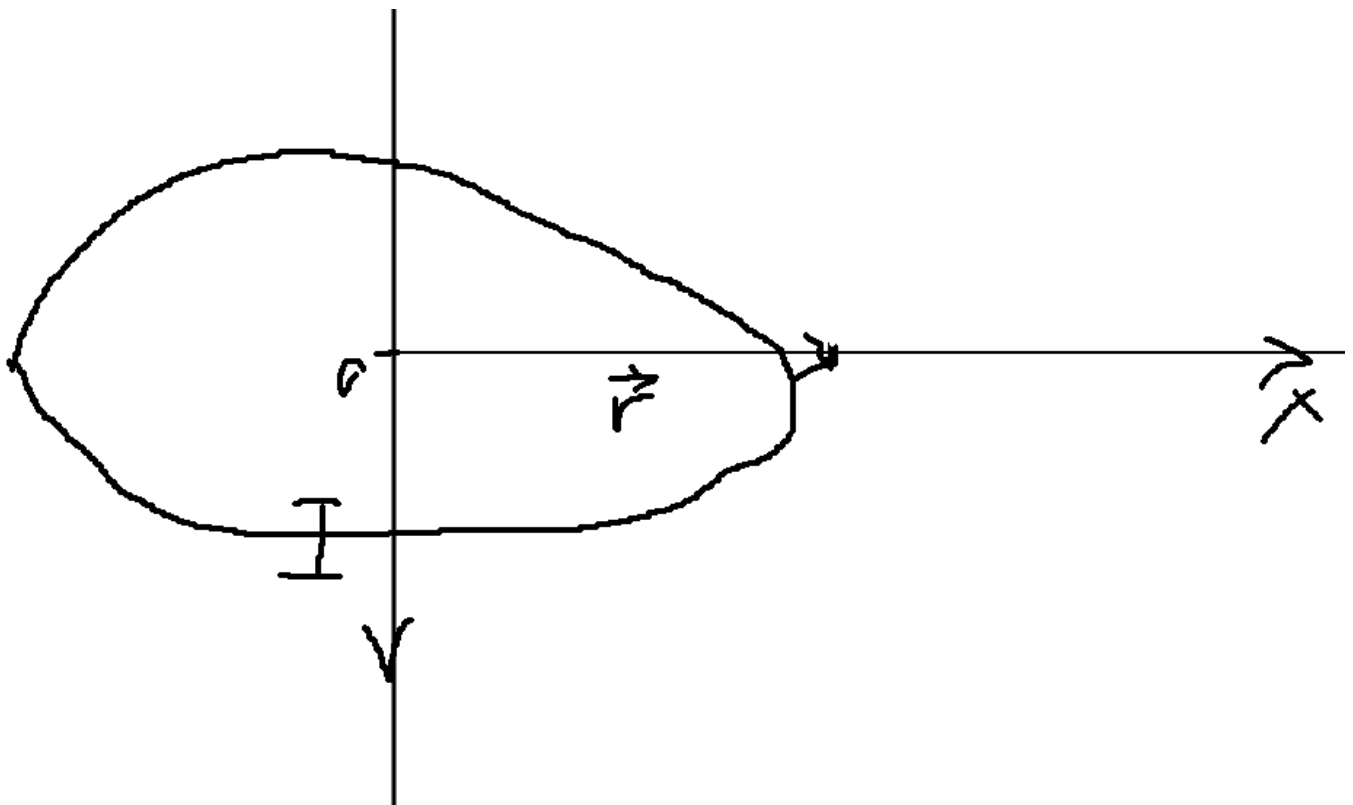
$$\vec{B} = \int_0^{2\pi} \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{I d\vec{l} \cdot \vec{r}}{(x^2 + R^2)^{\frac{3}{2}}} = \frac{\mu_0}{2} \cdot \frac{IR^2}{(x^2 + R^2)^{\frac{3}{2}}}$$



