Метлин Михаил Тимофеевич
Пропустили семинар
Есть справка -> По уважительной причине
Нет справки -> неуваж
2 пропуска по неуважительной причине -> допуск от заместителя декана
Отработка семинара = решение задач с семинара (1/всех)
5 вариантов задач. Вариант связан с номером в Электронном Журнале
4 задачи до 1 (до 1 РК), 2 до 2 (15 нед)
Вариант = (номер-1) %5+1
Сдали не в срок - не максимум баллов
Условия переписываем, всё **расписываем подробно**
Защита типовиков: pdf задачи. Присылаем. Правим. Присылаем. Можно защищать. Очно защищаем.
Консультация будет назначена через месяц.
Защита = "Это что? Это откуда?"
РК на лабах
5 семинаров - 1 модуль
3 семинара - 2 модуль
Активное участие в семинарах обязательно

лекции зависят от лабника

14/02/2025

Колебания - это повторяющийся во времени периодический процесс

$$\vec{F} = m\vec{a}$$
$$\vec{F} \text{ - Мера воздействия на тело}$$
$$0x|\ m\ddot{x} = -kx$$
$$\ddot{x} + \frac{k}{m}x = 0$$
$$\frac{k}{m} = \omega_0^2$$
$$\omega\left[\frac{\text{рад}}{\text{с}}\right]$$
$$\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}$$
$$A; \omega; T; \nu$$
$$T = \frac{1}{\nu} = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} = [\text{с}]$$
$$2\pi\nu = \omega$$

$$\text{Для математического}$$
$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}, \omega = \sqrt{\frac{g}{l}}$$

$$x = A \cdot \cos(\omega t + \varphi_0)$$

Для решения:

1. Записываем уравнение динамики в случае неравновесного состояния системы
2. Сводим к шаблонному уравнению
3. Находим из него частоту и всё, кроме амплитуды
4. Амплитуду находим через частное решение

оксиальные вектора - это не вектора

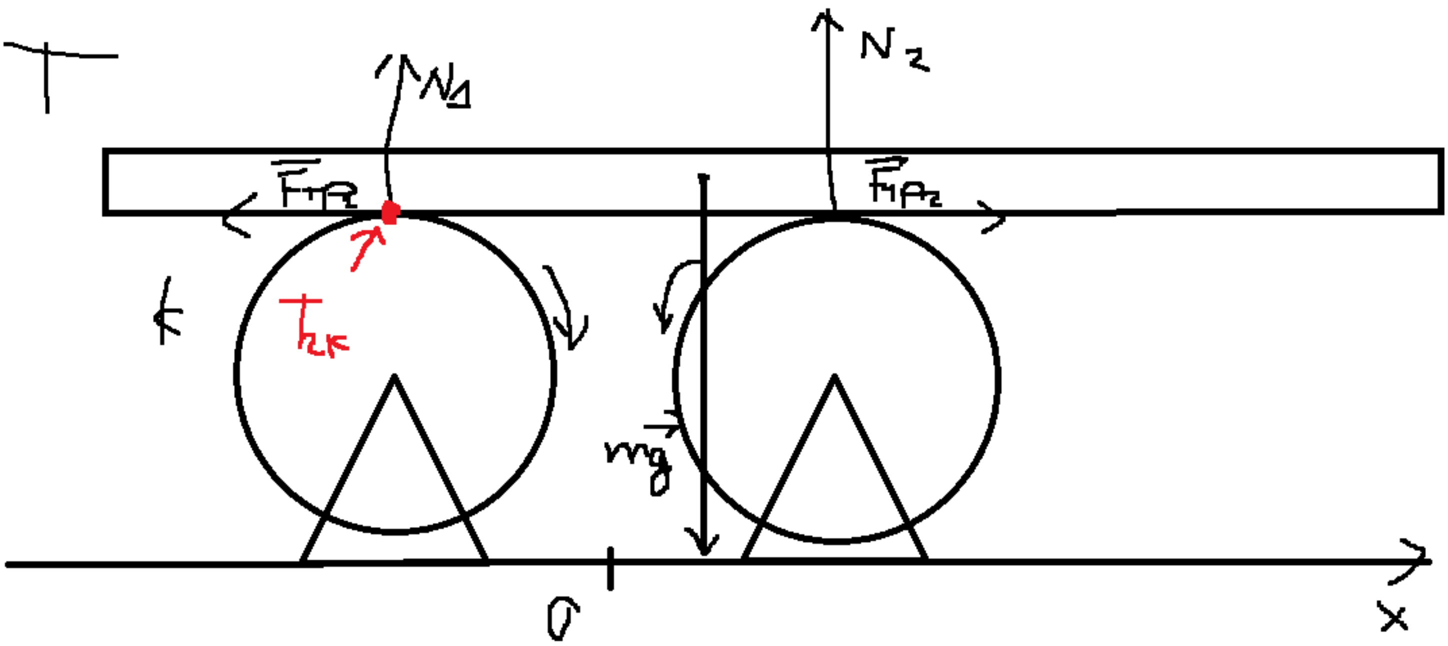
$$\vec{M} = \vec{r} \times \vec{F}$$

Линейное движение	Вращательное движение
$\vec{F}$ $\vec{r}$ $\vec{V} = \frac{d\vec{r}}{dt}$ $\vec{a} = \frac{d\vec{V}}{dt}$ m $\vec{p} = m\vec{V}$	$\vec{M}$ $\varphi?$ $\vec{\omega} = \vec{r} \times \vec{V}, \omega = \frac{d\varphi}{dt}$ $\vec{\varepsilon}, \varepsilon = \frac{d\omega}{dt}$ I $\vec{L} = \vec{r} \times \vec{p}$ - Момент импульса

$$m\vec{a} = \vec{F} \implies \vec{M} = I\vec{\varepsilon}$$
$$\vec{p} = m\vec{V} \implies \vec{L} = I\vec{\omega}$$
$$E_l = \frac{mV^2}{2} \implies E_k = \frac{I\omega^2}{2}$$

Ньютон:

$$a = \frac{F}{m}$$
$$\frac{dV}{dt} = \frac{F}{m}$$
$$dV \cdot m = F \cdot dt$$
$$d\vec{p} = \vec{F} \cdot dt$$
$$\frac{d\vec{p}}{dt} = \vec{F}$$
$$\frac{d\vec{L}}{dt} = \vec{M}$$
$$\vec{F} = 0 \implies \vec{p} = C$$
$$\vec{M} = 0 \implies \vec{L} = C$$
$$L \sim mVr$$
$$mV_1r_1 = mV_2r_2$$



$$m\ddot{x} = -\vec{F}_2 + \vec{F}_1$$
$$m\ddot{x} = k(-\vec{N}_2 + \vec{N}_1)$$
$$\ddot{x} = \frac{k}{m}(-\vec{N}_2 + \vec{N}_1)$$
$$0 = -mg + N_1 + N_2$$
$$mg = N_1 + N_2$$
$$|\vec{M}| = \text{плечо} \cdot |\vec{F}|$$
$$\sum \vec{M}_i = 0 \implies$$
$$M_{N_1} + M_{N_2} + M_{mg} + M_{F_1} + M_{F_2} = 0$$
$$M_{N_1} = M_{F_1} = M_{F_2} = 0$$
$$M_{mg} = \left(x + \frac{l}{2}\right)mg, M_{N_2} = -lN_2$$
$$mg\left(x + \frac{l}{2}\right) = lN_2$$
$$N_2 = mg\left(\frac{1}{2} + \frac{x}{l}\right)$$
$$N_1 = mg\left(\frac{1}{2} - \frac{x}{l}\right)$$
$$\ddot{x} + \frac{k}{m}mg\left(\frac{1}{2} + \frac{x}{l} - \frac{1}{2} + \frac{x}{l}\right) = 0$$
$$\ddot{x} + \frac{2kg}{l}x = 0 \implies \omega_0 = \sqrt{\frac{2kg}{l}}$$
$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{2kg}}$$

$$F_{\text{вязкого трения}} = -\alpha V$$
$$m\ddot{x} = -kx - \alpha\dot{x}$$
$$\ddot{x} + \frac{\alpha}{m}\dot{x} + \frac{k}{m}x = 0$$
$$\frac{\alpha}{m} = 2\beta$$
$$X = X_{max}\cos(\omega t + \varphi_0)e^{-\beta t}$$
$$t = \frac{1}{\beta} \text{ - позволяет анализировать затухание}$$

Долг

#долг

Маятник - лёгкий тонкостенный сферический сосуд радиуса R, заполнен водой. Сосуд укреплён на легком жестком стержне. Расстояние между центром подвеса O и центром сосуда - l. Во сколько раз изменится период колебаний после того как вода замерзнет?

