#2
В задании представлено уравнение кривой 2-ого порядка, в общем виде оно выглядит следующим образом:

Опр. 1.4. Общим уравнением алгебраической линии (кривой) 2-го порядка называется уравнение вида

$$Ax^2 + 2Bxy + Cy^2 + Dx + Ey + F = 0, \qquad (6)$$

в котором левая часть представлена полиномом второй степени от координат x и y точек, принадлежащих кривой.

При этом конкретно в этом примере мы имеем уравнение эллипса. Вот его уравнение, представленное в каноническом виде:

Опр. 2.2. Уравнение вида

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1, \qquad b^2 = a^2 - c^2 \qquad (9)$$

называют **каноническим уравнением эллипса**, где a и b - большая и малая полуось соответственно.

$$3x^2 + 2y^2 - 6x + 12y + 15 = 0$$

Приведём ур-е к каноническому ур-ю эллипса:

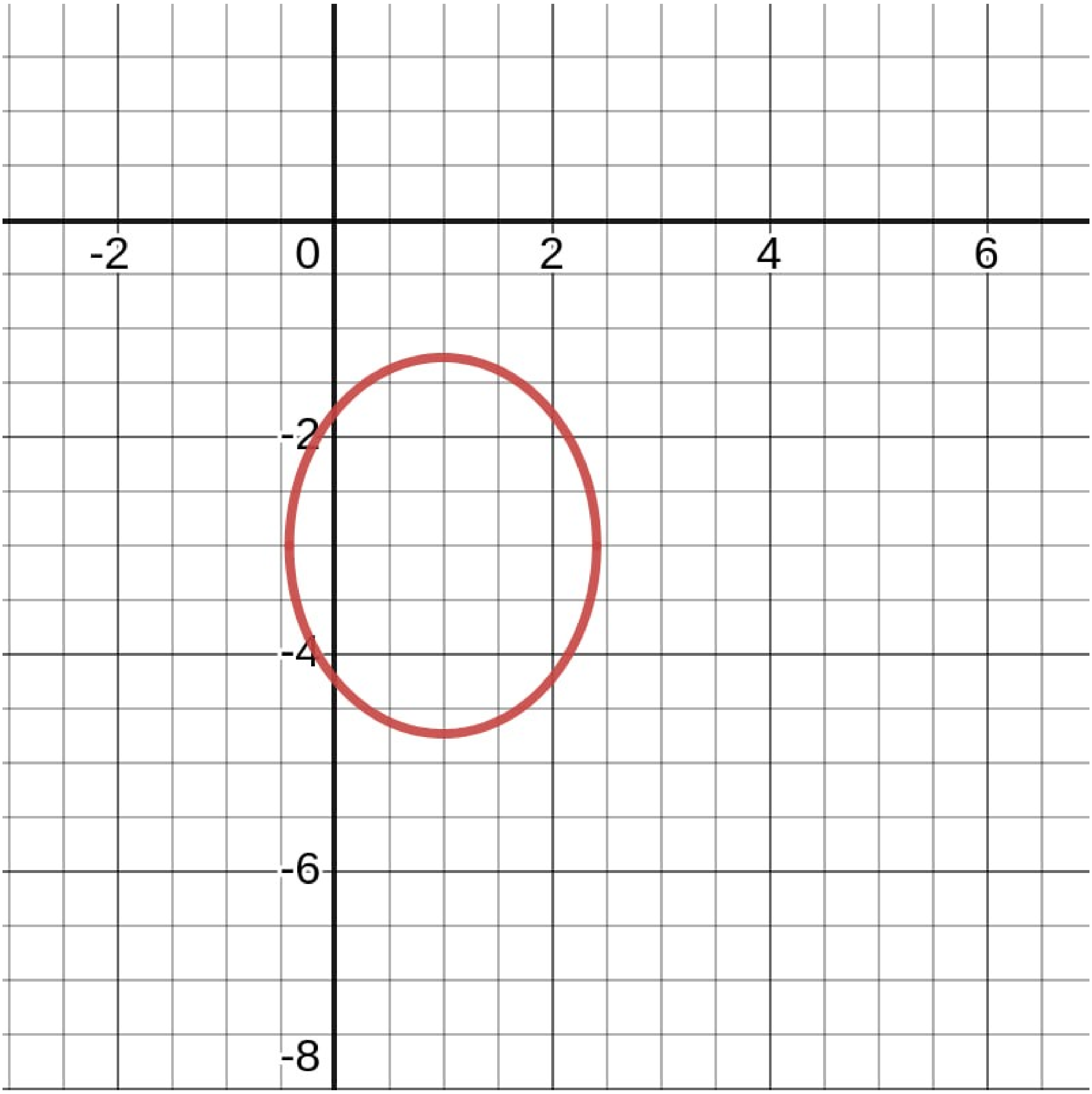
$$3(x^2 - 2x + 1) - 3 + 2(y^2 + 6y + 9) - 18 + 15 = 0$$

