

Programação de grade de horário para escolas do segundo segmento do ensino fundamental



Data: 14/12/2017

Disciplina: Tópicos Especiais em Otimização

Professor(a): Adria Lyra

Alunos: Arthur Silva e Matheus Felipe

Programação de grade de horário para escolas do segundo segmento do ensino fundamental

Resumo

A programação da grade de horários em escolas de ensino fundamental e médio, também conhecido como problema turma-professor (PTP), consiste em fixar uma sequência de agendamentos de aulas envolvendo professores e grupos de estudantes (que possuem um mesmo currículo de disciplinas) em um período pré-determinado (tipicamente uma semana), sujeito a requisitos didáticos, físicos e organizacionais. É um problema combinatorial NP-completo e é geralmente resolvido através da aplicação de procedimentos heurísticos. Neste trabalho, utilizamos da heurística GRASP (Greedy Randomized Adaptive Search Procedure) com o objetivo de gerar soluções de ótima qualidade para o problema. O foco é, principalmente, reduzir os custos dos professores, de maneira que eles tenham aulas marcadas que seguem a preferência da escola.

1. Introdução

A programação da grade de horários em escolas de ensino fundamental e médio, também conhecido como problema turma-professor (PTP), consiste em fixar uma sequência de agendamentos de aulas envolvendo professores e grupos de estudantes (que possuem um mesmo currículo de disciplinas) em um período pré-determinado (tipicamente uma semana). Esta sequência de agendamentos deve satisfazer um conjunto de requisitos didáticos, físicos e organizacionais.

2. Descrição do Problema

O problema turma-professor (PTP) abordado trata do agendamento semanal do encontro entre professores e turmas. Chamamos este encontro de *aula*. A grade de horário de um turno (manhã e tarde) destas instituições é constituída por ND dias de aula por semana (geralmente de segunda à sexta-feira) e cada dia d possuindo NH_d horários de aula. A quantidade de horários de aulas por dia é chamada de NH e usamos a sigla h para descrever sua unidade. Há um conjunto P de professores que lecionam para um conjunto T de turmas, onde uma *turma* constitui um conjunto disjunto de alunos que possuem um mesmo currículo de disciplinas.

Uma turma possui, essencialmente, ND multiplicado por NH de quantidade de aulas. A associação dos professores às turmas e a carga didática do professor também são pré-definidos pela coordenadoria e são informados pela matriz de requerimentos $R_{P \times T}$, onde cada entrada R_{pt} indica o número de aulas que o professor p tem que lecionar para turma t .

3. Restrições Essenciais

1. Cada professor deve dar o número total de suas aulas;
2. A cada turma deve ser associado apenas um professor por horário de aula;
3. A cada professor deve ser associado, no máximo, uma turma por horário de aula respeitando-se a disponibilidade deste professor;
4. A quantidade de aulas de educação física simultâneas deve ser menor que a quantidade de quadras na escola.

4. Características Desejáveis Não-Essenciais

1. Evitar "janelas" (horários de aula sem atividade entre uma aula e outra) na grade horária dos professores, no período de um dia;
2. Tornar a grade do professor a mais compacta possível, ou seja, fazer com que o professor tenha que comparecer na escola o menor número de dias possível;
3. Não alocar as aulas dos professores nos horários que eles forneceram como não-preferência em dar aula;
4. Tentar fazer com que a grade de horários de um professor fique da melhor maneira possível seguindo a preferência da escola. Por exemplo, um professor que dá seis tempos para uma turma, prefere dar três aulas seguidas duas vezes na semana.

5. Metodologia Utilizada na Resolução do Problema

Por ser um problema NP-completo, é computacionalmente inviável usar métodos exatos da otimização para resolver esse problema com instâncias grandes. Por isso, foi utilizada a meta-heurística GRASP na tentativa de obter resultados ótimos na construção da grade de horários.

O GRASP, sigla de Greedy Randomized Adaptive Search Procedure, gera sempre uma solução inicial nova e aplica a busca local nessa solução. A escolha do GRASP pela nossa equipe foi por acreditar que a fase de solução inicial é uma fase muito importante da resolução. E então usamos a busca local para melhorar o resultado encontrado.