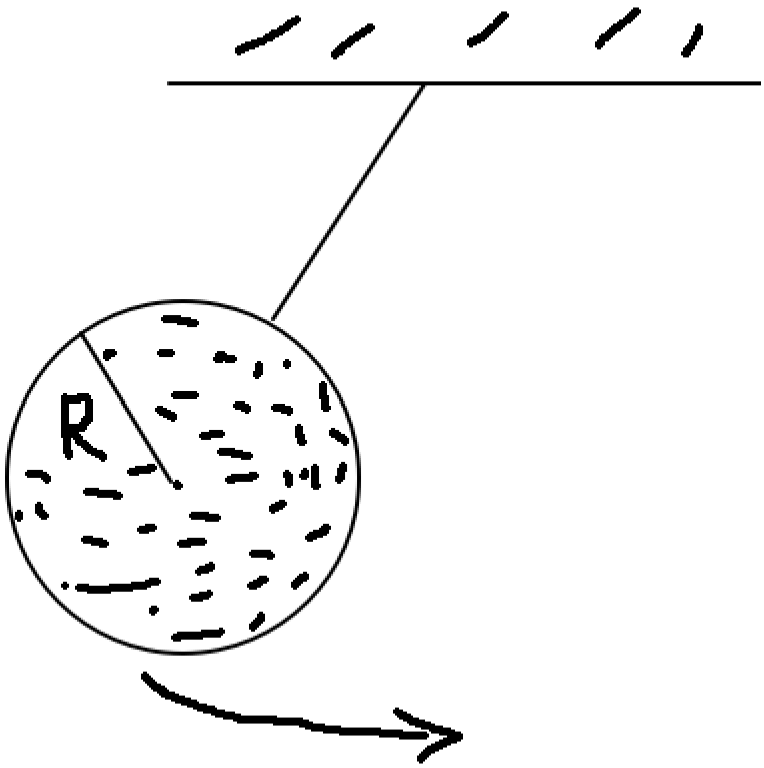
Дано:

R, l

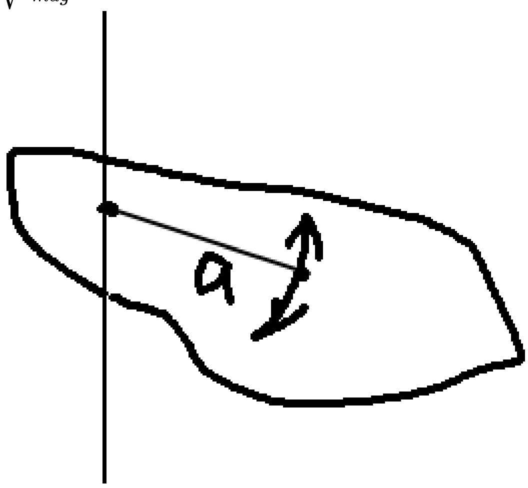
Найти:

$\frac{T_ж}{T_т}$

Решение:



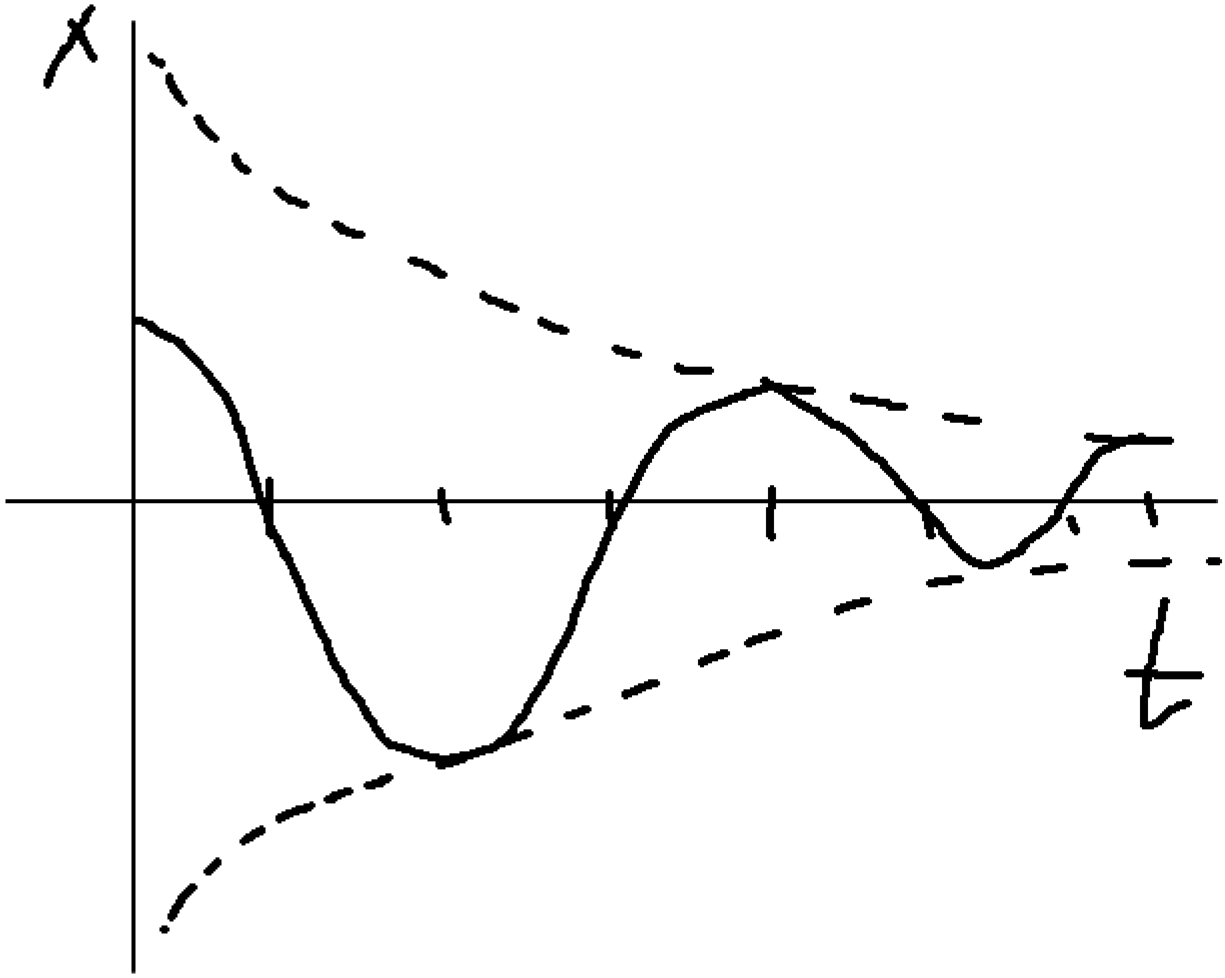
$T_{\text{м}} = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$
$T_{\text{ф}} = 2\pi\sqrt{\frac{I}{mag}}$



$T = 2\pi\sqrt{\frac{I}{mlg}}$
$I_{\text{ш}} = ?$
$I_{\text{произвольная ось}} = I_C + ml^2 =$
$I_C = \frac{2}{5}mR^2$
$= \frac{2}{5}mR^2 + ml^2$
$T_{\text{ф}} = 2\pi\sqrt{\frac{\frac{2}{5}mR^2 + ml^2}{mlg}} = 2\pi\sqrt{\frac{2}{5}\frac{R^2}{lg} + \frac{l}{g}}$
$\frac{T_{\text{ф}}}{T_{\text{м}}} = \frac{2\pi\sqrt{\frac{2}{5}\frac{R^2}{lg + \frac{l}{g}}}}{2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}} = \sqrt{\frac{2}{5}\frac{R^2}{l^2+1}}$

Частицу сместили из положения равновесия на расстояние l и предоставили самой себе. Какой путь пройдет эта частица до полной остановки, если логарифмический декремент затухания λ?

Дано:
$l_0 = 1$ см, λ=0.02
Найти:
$S_{\text{полн}}$
Решение:
$x(t) = l_0 \cdot \exp(-\beta t)\cos(\omega t + \varphi_0)$



$S_{\text{полн}} = l_0 + 2S_1 + 2S_2 + \ldots = l_0 + 2(S_1 + S_2 + \ldots) = l_0 + 2\sum \text{угп}$
$\frac{S_2}{S_1} = \frac{l_0 \exp(-\beta \cdot 2T)}{l_0 \exp\left(-\frac{\beta t}{2}\right)} = \exp(-\beta T + \beta T) = \exp\left(-\frac{\beta T}{2}\right)$
$\frac{S_3}{S_2} = \frac{l_0 \exp\left(-\frac{\beta 3}{2}T\right)}{l_0 \exp(-\beta T)} = \exp\left(-\frac{\beta 3}{2}T + \beta T\right) = \exp\left(-\frac{\beta T}{2}\right)$
Убывающая геометрическая прогрессия
$S_{\text{полн}} = l_0 + 2 \cdot \frac{l_0 \exp\left(-\frac{\beta T}{2}\right)}{1 - \exp\left(-\frac{\beta T}{2}\right)} = l_0 + 2\frac{l_0 e^{-\lambda/2}}{1 - e^{-\lambda/2}}$
$\lambda = \beta T = \frac{1}{Ne}$

у косинуса максимум/минимум => у косинуса значение по модулю =1

28/02/2025

Волновое уравнение

$$\Delta \vec{f} = \frac{1}{v^2}\frac{\partial^2 \vec{f}}{\partial t^2}$$
$$\Delta f = \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}\right) f$$

Частное решение - $g(\omega t + kx)$
Пример:

$$\begin{cases} \nabla \times E = -\frac{\partial B}{\partial t} \\ \nabla \cdot E = 0 \\ \nabla \times B = \frac{\partial E}{\partial t} \end{cases}$$

$$\nabla \times (\nabla \times E) = \nabla \cdot \cancel{(\nabla \cdot E)C}^{0} - \Delta E = -\Delta E$$

$$\nabla \times \left(-\frac{\partial B}{\partial t}\right) = -\frac{\partial}{\partial t}(\nabla \times B) = -\frac{\partial^2}{\partial t^2}E$$

$$-\Delta E = -\frac{\partial^2}{\partial t^2}E$$

$$\Delta E = \frac{\partial^2}{\partial t^2}E \Rightarrow v = 1$$

$$E = E_0 \cos(\omega t - kx) \text{ - гармоническая плоская волна}$$

$$\lambda - \text{ Пространственный период - длина волны}$$

$$\frac{2\pi}{\lambda} = k \text{ - пространственная частота}$$

$$E = E_0 \cos\left(\frac{2\pi}{T}t - \frac{2\pi}{\lambda}x\right)$$

$$v = \frac{\omega}{k} \text{ - скорость передачи возмущения}$$

Звуковые колебания имеющие частоту 500Гц и амплитуду 0.25 мм распространяются в воздухе.

