
Группа Р3209

К работе допущен _____

Студент Кулагин Вячеслав

Работа выполнена 31/10/2024

Преподаватель Агабабаев В. А.

Отчет принят _____

Рабочий протокол и отчет по лабораторной работе № 1.04

М а я т н и к О б е р б е к а

1. Цель работы.

1. Проверка основного закона динамики вращения
2. Проверка зависимости момента инерции от положения масс относительно оси вращения

2. Задачи, решаемые при выполнении работы.

1. Измерение времени падения груза при разной массе груза и разном положении утяжелителей на крестовине
2. Расчёт ускорения груза, углового ускорения крестовины и момента силы натяжения нити
3. Расчёт момента инерции крестовины с утяжелителями и момента силы трения.
4. Исследование зависимости момента силы натяжения нити от углового ускорения. Проверка основного закона динамики вращения.
5. Исследование зависимости момента инерции от положения масс относительно оси вращения. Проверка теоремы Штейнера.

3. Объект исследования.

Маятник Обербека

4. Метод экспериментального исследования.

Измерение времени, за которое падает каретка с грузами определённой массы, связанная с вращающимся колесом

5. Рабочие формулы и исходные данные.

- Основной закон динамики вращения: $I_{\varepsilon} = M - M_{\text{тр}}$
- Второй закон Ньютона в маятнике: $ma = mg - T$
- Зависимость пройденного пути h от времени t при постоянном ускорении: $h = \frac{at^2}{2}$
 $a = \frac{2h}{t^2}$
- Связь между угловым ускорением крестовины и линейным ускорением груза: $\varepsilon = \frac{2a}{d}$
- Осевой момент силы для силы натяжения нити: $M = \frac{Td}{2}$
- Из определения момента инерции и теоремы Штейнера: $I = I_0 + 4m_{\text{yt}}R^2$

6. Измерительные приборы.

| № п/п | Наименование | Тип прибора | Используемый диапазон | Погрешность прибора |
|-------|--------------|---------------------------|-----------------------|---------------------|
| 1 | Линейка | Измерительный | [0,700] мм | 0,5мм |
| 2 | Секундомер | Электронный измерительный | [0,01; 60] с | 0,005с |

7. Схема установки (перечень схем, которые составляют Приложение 1).

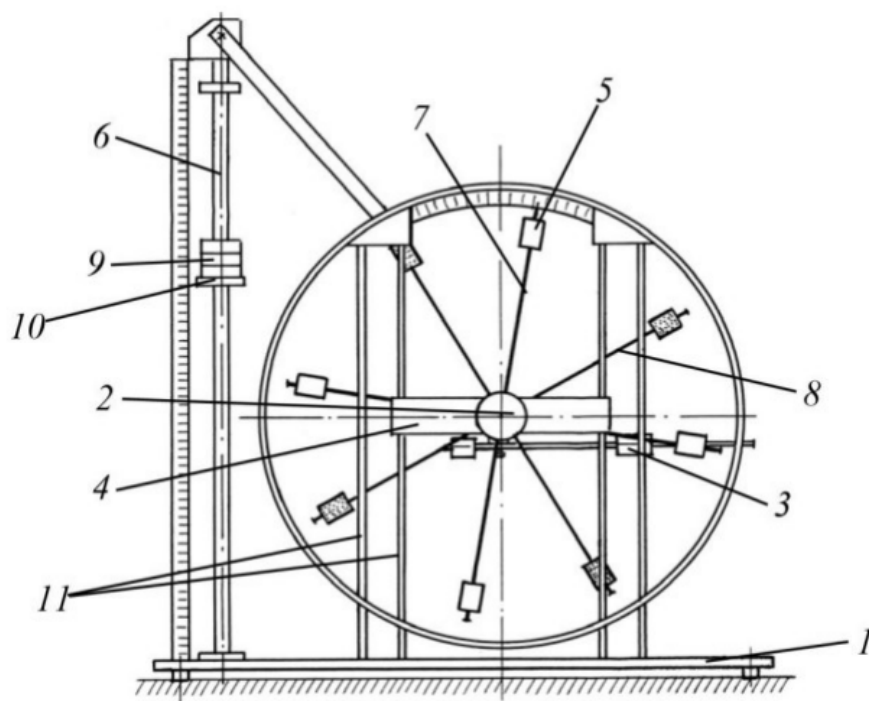


Рис. 2. Стенд лаборатории механики (общий вид)