$$\oint_{\Gamma} (\vec{A}, d\vec{l}) = \int_S (\text{rot } \vec{A}, d\vec{S})$$

Интеграл по произвольному контуру

$$\oint_{\Gamma} (\vec{B}, d\vec{l}) = I \cdot C$$



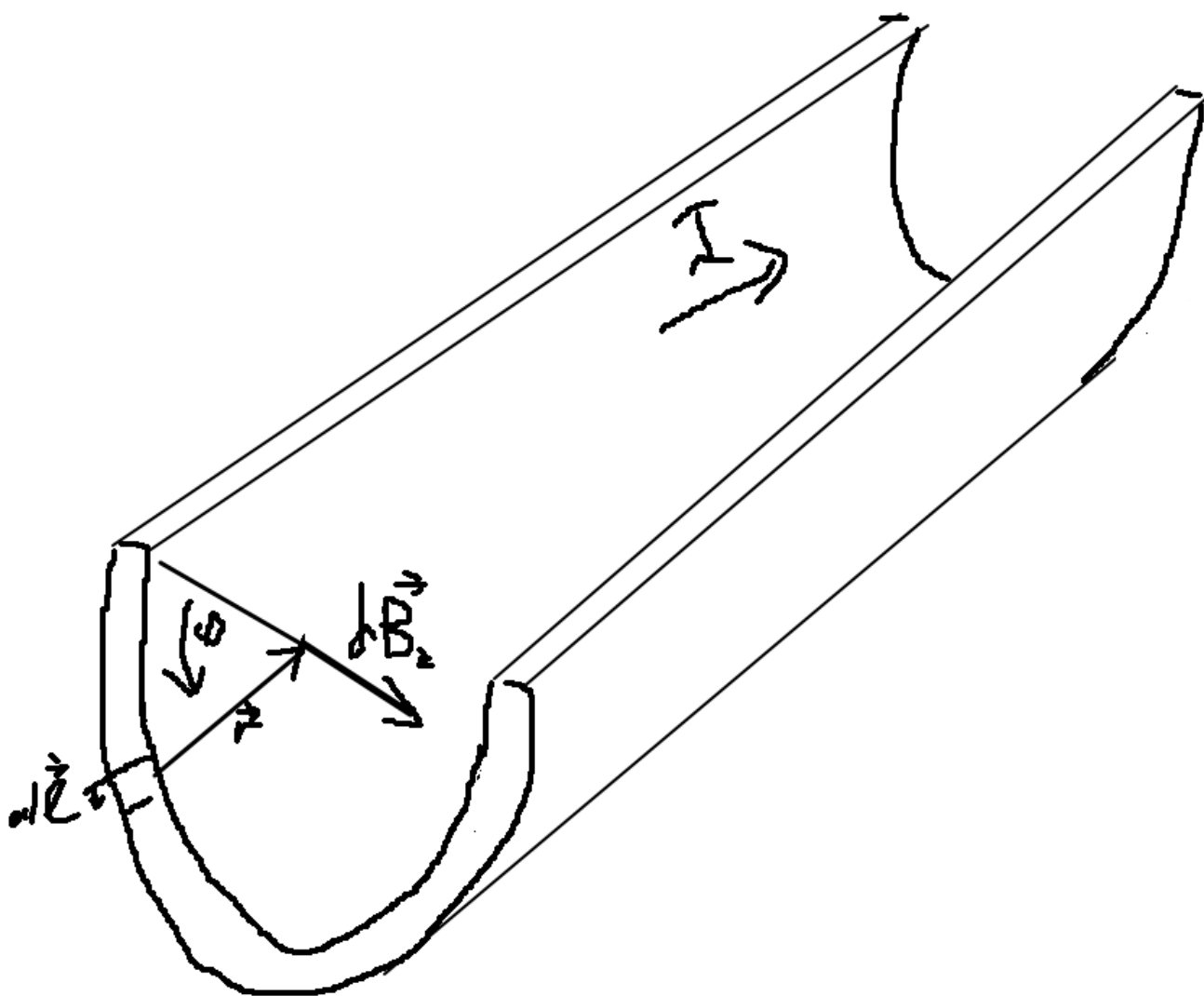
$$\vec{B}d\vec{l} = Bdl$$

$$\oint_L \vec{B}d\vec{l} = CI = B \cdot 2\pi r \Rightarrow$$

$$B = \frac{C}{2\pi} \cdot \frac{I}{r}$$

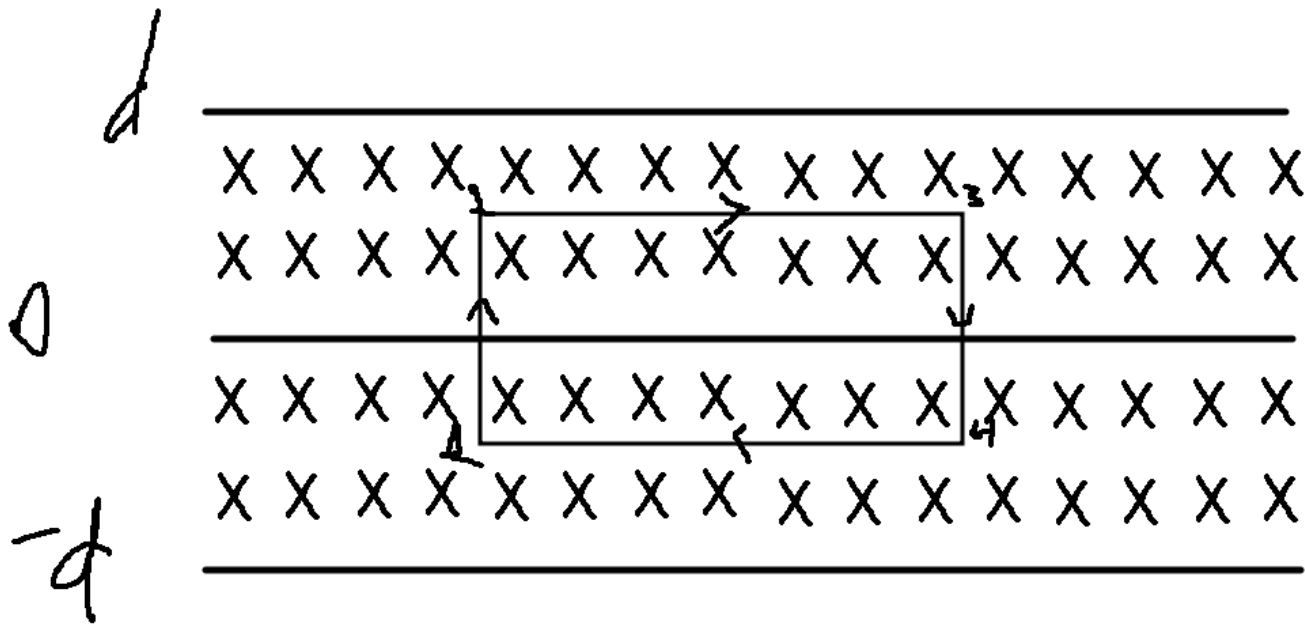
$$C = \frac{4\pi}{c}$$

Ток величиной I течёт по длинному прямому проводнику, сечение - тонкое полукольцо радиуса R .
 Индукция магнитного поля на оси O



$$\begin{aligned}\frac{dI}{dl} &= \text{const} \Rightarrow \\ dI &= \frac{I}{L} dl = \frac{I}{\pi R} R d\varphi = \frac{I}{\pi} d\varphi \\ dB_z &= \frac{dI}{2\pi R} = \frac{Id\varphi}{2\pi^2 R} \sin \varphi \Rightarrow \\ B &= \int_0^\pi = \frac{I}{\pi^2 R}\end{aligned}$$

Однородный ток плотности \vec{j} течёт внутри однородной пластины толщины $2d$. Найти B



$$\oint_L \vec{B} d\vec{l} = \int_2^3 B dl + \int_4^1 B dl = 2Bl = j \cdot l \cdot 2d \Rightarrow B = jx$$

Снаружи будет $B = jd$

$$E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}$$

ДЗ:

Семинар по магнитостатике, задачи записать