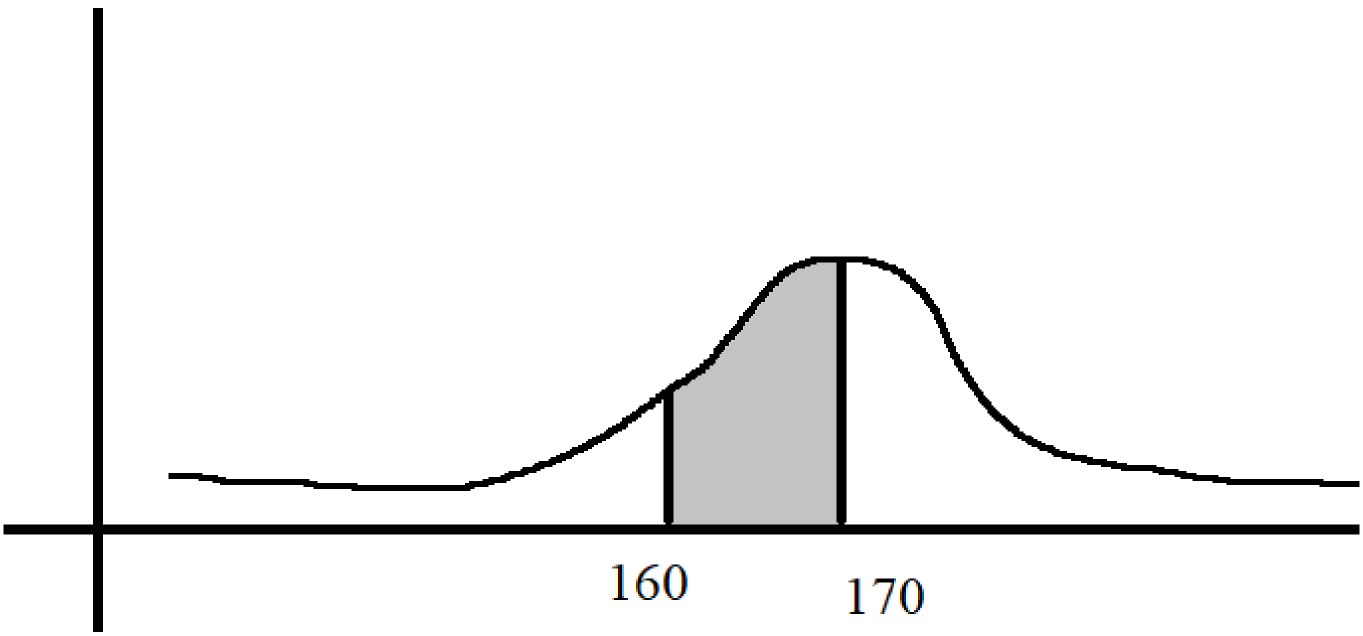
```
Кирилл Михайлович 89060399998
```

13/02/2025

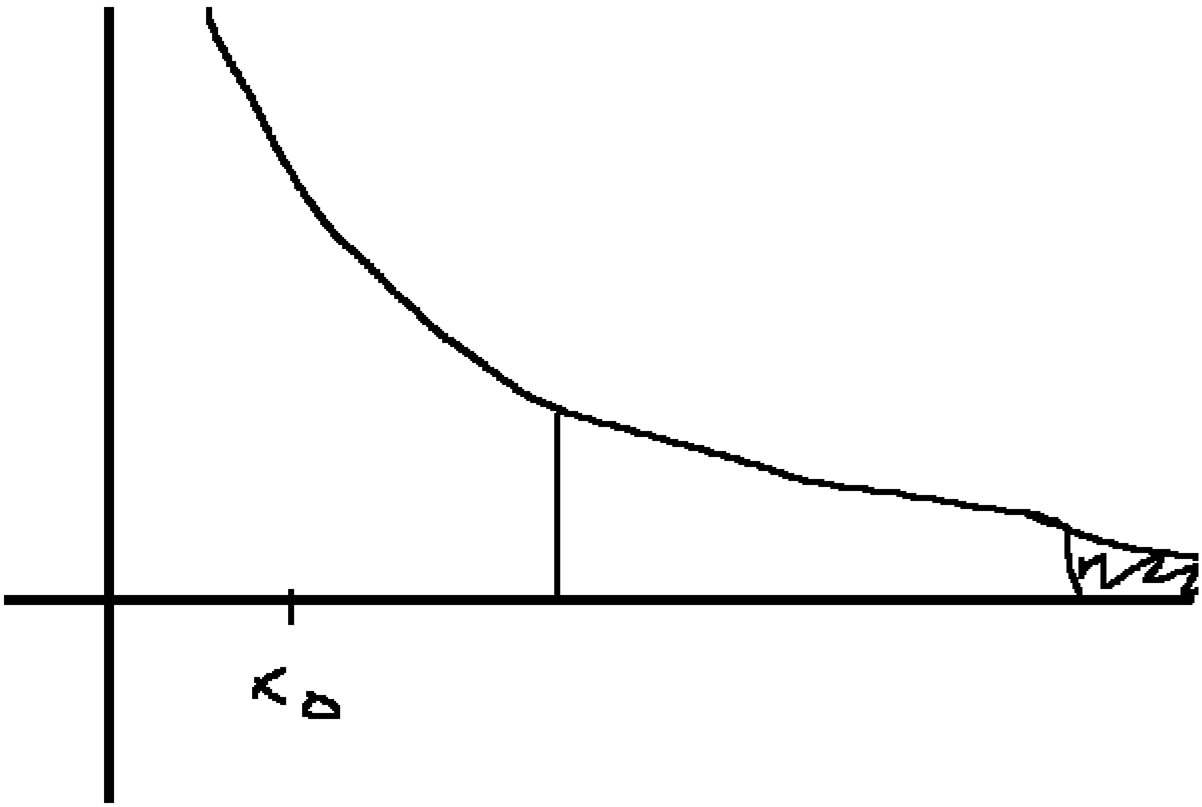
Дискретная случайная величина:
Эксперимент, различные значения
Грань кубика

