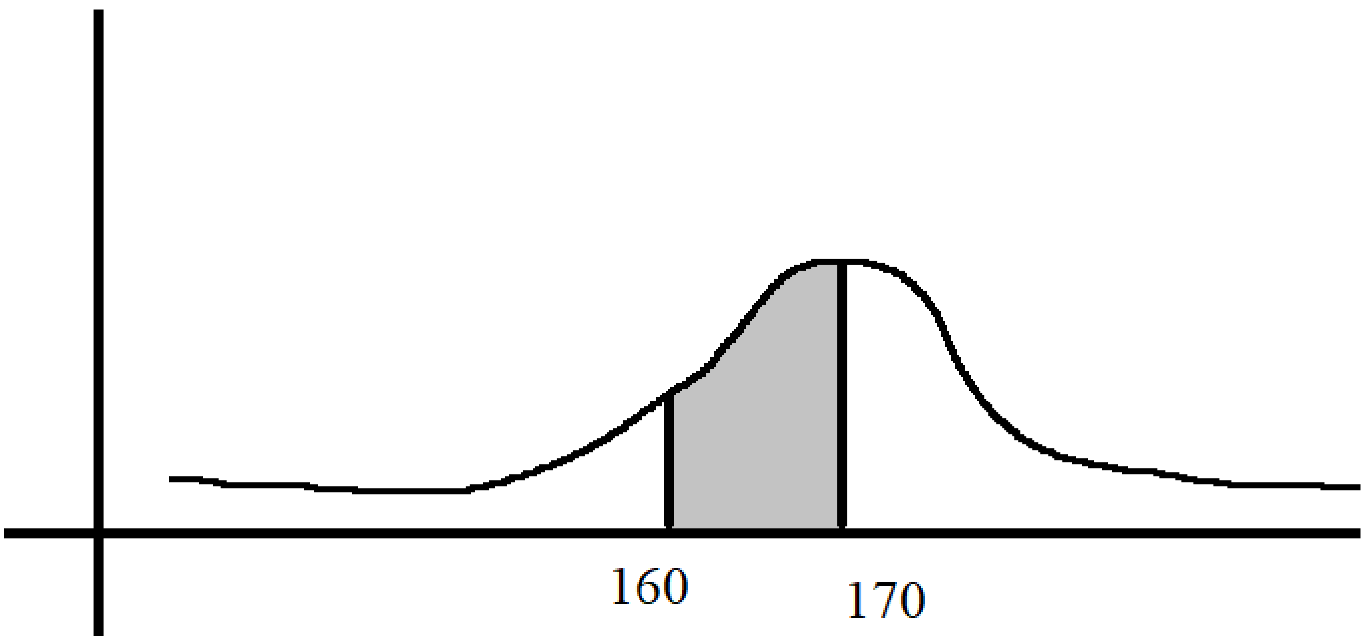
Кирилл Михайлович 89060399998

13/02/2025

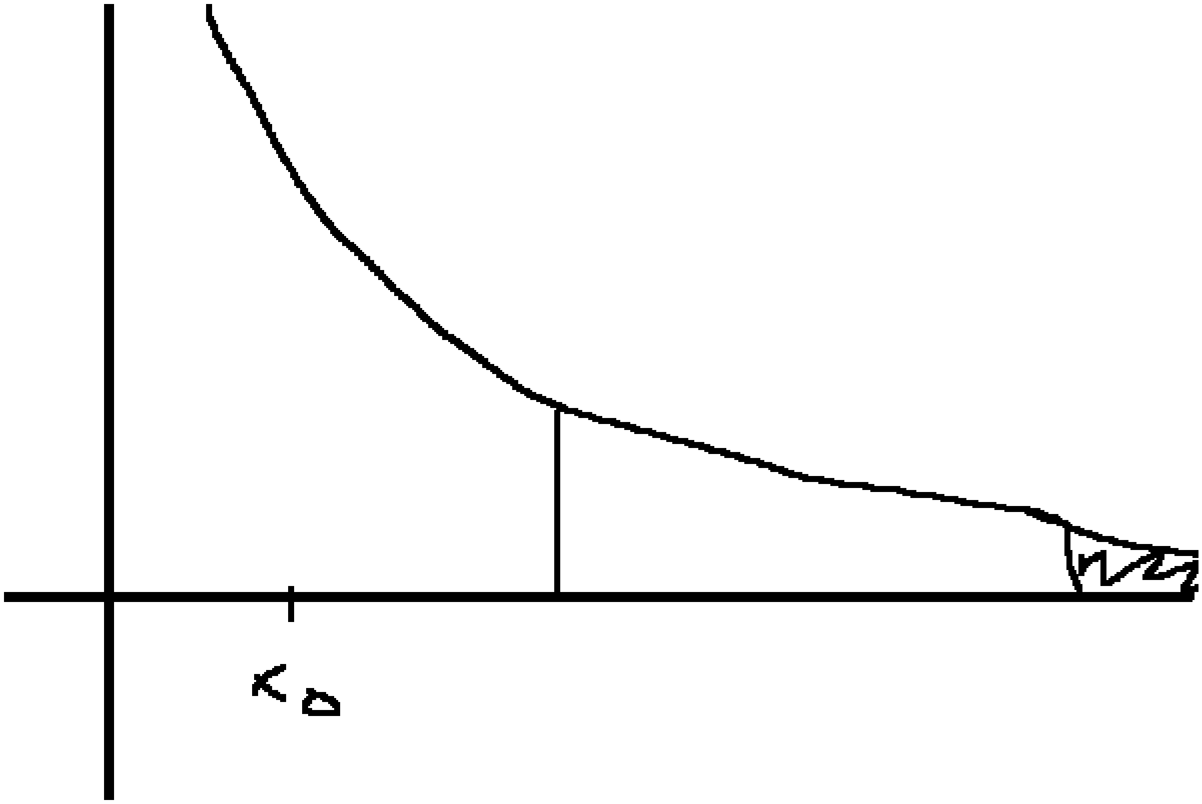
Дискретная случайная величина:
Эксперимент, различные значения
Грань кубика

