федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования «Национальный исследовательский университет ИТМО»

Факультет программной инженерии и компьютерной техники

Лабораторная работа №1

по дисциплине «Вычислительная математика»

Вариант 7

Студент:
Кулагин Вячеслав
Группа:
P3209
Преподаватель:
Наумова Надежда Александровна

Санкт-Петербург
2025

Оглавление

Цель работы

Создать программу для решения СЛАУ размерностью не более 20 методом простых итераций.

Описание метода

Метод простых итераций используется для приближенного решения СЛАУ. Он заключается в последовательном уточнении значений неизвестных, начиная с некоторого начального приближения.

На каждом шаге вычисляются новые значения переменных, используя предыдущее приближение. Этот процесс продолжается до тех пор, пока изменения в значениях переменных не станут достаточно малы.

Основные формулы

Основная рабочая формула:

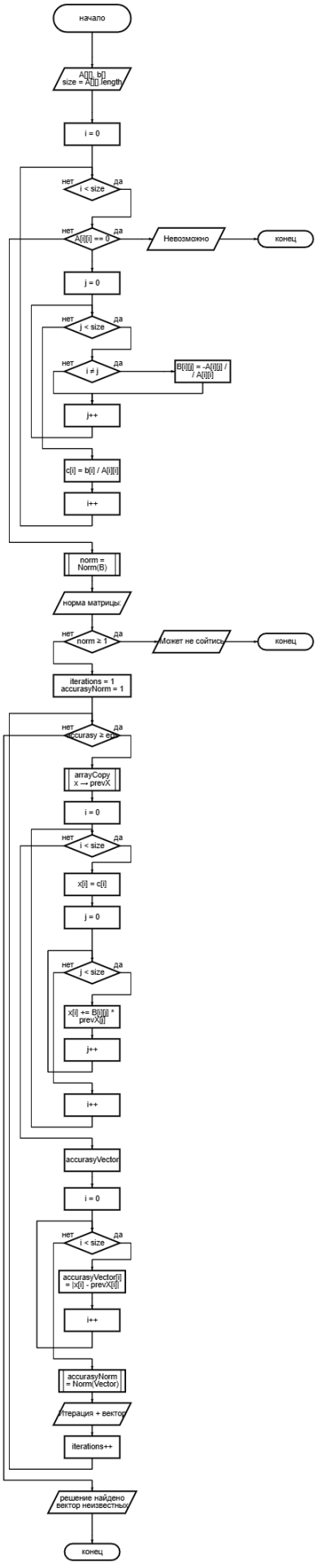
$$x_i^{(k+1)} = \frac{b_i}{a_{ii}} - \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^{n} \frac{a_{ij}}{a_{ii}} x_j^k \ , \qquad i = 1, 2, \dots, n$$

Достаточное условие сходимости итерационного процесса:

$$|a_{ii}| \geq \sum_{j \neq i} |a_{ij}| \ , \qquad i = 1, 2, \dots, n$$

Достаточное условие сходимости метода по норме: ||C|| < 1

Блок-схема


начало
A[][], b[]
size = A[].length
i = 0
нет
i < size
да
нет
A[][i] == 0
да
Невозможно
конец
j = 0
нет
j < size
да
нет
i ≠ j
да
B[][j] = -A[i][j] /
/ A[i][i]
j++
c[i] = b[i] / A[i][i]
i++
norm =
Norm(B)
норма матрицы
нет
norm ≥ 1
да
Может не сойтись
конец
iterations = 1
accurasyNorm = 1
нет
accurasy ≥ eps
да
arrayCopy
x → prevX
i = 0
нет
i < size
да
x[i] = c[i]
j = 0
нет
j < size
да
x[i] += B[i][j] *
prevX[j]
j++
i++
accurasyVector
i = 0
нет
i < size
да
accurasyVector[i]
= |x[i] - prevX[i]|
i++
accurasyNorm
= Norm(Vector)
Итерация + вектор
iterations++
решение найдено
вектор неизвестных
конец

GitHub

https://github.com/Felijy/ITMO/tree/main/calc-math/lab1/src

Листинг метода

```
import java.util.Arrays;

public class Solver {
    private static double epsilon = 1e-6;

    public static void solve(double[][] A, double[] b) {
        int size = A.length;
        double[][] B = new double[size][size];
        double[] c = new double[size];

        for (int i = 0; i < size; i++) {
            if (A[i][i] == 0) {
                System.out.println("Невозможно решить: на диагонали нулевой элемент");
                return;
            }
            for (int j = 0; j < size; j++) {
                if (i != j) {
                    B[i][j] = -A[i][j] / A[i][i];
                }
            }
            c[i] = b[i] / A[i][i];
        }

        double norm = calculateNorm(B);
        System.out.println("Норма матрицы B: " + norm);
        if (norm >= 1) {
            System.out.println("Метод может не сходиться, так как норма B >= 1.");
            return;
        }

        double[] x = new double[size];
        double[] prevX = new double[size];
        int iterations = 1;
        double accuracyNorm = 1;

        while (accuracyNorm >= epsilon) {
            System.arraycopy(x, 0, prevX, 0, size);

            for (int i = 0; i < size; i++) {
                x[i] = c[i];
                for (int j = 0; j < size; j++) {
                    x[i] += B[i][j] * prevX[j];
                }
            }

            double[] accuracyVector = new double[size];
            for (int i = 0; i < size; i++) {
                accuracyVector[i] = Math.abs(x[i] - prevX[i]);
            }
            accuracyNorm = calculateNorm(accuracyVector);
            System.out.println("Итерация " + iterations + ", Вектор погрешности: " + Arrays.toString(accuracyVec-
tor));

            iterations++;
        }
```

```
        System.out.println("Решение найдено за " + (iterations - 1) + " итераций");
        System.out.println("Вектор неизвестных x: " + Arrays.toString(x));
    }

    private static double calculateNorm(double[][] matrix) {
        double maxSum = 0;
        for (double[] row : matrix) {
            double sum = 0;
            for (double val : row) {
                sum += Math.abs(val);
            }
            maxSum = Math.max(maxSum, sum);
        }
        return maxSum;
    }

    private static double calculateNorm(double[] vector) {
        double max = 0;
        for (double v : vector) {
            max = Math.max(max, Math.abs(v));
        }
        return max;
    }

    public static void setEpsilon(double epsilon) {
        Solver.epsilon = epsilon;
    }
}
```