$$3(x^2 - 2x + 1) + 2(y^2 + 6y + 9) = 6$$

$$3(x-1)^2 + 2(y+3)^2 = 6$$

$$\frac{(x-1)^2}{2} + \frac{(y+3)^2}{3} = 1$$

Еще у эллипса можно найти эксцентриситет и дирекрисы, но, думаю, что наверное тут это не надо. Нам же по сути только построить требуется



a
Link Desmos: [*https://www.desmos.com/calculator/vwuuxc8dgu*](https://www.desmos.com/calculator/vwuuxc8dgu)

#3

③ Уравнение линии, расстояние каждой точки которой от начала координат и от точки $A(5;0)$ относится как $2:1$

Пусть $M(x;y)$ – произвольная точка этой линии; тогда расстояние до $(0;0)$ имеет вид $d_1 = \sqrt{x^2+y^2}$

А от точки A до M имеет вид $d_2 = \sqrt{(x-5)^2+y^2}$

При этом расстояние от начала относится к расстоянию до точки как $2:1$; зн.

$$2d_1 = d_2$$

$$2\sqrt{x^2+y^2} = \sqrt{(x-5)^2+y^2}$$

$$4x^2+4y^2 = x^2-10x+25+y^2$$

$$3x^2+10x+3y^2-25=0.$$

$$x^2+\frac{10}{3}x+y^2-\frac{25}{3}=0.$$

$$x^2+\frac{10}{3}x+\frac{25}{9}-\frac{25}{9}+y^2-\frac{25}{3}=0$$

$$\left(x+\frac{5}{3}\right)^2+y^2-\frac{100}{9}=0$$

Уравнение линии: $\left(x+\frac{5}{3}\right)^2+y^2=\frac{100}{9}$

Это уравнение окружности с центром $\left(-\frac{5}{3};0\right)$ и радиусом $\frac{10}{3}$

Для решения задачи берем произвольную точку и считаем веторы от этой точки до начала координат и до известной нам точки.

(в) Длина вектора $\mathbf{a}$

$$|\mathbf{a}| = \sqrt{(\mathbf{a},\mathbf{a})} = \sqrt{a_x^2+a_y^2+a_z^2}$$

Далее, исходя из имеющегося соотношения ($2d_1 = d_2$) получаем уравнение. Решив его, и найдя зависимость y от x получаем искомое значение.
Конкретно в этом задании полученное уравнение является уравнением кривой 2-ого порядка, а точнее частным случаем уравненииния эллипса.
Если в общем виде он имеет вид:

Опр. 2.2. Уравнение вида

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1, \qquad b^2 = a^2 - c^2 \qquad (9)$$

называют **каноническим уравнением эллипса**, где a и b - большая и малая полуось соответственно.

То при c = 0 получаем уравнения, аналогично полученному в этом задании:

Частные случаи

(a) $c = 0$: окружность.

$$c = 0 \qquad \Rightarrow \qquad r_1 = r_2 = a = R, \quad \varepsilon = 0 \qquad (10)$$

Таким образом, полученное уравнение – окружность.