Pseudocódigo da meta-heurística Grasp.

```
Proc grasp (a)
  s = Constroi_Solucao_Inicial(a)
  enquanto (!Criterio_de_Parada()) faca
    s' = Constroi_Solucao_Inicial(a)
    s' = Busca_Local()
    atualizaSolucao(s, s')
  fim enquanto
  retorna s
fim grasp
```

6. Solução Inicial

A solução inicial foi gerada através de um método de agendamento construtivo parcialmente guloso. Primeiramente, determinamos o grau de urgência θ_p de agendamento para cada professor p considerando o número de aulas de sua carga didática pelo número de horários de aula em que este professor e as turmas que devem ser ensinadas por ele estão disponíveis para agendamento. Assim sendo, temos que:

$$\theta_p = Rpt / Ndisp + 1$$

Descoberto a taxa de urgência de todo professor-turma, montamos uma lista que vai da maior taxa até um limite inferior de melhores taxas. Esse limite inferior é dado pela melhor taxa multiplicado por um número alfa que está entre $0 \leq \alpha \leq 1$. Alfa igual a zero é a lista contendo todos os valores. Alfa igual a um limita a apenas o melhor resultado.

$$Li = Mt * \alpha$$
$$Lista = \{\theta_p \in R \mid Mt \leq \theta_p \leq Li\}$$

Montada a lista, nós sorteamos uma taxa de urgência pertencente a essa lista. O próximo passo é alocar todas as aulas do professor-turma associado a taxa de urgência sorteado. É importante perceber, que nesse passo, pode acontecer de ter um professor dando duas aulas no mesmo horário.

Para alocar todas as aulas de um professor-turma foi montada uma heurística baseada em testes empíricos que escolhe, baseado nas restrições, os melhores horários para alocar as aulas. O teste se ocorre da seguinte forma: dado um horário qualquer verificamos uma série de atributos que fazem aquele horário ganhar preferência em relação a outros. A heurística se baseia em pontuação.

Os pesos das pontuações foram definidos de forma empírica. Lembrando, estamos avaliando a pontuação de uma aula de um professor p para uma turma t em um dia d e no horário h .

TABELA DE PONTUAÇÕES NA HEURÍSTICA DE DEFINIÇÃO DO MELHOR HORÁRIO PARA ALOCAR UMA AULA

Nome	Descrição	Valor
Pontuação por dia na escola	Acrescenta-se essa pontuação se o professor em questão já precisa comparecer na escola nesse dia.	10
Pontuação por muitas aulas em um dia	Decrementa-se essa pontuação se o professor em questão excede o limite de aulas para uma mesma turma nesse dia. Esse limite é dado pela escola e varia de acordo com o total de aulas que o professor dá.	30
Pontuação por aula anterior ou posterior para a mesma turma	Incrementa-se essa pontuação se o professor já tiver aula marcada para essa mesma turma anteriormente ou posteriormente.	10
Pontuação por aula anterior ou posterior para turma qualquer	Incrementa-se essa pontuação se o professor já tiver aula marcada para qualquer turma anteriormente ou posteriormente.	5

O objetivo aqui é maximizar a pontuação. Em caso de duas pontuações terminarem empatadas, sortea-se uma delas. A aula é alocada no dia d e horário h referente a melhor pontuação.

7. Busca Local

Um algoritmo de busca local define, para cada solução, uma vizinhança composta por um conjunto de soluções com características “muito próximas”. Dada uma solução corrente, uma das formas de implementar um algoritmo de busca local é percorrer a vizinhança dessa solução em busca de outra com valor menor (para um problema de minimização).

A técnica de busca local aplicada no problema foi o *Método de Descida*. Neste método, a cada iteração, analisa-se toda a vizinhança $N(s)$ de uma solução s e escolhe-se a melhor solução $s' \in N(s)$ como candidato para a próxima iteração.

A busca local implementada procura fazer a solução obedecer a restrição essencial do professor dar apenas uma única aula em um dia e horário (ele não pode dar duas aulas ao mesmo tempo).

Sendo assim, o algoritmo encontra o professor com duas ou mais aulas no mesmo horário. Escolhe uma turma por vez e percorre todas as aulas dessas turmas executando a troca com a aula repetida. A melhor troca é escolhida e a busca é chamada recursivamente até não encontrar nenhuma aula repetida.