Общий вид экспериментальной установки изображен на Рис. 2.
В состав установки входят:

1. Основание
2. Рукоятка сцепления крестовин
3. Устройства принудительного трения
4. Поперечина
5. Груз крестовины
6. Трубчатая направляющая
7. Передняя крестовина
8. Задняя крестовина
9. Шайбы каретки
10. Каретка
11. Система передних стоек

8. Результаты прямых измерений и их обработки (таблицы, примеры расчетов).

Таблица 1: результаты прямых измерений

| Масса груза, г | Положение утяжелителей | | | | | |
|----------------|------------------------|---------|---------|---------|--------|--------|
| | 1 риска | 2 риски | 3 риски | 4 риски | 5 риск | 6 риск |
| $m_1 = 0,27$ | 4,99 | 5,12 | 6,26 | 6,89 | 7,50 | 9,25 |
| | 4,93 | 5,56 | 6,16 | 6,93 | 8,05 | 8,80 |
| | 4,91 | 5,10 | 6,21 | 7,03 | 7,87 | 8,89 |
| | 4,94 | 5,26 | 6,21 | 6,95 | 7,81 | 8,98 |
| $m_2 = 0,49$ | 3,53 | 3,89 | 4,24 | 5,26 | 6,03 | 7,25 |
| | 3,55 | 4,17 | 4,29 | 5,24 | 5,79 | 6,73 |
| | 3,58 | 4,07 | 4,69 | 5,36 | 5,83 | 7,25 |
| | 3,55 | 4,04 | 4,41 | 5,29 | 5,88 | 7,08 |
| $m_3 = 0,71$ | 2,90 | 3,32 | 4,03 | 4,21 | 4,55 | 5,45 |
| | 2,74 | 3,30 | 3,97 | 4,56 | 5,18 | 5,90 |
| | 2,57 | 3,37 | 3,96 | 4,43 | 4,81 | 5,83 |
| | 2,74 | 3,33 | 3,99 | 4,40 | 4,85 | 5,73 |
| $m_4 = 0,93$ | 2,28 | 2,90 | 3,62 | 4,09 | 4,19 | 5,01 |
| | 2,33 | 2,62 | 3,56 | 3,96 | 4,34 | 5,13 |
| | 2,37 | 2,89 | 3,51 | 4,10 | 4,37 | 4,91 |
| | 2,33 | 2,80 | 3,56 | 4,05 | 4,30 | 5,02 |

Примеры расчётов:

$$\langle t \rangle = \frac{1}{3}(t_1 + t_2 + t_3) = \frac{1}{3}(4,99 + 4,93 + 4,91) = 4,94 \text{ с}$$

9. Расчет результатов косвенных измерений (таблицы, примеры расчетов).

$$a = \frac{2h}{t^2} = \frac{2 * 0,7}{8,98^2} = 0,02 \text{ м/с}^2$$

$$\varepsilon = \frac{2a}{d} = \frac{2 * 0,02}{0,046} = 0,75 \text{ рад/с}^2$$

$$M = \frac{md}{2}(g - a) = \frac{0,22 * 0,046}{2}(9,81 - 0,02) = 0,06 \text{ Н * м}$$