Результат работы

Чтение из файла:

Чтение данных из файла: in.txt
Введите необходимую точность (степень 10, не больше -1, не меньше -15), по умолчанию: -6
Введите размерность матрицы (n <= 20): Введите коэффициенты матрицы построчно (без свободных членов!):
Введенная матрица коэффициентов:
2.0 2.0 10.0
10.0 1.0 1.0
2.0 10.0 1.0
Введите свободные члены:
Попытка преобразовать матрицу...
Новая матрица с диагональным преобладанием:
10.0 1.0 1.0
2.0 10.0 1.0
2.0 2.0 10.0
Норма матрицы B: 0.4
Итерация 1, Вектор погрешности: [1.2, 1.3, 1.4]

Итерация 2, Вектор погрешности: [0.27000000000000013, 0.38, 0.5]
Итерация 3, Вектор погрешности: [0.08799999999999997, 0.10399999999999998, 0.13000000000000012]
Итерация 4, Вектор погрешности: [0.023399999999999865, 0.03059999999999996, 0.0384000000000001]
Итерация 5, Вектор погрешности: [0.006900000000000128, 0.008520000000000083, 0.010800000000000032]
Итерация 6, Вектор погрешности: [0.0019320000000001558, 0.0024600000000002398, 0.0030839999999999756]
Итерация 7, Вектор погрешности: [5.54400000000066E-4, 6.948000000003285E-4, 8.784000000000569E-4]
Решение найдено за 7 итераций
Вектор неизвестных x: [1.0001224, 1.0001548000000002, 1.0001944]

Process finished with exit code 0

Чтение из консоли:

Введите необходимую точность (степень 10, не больше -1, не меньше -15), по умолчанию: -6
-6
Введите размерность матрицы (n <= 20): 3
Введите коэффициенты матрицы построчно (без свободных членов!):
2 2 10
10 1 1
2 10 1
Введенная матрица коэффициентов:
2.0 2.0 10.0
10.0 1.0 1.0
2.0 10.0 1.0
Введите свободные члены:
14 12 13
Попытка преобразовать матрицу...
Новая матрица с диагональным преобладанием:
10.0 1.0 1.0
2.0 10.0 1.0
2.0 2.0 10.0
Норма матрицы B: 0.4
Итерация 1, Вектор погрешности: [1.2, 1.3, 1.4]
Итерация 2, Вектор погрешности: [0.27000000000000013, 0.38, 0.5]
Итерация 3, Вектор погрешности: [0.08799999999999997, 0.10399999999999998, 0.13000000000000012]

Итерация 4, Вектор погрешности: [0.023399999999999865, 0.03059999999999996, 0.0384000000000001]
Итерация 5, Вектор погрешности: [0.006900000000000128, 0.008520000000000083, 0.010800000000000032]
Итерация 6, Вектор погрешности: [0.0019320000000001558, 0.0024600000000002398, 0.0030839999999999756]
Итерация 7, Вектор погрешности: [5.54400000000066E-4, 6.948000000003285E-4, 8.784000000000569E-4]
Итерация 8, Вектор погрешности: [1.5732000000001634E-4, 1.9872000000020762E-4, 2.498400000001677E-4]
Итерация 9, Вектор погрешности: [4.4856000000148555E-5, 5.644800000004224E-5, 7.120800000004479E-5]
Итерация 10, Вектор погрешности: [1.2765600000186339E-5, 1.60920000000786E-5, 2.0260800000060364E-5]
Итерация 11, Вектор погрешности: [3.635280000136021E-6, 4.579200000076611E-6, 5.771520000030783E-6]
Итерация 12, Вектор погрешности: [1.0350720001106595E-6, 1.3042080000413847E-6, 1.6428960000203219E-6]
Итерация 13, Вектор погрешности: [2.9471040008388627E-7, 3.713039999908574E-7, 4.678560000526133E-7]
Решение найдено за 13 итераций
Вектор неизвестных x: [1.0000000653184, 1.000000082296, 1.00000010368]

Вывод

Проведя эту работу, я научился работать с методом простых итераций, узнал и реализовал как с его помощью можно решать СЛАУ хоть приблизительно, но все же достаточно точно.