x_i	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**
p_i	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$

Непрерывная:
Рост человека:



Вероятность - это площадь. Наапример, $P(160 < \xi < 170)$
Вероятность принять конкретное значение 0.
Доход населения (закон Парето):



лстм?
эконофизика
эконометрика (ранхигс?)
Задачи по комбинаторике в матанализе

1. Правило суммы
   Сколько существует способов поставить белопольного слона на шахматную доску так, чтобы он держал по боем больше 10 полей

7	0	7	0	7	0	7	0
0	9	0	9	0	9	0	7
7	0	11	0	11	0	9	0
0	9	0	13	0	11	0	7
7	0	11	0	13	0	9	0
0	9	0	11	0	11	0	7
7	0	9	0	9	0	9	0
0	7	0	7	0	7	0	7

8
Кружки: математический, английский, спортивный

М	150
А	80

М	**150**
С	110
МА	40
МС	70
АС	60
МАС	21
0	14

$$\#(M \cup A \cup C \cup n_0) = 14 + 150 + 80 + 110 - 40 - 70 - 60 + 21 = 354 - 170 + 21 = 184 + 21 = 205$$

Правило произведения
Сколько 4значных чётных чисел можно составить из 7 цифр, если цифры могут повторяться
6*7*7*4=24*49=24*(50-1)=1200-24=1176
0/[2/4/6]

$$\begin{array}{cc} 0-1 & [2,4,6]-3 \\ 6*5*4 & 5*5*4 \end{array}$$

3. Перестановки
   $P_n = n!$
   Сколькими способами n книг на полку, чтобы m книг стояли рядом

$$(n-m+1)!m!$$

4. Перестановки с повторениями

$$A \; - \; \text{множество из } n \text{ элементов, где } k_1, k_2, \dots, k_m \text{ - элементов каждого типа}$$
$$n! = P(k_1, k_2, \dots, k_n) \cdot \prod_{i=1}^{n} k_i! \Leftrightarrow P(k_1, k_2, \dots, k_n) = \frac{n!}{\prod_{i=1}^{n} k_i!}$$

   Сколько "слов" можно составить из слова параллелограмм

п	**1**
а	3
р	2
л	3
е	1
о	1
г	1
м	2

$$\frac{14!}{3!3!2!2!}$$

20/02/2025

Размещения

$A = \{a_i\}$

Составим **упорядоченные** наборы из m элементов ($m \le n$)

$$A_n^m = \frac{n!}{(n-m)!}$$

Сочетания - **неупорядоченные**

$$A = \{a_1, a_2, a_3, a_4\}$$

Выпишем все упорядоченные наборы по 2 элемента (A_4^2)

$$a_1a_2, a_1a_3, a_1a_4, a_2a_1, a_2a_3, a_2a_4, a_3a_1, a_3a_2, a_3a_4, a_4a_1, a_4a_2, a_4a_3$$

12

$$A_4^2 = \frac{4!}{2!} = 12$$

14 юношей, 15 девушек, 20 билетов. Сколько вариантов распределить билеты так, чтобы юноши и девушки чередовались?

$$\begin{gathered}\text{2 случая: В начале юноша / в начале девушка}\\ \text{1 случай: В начале юноша}\\ A_{14}^{10} \cdot A_{15}^{10}\\ \text{2 случай аналогичен}\\ n = 2 \cdot A_{14}^{10} \cdot A_{15}^{10}\end{gathered}$$

6значные числа, делящиеся на 5, чтобы ни одна цифра не повторялась.