Таблица 2: результаты вычисления а, М, ε

| Масса груза, г | Номер риска | t_{cp} , с | a , м/с ² | ε , с ⁻² | M , Н*м |
|----------------|-------------|--------------|------------------------|---------------------------------|-----------|
| $m_1 = 0,27$ | 1 | 4,94 | 0,06 | 2,49 | 0,06 |
| | 2 | 5,26 | 0,05 | 2,20 | 0,06 |
| | 3 | 6,21 | 0,04 | 1,58 | 0,06 |
| | 4 | 6,95 | 0,03 | 1,26 | 0,06 |
| | 5 | 7,81 | 0,02 | 1,00 | 0,06 |
| | 6 | 8,98 | 0,02 | 0,75 | 0,06 |
| $m_2 = 0,49$ | 1 | 3,55 | 0,11 | 4,82 | 0,11 |
| | 2 | 4,04 | 0,09 | 3,72 | 0,11 |
| | 3 | 4,41 | 0,07 | 3,13 | 0,11 |
| | 4 | 5,29 | 0,05 | 2,18 | 0,11 |
| | 5 | 5,88 | 0,04 | 1,76 | 0,11 |
| | 6 | 7,08 | 0,03 | 1,22 | 0,11 |
| $m_3 = 0,71$ | 1 | 2,74 | 0,19 | 8,13 | 0,16 |
| | 2 | 3,33 | 0,13 | 5,49 | 0,16 |
| | 3 | 3,99 | 0,09 | 3,83 | 0,16 |
| | 4 | 4,40 | 0,07 | 3,14 | 0,16 |

| Масса груза, г | Номер риски | t _{ср} , с | a, м/с ² | ε, с ⁻² | M, Н*м |
|-----------------------|-------------|---------------------|---------------------|--------------------|--------|
| | 5 | 4,85 | 0,06 | 2,59 | 0,16 |
| | 6 | 5,73 | 0,04 | 1,86 | 0,16 |
| m ₄ = 0,93 | 1 | 2,33 | 0,26 | 11,24 | 0,20 |
| | 2 | 2,80 | 0,18 | 7,75 | 0,21 |
| | 3 | 3,56 | 0,11 | 4,79 | 0,21 |
| | 4 | 4,05 | 0,09 | 3,71 | 0,21 |
| | 5 | 4,30 | 0,08 | 3,29 | 0,21 |
| | 6 | 5,02 | 0,06 | 2,42 | 0,21 |

$$M = M_{\text{тр}} + I\varepsilon$$

$$\bar{M} = \frac{M_1 + M_2 + M_3 + M_4}{4} = \frac{0,06 + 0,11 + 0,16 + 0,21}{4} = 0,13 \text{ Н * м}$$

$$\bar{\varepsilon} = \frac{\varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \varepsilon_3 + \varepsilon_4}{4} = \frac{2,49 + 4,82 + 8,13 + 11,24}{4} = 6,67 \text{ рад/с}^2$$

$$I_1 = \frac{\sum(\varepsilon_i - \bar{\varepsilon}_i)(M_i - \bar{M})}{\sum(\varepsilon_i - \bar{\varepsilon}_i)^2} = 0,02 \text{ кг * м}^2$$

$$M_{\text{тр}} = \bar{M} - I_1 * \bar{\varepsilon} = 0,13 - 0,02 * 6,67 = 0,02 \text{ Н * м}$$

Таблица 3: результаты вычисления I и M_{тр}

| | 1 риска | 2 риски | 3 риски | 4 риски | 5 рисков | 6 рисков |
|---------------------|---------|---------|---------|---------|----------|----------|
| I | 0,02 | 0,03 | 0,05 | 0,06 | 0,06 | 0,09 |
| M _{тр} | 0,02 | 0,01 | 0,02 | 0,02 | 0,00 | 0,00 |
| \bar{M} | 0,13 | 0,13 | 0,13 | 0,13 | 0,13 | 0,13 |
| $\bar{\varepsilon}$ | 6,67 | 4,79 | 3,33 | 2,57 | 2,16 | 1,56 |

$$I = I_0 + 4m_{\text{yt}}R^2$$

$$\bar{I} = \frac{I_1 + I_2 + I_3 + I_4 + I_5 + I_6}{6} = 0,05 \text{ кг * м}^2$$

Таблица 4: результаты вычисления R² и I

| Номера риск | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | Среднее |
|----------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|---------|
| R | 0,077 | 0,102 | 0,127 | 0,152 | 0,177 | 0,202 | 0,139 |
| R ² | 0,006 | 0,010 | 0,016 | 0,023 | 0,031 | 0,040 | 0,021 |
| I | 0,02 | 0,03 | 0,05 | 0,06 | 0,06 | 0,09 | 0,05 |

По данным таблицы получаем:

$$\overline{R^2} = \frac{R_1^2 + R_2^2 + R_3^2 + R_4^2 + R_5^2 + R_6^2}{6} = 0,021 \text{ м}^2$$

$$m_{\text{yt}} = \frac{\sum(R_i^2 - \overline{R^2})(I_i - \bar{I})}{\sum(R_i^2 - \overline{R^2})^2} = 0,47 \text{ кг}$$

$$I_0 = I - 4m_{\text{yt}}R^2 = 0,01 \text{ кг * м}^2$$

10. Расчет погрешностей измерений (для прямых и косвенных измерений).