Дано:

$$\nu = 500 \text{ Гц}$$
$$d = 0.25 \text{ мм}$$
$$\lambda = 70 \text{ см}$$
$$v_{\text{распр}} = ?, v_{\text{колебаний частиц}}$$

Решение:

$$v_{\text{распр}} = \frac{\omega}{k} = \frac{2\lambda\pi}{T2\pi} = \frac{\lambda}{T} = \lambda \cdot \nu = 0.7 \cdot 500 = 350\frac{\text{м}}{\text{с}}$$
$$\xi(t) = \xi_0 \sin(\omega t - kx)$$
$$v_{\text{кол}} = \xi_0 \omega \cos(\omega t - kx) \Rightarrow \max(v_{\text{кол}}) = \xi_0 \omega$$
$$v_{\text{кол}} = 0.785\frac{\text{м}}{\text{с}}$$

Лекция 7 механика волны. вывод звуковых волн стержня. Вывод волнового уравнения.

Обозначения из теории упругости:

$\frac{F}{S} = \frac{kx}{S}$

k - коэффициент жёсткости

x - абсолютное удлинение

F - сила упругости стержня

$S_\perp$ - площадь поперечного нормального сечения. Далее обозначается как S

$\sigma = \frac{F}{S_\perp}$ - нормальное напряжение силы упругости

$\varepsilon = \frac{x}{l}$ - относительное растяжение, где

l - первоначальная длина

$\sigma S = kx$

$\sigma S = k\varepsilon l$

$\sigma = \frac{kl}{S}\varepsilon$

$E = \frac{kl}{S}$ - модуль Юнга

$\sigma = E\varepsilon$

Сам вывод:

"Локальные" обозначения:

dx - длина участка, изменения "границы" возмущения за время dt

C - скорость передачи возмущения в среде (скорость звука)

dt - время

$dx = C \cdot dt$ - из геометрических соображений

dm - масса участка стержня, соответствующего этому участку

ρ - плотность среды

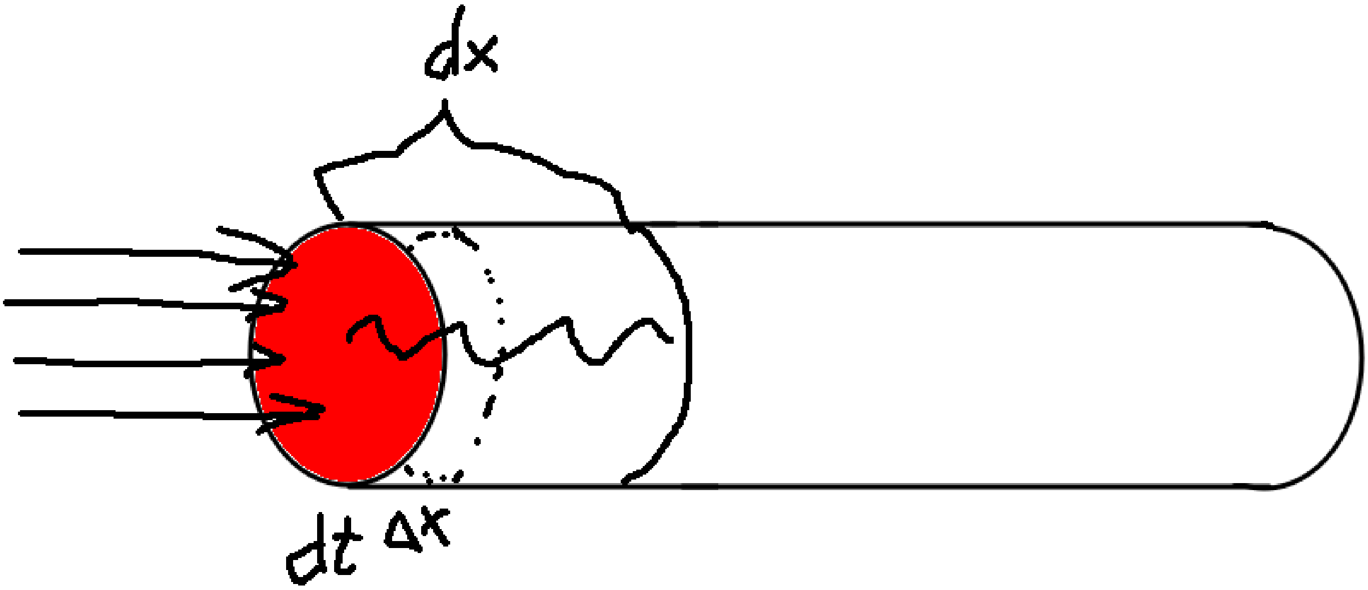
dV - элементарный объём

$dm = \rho \cdot dV$ - определение плотности

$dV = S \cdot dx$ - из геометрических соображений

$\Rightarrow dm = \rho SCdt$

Рассуждения:



В начальный момент времени сила приложена к части стержня, выделенной красным. Спустя время dt стрежень продеформировался и сила стала действовать к другой части стержня (смещённой на Δx от красной).

За это время этот кусочек приобрёл импульс:

$dp = u \cdot dm$, где u - скорость движения элемента массы dm

$\Rightarrow dp = u \cdot \rho SCdt$

$\Rightarrow F = \frac{dp}{dt} = u\rho SC$

$\Rightarrow \sigma S = u\rho C$

$\Rightarrow E\varepsilon = u\rho C$

Т.к. кусочек длинной dx сжался на Δx, по определению $\varepsilon = \frac{\Delta x}{dx}$

$\Rightarrow E\frac{\Delta x}{dx} = u\rho C$

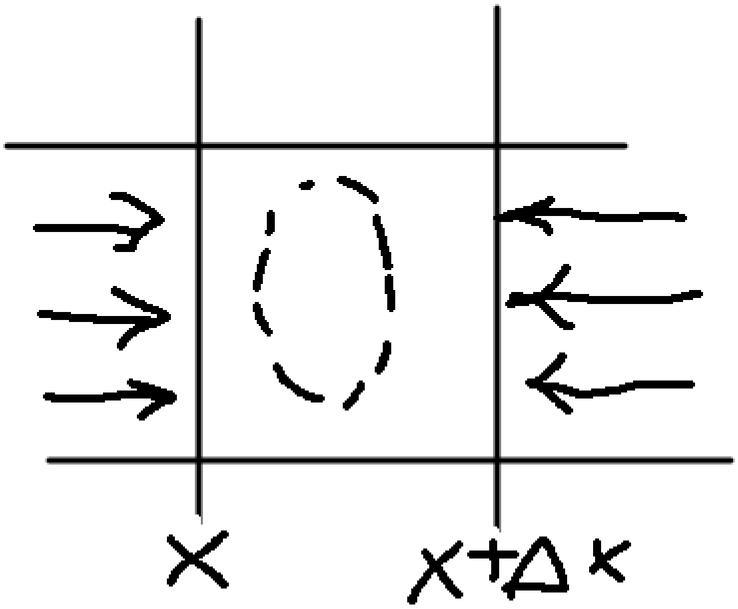
$\Delta x = udt$ - из геометрических соображений

$\Rightarrow E\frac{\cancel{u}\,\cancel{dt}}{C\cancel{dt}} = \cancel{u}\rho C$

$\Rightarrow E \cdot \frac{1}{C} = \rho C$

$\Rightarrow \frac{E}{\rho} = C^2$

$\Rightarrow C = \sqrt{\frac{E}{\rho}}$ - скорость распространения звука в среде



$\Delta m \cdot a = F_2 - F_1$ - второй закон Ньютона
$\Delta m = \rho \cdot \Delta V = \rho S \cdot \Delta x$
$\Rightarrow a \cdot \rho \cdot \Delta x \cdot S = F_2 - F_1$
x_1 - координата, задающая положение участка стержня, после смещения
$\varepsilon = \frac{\Delta x_1 - \Delta x}{\Delta x} = \frac{\Delta \eta}{\Delta x}$
$\lim_{\Delta x \to 0} \varepsilon = \frac{d\eta}{dx}$
$F = \sigma S = E \varepsilon S$
$a = \frac{d^2\eta}{dt^2}$
$\Rightarrow \frac{d^2\eta}{dt^2} \cdot \rho \cdot \Delta x \cdot \cancel{S} = E\varepsilon_2 \cancel{S} - E\varepsilon_1 \cancel{S}$
$\varepsilon_2 = \varepsilon(x + \Delta x),\ \varepsilon_1 = \varepsilon(x)$
$\Rightarrow \ldots \approx E\left(\varepsilon(x_0) + \frac{d\varepsilon}{dx}(x_0) \cdot \Delta x\right) - E\varepsilon(x_0) = E\frac{d\varepsilon}{dx} \cdot \Delta x$
$\Rightarrow \frac{d^2\eta}{dt^2} \cdot \rho = E\frac{d\varepsilon}{dx}$
$\Rightarrow \frac{d^2\eta}{dt^2}\rho = E\frac{d}{dx}\left(\frac{d\eta}{dx}\right) = E\frac{d^2\eta}{dx^2}$

$$\frac{d^2\eta}{dt^2} = \frac{E}{\rho}\frac{d^2\eta}{dx^2}$$

После замены $\frac{E}{\rho} = v^2$ получим волновое уравнение.

$$\frac{d^2A}{dt^2} = v^2\frac{d^2A}{dx^2}$$

где $v = \mathrm{const}$ - групповая скорость волны
$v = \sqrt{\frac{E}{\rho}}$ - скорость передачи возмущения