В конце или есть 0, или его нет.

Есть 0: $A_9^5 = \frac{9!}{4!} = 5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8 \cdot 9 = 15120$

Если в конце не 0, то это 5.

$$8 \cdot A_8^4 = 8 \cdot \frac{8!}{4!} = 13440$$

$$n = 13440 + 15120 = 28560$$

Размещения с повторениями

$$\{a_i\}_1^n$$

Составим упорядоченное множество из m элементов, где элементы могут повторяться

$$\bar{A}_n^m = n^m$$

Сколько "слов" 3хсимвольных можно составить из тире и точки? - 2^3

Сочетания:

$$C_n^m = \frac{n!}{(n-m)!m!}$$

$$A = \{a_1, a_2, a_3, a_4\}$$

Выпишем сочетания

$$a_1a_2, a_1a_3, a_1a_4, a_2a_3, a_2a_4, a_3a_4$$

6

$$C_4^2 = \frac{4!}{2!2!} = 6$$

4 белых, 3 красных

а) число способов вытащить 2 одинаковых шара

$$C_4^2 + C_3^2 = 6 + 3 = 9$$
$$C_n^1 = n$$

б) число способов вытащить 2 шара разного цвета

Гипергеометрическая схема

1б 1к

$$C_4^1 \cdot C_3^1 = 4 \cdot 3 = 12$$

Сочетания с повторениями:

Сколько способов существует набрать 10 пирожных 3 видов: наполеон, медовик, птичье молоко

$$\underbrace{\cdot\cdot\cdot}_{\text{н}}|\underbrace{\cdot\cdot\cdot\cdot}_{\text{м}}|\underbrace{\cdot\cdot\cdot}_{\text{п}}$$

Число способов поставить палки вместо точек. C_{12}^2

Могла быть другая задача: сколько способов поставить палки между точками C_9^2

$$\overline{C_n^m} = C_{m+n-1}^{n-1}$$

Классическая модель

$$(\Omega, \mathcal{A}, P)$$
$$\Omega - \text{множество элементарных исходов}$$
$$\mathcal{A} \text{ - алгебра событий}$$
$$P \text{ - вероятность (мера)}$$

Подбрасываем игральный кубик

$$\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$$
$$\mathcal{A} : A \in \mathcal{A} \implies \overline{A} \in \mathcal{A}$$
$$B \in \mathcal{A} \implies A \cup B \in \mathcal{A}, A \cap B \in \mathcal{A}$$
$$\Omega, \varnothing \in \mathcal{A}$$

$2^{\mathcal{A}}$ - является алгеброй

$$A = \{\text{чётное число очков}\}$$
$$B = \{\text{нечётное число очков}\}$$
$$\mathcal{A} = \{A, B, \varnothing, \Omega\}$$

$$P \geq 0$$
$$0 \leq P(A) \leq 1$$
$$P(A + B) = P(A) + P(B)$$

Классическая модель

$$P(A) = \frac{\#A}{\#\Omega}$$

В урне 10 красных, 7 синих и 6 чёрных шаров. Каковы вероятность события А= "выбраны 1 красный, 2 синих, 3 чёрных", если равновероятно выбираются 6 шаров.

$$A = \{1\text{к}, 2\text{с}, 3\text{ч}\}$$
$$\#\Omega = C_{23}^{6}$$
$$\#A = C_{10}^{1} \cdot C_{7}^{2} \cdot C_{6}^{3}$$
$$P(A) = \frac{C_{10}^{1} \cdot C_{7}^{2} \cdot C_{6}^{3}}{C_{23}^{6}}$$

Сколько должно быть студентов в группе, чтобы с веротностью большей $\frac{1}{2}$ хотя бы у двух совпадёт день рождения.

r - число студентов

A - хотя бы 2 родились в 1 день

Хотя бы $\rightarrow$ разумно перейти к обратному

$\overline{A}$ - все в разные дни

$$\#\Omega = 365^r$$
$$\overline{A} = A_{365}^{r}$$
$$P(\overline{A}) = \frac{A_{365}^{r}}{365^r}$$
$$P(A) = 1 - \frac{A_{365}^{r}}{365^r} = 1 - \frac{365!}{(365-r)!365^r} > \frac{1}{2}$$
$$P(A(23)) \approx 0.507$$

27/03/2025

Дискретный случайный вектор

$\vec{\xi} = \begin{pmatrix} \xi_1 \\ \xi_2 \\ \dots \\ \xi_n \end{pmatrix}$ - случайный вектор

3 шара случайным образом распределяются по 3 корзинам.