x_i	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**
p_i	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$

Непрерывная:
Рост человека:



Вероятность - это площадь. Наапример, $P(160 < \xi < 170)$
Вероятность принять конкретное значение 0.
Доход населения (закон Парето):



лстм?
эконофизика
эконометрика (ранхигс?)
Задачи по комбинаторике в матанализе

1. Правило суммы
   Сколько существует способов поставить белопольного слона на шахматную доску так, чтобы он держал по боем больше 10 полей

7	0	7	0	7	0	7	0
0	9	0	9	0	9	0	7
7	0	11	0	11	0	9	0
0	9	0	13	0	11	0	7
7	0	11	0	13	0	9	0
0	9	0	11	0	11	0	7
7	0	9	0	9	0	9	0
0	7	0	7	0	7	0	7

8
Кружки: математический, английский, спортивный

М	150
А	80
С	110
МА	40
МС	70
АС	60
МАС	21
0	14

$\#(M \cup A \cup C \cup n_0) = 14 + 150 + 80 + 110 - 40 - 70 - 60 + 21 = 354 - 170 + 21 = 184 + 21 = 205$

Правило произведения
Сколько 4значных чётных чисел можно составить из 7 цифр, если цифры могут повторяться
6*7*7*4=24*49=24*(50-1)=1200-24=1176
0/[2/4/6]

$$\begin{matrix} 0 - 1 & [2, 4, 6] - 3 \\ 6 * 5 * 4 & 5 * 5 * 4 \end{matrix}$$

3. Перестановки
   $P_n = n!$
   Сколькими способами n книг на полку, чтобы m книг стояли рядом

$$(n - m + 1)!m!$$

4. Перестановки с повторениями

$$A \ - \ \text{множество из } n \text{ элементов, где } k_1, k_2, \ldots, k_m \text{ - элементов каждого типа}$$
$$n! = P(k_1, k_2, \ldots, k_n) \cdot \prod_{i=1}^{n} k_i! \Leftrightarrow P(k_1, k_2, \ldots, k_n) = \frac{n!}{\prod_{i=1}^{n} k_i!}$$

   Сколько "слов" можно составить из слова параллелограмм

п	1
а	3
р	2
л	3
е	1

п	**1**
о	1
г	1
м	2

$$\frac{14!}{3!3!2!2!}$$

20/02/2025

Размещения
$A = \{a_i\}$
Составим **упорядоченные** наборы из m элементов ($m \leq n$)

$$A_n^m = \frac{n!}{(n-m)!}$$

Сочетания - **неупорядоченные**

$$A = \{a_1, a_2, a_3, a_4\}$$

Выпишем все упорядоченные наборы по 2 элемента (A_4^2)

$$a_1a_2, a_1a_3, a_1a_4, a_2a_1, a_2a_3, a_2a_4, a_3a_1, a_3a_2, a_3a_4, a_4a_1, a_4a_2, a_4a_3$$

12

$$A_4^2 = \frac{4!}{2!} = 12$$

14 юношей, 15 девушек, 20 билетов. Сколько вариантов распределить билеты так, чтобы юноши и девушки чередовались?

