

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
“НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ ИТМО”

Факультет	Программной Инженерии и Компьютерной Техники
Направление подготовки (специальность)	Программная инженерия
Дисциплина	Моделирование

УИР 1
ОТЧЕТ
ВАРИАНТ 14

Выполнил студент: Кулагин Вячеслав Дмитриевич

Группа: Р3309

Преподаватель: Алиев Тауфик Измайлович

г. Санкт-Петербург

2025

Содержание	
ЦЕЛЬ РАБОТЫ	2
ОТЧЕТ О ХОДЕ ВЫПОЛНЕНИЯ	2
ЧАСТЬ 1. ОБРАБОТКА ЗАДАННОЙ ЧП	2
ЧАСТЬ 2. ОБРАБОТКА СГЕНЕРИРОВАННОЙ ЧП	6
ЗАКЛЮЧЕНИЕ	10

ЦЕЛЬ РАБОТЫ

Изучение методов обработки и статистического анализа результатов измерений на примере заданной числовой последовательности путем оценки числовых моментов и выявления свойств последовательности на основе корреляционного анализа, а также аппроксимация закона распределения заданной последовательности по двум числовым моментам случайной величины.

ОТЧЕТ О ХОДЕ ВЫПОЛНЕНИЯ

ЧАСТЬ 1. ОБРАБОТКА ЗАДАННОЙ ЧП

В этой части буду заниматься обработкой уже заданной числовой последовательности. Для начала рассчитаю характеристики заданной последовательности.

Характеристики заданной ЧП (вариант 14)							
Характеристика		Количество случайных величин					
		10	20	50	100	200	300
Математическое ожидание	Знач.	296,357	308.568	271.816	276.942	265.089	276.478
	%	-7	-10	2	0	4	
Доверит. интервал (0,9)	Знач.	±99,403	±76.441	±37.778	±27.132	±18.780	±16.642
	%	±83	±78	±56	±39	±11	
Доверит. интервал (0,95)	Знач.	±115,694	±88.969	±43.970	±31.578	±21.858	±19.369
	%	±83	±78	±56	±39	±11	
Доверит. интервал (0,99)	Знач.	±152,232	±117.068	±57.857	±41.551	±28.761	±25.487
	%	±83	±78	±56	±39	±11	
Дисперсия	Знач.	34842,69	41209.76	25163.66	25957.93	24872.85	29298.17
	%	-16	-29	16	13	18	
СКО	Знач.	186,662	203.002	158.631	161.115	157.711	171.167
	%	-8	-16	8	6	9	
Коэффициент вариации	Знач.	0,63	0.658	0.584	0.582	0.595	0.619
	%	-2	-6	6	6	4	

% для каждого значения высчитывается относительно «эталонного» значения – результатов, полученный для самой большой выборки.

По полученным значениям можно понять, что выборка достаточно однородная, потому что значения остаются достаточно стабильными в зависимости от количества случайных величин. Доверительные интервалы последовательно сужаются с увеличением длины выборки. Коэффициент вариации и вовсе практически не изменяется на протяжении всех измерений, что означает стабильность отношения СКО к математическому ожиданию.

Далее построю график всех значений для визуальной оценки.



По графику ЧП однозначно можно сказать, что последовательность не является возрастающей или убывающей, а также нет никаких периодических значений. Кроме того, последовательность достаточно однородная.

Проведу автокорреляционный анализ. Сделаю 15 сдвигов, представлю коэффициенты корреляции как в числовом виде, так и в графическом.

Сдвиг ЧП	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
К-т АК	-0.03	-0.030	-0.049	0.004	0.029	0.069	0.012	0.058	0.070	-0.042	0.011	-0.005	-0.024	-0.035	0.008

А также в графическом виде:



Смотря на коэффициенты автокорреляционного анализа, можно сказать, что последовательность является случайной. Никакой зависимости выявить невозможно, кроме того, значения коэффициентов небольшие и разнообразные.

Далее построю диаграмму распределения частот для заданной ЧП

Последовательность была поделена на 18 промежутков с шагом около 64. На гистограмме указаны также границы каждого интервала.