ξ - число шаров в первой корзине

η - число шаров во второй корзине

$\eta \backslash \xi$	**0**	**1**	**2**	**3**
0	$\frac{1}{27}$	$\frac{3}{27}$	$\frac{3}{27}$	$\frac{1}{27}$
1	$\frac{3}{27}$	$\frac{6}{27}$	$\frac{3}{27}$	0
2	$\frac{3}{27}$	$\frac{3}{27}$	0	0
3	$\frac{1}{27}$	0	0	0

$P(\xi = 0, \eta = 0) = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{27}$

$P(\xi = 1, \eta = 0) = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} \cdot C_3^1 = \frac{3}{27}$

$P(\xi = 1, \eta = 1) = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} \cdot C_3^1 \cdot C_2^1 = \frac{6}{27}$

Найдём распределение компонент:

ξ :

x_i	**0**	**1**	**2**	**3**
P_i	$\frac{8}{27}$	$\frac{12}{27}$	$\frac{6}{27}$	$\frac{1}{27}$

P_i - сумма значений в i+1 столбце

$$M\xi = 1$$
$$M\xi^2 = \frac{45}{27}$$
$$D\xi = M\xi^2 - (M\xi)^2 = \frac{18}{27}$$

η :

y_j	**0**	**1**	**2**	**3**
P_j	$\frac{8}{27}$	$\frac{12}{27}$	$\frac{6}{27}$	$\frac{1}{27}$

P_j - сумма значений в j+1 строке

Ковариация:
$\mathrm{cov}(\xi, \eta) = M(\xi - M\xi)(\eta - M\eta) = M(\xi\eta) - M\xi M\eta$
$\mathrm{cov}(\xi, \xi) = D_\xi$
$M(\xi\eta) = \sum_i \sum_j x_i y_j P(\xi = x_i, \eta = y_j)$
$= \frac{6}{27} \cdot 1 \cdot 1 + \frac{3}{27} \cdot 1 \cdot 2 + \frac{3}{27} \cdot 2 \cdot 1 = \frac{18}{27}$
$\mathrm{cov}(\xi, \eta) = \frac{18}{27} - 1 \cdot 1 = -\frac{1}{3}$
$\rho_{\xi\eta} = \frac{\mathrm{cov}(\xi,\eta)}{\sqrt{D_\xi}\sqrt{D_\eta}} = -\frac{\frac{1}{3}}{\frac{18}{27}} = -\frac{1}{2}$

Свойства числовых характеристик

1. $M(\xi + \eta) = M\xi + M\eta$
2. $M(\alpha\xi) = \alpha M(\xi)$
3. $M(\alpha) = \alpha$
4. $D_\xi = M(\xi - M\xi)^2 = M(\xi^2 - 2\xi M\xi + (M\xi)^2) = M(\xi^2) - 2M\xi \cdot M\xi + (M\xi)^2 = M(\xi^2) - (M\xi)^2$
5. $D\alpha = M(\alpha^2) - (M\alpha)^2 = 0$
6. $D(\alpha\xi) = M(\alpha^2\xi^2) - (M\alpha\xi)^2 = \alpha^2 D\xi$
7. $D(\xi + \eta) = M(\xi + \eta)^2 - (M\xi + M\eta)^2 = M\xi^2 - (M\xi)^2 + M\eta^2 - (M\eta)^2 + 2M(\xi\eta) - 2M\xi M\eta = D\xi + D\eta - 2\mathrm{cov}(\xi$
   Если случайные величины независимы, то $\rho_{\xi\eta} = 0 = \mathrm{cov}(\xi, \eta)$. Обратное утверждение неверно.
   Условие независимости случайных величин.
   $$\forall i, j: \quad P(\xi = xi, \eta = yj) = P(\xi = xi)P(\eta = yj)$$
8. $\mathrm{cov}(\xi, \eta) = \mathrm{cov}(\eta, \xi)$
9. $\mathrm{cov}(\xi + \eta, \zeta) = \mathrm{cov}(\xi, \zeta) + \mathrm{cov}(\eta, \zeta)$
10. $\mathrm{cov}(\alpha\xi, \eta) = \alpha\mathrm{cov}(\xi, \eta)$
11. $\mathrm{cov}(\xi, \xi) = D\xi \geq 0$
    cov - это скалярное произведение в пространстве случайных величин.