8. Função Objetivo

A função objetivo é parte essencial da resolução do problema. Nela validamos o quão boa é uma solução. A formulação da função objetivo implementada segue uma heurística que procura minimizar o “custo de uma grade de horário”. Os fatores de custo avaliados estão na tabela abaixo:

TABELA DE CUSTOS NA FUNÇÃO OBJETIVO

Nome	Descrição	Tipo de Restrição	Custo
Custo por aula marcada em indisponibilidade do professor	Acrescenta-se esse custo para cada aula de um professor que um horário dado como indisponível	Forte	5000
Custo por aula marcada em horário de não-preferência do professor	Acrescenta-se esse custo para cada aula de um professor marcada em um horário dado com não-preferência	Fraca	1000
Custo por “buracos” entre aulas	Acrescenta-se esse custo para cada buraco encontrado na grade de horário do professor	Fraca	200
Custo por aulas no mesmo horário	Acrescenta-se esse custo para cada aula que o professor tem marcada no mesmo horário	Forte	5000
Custo por dia na escola	Acrescenta-se esse custo para a quantidade de dias que o professor precisa comparecer à escola para dar todas as suas aulas. n é o número de dias $1 \leq n \leq 5$	Forte	$2^{(9 + n)}$

9. Entradas

Para o funcionamento do algoritmo as seguintes entradas são necessárias:

ND: Número de dias com aula por semana;
NH: Número de horários de aula em um dia;
NT: Número de turmas;
NP: Número de professores;
NM: Número de matérias;
NTRN: Número de turnos;
NQ: Número de quadras;

$R[NP][NT]$: Matriz bidimensional contendo a relação de quantidade de aulas que um professor p
leciona para a turma t;

$Pdisc[NP]$: Vetor contendo as matérias equivalentes de cada professor;

$Tturno[NT]$: Vetor contendo o índice de turno de uma turma t;

$Disp[NP][ND][NH]$: Matriz tridimensional que contém a disponibilidade de cada professor em
cada dia e em cada horário.

$Npref[NP][ND][NH]$: Matriz tridimensional que contém a não-preferência de cada professor em
dar aula em um dado dia e um dado horário.

10. Testes Computacionais

A escola municipal Emílio Carlos, situada em Guadalupe, Rio de Janeiro-RJ, nos ajudou, por
meio de sua diretora vigente em 2017, com as instâncias de um problema real de alocação de
grade de horários. É importante ressaltar que nenhum dado pessoal de professor ou aluno foi
divulgado para nossa equipe.

**EXEMPLO DE GRADE DE HORÁRIO GERADA PARA A TURMA 1701 APÓS 30 MIN
COM CRITÉRIO DE PARADA EM 10.00 ITERAÇÕES SEM MELHORAS. CUSTO DA
SOLUÇÃO 79.752.**

	SEG	TER	QUA	QUI	SEX
1	MAT	PRT	ING	GEO	ING
2	MAT	PRT	MAT	GEO	ART
3	ART	EDF	MAT	CIE	CIE
4	HIS	EDF	PRT	HIS	CIE
5	GEO	PRT	PRT	HIS	PRT

É importante observar que a maioria dos horários ficou agrupado em 2 aulas consecutivas. Principalmente o horário de educação física que é dos mais importantes.

11. Conclusões e Trabalhos Futuros

Com essa modelagem conseguimos gerar grade de horário viável para as turmas do segundo segmento do ensino fundamental. Futuramente, pretendemos tornar a solução mais genérica com o intuito de abranger o primeiro segmento do ensino fundamental e o ensino médio.

Para isso, precisamos rever variáveis que surgiram ao longo do projeto, como revezamento de professores e matérias extras. Também, é desejo da equipe, criar uma sistema que os diretores consigam, sozinhos, montar a grade de horários de suas escolas.

Agradecimentos

Agradecemos à Rosânia, diretora da escola municipal Emílio Carlos, pelo apoio dado ao fornecer as informações da escola para nossa equipe.

Referências Bibliográficas

de Sousa, V. N.; Moretti, A. C. & de Podestá, V. A. (2008). Programação da grade de horário em escolas de ensino fundamental e médio. *Pesqui. Oper.* vol.28 no.3 Rio de Janeiro Sept./Dec. 2008.