Анализирую гистограмму распределения (особенно тот факт, что большая часть значений близка к 3 промежутку), а также коэффициент вариации (которые находится около 0,6), можно сделать вывод, что перед нами нормированный закон Эрланга какого-то порядка. Выясню, какого он порядка. Найду коэффициент k и a .

Функция распределение нормированного закона Эрланга выглядит так:

$$F_k(x) = 1 - e^{-kax} \sum_{i=0}^{k-1} \frac{(kax)^i}{i!}$$

Функция плотности этого закона выглядит как:

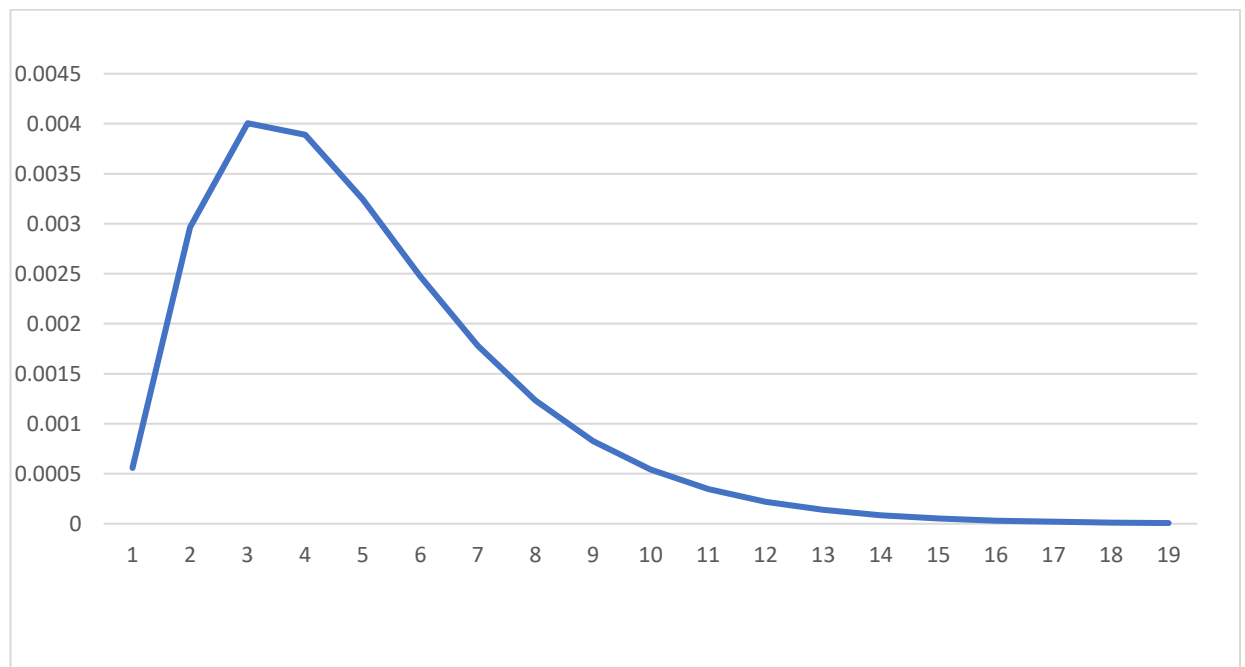
$$f_k(x) = \frac{ka(kax)^{k-1}}{(k-1)!} e^{-kax}$$

Найдем коэффициенты:

$$k = \frac{1}{v^2} = 2,6099; a = 0,003618$$

Таким образом, понимаем, что перед нами нормированный закон распределения Эрланга 3-го порядка с коэффициентом $a = 0,003618$

Приведу также функцию плотности для данного закона по существующим граничным значениям.



Визуально также видно, что полученная гистограмма очень похожа на плотность для этого закона.

ЧАСТЬ 2. ОБРАБОТКА СГЕНЕРИРОВАННОЙ ЧП

Далее создам алгоритм генератора.