Решение волнового уравнения

$$\frac{\partial^2\eta}{\partial t^2} = v^2\frac{\partial^2\eta}{\partial x^2}$$
$$\eta(t - \Delta t) = \eta\left(t - \frac{x}{v}\right)$$
$$\eta(x,t) = A_0\cos\left(\omega\left(t - \frac{x}{v}\right)\right) \text{ - функция, удовлетворяющая уравнению}$$
$$\eta = A_0 \cdot \cos\left(\omega t - \frac{\omega}{v} \cdot x\right)$$

$\omega = \frac{2\pi}{T}$ - циклическая частота, где T - временной период ($\eta(x, t+T) = \eta(x,t)$)
$\eta = A_0\cos\left(\frac{2\pi}{T}t - \frac{2\pi}{T \cdot v}x\right)$,
$\lambda = T \cdot v$ - пространственный период ($\eta(x+\lambda, t) = \eta(x,t)$)

$$\eta = A_0\cos\left(\frac{2\pi}{T}t - \frac{2\pi}{\lambda}x\right)$$

$k = \frac{2\pi}{\lambda}$ - волновой вектор, волновое число - пространственная частота

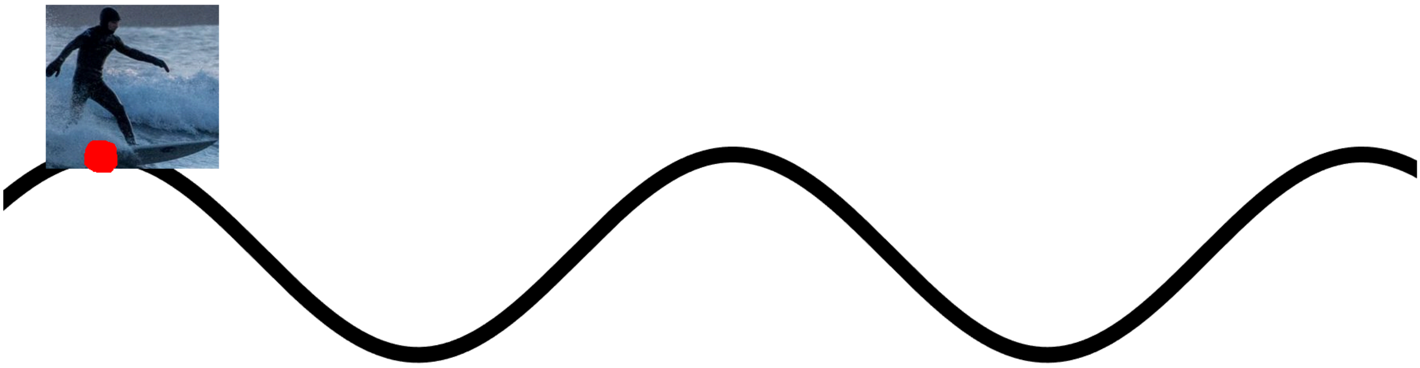
$$\eta = A_0 \cos(\omega t \mp kx)$$

$-$ если направление движения волны совпадает с направлением оси x

$$\eta = A_0 \cos(\omega t - \vec{k}\vec{r})$$

Уравнение плоской гармонической волны
Волна - некоторый периодический процесс в пространстве и во времени передачи возмущения от одной точки среды к другой спустя время.
Волны бывают:
продольные (возмущение и направление передачи совпадают)
Поперечные (возмущение и направление передачи перпендикулярны)

Скорость распространения волн:



Для сёрфера волна имеет всегда одну и ту же фазу.

$$\eta(x,t) = A_0 \cos(\omega t - kx)$$
$$\omega t - kx = \text{const}$$
$$\omega t - kx = \text{const}\Big| \frac{d}{dt}$$
$$\omega - kv = 0$$
$$v_{\text{фазовая}} = \frac{\omega}{k}$$

Сферические волны
Сферические волны - такие волны, у которых волновой фронт сферический. (окружность - это 2d-сфера)
Волновой фронт - геометрическое место точек, до которых к данному моменту времени дошло возмущение.

Допустим, в воду кинули камень. Он передаст системе энергию, которая будет распространяться по поверхности воды за счёт сферических волн.
Уравнение сферической волны:

$$\eta(x,t) = \frac{A}{r} \cdot \cos(\omega t - kx)$$

где A - амплитуда, r - радиус

Об энергии:

$$\frac{\partial^2 \eta}{\partial x^2} \cdot \frac{E}{\rho} = \frac{\partial^2 \eta}{\partial t^2}$$

$$E_{\text{полная}} = E_{\text{кинетическая}} + E_{\text{потенциальная}}$$
$$E_{\text{к}} = \frac{mu^2}{2} = \frac{\rho V u^2}{2} = \frac{\rho V\left(\frac{\partial\eta}{\partial t}\right)^2}{2}$$
$$E_{\text{п}} = \frac{kx^2}{2} = \frac{ESx^2}{l\cdot 2} = \frac{ES(\varepsilon l)^2}{l\cdot 2} = \frac{ESl\varepsilon^2}{2}$$
$$\lim_{\Delta x\to 0} E_{\text{п}} = \frac{ESl\left(\frac{d\eta}{dx}\right)^2}{2}$$
$$E = \frac{1}{2}\rho V\left(\left(\frac{\partial\eta}{\partial t}\right)^2 + \cancel{\frac{E}{\rho}}^{u^2}\cdot\left(\frac{\partial\eta}{\partial x}\right)^2\right)$$
$$E = \frac{1}{2}\rho V\left(\left(\frac{\partial\eta}{\partial t}\right)^2 + u^2\left(\frac{\partial\eta}{\partial x}\right)^2\right)$$
$$\eta = A_0\cos(\omega t - kx)$$
$$\dot\eta = -\omega A_0\sin(\omega t - kx)$$
$$\eta_x = kA_0\sin(\omega t - kx)$$
$$\Rightarrow$$
$$E = \frac{1}{2}\rho V A_0^2(\omega^2 + \cancel{u^2k^2}^{\omega^2})\sin^2(\omega t - kx)$$
$$E = \rho A_0^2\omega^2\sin^2(\omega t - kx)V$$
$$\langle E\rangle_T = \frac{1}{2}\rho A_0^2\omega^2 V$$
$$\Omega = \frac{\langle E\rangle_T}{V} = \frac{1}{2}\rho A_0^2\omega^2 = \text{const - плотность энергии гармонической волны}$$

Вектор переноса энергии
$\vec v$ - скорость переноса энергии
Через время dt в объёме dV будет находится энергия $E = \Omega dV$
$dV = S\cdot dx = S\cdot vdt\cos\alpha$
$E = \Omega\cdot S\cos\alpha\cdot vdt$
$\vec j = \Omega\vec v$ - вектор потока энергии
$E = jS\cos\alpha dt$
$P = \frac{E}{t} = jS\cos\alpha = \vec j\cdot\vec S$ - мощность переноса энергии - вектор Умова
$\vec S = S\cdot\vec n$
Интенсивность волны - средняя по времени мощность энергии, переносимая волной через площадку в направлении перпендикулярном к этой площадке.

Когерентные волны - монохроматические волны, у которых разность фаз остаётся постоянной во времени и пространстве
Интерференция - перераспределение энергии в пространстве и во времени в процессе взаимодействия 2 и более когерентных волн.

Например, волны сталкивающиеся и отражающиеся от стенки
$\eta_1 = A_0\cos(\omega t - kx)$
$\eta_2 = A_0\cos(\omega t + kx)$
$\eta = \eta_1 + \eta_2 = A_0\cdot 2\cos(\omega t)\cdot\cos(kx) = 2A_0\cos(kx)\cos(\omega t)$
$A = 2A_0\cos(kx)$ - амплитуда стоячей волны

$A = A_{\text{ max}} \Leftrightarrow \cos kx = 1 \Rightarrow kx = \frac{2\pi}{\lambda}\cdot x = \pi\cdot n$
$x_{\text{пучности}} = \frac{\lambda}{2}n$
Минимум пучности, аналогично: $x_{\text{узлов}} = \frac{\lambda}{2}\frac{2n+1}{2}$
Длина волны - расстояние между 2 соседними пучностями / узлами
Длина стоячей волны = половине падающей волны

14/03/2025

Температура - мера изменения средней квадратичной кинетической энергии теплового движения молекул.
Уравнение Ван-дер-Ваальса

$$(P+\alpha)(V+\beta)=\nu RT$$

Дано:

$$\mu, P, \text{ между 2 параллельными горизонтальными пластинами }, T \text{ растёт}$$
$$T_1 \to T_2, V$$

Закон Паскаля:
Давление газа в объёме во все стороны давит одинаково
Найти:
m
Решение:

$$PV=\frac{m}{\mu}RT$$
$$T(x)=T_1+\frac{T_2-T_1}{h}x$$
$$PdV=\frac{dm}{\mu}RT(x)$$
$$dm=\frac{\mu PdV}{RT}$$
$$m=\frac{\mu P}{R}\int\frac{dV}{T}=\frac{\mu P}{R}S\int\frac{dx}{T_1+\frac{T_2-T_1}{h}x}=\frac{\mu PS}{R}\ln\left(\frac{T_2}{T_1}\right)\cdot\frac{h}{T_2-T_1}=\frac{\mu PV}{R\Delta T}\ln\left(\frac{T_2}{T_1}\right)$$

$$A=\int\vec{F}\cdot d\vec{r}$$

$$\Delta U=\nu R\Delta T$$
$$P=\text{const}\Rightarrow\Delta Q=\Delta U+A$$
$$A=P\Delta V=\nu R\Delta T$$
$$\Delta U=\frac{i}{2}\nu R\Delta T$$