$\rho_{\xi\eta} = \frac{\text{cov}(\xi,\eta)}{\sqrt{\text{cov}(\xi,\eta)}\sqrt{\text{cov}(\xi,\eta)}}$ - "косинус" угла между случайными величинами
$-1 \le \rho_{\xi,\eta} \le 1$
12) $\text{cov}(\alpha + \xi, \eta) = \text{cov}(\xi, \eta) + M(\alpha\eta) - (M\alpha)M(\eta) = \text{cov}(\xi, \eta)$
13) $D(\xi + \alpha) = D\xi$

Пример:
Зависимость между оценками по кратным интегралам и термехом:

$$\begin{gathered} \xi - \text{кратные интегралы} \\ \eta - \text{термех} \\ 3,3 - 7 \\ 3,4 - 1 \\ 3,5 - 0 \\ 4,3 - 27 \\ 4,4 - 9 \\ 4,5 - 0 \\ 5,3 - 19 \\ 5,4 - 24 \\ 5,5 - 13 \\ n = 100 \end{gathered}$$

$\xi \backslash \eta$	**3**	**4**	**5**
3	0.07	0.27	0.19
4	0.01	0.09	0.24
5	0	0	0.13

ξ:

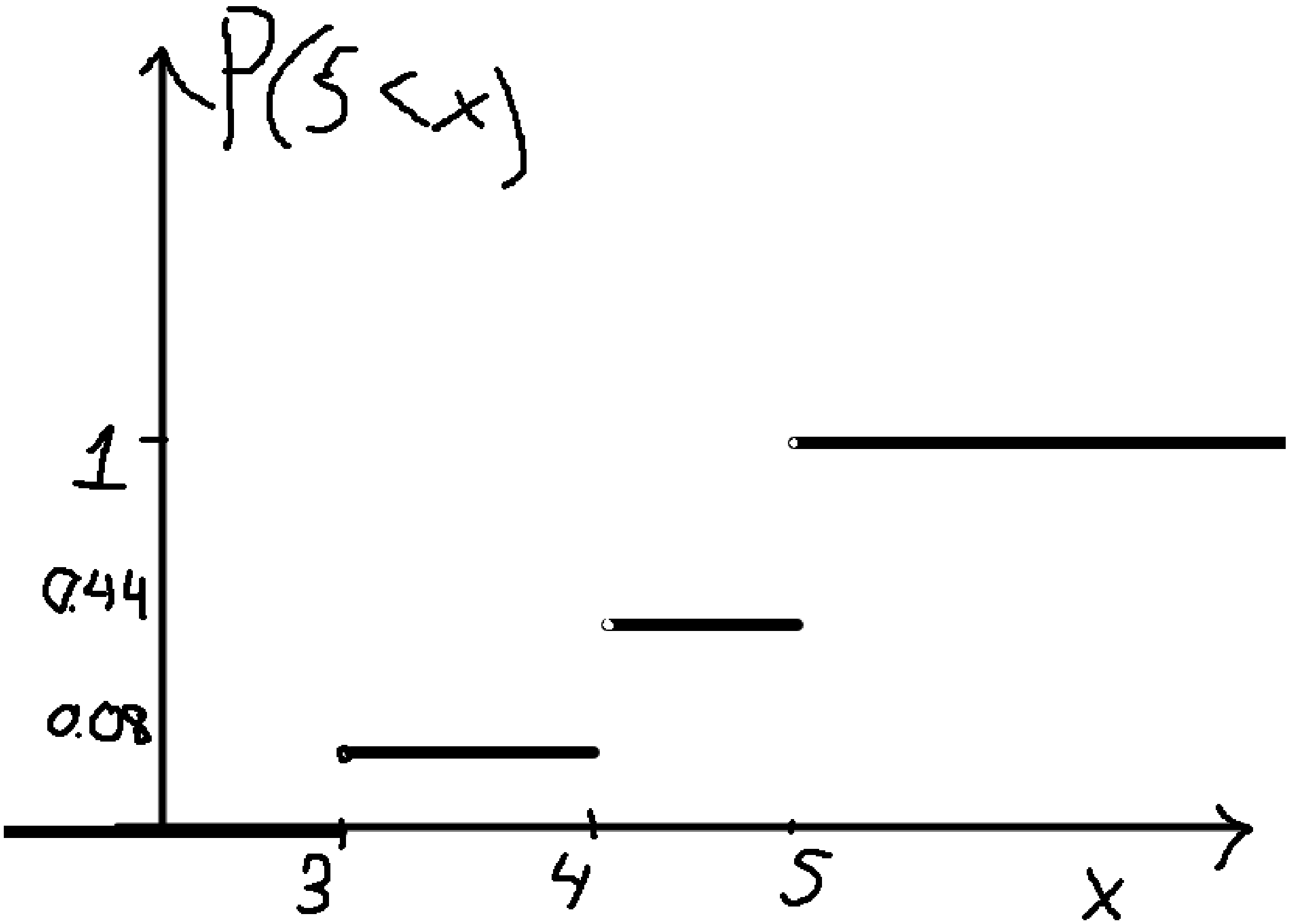
x_i	**3**	**4**	**5**
P_i	0.08	0.36	0.56