$$\text{2 случая: В начале юноша / в начале девушка}$$
$$\text{1 случай: В начале юноша}$$
$$A_{14}^{10} \cdot A_{15}^{10}$$
$$\text{2 случай аналогичен}$$
$$n = 2 \cdot A_{14}^{10} \cdot A_{15}^{10}$$

6значные числа, делящиеся на 5, чтобы ни одна цифра не повторялась.
В конце или есть 0, или его нет.
Есть 0: $A_9^5 = \frac{9!}{4!} = 5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8 \cdot 9 = 15120$
Если в конце не 0, то это 5.

$$8 \cdot A_8^4 = 8 \cdot \frac{8!}{4!} = 13440$$

$$n = 13440 + 15120 = 28560$$

Размещения с повторениями

$$\{a_i\}_1^n$$

Составим упорядоченное множество из m элементов, где элементы могут повторяться

$$\bar{A_n^m} = n^m$$

Сколько "слов" 3хсимвольных можно составить из тире и точки? - 2^3
Сочетания:

$$C_n^m = \frac{n!}{(n-m)!m!}$$

$$A = \{a_1, a_2, a_3, a_4\}$$

Выпишем сочетания

$$a_1a_2, a_1a_3, a_1a_4, a_2a_3, a_2a_4, a_3a_4$$

6

$$C_4^2 = \frac{4!}{2!2!} = 6$$

4 белых, 3 красных
а) число способов вытащить 2 одинаковых шара

$$C_4^2 + C_3^2 = 6 + 3 = 9$$

$$C_n^1 = n$$

б) число способов вытащить 2 шара разного цвета
Гипергеометрическая схема
1б 1к

$$C_4^1 \cdot C_3^1 = 4 \cdot 3 = 12$$

Сочетания с повторениями:
Сколько способов существует набрать 10 пирожных 3 видов: наполеон, медовик, птичье молоко

$$\underbrace{\cdot\cdot\cdot}_{\text{н}}|\underbrace{\cdot\cdot\cdot\cdot}_{\text{м}}|\underbrace{\cdot\cdot\cdot}_{\text{п}}$$

Число способов поставить палки вместо точек. C_{12}^2
Могла быть другая задача: сколько способов поставить палки между точками C_9^2

$$\overline{C_n^m} = C_{m+n-1}^{n-1}$$

Классическая модель

$$(\Omega, \mathcal{A}, P)$$
$$\Omega - \text{множество элементарных исходов}$$
$$\mathcal{A} \text{ - алгебра событий}$$
$$P \text{ - вероятность (мера)}$$

Подбрасываем игральный кубик

$$\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$$
$$\mathcal{A} : A \in \mathcal{A} \implies \overline{A} \in \mathcal{A}$$
$$B \in \mathcal{A} \implies A \cup B \in \mathcal{A}, A \cap B \in \mathcal{A}$$
$$\Omega, \varnothing \in \mathcal{A}$$

$2^{\mathcal{A}}$ - является алгеброй

$$A = \{\text{чётное число очков}\}$$
$$B = \{\text{нечётное число очков}\}$$
$$\mathcal{A} = \{A, B, \varnothing, \Omega\}$$

$$P \geq 0$$
$$0 \leq P(A) \leq 1$$
$$P(A + B) = P(A) + P(B)$$

Классическая модель

$$P(A) = \frac{\#A}{\#\Omega}$$

В урне 10 красных, 7 синих и 6 чёрных шаров. Каковы вероятность события A= "выбраны 1 красный, 2 синих, 3 чёрных", если равновероятно выбираются 6 шаров.

$$A = \{1\text{к}, \, 2\text{с}, \, 3\text{ч}\}$$
$$\#\Omega = C_{23}^6$$
$$\#A = C_{10}^1 \cdot C_7^2 \cdot C_6^3$$
$$P(A) = \frac{C_{10}^1 \cdot C_7^2 \cdot C_6^3}{C_{23}^6}$$

Сколько должно быть студентов в группе, чтобы с веротностью большей $\frac{1}{2}$ хотя бы у двух совпадёт день рождения.
r - число студентов
A - хотя бы 2 родились в 1 день
Хотя бы $\rightarrow$ разумно перейти к обратному
$\overline{A}$ - все в разные дни

$$\#\Omega = 365^r$$

$$\overline{A} = A_{365}^r$$

$$P(\overline{A}) = \frac{A_{365}^r}{365^r}$$

$$P(A) = 1 - \frac{A_{365}^r}{365^r} = 1 - \frac{365!}{(365-r)!365^r} > \frac{1}{2}$$

$$P(A(23)) \approx 0.507$$