Задачку с ютуба переписать и защищать

Газ с молярной массой M находится под давлением P между двумя одинаковыми горизонтальными пластинами. Температура газа растёт линейно от T1 у нижней границы до T2 у верхней. Объём газа между пластинами равен V. Найти его массу.
- это прошлая

6.30: Один моль некоторого идеального газа изобарически нагрели на $\Delta T=72K$, сообщив ему количество тепла Q=1.60кДж. Найти приращение его внутренней энергии и величину γ=Cp/Cv
Дано:

$$\nu=1[\text{моль}]$$
$$\Delta T=72[K]$$
$$Q=1600[\text{Дж}]$$
$$P=\text{const}$$

Найти:

$$\Delta U=?,\gamma=\frac{C_P}{C_V}=?$$

Решение:

$$Q = \Delta U + A$$
$$\Delta U = \frac{i}{2}\nu R\Delta T$$
$$\Delta U = Q - A$$
$$A = \int PdV = P\Delta V$$
$$PV = \nu RT \Rightarrow P\Delta V = \nu R\Delta T$$
$$\Delta U = Q - \nu R\Delta T$$
$$\gamma = \frac{C_P + R}{C_V} = 1 + \frac{R}{C_V} = 1 + \frac{2}{i}$$
$$\gamma - 1 = \frac{2}{i}$$
$$\frac{1}{\gamma - 1} = \frac{i}{2}$$
$$\Delta U = \frac{1}{\gamma - 1}\nu R\Delta T$$
$$\gamma - 1 = \frac{\nu R\Delta T}{\Delta U}$$
$$\gamma = \frac{\nu R\Delta T}{\Delta U} + 1$$

Задача 6.47: Идеальный газ с показатель адиабаты γ расширили по закону $P = \alpha V$, где $\alpha = \text{const}$. Первоначальный объем газа V0. В результате расширения объем увеличился в η раз. Найти:

а) приращение внутренней энергии газа

б) работу, совершаемую газом

в) молярную теплоемкость газа в этом процессе

Дано:

$$\gamma, P = \alpha V, V_\text{н} = V_0, V_k = \eta V_0$$

Найти:

$$\Delta U, A, C_\mu$$

Решение:

Далее под C подразумевается молярная теплоемкость

$$P = \alpha V$$
$$\alpha = \frac{P}{V} = PV^{-1}$$
$$\text{Политропа}$$
$$PV^n = \text{const}$$
$$n = \frac{C - C_P}{C - C_V} = -1$$
$$C - C_P = C_V - C$$
$$C = \frac{C_V + C_P}{2} = \frac{i+1}{2}R$$
$$\frac{i}{2} = \frac{1}{\gamma - 1} \Rightarrow$$
$$C = \left(\frac{1}{\gamma - 1} + \frac{1}{2}\right)R$$
$$A = \int_{V_\text{н}}^{V_\text{к}} PdV = \int_{V_0}^{\eta V_0} \alpha V dV = \frac{\alpha V^2}{2}|_{V_0}^{\eta V_0} = \frac{\alpha(\eta^2 - 1)V_0^2}{2}$$
$$\Delta U = \frac{i}{2}\nu R\Delta T = \frac{1}{\gamma - 1}\nu R\Delta T$$
$$P_\text{н} V_\text{н} = \nu RT_\text{н}$$
$$P_\text{к} V_\text{к} = \nu RT_\text{к}$$
$$P = \alpha V \Rightarrow$$
$$\alpha V_0^2 = \nu RT_\text{н}$$
$$\alpha \eta^2 V_0^2 = \nu RT_\text{к}$$
$$\alpha(\eta^2 - 1)V_0^2 = \nu R\Delta T$$
$$\Delta U = \frac{1}{\gamma - 1}\alpha(\eta^2 - 1)V_0^2$$

6.154: Во сколько раз следует увеличить изотермически объём V = 4.0 моля идеального газа, чтобы его энтропия испытала приращение $\Delta S = 23$ Дж/К.
Дано:

$$T = \text{const}, \nu = 4 \text{ моля }, \Delta S = 23 \text{ Дж/К}$$

Найти:

$$\frac{V_{\text{к}}}{V_{\text{н}}} = ?$$

Решение:

$$\Delta S \geq \int_1^2 \frac{\delta Q}{T}$$

Т.к. изотермичский процесс - это равновесный процесс, то

$$\Delta S = \int_{Q_1}^{Q_2} \frac{\delta Q}{T} = \int_{A_1}^{A_2} \frac{\delta A}{T} = \frac{A}{T} = \nu R \ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right) \Rightarrow$$

$$\delta Q = \cancel{dU}^{0} + \delta A$$

$$A = \int_{V_1}^{V_2} P dV = \int_{V_1}^{V_2} \frac{\nu RT}{V} dV = \nu RT \int_{V_1}^{V_2} \frac{dV}{V} = \nu RT \ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right)$$

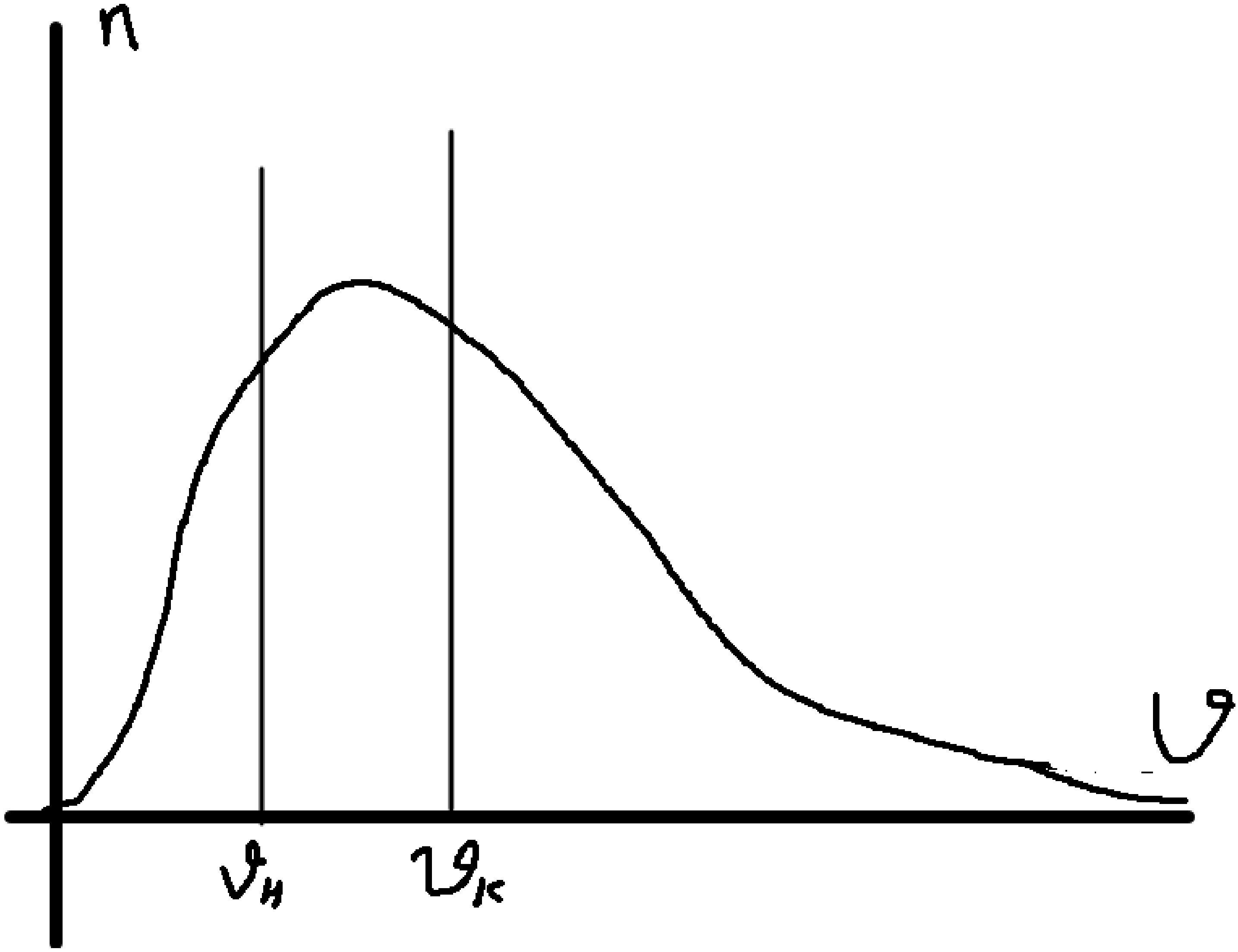
$$\Rightarrow \frac{V_2}{V_1} = \exp\left(\frac{\Delta S}{\nu R}\right)$$

28/03/2025

Завтра может быть будет консультация
РК на следующем занятии Сергей Викторович

Распределение Максвелла по скоростям

$$F(v) = 4\pi \left(\frac{m_0}{2\pi k_{\text{Б}} T}\right)^{\frac{3}{2}} v^2 \exp\left(-\frac{mv^2}{2k_{\text{Б}} T}\right)$$



Дано:

m, μ, v_1, v_2

Найти:

$T : F(v_1) = F(v_2)$

Решение:

$$\cancel{4\pi\left(\frac{m_0}{2\pi k_Б}\right)^{\frac{3}{2}}} v_1^2 \exp\left(-\frac{mv_1^2}{2k_Б T}\right) = \cancel{4\pi\left(\frac{m_0}{2\pi k_Б}\right)^{\frac{3}{2}}} v_2^2 \exp\left(-\frac{mv_2^2}{2k_Б T}\right)$$

$$v_1^2 \exp\left(-\frac{mv_1^2}{2k_Б T}\right) = v_2^2 \exp\left(-\frac{mv_2^2}{2k_Б T}\right)$$

$$\left(\frac{v_2}{v_1}\right)^2 = \exp\left(\frac{m_0}{2k_Б T}(v_2^2 - v_1^2)\right)$$

$$2\ln\left(\frac{v_2}{v_1}\right) = \frac{m_0}{2k_Б T}(v_2^2 - v_1^2)$$

$$T = \frac{m_0(v_2^2 - v_1^2)}{4k_Б \ln\left(\frac{v_2}{v_1}\right)} = \frac{\mu(v_2^2 - v_1^2)}{4R\ln\left(\frac{v_2}{v_1}\right)}$$

Функция распределения Больцмана:

$$n = n_0 \cdot \exp\left(-\frac{E_п}{k_Б T}\right)$$

Правило Кличковского и правило Хунда - заполняются сначала орбитали с минимум энергии. У лантоноидов - сначала d, потом f

$$F_{цб} = ma_{цб} = m\frac{v^2}{R}$$
$$\frac{n_к}{n_н} = 2$$
$$T = ?$$
$$2 = \frac{n_к}{n_н} = \exp\left(\frac{E_{п2} - E_{n1}}{k_Б T}\right)$$
$$\ln 2 = -\frac{\Delta E}{k_Б T}$$
$$v = \omega R$$
$$\frac{mv^2}{R} = m\omega^2 R$$
$$\Delta E = A$$
$$E_{K_2} = E_{p_1}, E_{K_1} = E_{p_2}$$
$$-\Delta U = \delta A = \int -dE_п = \int \vec{F} d\vec{r} = \frac{m\omega^2 l^2}{2}$$
$$T \text{ можем найти}$$

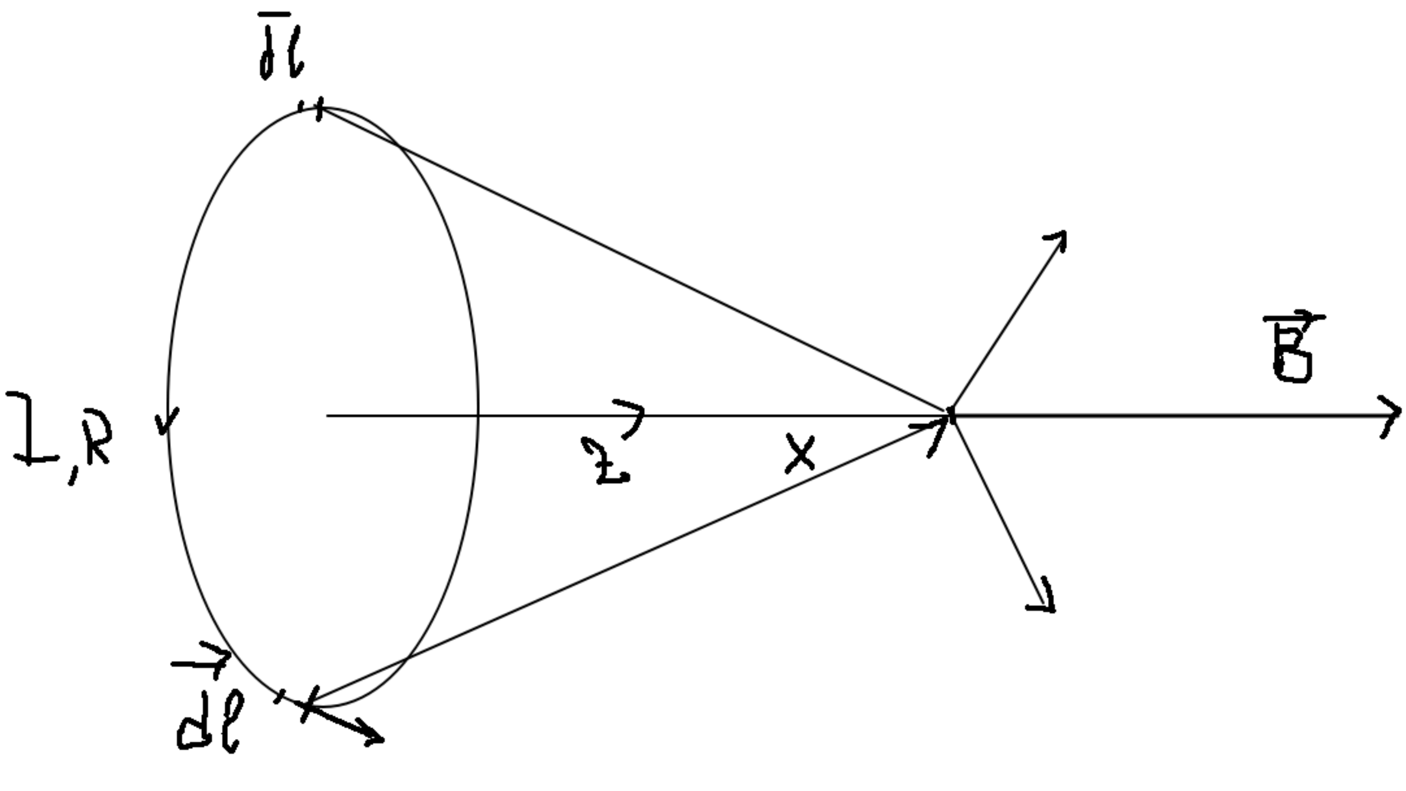
Теорема Гаусса

25/04/2025

Магнитные поля - особый вид материи. Действует на движущиеся частицы.
Закон Био Савара-Лапласа

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I[d\vec{l}, \vec{r}]}{r^3}$$

Элемент проводника с током I на расстоянии r от себя создаёт такое-то магнитное поле

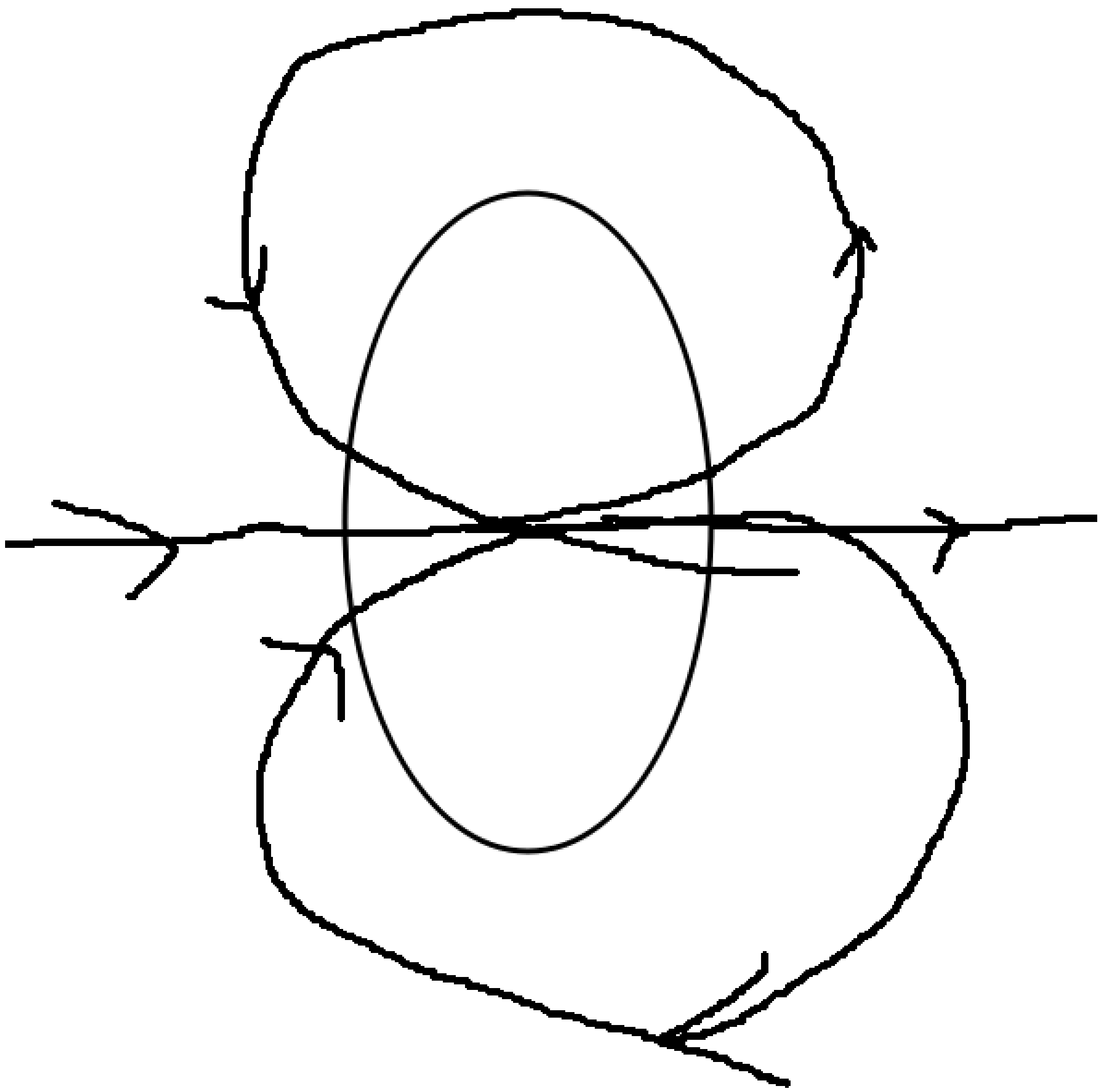


$$(d\vec{l} \times \vec{r})_x = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ dl_x & dl_y & dl_z \\ r_x & r_y & r_z \end{vmatrix}_x = (r_y dl_x - r_x dl_y)$$

$$dlR$$

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{Idl \cdot R}{(x^2 + R^2)^{\frac{3}{2}}}$$