1. Время t

$$\bar{t} = 4,94 \text{ с}$$

$$S_{\langle t \rangle} = \sqrt{\frac{1}{N(N-1)} \sum_{i=1}^N (t_i - \langle t \rangle)^2} = 0,02 \text{ с}$$

Доверительная вероятность: $\alpha = 0,95$, $N = 3$

Доверительный интервал: $\Delta t' = t_{\alpha, N} * S_t = 0,02 \text{ с}$

Абсолютная погрешность: $\Delta_t = 0,67$

Относительная погрешность: $\delta_{\bar{t}} = \frac{\Delta_{\bar{t}}}{\bar{t}} * 100\% = \frac{0,67}{4,94} * 100\% = 13\%$

2. Ускорение a

$$a = \frac{2h}{t^2}; \bar{a} = 0,04 \text{ м/с}^2; h = 70,0 \pm 0,1 \text{ мм}; t = 4,94 \pm 0,67 \text{ с.}$$

$$\Delta_a = \sqrt{\left(\frac{2}{t^2} * \Delta_h\right)^2 + \left(\frac{6 * h}{t^3} * \Delta_t\right)^2} = 0,01 \text{ м/с}^2$$

$$\delta_a = \frac{\Delta_a}{\bar{a}} * 100\% = 27\%$$

3. Момент силы натяжения нити M

$$M = md/2(g - a); \bar{M} = 0,13 \text{ Н} \cdot \text{м}; m = 220,0 \pm 0,5 \text{ г}$$

$$\begin{aligned} \Delta_M &= \sqrt{\left(\frac{md}{2} * \Delta_a\right)^2 + \left(\frac{d}{2}(g - a)\Delta_m\right)^2 + \left(\frac{m}{2}(g - a)\Delta_d\right)^2} \\ &= \sqrt{(0,22 * 0,046/2 * 0,008)^2 + (0,046/2 * 9,74 * 0,001)^2 + (0,22/2 * 9,74 * 0,001)^2} \\ &= 0,001 \text{ Н} \cdot \text{м} \end{aligned}$$

$$\delta_M = \frac{\Delta_M}{\bar{M}} * 100\% = \frac{0,001}{0,13} * 100\% = 0,8\%$$

4. Угловое ускорение крестовины ε

$$\varepsilon = \frac{2a}{d}; \bar{\varepsilon} = 6,67; a = 0,04 \pm 0,01 \text{ м/с}^2; d = 0,046 \pm 0,001 \text{ м}$$

$$\Delta_{\varepsilon} = \sqrt{\left(\frac{2}{d} * \Delta_a\right)^2 + \left(\frac{4a}{d^2} \Delta_d\right)^2} = 0,67$$

$$\delta_{\varepsilon} = \frac{\Delta_{\varepsilon}}{\bar{\varepsilon}} * 100\% = 10\%$$

