INSTITUCIÓN UNIVERSITARIA
COLEGIO MAYOR DEL CAUCA

CÁLCULO DIFERENCIAL

Tecnología en Desarrollo de Software

Facultad de Ingeniería

Autoevaluación
ES EVOLUCIÓN

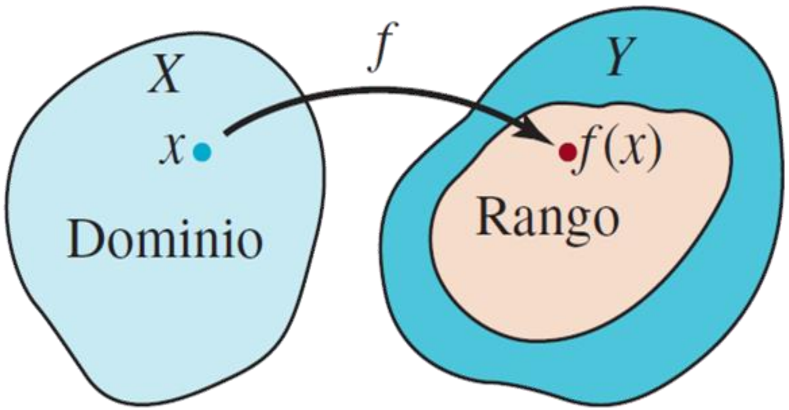
Sesión 1. FUNCIONES

Docente: María Isabel García

INSTITUCIÓN UNIVERSITARIA
COLEGIO MAYOR DEL CAUCA

Definición: Función

Una función de un conjunto X a un conjunto Y es una regla de correspondencia que asigna a cada elemento x de X exactamente un elemento y de Y.



El elemento único y en el rango que corresponde a un elemento seleccionado x en el dominio X se llama **valor de la función en x**, o la imagen de x y se escribe $f(x)$.

x: Variable Independiente

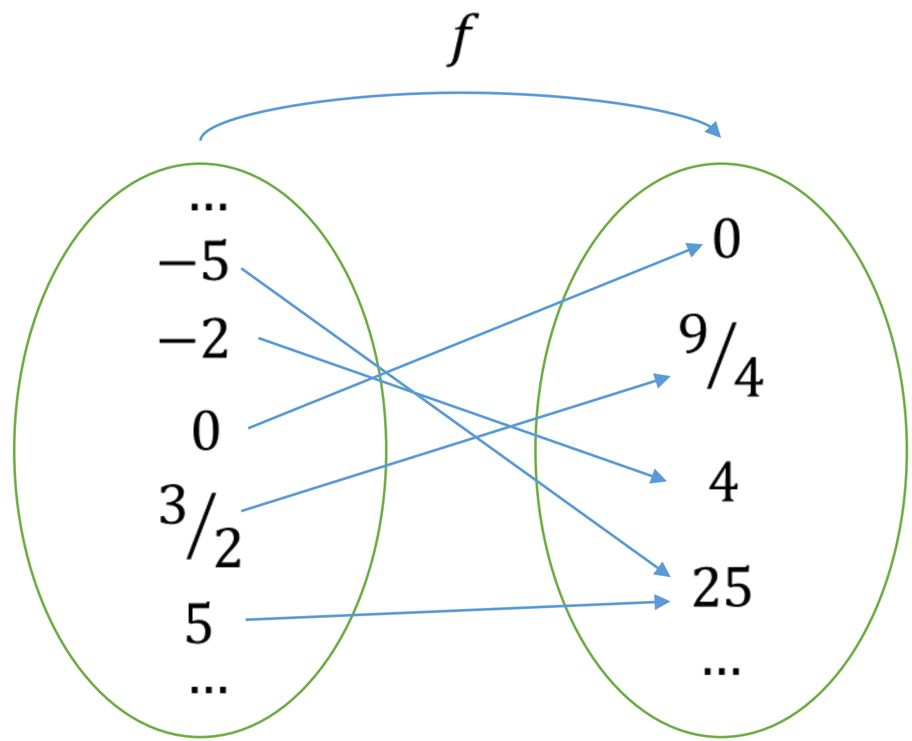
y: Variable Dependiente

Ejemplo: Función "elevar al cuadrado"