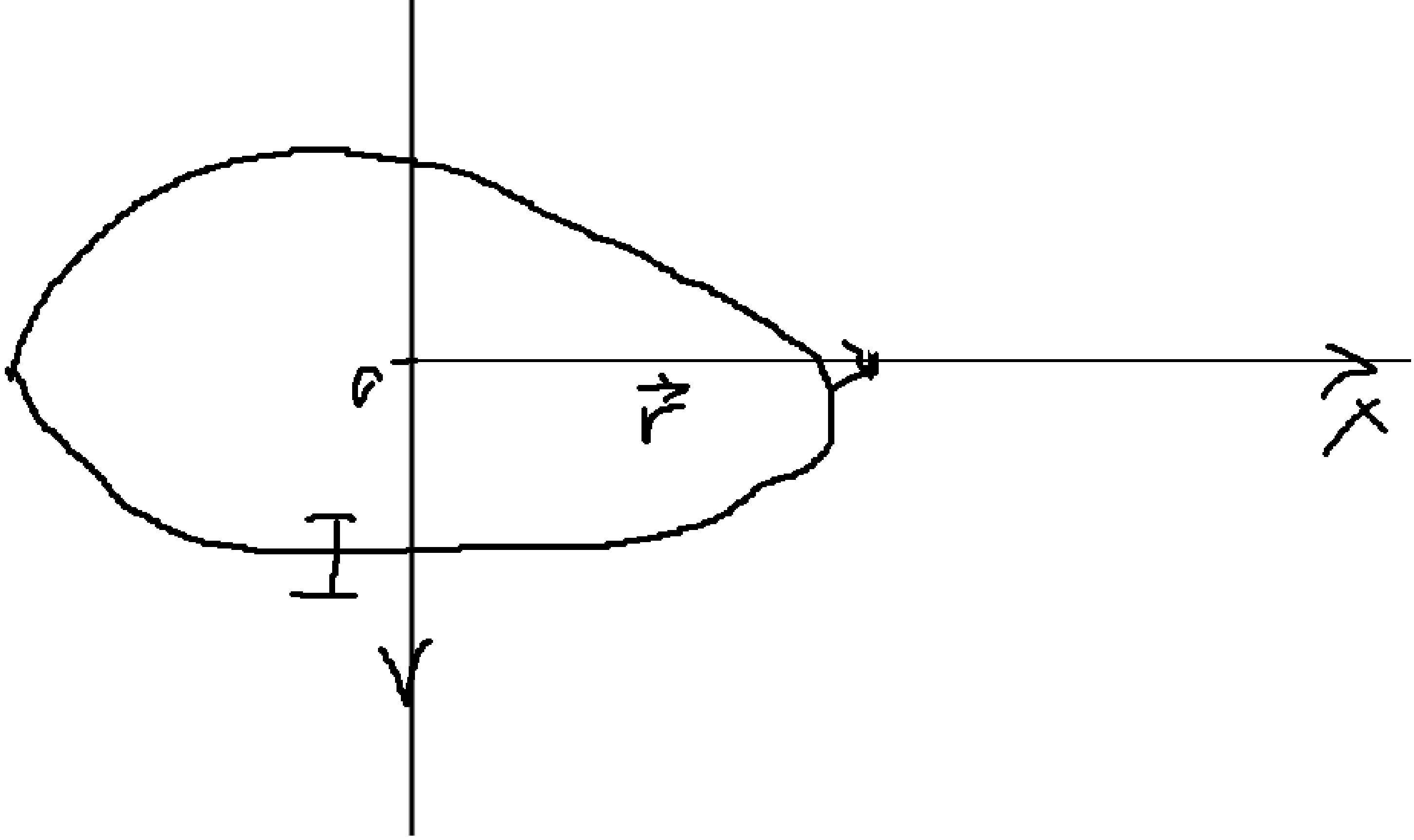
$$\vec{B} = \int_0^{2\pi} \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{Idl \cdot R}{(x^2 + R^2)^{\frac{3}{2}}} = \frac{\mu_0}{2} \cdot \frac{IR^2}{(x^2 + R^2)^{\frac{3}{2}}}$$



$$\oint_\Gamma (\vec{A}, d\vec{l}) = \int_S (\operatorname{rot} \vec{A}, d\vec{S})$$

Интеграл по произвольному контуру

$$\oint_\Gamma (\vec{B}, d\vec{l}) = I \cdot C$$



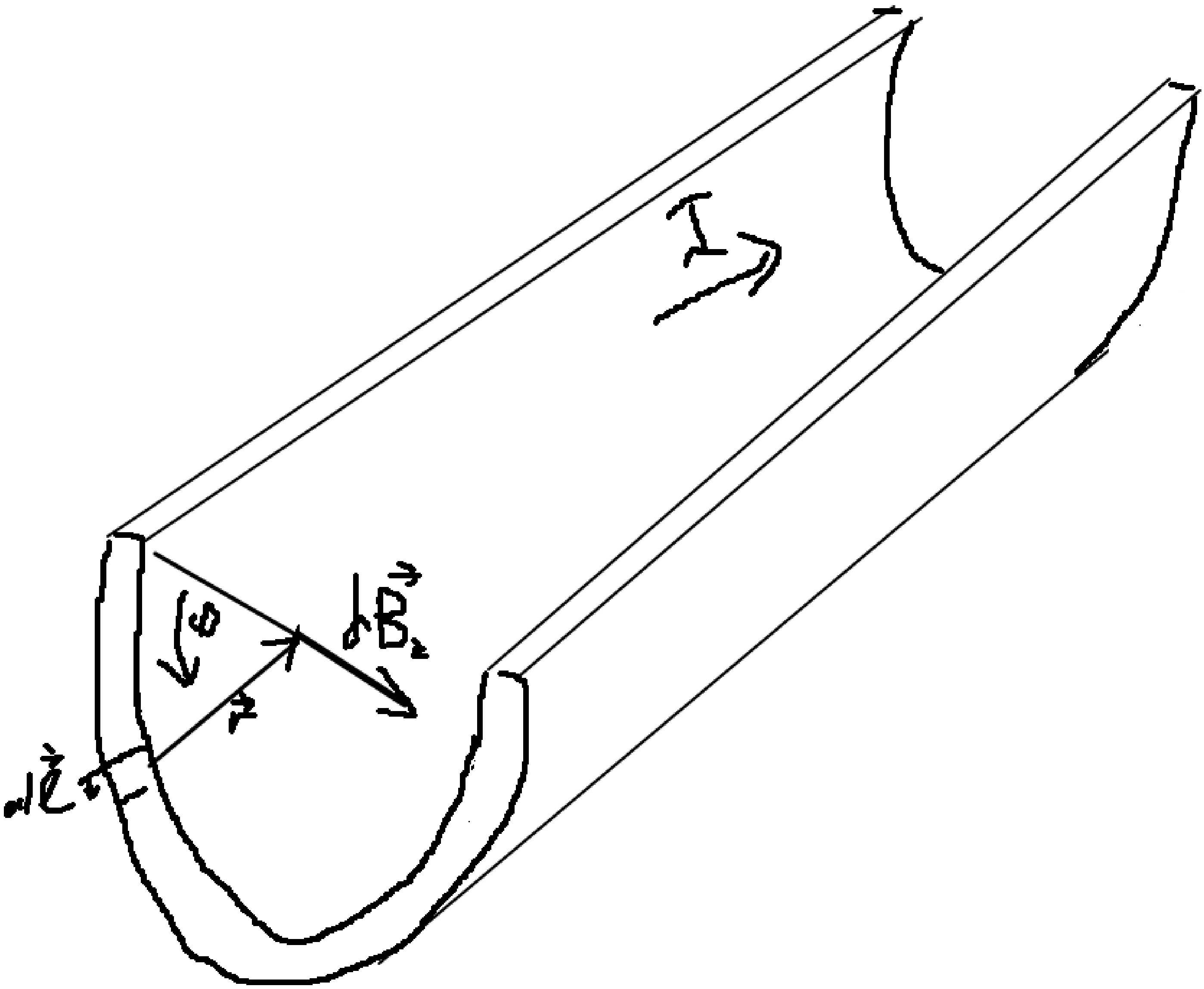
$$\vec{B}d\vec{l} = Bdl$$

$$\oint_L \vec{B}d\vec{l} = CI = B \cdot 2\pi r \Rightarrow$$

$$B = \frac{C}{2\pi} \cdot \frac{I}{r}$$

$$C = \frac{4\pi}{c}$$

Ток величиной I течёт по длинному прямому проводнику, сечение - тонкое полукольцо радиуса R. Индукция магнитного поля на оси O