Для создания буду использовать определение нормированного закона распределение Эрланга. Нормированный закон Эрланга представляет из себя сумму независимых случайных величин по экспоненциальному закону. Таким образом, для моделирования этого закона распределения можно исходить из идеи сложения трёх (потому что $k = 3$) случайных экспоненциальных значений. То есть, если выражать в формулах, то наши случайные значения будут получаться по закону (если U_k это некоторое случайное значение):

$$X = -\frac{1}{ka} (\ln U_1 + \dots + \ln U_k), \text{ в нашем случае получаем}$$

$$X = -\frac{1}{0,01085} (\ln U_1 + \ln U_2 + \ln U_3)$$

Для трех случайных значений буду использовать встроенную в EXCEL функцию =СЛЧИС(), таким образом получаю рабочую формулу:

$$=LN(СЛЧИС()*СЛЧИС()*СЛЧИС()) / (3*0.003618)$$

Проведу аналогичный анализ характеристик этой сгенерированной ЧП

Закон распределения: нормированный закон Эрланга 3-го порядка							
Характеристика		Количество случайных величин					
		10	20	50	100	200	300
Математическое ожидание	Знач.	266.122	274.682	269.152	270.223	280.313	278.932
	%	11	12	1	2	-5	-1
Доверит. интервал (0,9)	Знач.	±93.435	±71.470	±37.469	±29.067	±20.507	±17.075
	%	±6	±7	±1	±7	±8	±3
Доверит. интервал (0,95)	Знач.	±108.749	±83.184	±43.610	±33.831	±23.868	±19.874
	%	±6	±7	±1	±7	±8	±3
Доверит. интервал (0,99)	Знач.	±143.093	±109.454	±57.383	±44.516	±31.406	±26.150
	%	±6	±7	±1	±7	±8	±3
Дисперсия	Знач.	30784.74	36024.14	24753.26	29793.64	29658.10	30843.42
	%	13	14	2	-13	-16	-5
СКО	Знач.	175.456	189.800	157.332	172.608	172.215	175.623
	%	6	7	1	-7	-8	-3
Коэффициент вариации	Знач.	0.659	0.691	0.585	0.639	0.614	0.630
	%	-4	-5	0	-9	-3	-2

% показывает изменение относительно соответствующих значений для заданной ЧП

Смотря на полученные значения, можно сделать вывод о том, что сгенерированные значения получились очень близки к заданным. У самой большой выборки отклонения по всем параметрам минимальные, что свидетельствует о хорошей генерации новых значений и правильной аппроксимации.

Приведу график числовой последовательности для данного набора значений.