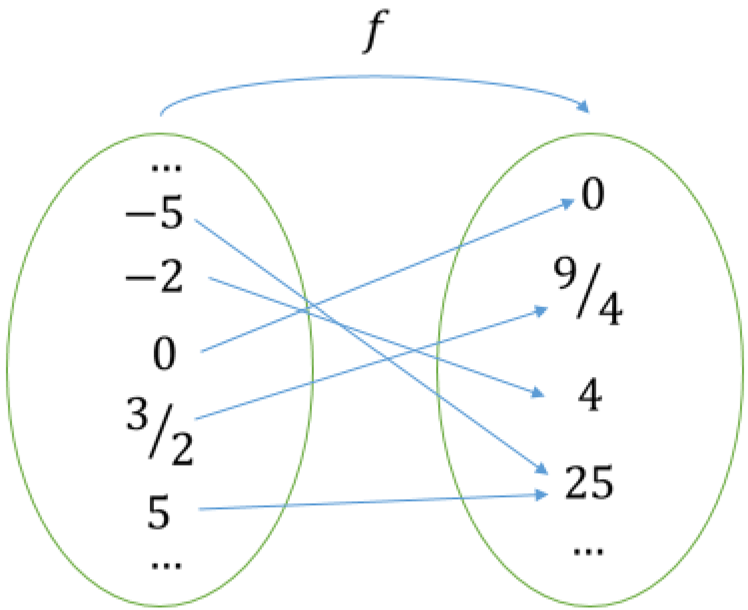
$$y = x^2 \qquad \text{o} \qquad f(x) = x^2$$

Al darle valores arbitrarios a x

$$f(0) = (0)^2 = 0$$
$$f(5) = (5)^2 = 25$$
$$f(-2) = (-2)^2 = 4$$
$$f\left(\frac{3}{2}\right) = \left(\frac{3}{2}\right)^2 = \frac{9}{4}$$



$$f(x) = x^2$$



Dominio de f

$$\text{Dom } f = \mathbb{R} \quad \text{o} \quad \text{Dom } f = (-\infty, \infty)$$

Rango de f

$$\text{Ran } f = \mathbb{R}^+ + \{0\} \quad \text{o} \quad \text{Ran } f = [0, \infty)$$

Por lo tanto se dice que f es una función que va de $\mathbb{R}$ a $\mathbb{R}^+ + \{0\}$, esto es

$$f\colon \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}^+ + \{0\}$$

Dominio de una Función:

El dominio de una función f es el mayor subconjunto del conjunto de números reales para los que $f\,(x)$ es un número real.

$$f(x) = \frac{1}{x} \quad \Longrightarrow \quad f(0) = \frac{1}{0}$$

$$f(x) = \frac{1}{x^2 - 4} \quad \Longrightarrow \quad \begin{aligned} f(2) &= \frac{1}{(2)^2 - 4} = \frac{1}{0} \\ f(-2) &= \frac{1}{(-2)^2 - 4} = \frac{1}{0} \end{aligned}$$

$$f(x) = \sqrt{x} \quad \Longrightarrow \quad f(-3) = \sqrt{-3} = \sqrt{3}i$$

Dominio de una Función:

Ejercicios: Determine el dominio de las siguientes funciones:

$$f(x) = \sqrt{x^2 + 2x - 15}$$

$$g(x) = \frac{5x}{x^2 - 3x - 4}$$

$$h(x) = \frac{5x}{\sqrt{x^2 + 2x - 15}}$$

Rta:

$$Dom\ f = (-\infty, -5] \cup [3, \infty)$$

$$Dom\ g = \mathbb{R} - \{-1,4\}$$

$$Dom\ h = (-\infty, -5) \cup (3, \infty)$$

Función explícita y función implícita

Función explícita:

$$f(x) = \sqrt{x^2 + 2x - 15} \qquad o \qquad y = \sqrt{x^2 + 2x - 15}$$

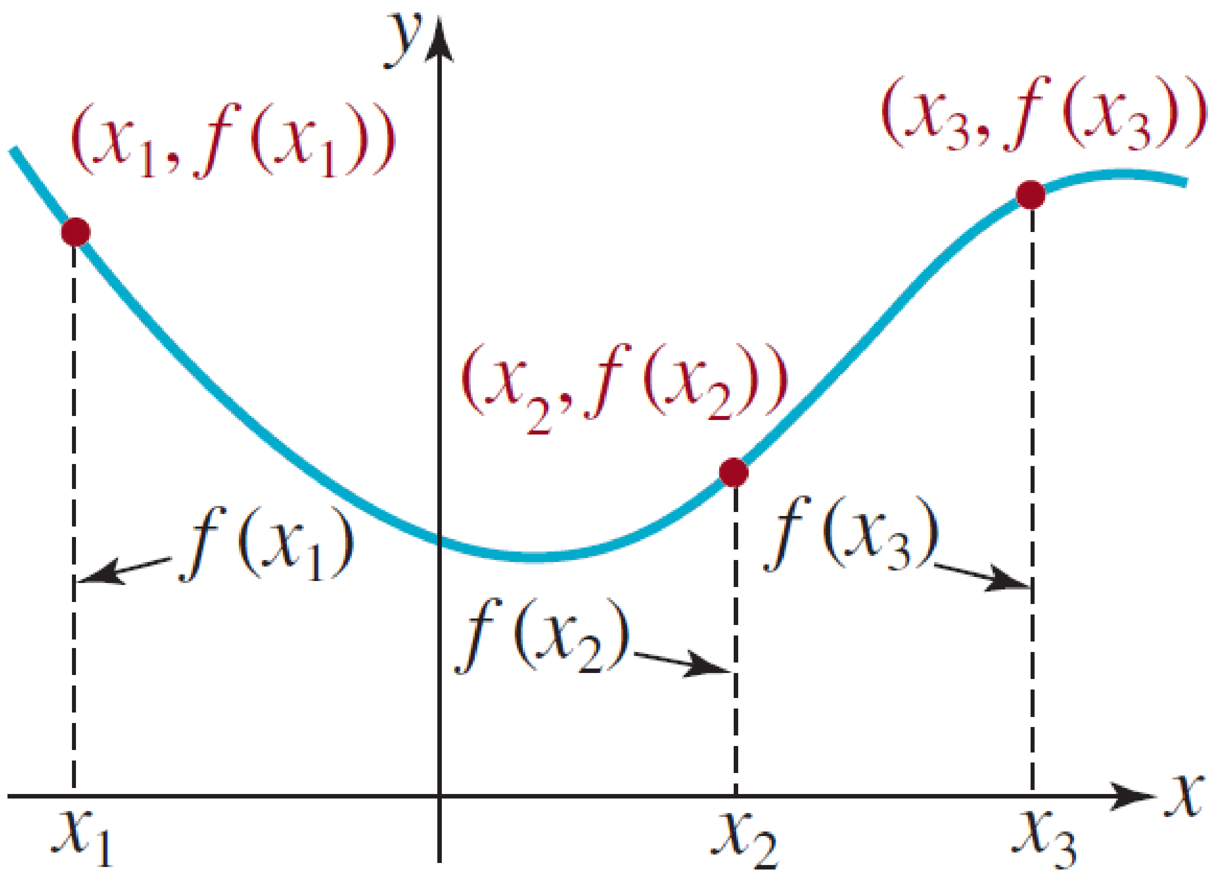
$$g(x) = 5x + 7 \qquad o \qquad y = 5x + 7$$