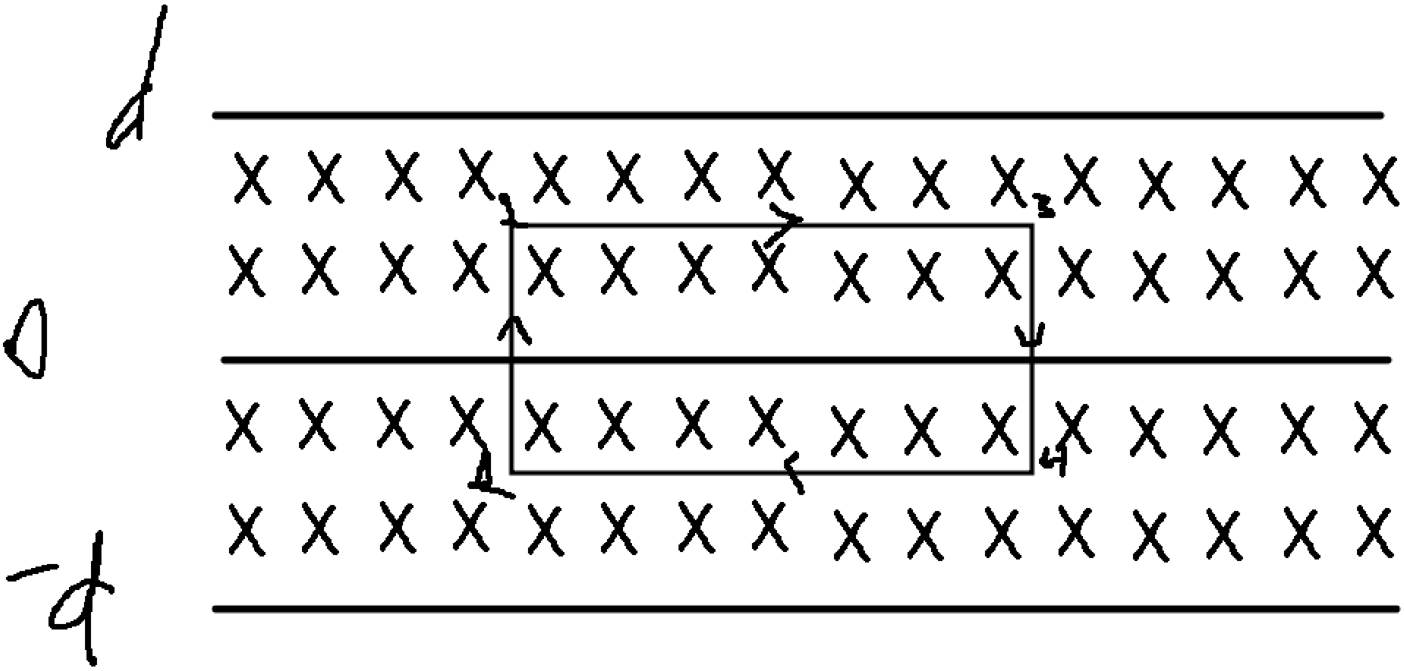
$$\frac{dI}{dl} = \text{const} \Rightarrow$$

$$dI = \frac{I}{L}dl = \frac{I}{\pi R}Rd\varphi = \frac{I}{\pi}d\varphi$$

$$dB_z = \frac{dI}{2\pi R} = \frac{Id\varphi}{2\pi^2 R}\sin\varphi \Rightarrow$$

$$B = \int_0^{\pi} = \frac{I}{\pi^2 R}$$

Однородный ток плотности $\vec{j}$ течёт внутри однородной пластины толщины $2d$. Найти B



$$\oint_L \vec{B}d\vec{l} = \int_2^3 Bdl + \int_4^1 Bdl = 2Bl = j \cdot l \cdot 2x \Rightarrow$$
$$B = jx$$

Снаружи будет $B = jd$

$$E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}$$

ДЗ:

Семинар по магнитостатике, задачи записать

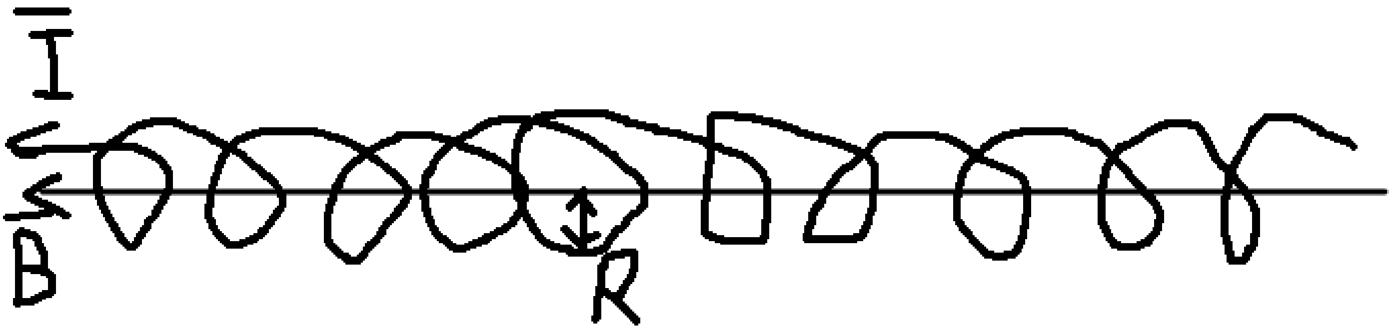
Дано:

K, n, I

Найти:

$B(x)$

Решение:



$$B = \frac{\mu_0 I R^2}{2(R^2+x^2)^{\frac{3}{2}}}$$
$$ndx - \text{число колец в элементе длины } dx$$
$$I_{\text{общ}} = Indx$$
$$dB = \frac{\mu_0 IndxR^2}{2(R^2+x^2)^{\frac{3}{2}}}$$
$$B = \frac{\mu_0 InR^2}{2}\int \frac{dx}{(R^2+x^2)^{\frac{3}{2}}} = \frac{\mu_0 In \cancel{R^2}}{2}\frac{1}{\cancel{R^2}}\frac{x}{\sqrt{x^2+R^2}}\Bigg|_x^{\infty}$$
$$B = \frac{\mu_0 In}{2}\left(1 - \frac{x}{\sqrt{x^2+R^2}}\right)$$

Дано:

$\vec{B}, \alpha, \vec{n}, \mu_2$

Найти:

$\vec{B}_2$

23/05/2025

Обосновать поперечность электро-магнитных волн

1 уравнение Максвелла

$$F_{\text{Кулона}} \Rightarrow \text{Теорема Гаусса}$$
$$\oint_{\Gamma_2} \vec{E}d\vec{S} = \frac{1}{\varepsilon_0}\sum Q \Leftrightarrow \operatorname{div}\vec{E} = \frac{\rho}{\varepsilon_0}$$
$$\vec{\nabla}\vec{E} = \frac{\rho}{\varepsilon_0}$$

2

$$\oint_{\Gamma_2} \vec{B}d\vec{S} = 0 \Leftrightarrow \operatorname{div}\vec{B} = 0$$
$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{Id\vec{l}\times\vec{r}}{r^3}$$

3

$$\oint_{\Gamma_1} \vec{B}d\vec{l} = \mu_0 \sum I = \mu_0 \int \vec{j}d\vec{S}$$
$$\operatorname{rot}\vec{B} = \mu_0\vec{j} + \frac{\partial\vec{D}}{\partial t}$$

4

$$\oint \vec{E}d\vec{l} = \varepsilon = -\frac{d\Phi}{dt} = -\frac{d}{dt}\int \vec{B}d\vec{S}$$
$$\operatorname{rot}\vec{E} = -\frac{\partial B}{\partial t}$$
$$\begin{cases} \vec{\nabla}\vec{D} = \rho_{\text{сторонних}} \\ \vec{\nabla}\vec{B} = 0 \\ \vec{\nabla}\times\vec{E} = -\frac{\partial B}{\partial t} \\ \vec{\nabla}\times\vec{H} = \vec{j} + \frac{\partial D}{\partial t} \end{cases}\Bigg| \begin{array}{l} \vec{D} = \varepsilon\varepsilon_0\vec{E} \\ \vec{H} = \frac{\vec{B}}{\mu\mu_0} \end{array}$$

$$\vec{\nabla} \times (\vec{\nabla} \times \vec{E}) = \vec{\nabla} \times -\frac{\partial B}{\partial t}$$
$$\vec{\nabla}(\vec{\nabla}\vec{E}) - \Delta\vec{E} = -\frac{\partial}{\partial t}\vec{\nabla} \times \vec{B}$$
$$\text{В вакууме:} \vec{\nabla}\vec{E} = 0, \vec{\nabla} \times \vec{B} = \frac{\partial E}{\partial t}$$
$$\cancel{-}\Delta\vec{E} = \cancel{-}\varepsilon_0\mu_0\frac{\partial^2}{\partial t^2}\vec{E}$$
$$v = \sqrt{\frac{1}{\varepsilon_0\mu_0}} = c$$

В оптике:

$$\vec{E} = \vec{E}_0 e^{-i(\omega t - \vec{k}\vec{r})}$$
$$\frac{\partial}{\partial x} = ik_x, \frac{\partial}{\partial t} = -i\omega$$
$$(\vec{\nabla}\vec{E}) = 0 = i\vec{k}\vec{E} \Rightarrow \vec{k} \perp \vec{E}$$
$$\vec{\nabla}\vec{B} = 0 \Rightarrow \vec{k} \perp \vec{B}$$
$$\vec{\nabla} = i\vec{k}$$
$$\vec{\nabla} \times \vec{E} = i\vec{k} \times \vec{E} = -i\omega\vec{B} \Rightarrow \vec{k} \perp \vec{B} \perp \vec{E}$$

$$\vec{S} - \text{вектор Пойнтинга}$$
$$\vec{S} = \frac{d\vec{W}}{dSdt} = \left[\frac{\text{Дж}}{\text{м}^2\text{с}}\right] = \left[\frac{\text{Вт}}{\text{м}^2}\right] = \omega c \cdot \frac{\vec{k}}{|\vec{k}|}$$
$$\frac{dW}{dt} = -\int \vec{S}d\vec{s} + Q_{\text{потери}} - \text{Теорема Пойнтинга}$$
$$\vec{S} = \vec{E} \times \vec{H}$$