Также приведу гистограмму распределения частот



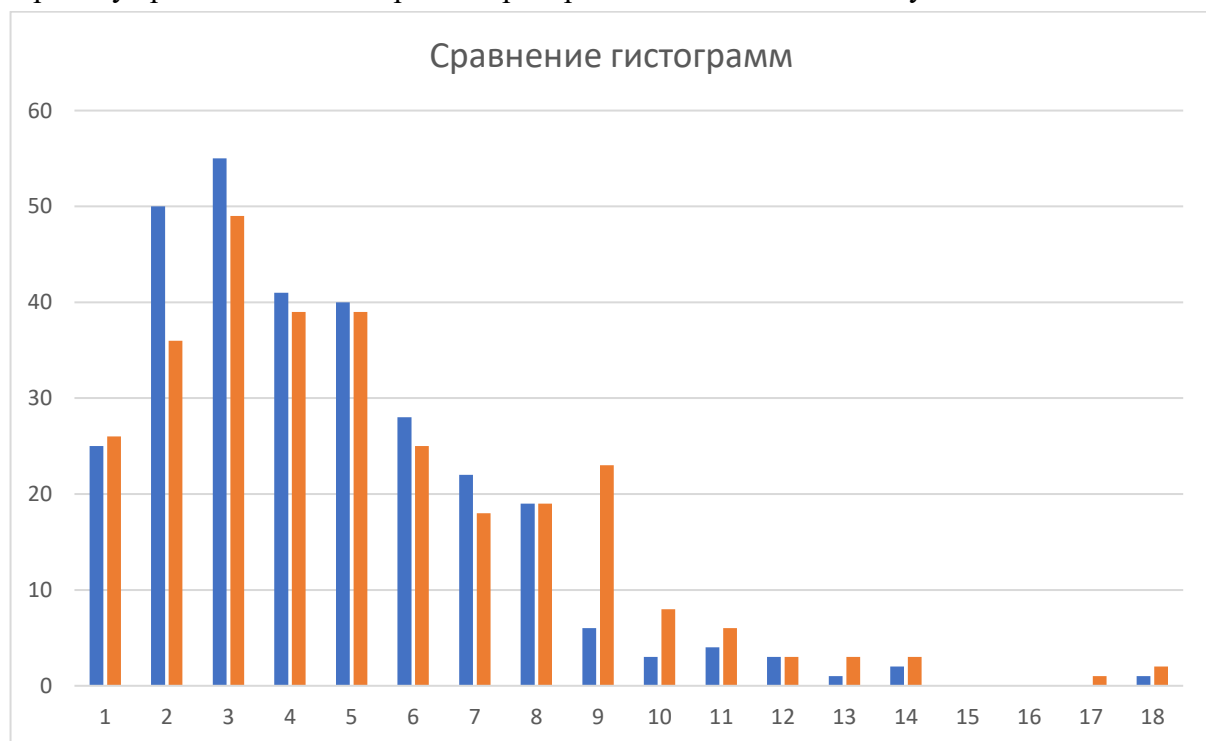
По гистограмме видно, что полученная последовательность похожа на исходную и похода на закон плотности для Эрланга 3-го порядка. Имеются небольшие выбросы (особенно в интервале от 462 до 517), но они не критично меняют общую картину. Можно заключить, что аппроксимация подходит.

Выполню автокорреляционный анализ. Сделаю в нем также 15 сдвигов, приведу графическое распределение коэффициентов.



По полученным данным, можно сказать, что полученная последовательность также случайная, нет никаких закономерностей.

Приведу сравнение в гистограммах распределения частот для визуальной наглядности.



А также графическое сравнение коэффициентов автокорреляции.



Сдвиг ЧП	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
К-т АК	-0.03	-0.030	-0.049	0.004	0.029	0.069	0.012	0.058	0.070	-0.042	0.011	-0.005	-0.024	-0.035	0.008
К-т сген. АК	0.021	-0.013	-0.129	0.031	-0.050	0.036	-0.029	0.024	-0.082	-0.072	-0.014	0.044	-0.001	-0.058	-0.070
%	-166	-58	162	620	-274	-47	-353	-59	-217	71	-233	-1073	-97	64	-1001

Проведу сравнение заданной ЧП и сгенерированной ЧП. Коэффициент корреляции этих последовательностей можно рассчитать таким образом:

$$r = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sqrt{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 \cdot \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2}} = 0,0203$$

Последовательности независимы. Коэффициент практически равен нулю, значит связь отсутствует.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В ходе УИР был проведен анализ заданной числовой последовательности и сгенерированной. Также было проведено сравнение этих последовательностей.

Можно заключить, что на основании заданной числовой последовательности был получен правильный закон для аппроксимации, была составлена корректная новая выборка из

сегрегированных значений. Все характеристики сгенерированной ЧП очень близки к таким же характеристикам заданной последовательности.

Плотность распределения аппроксимирующего закона практически повторяет полученную гистограмму для заданной ЧП, что свидетельствует о правильно подобранной аппроксимации.

Также обе последовательности являются случайными, их коэффициенты автокорреляции близки к нулю, значит зависимости практически нет.

Если же сравнивать две ЧП, то между ними также нет линейной связи. Это логичный результат, поскольку, несмотря на то, что последовательности удовлетворяют одному закону распределения и имеют в целом схожие характеристики, корреляции между ними быть не должно, ибо значения получены случайным образом. Они разбросаны по последовательности хаотичным образом, поэтому линейная зависимость не может быть установлена.