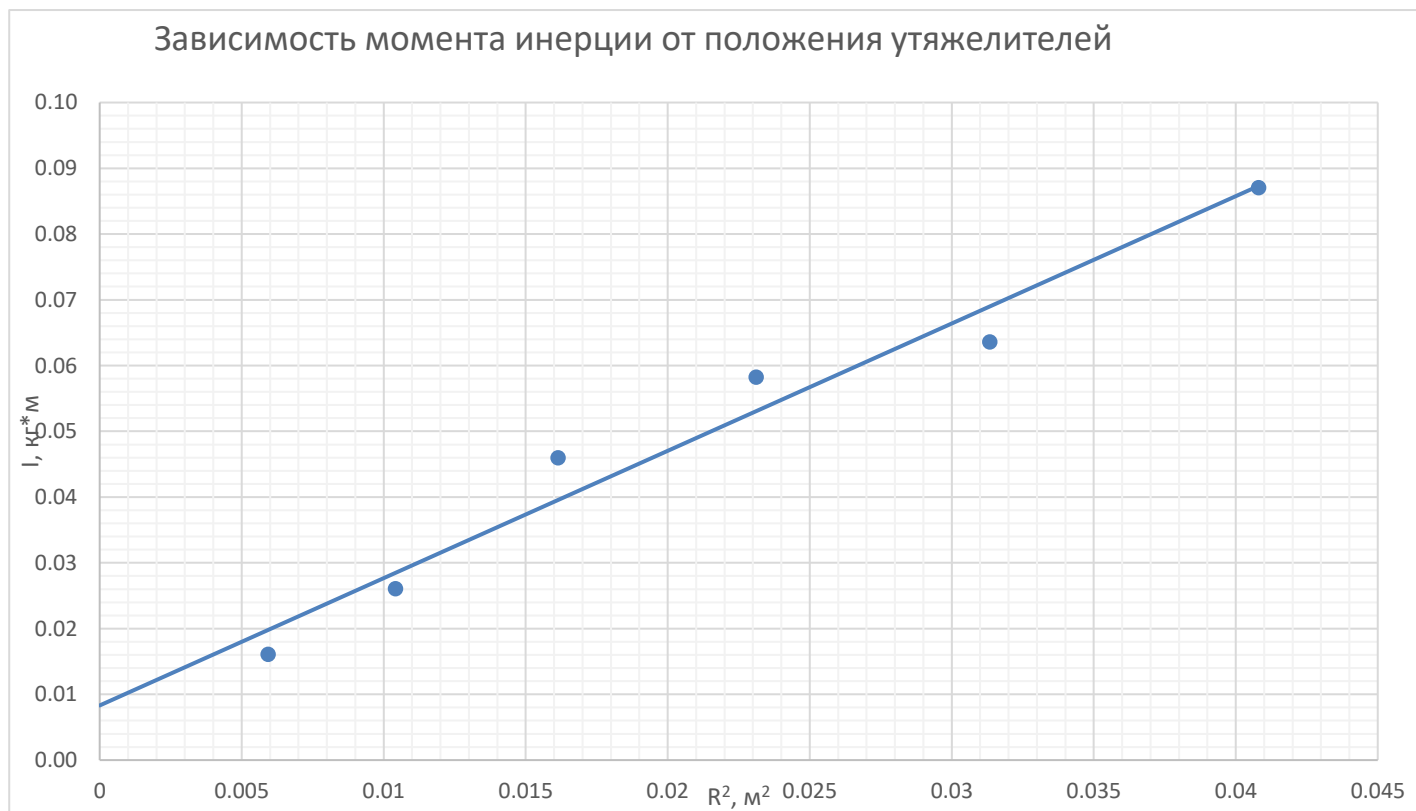
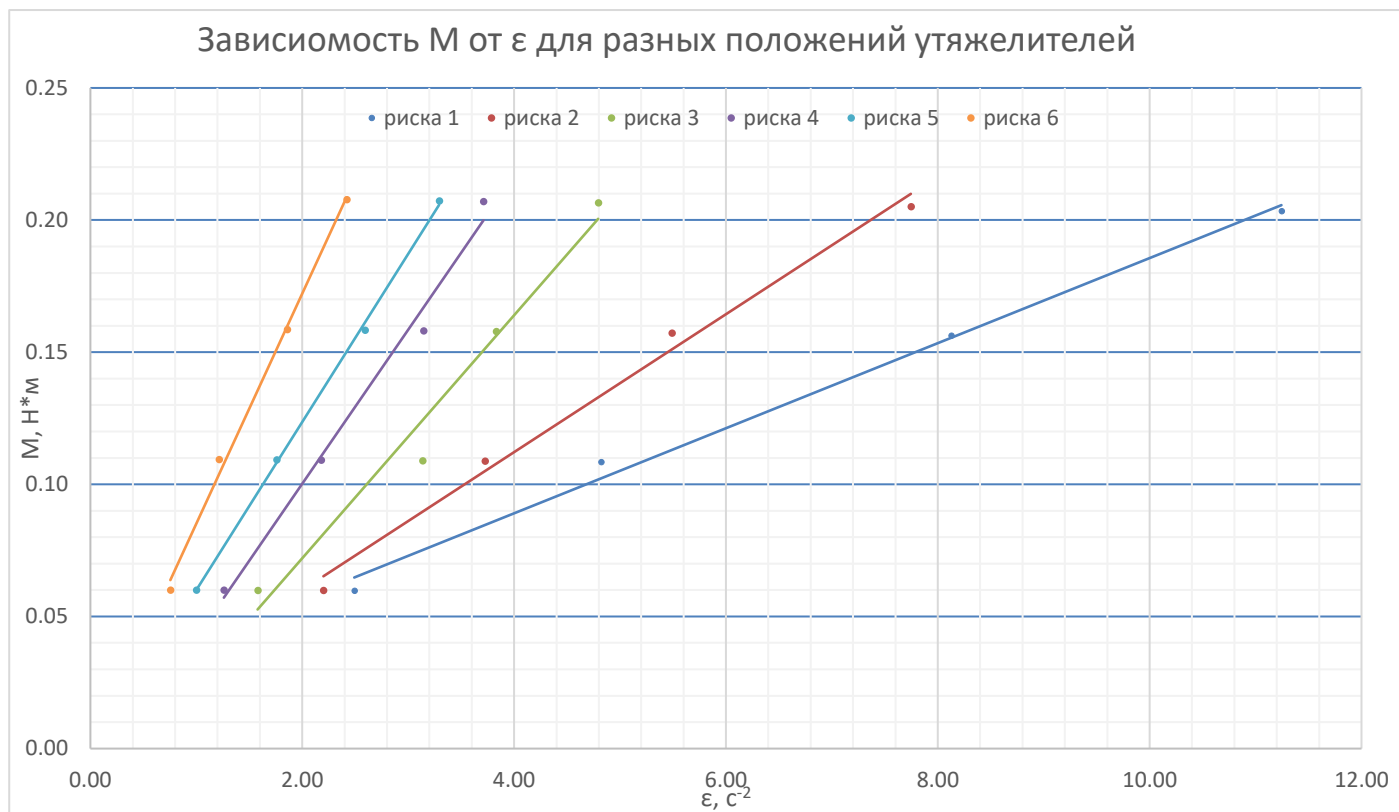
5. Момент инерции I_0