η:

y_j	**3**	**4**	**5**
P_j	0.53	0.34	0.13

$$\begin{gathered} M\xi = 4.48 \\ D\xi = 0.41 \\ M\eta = 3.6 \\ D\eta = 0.5 \\ \text{cov}(\xi, \eta) = 0.2 \\ \rho_{\xi\eta} = \frac{\text{cov}(\xi, \eta)}{\sqrt{D\xi}\sqrt{D\eta}} = 0.45 \end{gathered}$$

$F_\xi(x) = P(\xi < x)$



$F(x+0) - F(x) = P(\xi = x)$
$P(\alpha \leq \xi < \beta) = F(\beta) - F(\alpha)$

$$F_\xi(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 3 \\ 0.08, & 3 < x \leq 4 \\ 0.44, & 4 < x \leq 5 \\ 1, & 5 < x \end{cases}$$

03/04/2025

Условные законы распределения

$\xi \backslash \eta$	**3**	**4**	**5**
3	0.07	0.27	0.19
4	0.01	0.09	0.24
5	0	0	0.13

Найдём условные распределения

$$P(\xi | \eta = y_j) = \frac{P(\xi = x_i, \eta = y_j)}{P(\eta = y_j)}$$

$$P(\xi=3|\eta=3)=\frac{P(\xi=3,\eta=3)}{P(\eta=3)}=0.13$$
$$P(\xi=4|\eta=3)=\frac{P(\xi=4,\eta=3)}{P(\eta=3)}=0.51$$
$$P(\xi=5|\eta=3)=\frac{P(\xi=5,\eta=3)}{P(\eta=3)}=0.36$$

3	4	5
0.13	0.51	0.3

$$M(\xi|\eta=3)=4.23$$

$$P(\xi=3|\eta=4)=0.03$$
$$P(\xi=4|\eta=4)=0.26$$
$$P(\xi=5|\eta=4)=0.71$$
$$P(\xi|\eta=5)=\begin{pmatrix}0\\0\\1\end{pmatrix}$$

Производная Радона-Никодима

Матожидание с точки зрения функционального анализа - интеграл Лебега

$$M(\xi|\eta)=\varphi(\eta)=\beta_0+\beta_1\eta$$

Сплайны

Доказать, что для случайной величины ξ распределённой по геометрическому закону, для $n>m$ будет верно

$$P(\xi\geq n|\xi\geq m)=P(\xi\geq n-m)$$

1	2	3	...	k	...
p	pq	pq^2	$\ldots$	pq^{k-1}	$\ldots$

$P(\xi=k)=pq^{k-1}$

$$P(\xi\geq n|\xi\geq m)=\frac{P(\xi\geq n,\xi\geq m)}{P(\xi\geq m)}=\frac{P(\xi\geq n)}{P(\xi\geq m)}=\frac{\sum_{k=n}^{\infty}pq^{k-1}}{\sum_{k=m}^{\infty}pq^{k-1}}=q^{n-m}$$
$$P(\xi\geq n-m)=\sum_{k=n-m}^{\infty}pq^{k-1}=\frac{pq^{n-m-1}}{1-q}=q^{n-m-1}$$

Производящие функции

$$\psi_\xi(z)=Mz^\xi,\xi\in\mathbb{N}_0$$
$$M\varphi(\xi)=\sum_k\varphi(k)P(\xi=k)$$
$$\psi_\xi(z)=\sum_k P(\xi=k)z^k$$

Пусть ξ - число очков на кубике

$\xi=\overline{1..6}$

$\psi_\xi(z) = \frac{1}{6}(z + z^2 + z^3 + z^4 + z^5 + z^6)$

Характеристики случайной величины:

$$M(\xi) = \sum_{k=0}^{n} k \cdot P(\xi = k)$$
$$\psi_\xi(z) = \sum_{k=0}^{n} z^k P(\xi = k)$$
$$\psi'_\xi(z) = \sum_{k=0}^{n} k z^{k-1} P(\xi = k)$$
$$\psi'_\xi(1) = M(\xi)$$
$$M(\xi^2) = \sum_{k=0}^{n} k^2 P(\xi = k)$$
$$\psi''_\xi(z) = \sum_{k=0}^{n} k(k-1) z^{k-2} P(\xi = k) =$$
$$= \sum_{k=0}^{n} k^2 z^{k-2} P(\xi = k) - \sum_{k=0}^{n} k z^{k-2} P(\xi = k)$$
$$M\xi^2 = \psi''_\xi(1) + \psi'_\xi(1)$$
$$D\xi = \psi''_\xi(1) + \psi'_\xi(1) - (\psi'_\xi(1))^2$$

