$X_1, \dots, X_n \sim N(\mu, \sigma^2)$

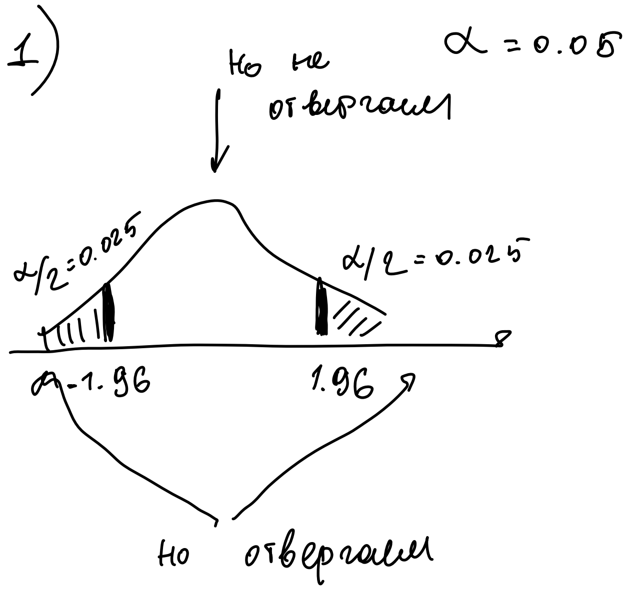
предположим, что σ^2 известна

$H_0: \mu = \mu_0$

$H_A: \mu \neq \mu_0$

$$\hat{\mu} = \bar{X} \underset{H_0}{\sim} N\left(\mu_0, \frac{\sigma^2}{n}\right) \to \hat{\mu} - \mu_0 \underset{H_0}{\sim} N\left(0, \frac{\sigma^2}{n}\right)$$

$$Z = \frac{\hat{\mu} - \mu_0}{\sqrt{\sigma^2/n}} \underset{H_0}{\sim} N(0, 1)$$



Дов. интервал:

$$\bar{X} \sim N\left(\mu, \frac{\sigma^2}{n}\right)$$

$$\mathbb{P}\left(\left|\frac{\bar{X} - \mu}{\sqrt{\sigma^2/n}}\right| < z_{1-\frac{\alpha}{2}}\right) = \underbrace{1 - \alpha}_{\text{уровень доверия}}$$

$$\mu \in \bar{X} + z_{1-\frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

$\mu_0 \in \bar{X} \pm z_{1-\frac{\alpha}{2}} \Rightarrow$ нет оснований отвергать гипотезу

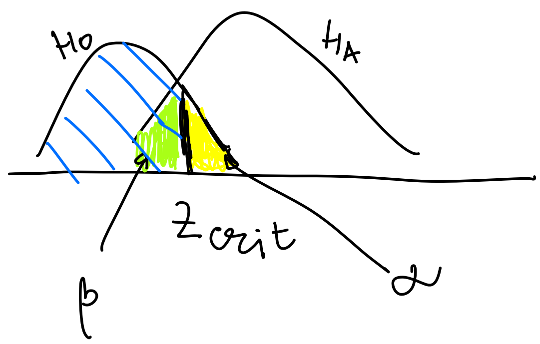
$\mu_0 \notin \ \ldots \Rightarrow$ гипотезу отвергаем α и β - ошибки

$\alpha = \mathbb{P}(H_0$ отвергнута $|$ H_0 верна$) = \mathbb{P}(H_1 | H_0)$

$\beta = \mathbb{P}(H_0$ не отвергнута $|$ H_0 НЕ верна$) = \mathbb{P}(H_0 | H_1)$

$H_0: \quad p = p_0$
$H_A: \quad p = p_A$

$$z^0 = \frac{\hat{p} - p_0}{\sqrt{\frac{p_0(1-p_0)}{n}}} \sim N(0,1)$$ при верности H_0



$$z^0_{obs} = \frac{\hat{p} - p_0}{\sqrt{\frac{p_0(1-p_0)}{n}}} \le z_{1-\alpha} = z_{crit}$$

↓

$$\underbrace{\mathbb{P}\left(\hat{p} \le p_0 + z_{1-\frac{\alpha}{2}} \sqrt{\frac{p_0(1-p_0)}{n}}\right) = 1-\alpha}$$

Выведем из $\hat{p} \le p_0 + z_{1-\frac{\alpha}{2}} \sqrt{\frac{p_0(1-p_0)}{n}} \longrightarrow \frac{\hat{p} - p_A}{\sqrt{\frac{p_A(1-p_A)}{n}}}$:

$$\underbrace{\frac{\hat{p} - p_A}{\sqrt{\frac{p_A(1-p_A)}{n}}}}_{= z^A} \le \frac{p_0 - p_A}{\sqrt{\frac{p_A(1-p_A)}{n}}} + \frac{z_{1-\frac{\alpha}{2}} \sqrt{\frac{p_0(1-p_0)}{n}}}{\sqrt{\frac{p_A(1-p_A)}{n}}} = q$$

при верности H_1 $\quad z^A \sim N(0,1)$

$$\mathbb{P}(z^A \le q) = \beta = cdf_{N(0,1)}(q)$$