$$S_{I_0} = \sqrt{\left(\frac{1}{n} + \frac{R_{cp}^2}{D}\right) \times \frac{\sum d_i^2}{n-2}} = 0,001 \text{ кг} \times \text{м}^2$$

$$\Delta I_0 = 2S_{I_0} = 0,002 \text{ кг} \times \text{м}^2$$

$$\delta_{I_0} = \frac{\Delta I_0}{I_0} * 100\% = 20\%$$

11. Графики (перечень графиков, которые составляют Приложение 2).



12. Окончательные результаты.

$$\begin{aligned}\bar{t} &= 4,94 \pm 0,67 \text{ с}; \delta_{\bar{t}} = 13\%; \alpha = 0,95 \\ \alpha &= 0,04 \pm 0,01 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}; \delta_{\alpha} = 27\%; \alpha = 0,95 \\ \varepsilon &= 6,67 \pm 0,67 \frac{\text{рад}}{\text{с}^2}; \delta_{\varepsilon} = 10\%; \alpha = 0,95 \\ M &= 0,13 \pm 0,001 \text{ Н} \cdot \text{м}; \delta_M = 0,8\%; \alpha = 0,95 \\ I_0 &= 0,01 \pm 0,001 \text{ кг} \cdot \text{м}^2; \delta_{I_0} = 20\%; \alpha = 0,95\end{aligned}$$

13. Выводы и анализ результатов работы.

Проведя эту работу, установлены линейные зависимости $M(\varepsilon)$ и $I(R^2)$, построены графики их зависимости. Таким образом, теорема Штейнера и основной закон динамики вращательного движения подтверждаются, результаты сопоставимы с теорией.