Мультипликативное свойство:

$$\xi_1, \xi_2, \ldots, \xi_n - \text{независимые случайные величины}$$
$$\eta = \sum_{k=1}^{n} \xi_k$$
$$\psi_\eta(z) = Mz^2 = M(z^{\xi_1 + \xi_2 + \ldots + \xi_n}) = M(z^{\xi_1} z^{\xi_2} \ldots z^{\xi_n}) = M(z^{\xi_1}) M(z^{\xi_2}) \cdot \ldots \cdot M(z^{\xi_n}) = \prod_{k=1}^{n} \psi_{\xi_k}(z)$$

ξ - число заказов за час

ξ распределено по закону Пуассона с параметром $\lambda = 20$

η_i - доход от одного заказа

$$\eta_i = \begin{cases} 100, & p = 0.4 \\ 120, & p = 0.6 \end{cases}$$

Найти производящую функцию дохода

$$S = \eta_1 + \eta_2 + \ldots + \eta_\xi$$
$$\psi_{\eta_i}(z) = z^{100} \cdot 0.4 + z^{120} \cdot 0.6$$
$$\text{Зафиксируем } \xi = n$$
$$S = \eta_1 + \eta_2 + \ldots + \eta_n$$
$$\psi_S(z|\xi = n) = (\psi_{\eta_i}(z))^n$$
$$\psi_S(z) = \sum_{k=0}^{\infty} \psi_S(z|\xi = k) P(\xi = k) =$$
$$= \sum_{k=0}^{\infty} (\psi_{\eta_i}(z))^k \cdot \frac{\lambda^k}{k!} e^{-\lambda} = e^{-\lambda} \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(\lambda \psi_{\eta_i}(z))^k}{k!} = \exp(\lambda(\psi_{\eta_i}(z) - 1)) =$$
$$= \exp(\lambda(z^{100} \cdot 0.4 + z^{120} \cdot 0.6 - 1))$$
$$\psi'_S(z) = \exp(\lambda(z^{100} \cdot 0.4 + z^{120} \cdot 0.6 - 1)) \cdot \lambda(40z^{99} + 72z^{119})$$
$$\psi'_S(1) = 2240 - \text{ математическое ожидание}$$

24/04/2025

$$\eta = f(\xi)$$
$$f(x) \text{ - строго монотонна}$$
$$p_\eta(y) = p_\xi(f^{-1}(y)) \cdot |(f^{-1}(y))'|$$
$$\xi \sim N(a, \sigma)$$
$$p_\xi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp\left(-\frac{(x-a)^2}{2\sigma^2}\right), x \in \mathbb{R}$$
$$\eta = \frac{\xi - a}{\sigma} = f(\xi)$$
$$f(x) = \frac{x-a}{\sigma} \text{ строго монотонна}$$
$$f^{-1}(y) = \sigma y + a$$
$$(f^{-1}(y))' = \sigma$$
$$p_\eta(y) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{y^2}{2}\right) y \in \mathbb{R}$$
$$\eta \sim N(0, 1)$$

Итог:

$$\xi \sim N(a, \sigma) \Rightarrow \eta = \frac{\xi - a}{\sigma} \sim N(0, 1)$$

$$\xi \sim N(0, 1)$$
$$\eta = \xi^2$$
$$p_\xi = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{x^2}{2}\right), x \in \mathbb{R}$$
$$\text{Разбиваем на участки монотонности}$$
$$f_1^{-1}(y) = -\sqrt{y}, f_2^{-1}(y) = \sqrt{y}$$
$$f_1^{-1}(y) = -\frac{1}{2\sqrt{y}}$$
$$p_\eta(y) = p_\xi(f_1^{-1}(y)) \cdot |(f_1^{-1}(y))'| + p_\xi(f_2^{-1}(y)) \cdot |(f_2^{-1}(y))'| =$$
$$= \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{y}{2}\right) \cdot \frac{1}{2\sqrt{y}} + \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{y}{2}\right) \cdot \frac{1}{\sqrt{2\pi}} =$$
$$= \begin{cases} \frac{1}{\sqrt{2\pi y}} \exp\left(-\frac{y}{2}\right), & y \in (0, +\infty) \\ 0, & y \in (-\infty, 0] \end{cases}$$
$$\eta \sim \chi^2(1)$$
$$\chi^2(n) \sim \sum_{i=1}^{n} \xi_i^2$$