Función implícita:

$$y^2 + 15 - x^2 - 2x = 0$$

$$5x - y = -7$$

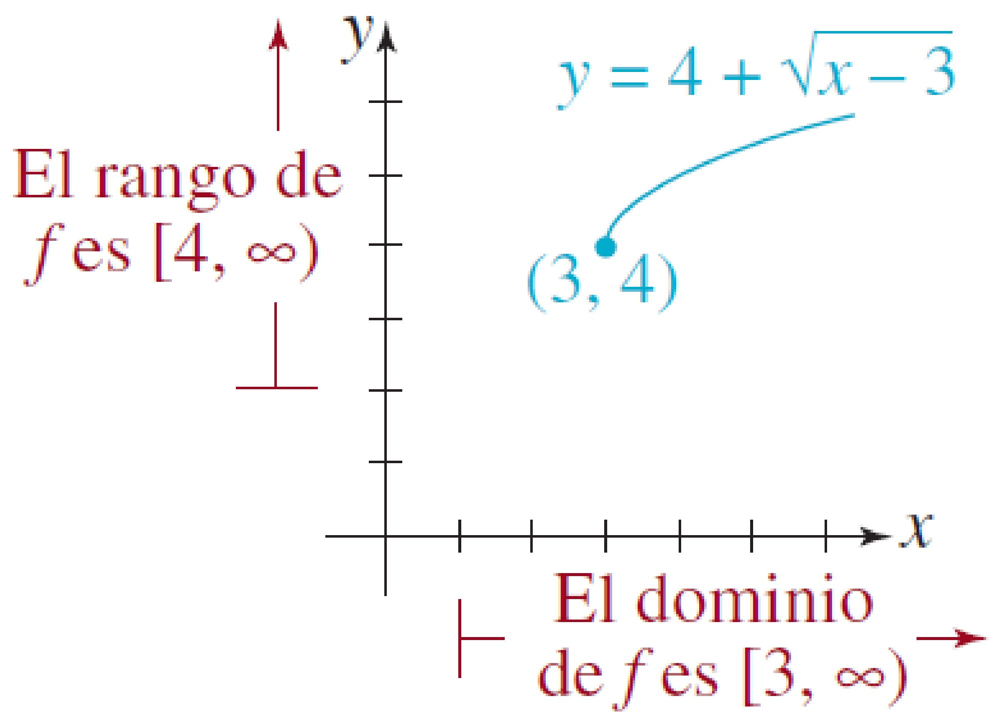
Gráfica de una Función:



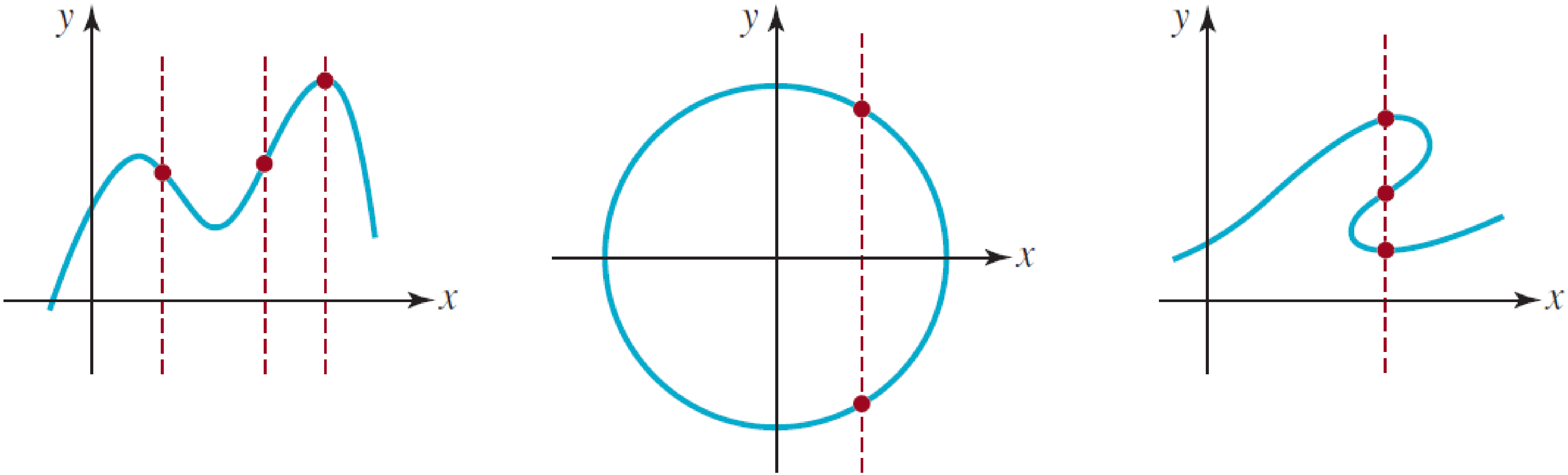
Gráfica de una Función:

Ejemplo: $f(x) = 4 + \sqrt{x-3}$

¿Cuál es el dominio de f? ¿Cuál es el rango de f?



Nota: Relaciones que No son funciones



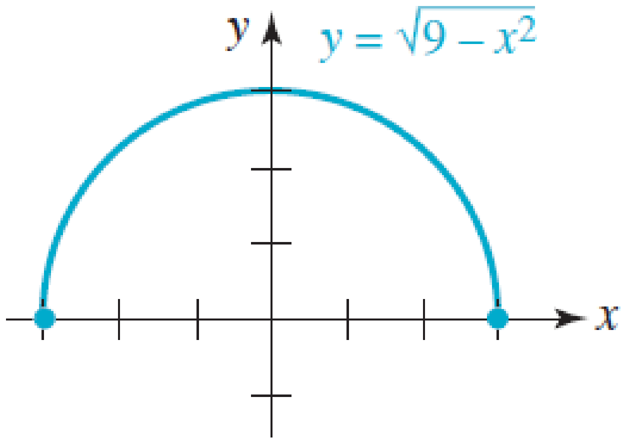
a) Función

b) No es una función

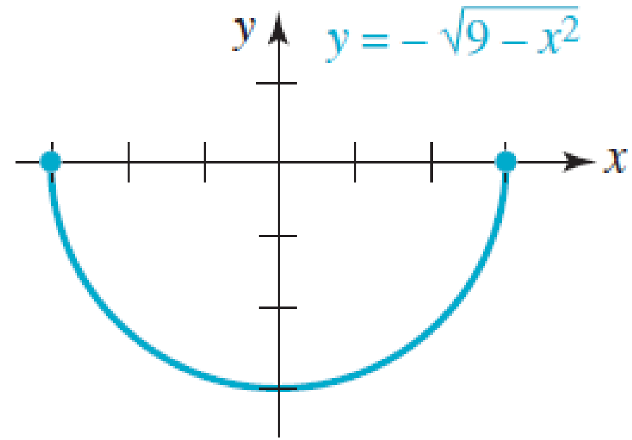
c) No es una función

Ejemplo:

La expresión $x^2 + y^2 = 9$ es una expression que define al menos dos funciones.