2 способ

Найдём фукнцию распределения $F_\eta(y)$

$$P_\eta(y) = F'_\eta(y), \eta = \xi^2$$
$$F_\eta(y) = P(\eta < y) = P(\xi^2 < y) = P(-\sqrt{y} < \xi < \sqrt{y}) = F_\xi(\sqrt{y}) - F_\xi(-\sqrt{y}) \Rightarrow$$
$$F_\xi(x) = \int_{-\infty}^{x} p_\xi(t) dt$$
$$p_\eta(y) = F'_\eta(y) = (F_\xi(\sqrt{y}) - F_\xi(-\sqrt{y}))' =$$
$$= F'_\xi(\sqrt{y}) \cdot \frac{1}{2\sqrt{y}} + F'_\xi(-\sqrt{y}) \cdot \frac{1}{2\sqrt{y}} =$$
$$= \frac{1}{2\sqrt{y}} (p_\xi(\sqrt{y}) + p_\xi(-\sqrt{y})) = \begin{cases} \frac{1}{\sqrt{2\pi y}} \exp\left(-\frac{y}{2}\right), & y \in (0, +\infty) \\ 0, & y \notin (0, \infty) \end{cases}$$

$$\xi \sim E(\lambda)$$
$$p_\xi(x) = \begin{cases} \lambda \exp(-\lambda x), & x > 0 \\ 0, & x \le 0 \end{cases}$$
$$\eta = \xi^2 - \text{монотонна}$$
$$f^{-1}(y) = \sqrt{y}$$
$$(f^{-1}(y))' = \frac{1}{2\sqrt{y}}$$
$$p_\eta(y) = \begin{cases} \frac{\lambda \exp(-\lambda\sqrt{y})}{2\sqrt{y}}, & y \in (0, +\infty) \\ 0, & y \notin (0, \infty) \end{cases}$$

$$\xi \sim E(\lambda)$$
$$\eta = 1 - \exp(-\lambda\xi), f(x) = 1 - \exp(-\lambda x) - \text{монотонна}$$
$$f^{-1}(y) = -\frac{\ln(1-y)}{\lambda}$$
$$(f^{-1}(y))' = \frac{1}{\lambda}\frac{1}{1-y}$$
$$p_\eta(y) = \lambda \exp\left(\frac{\lambda \ln(1-y)}{\lambda}\right) \cdot \frac{1}{\lambda(1-y)} = \begin{cases} 1, y \in (0,1) \\ 0, y \notin (0,1) \end{cases}$$
$$\eta \sim R_{[0,1]}$$

$$\xi, P_\xi(x)$$
$$\eta = f(\xi)$$
$$M\eta = Mf(\xi) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(x) p_\xi(x) dx$$
$$M\eta = \int_{-\infty}^{+\infty} y p_\eta(y) dy$$

Функция распределения нормальной случайной величины

$$p_\xi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp\left(-\frac{(x-a)^2}{2\sigma^2}\right)$$
$$F_\xi(x) = \int_{-\infty}^{x} \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp\left(-\frac{(t-a)^2}{2\sigma^2}\right) dt - \text{табличная функция}$$

В номотехе: значение функции нормальной величины
в matcad: `pnorm(x,a,s)`
Где хотим (питон)

$$\xi \sim N(a, \sigma)$$
$$F_\xi(x) = \Phi\left(\frac{x-a}{\sigma}\right)$$

непрерывный случайный вектор

(ξ, η) - непрерывный случайный вектор
Аналог таблицы распределения - плотность распределения $P_{\xi\eta}(x, y)$

$$(\xi, \eta) - \text{ случайный вектор, равномерно распределённый в области } x = 0, y = 2, y = 2x^2$$

Найти распределение компонент (ξ и η) и числовые характеристики

$$P_{\xi,\eta} = \begin{cases} \frac{1}{S(D)}, & (x,y) \in D \\ 0, & (x,y) \notin D \end{cases}$$

$$S(D) = \int_0^1 \int_{2x^2}^2 dydx = \int_0^1 2 - 2x^2\,dx = 2 - \frac{2}{3} = \frac{4}{3}$$

$$P_{\xi,\eta} = \begin{cases} \frac{3}{4}, & (x,y) \in D \\ 0, & (x,y) \notin D \end{cases}$$

$$p_\xi(x) = \int_{-\infty}^{+\infty} p_{\xi\eta}(x,y)dy = \int_{2x^2}^2 \frac{3}{4}dy = \begin{cases} \frac{3}{2}(1-x^2), & x \in (0,1) \\ 0, & x \notin (0,1) \end{cases}$$

$$p_\eta(y) = \int_0^{\sqrt{\frac{y}{2}}} \frac{3}{4}dx = \begin{cases} \frac{3\sqrt{2}}{8}\sqrt{y}, & y \in (0,2) \\ 0, & y \notin (0,2) \end{cases}$$

$$M\xi, M\eta, D\xi, D\eta, \operatorname{cov}(\xi,\eta) = M(\xi\eta) - M\xi M\eta$$

$$M(\xi\eta) = \int_{-\infty}^{+\infty}\int_{-\infty}^{\infty} xyp_{\xi\eta}(x,y)dxdy = \iint_D xyp_{\xi\eta}(x,y)dxdy$$

В пятницу/субботу