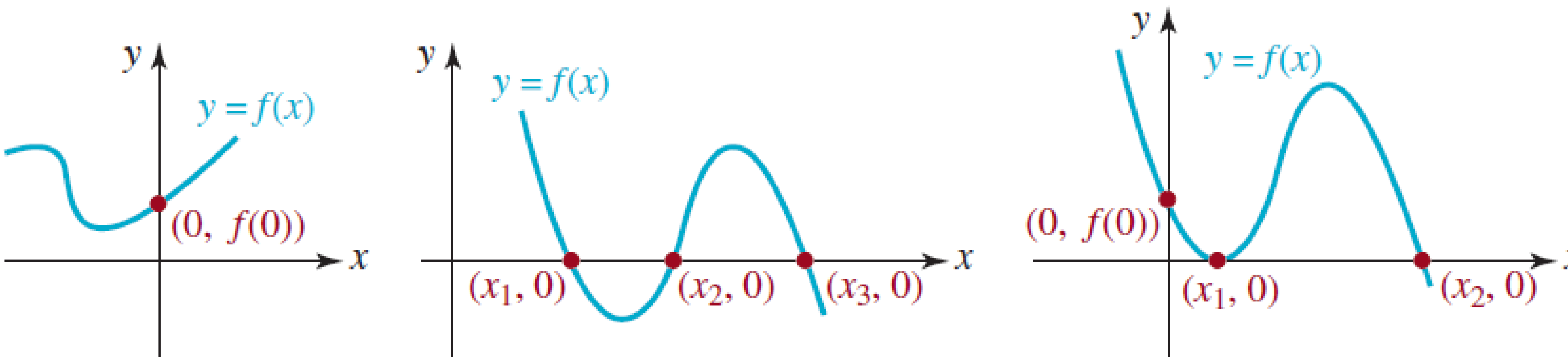
a) Semicírculo superior



b) Semicírculo inferior

¿Cuál es el dominio de las funciones? ¿Cuál es el rango?

Intersecciones con los ejes



a) Una intersección con el eje *y*

b) Tres intersecciones con el eje *x*

c) Una intersección con el eje *y* y dos con el eje *x*

- Intersección con el *eje* y: se hace $x = 0$ y se calcula el valor de y
- Intersección con el *eje* x: se hace $y = 0$ y se calcula el valor de x

Ejercicio:

Determine las intersecciones con los ejes coordenados de la funcion indicada.

$$f(x) = x^2 + 2x - 2$$

$$g(x) = \frac{x^2 - 2x - 3}{x}$$

Rta:

- Para f: Intersección con el $eje\ y$ en $(0, -2)$, intersecciones con el $eje\ x$ en $\left(1 - \sqrt{3}, 0\right)$ y $\left(1 + \sqrt{3}, 0\right)$.

- Para g: No hay intersección con el $eje\ y$, intersecciones con el $eje\ x$ en $(-1,0)$ y $(3,0)$.

Desplazamientos, reflexiones, estiramientos y compresiones de funciones

Para graficar una función es necesario tener en cuenta lo siguiente:

Desplazamientos verticales y horizontales

Supongamos que $y = f(x)$ es una función y que c es una constante positiva. Entonces, la gráfica de

i) $y = f(x) + c$ es la gráfica de f desplazada c unidades verticalmente **hacia arriba**,

ii) $y = f(x) - c$ es la gráfica de f desplazada c unidades verticalmente **hacia abajo**,

iii) $y = f(x + c)$ es la gráfica de f desplazada c unidades horizontalmente **hacia la izquierda**,

iv) $y = f(x - c)$ es la gráfica de f desplazada c unidades horizontalmente **hacia la derecha**.

Desplazamientos, reflexiones, estiramientos y compresiones de funciones

Reflexiones

Supongamos que $y = f(x)$ es una función. Entonces, la gráfica de

i) $y = -f(x)$ es la gráfica de f reflejada en el **eje x**,

ii) $y = f(-x)$ es la gráfica de f reflejada en el **eje y**.

Estiramientos y compresiones verticales

Supongamos que $y = f(x)$ es una función y que c es una constante positiva. Entonces, la gráfica de $y = cf(x)$ es la gráfica de f

i) estirada verticalmente por un factor de c unidades, si $c > 1$,

ii) comprimida verticalmente por un factor de c unidades, si $0 < c < 1$.

INSTITUCIÓN UNIVERSITARIA
COLEGIO MAYOR DEL CAUCA

Autoevaluación
ES EVOLUCIÓN

Somos Institución de Educación Superior Pública sujeta a inspección y vigilancia por MinEducación

Claustro de la Encarnación, *Carrera 5 # 5 - 40 /* Edificio Bicentenario, *Carrera 7 # 2-34 /*
Casa Obando, *Calle 3 # 6-52 /* Sede Zona Norte, *Barrio La Ximena, Carrera 6 # 46N-44*
Pbx: (+57-2) 8333390 - (+57-2) 8333208 - (+57-2) 8333216
www.unimayor.edu.co