OSF
OPERAÇÕES SÓLIDO-FLUIDO
SOLID FLUID OPERATIONS

LEQB/MEQB, 2024.25

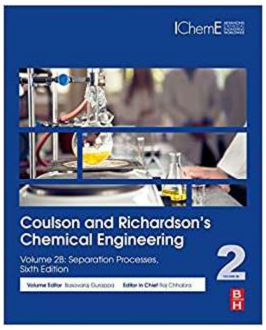
Chemical and Biological Engineering Section , Department of Chemistry, FCT/NOVA

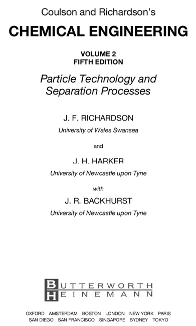
Isabel Esteves

Instructor - Filtration

- **Prof. Isabel Esteves (TP, P2, P3)**
  - Office 226 DQ/Lab 513 DQ
  - Email: i.esteves@fct.unl.pt

Book C&R
J.M. Coulson and J.F. Richardson, Chemical Engineering, II Vol., 5ª Ed., 2002, Elsevier Butterworth-Heinemann





NOVA SCHOOL OF SCIENCE & TECHNOLOGY

Filtration 2/2

NOVA SCHOOL OF SCIENCE & TECHNOLOGY

Problema 2

m_s (kg-sólidos) e ρ_s μ

Filtra-se uma polpa, que contém 100 kg de cré (densidade 3000 kg/m^3) por m^3 de água, num filtro prensa de placas e caixilhos, que leva 15 min a desmontar, limpar e voltar a montar. Se o bolo de filtração for incompressível e tiver uma porosidade de 0.4, qual é a espessura óptima de bolo para uma pressão de filtração de 1000 kN/m^2?

t'

Se o bolo for lavado a 550.65 kN/m^2 e se o volume total de água de lavagem empregue for um quarto do filtrado, de que modo é afectada a espessura óptima do bolo?

P_w V_w

Desprezar a resistência do meio filtrante e considerar a viscosidade da água igual a 1 cP. Num ensaio, uma pressão de 165 kN/m^2 produziu um caudal de água de 0.02 cm^3/s através de um centímetro cúbico de bolo (A=1 cm^2 e l=1 cm) de filtração.

P
Q

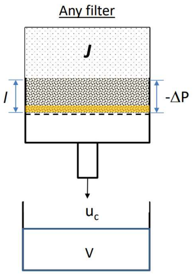
Perguntas:
Como calcular a espessura óptima do bolo no filtro prensa para uma dada pressão de filtração?

O que se pode calcular de imediato?

NOVA SCHOOL OF SCIENCE & TECHNOLOGY

Problema 2 – cálculo de r

General filtration equation



$$u_c = \frac{(-\Delta P)}{r\mu l}$$

$$u_c = \frac{1}{A}\frac{dV}{dt}$$

$$\boxed{\frac{dV}{dt} = \frac{A(-\Delta P)}{r\mu l}}$$

General filtration Equation neglecting filter medium resistance

V (m³) - Volume of filtrate recovered over time t (s)

$r =$ Cake specific resistance, m^{-2}

$$\frac{1}{A}\frac{dV}{dt} = \frac{(-\Delta P)}{r\mu l} \quad \Rightarrow \quad r = \frac{A(-\Delta P)}{\frac{dV}{dt}\mu l}$$

No ensaio, uma pressão de 165 kN/m^2 produziu um caudal de água de 0.02 cm^3/s ($= dV/dt$) através de um centímetro cúbico de bolo (A=1 cm^2 e l=1 cm) de filtração. Logo,

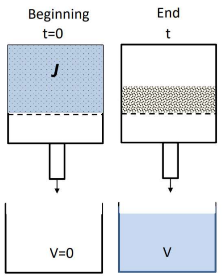
$$(-\Delta P)_{ensaio} = 165 - 101.3 = 63.7 \text{ kN/m}^2$$

$$r = \frac{A(-\Delta P)}{\frac{dV}{dt}\mu l} = \frac{1 \times 63.7 \times 10^3}{0.02 \times 10^{-3} \times 1} 10^4 = 3.185 \times 10^{13} \text{ m}^{-2}$$

NOVA SCHOOL OF SCIENCE & TECHNOLOGY

Problema 2 – cálculo de J

estimation of $v = \frac{Al}{V} = \frac{cake\ volume}{filtrate\ volume}$



Material balance:

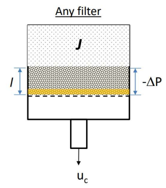
Base: 1 kg of suspension

In the beginning: Mass of solid: J kg-sol/kg-susp
Mass of liquid: 1- J kg-liq/kg-susp

In the end: Mass of solid = $Al(1-e)\rho_s$
Mass of liquid = $(V + Ale)\rho$

$$\frac{J}{1-J} = \frac{Al(1-e)\rho_s}{(V+Ale)\rho} = \frac{\frac{Al}{V}(1-e)\rho_s}{(1+\frac{Al}{V}e)\rho}$$

$$= \frac{v(1-e)\rho_s}{(1+ve)\rho} \qquad \boxed{v = \frac{J\rho}{(1-J)(1-e)\rho_s - Je\rho}}$$



J – concentration of solids, kg-solids/kg-suspension
l – cake length, m
A – filter area, m^2
(-ΔP) – pressure drop across filter cake, N/m2
u_c – filtration rate, m/s

$$\frac{J}{1-J} = \frac{\text{fração mássica de sólidos em suspensão}}{\text{fração mássica de água na suspensão}}$$

$$\frac{J}{1-J} = \frac{100 \text{ kg sólidos}}{1000 \text{ kg água}} = 0.1$$

$$J = 0.0909 \frac{\text{kg sólido}}{\text{kg susp}}$$

Problema 2 – cálculo de v

Sabemos que v (volume de bolo/volume de filtrado) se relaciona com a porosidade do bolo (e), a concentração de sólidos em suspensão (J), e as massas específicas do sólido e do fluído, ρ_s e ρ.

$$v = \frac{J\rho}{(1-J)(1-e)\rho_s - Je\rho}$$

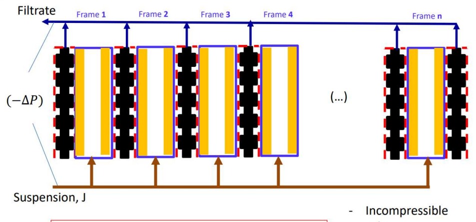
$$v = \frac{0.0909 \times 1000}{(1-0.0909)(1-0.4)3000 - 0.0909 \times 0.4 \times 1000}$$

$$v = 0.0568$$

(v/v ≈ volume bolo/volume filtrado)

Problema 2

Plate and frame press filter



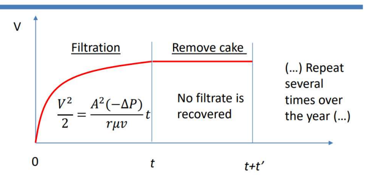
$$\boxed{\frac{V^2}{2} = \frac{(2a_{frame}n)^2(-\Delta P)}{r\mu v}t}$$

- Incompressible cake
- Negligible filter resistance ($L=0$)
- $(-\Delta P)$=constant

$$v = \frac{Al}{V} = \frac{cake\ volume}{filtrate\ volume}$$

Plate and frame press filter

Operation cycle:



t, s – duration of filtration
t', s – stop time (unlock the press, remove each frame, remove the cake from each frame, wash the frame, reassemble the press)

$$Q = \frac{V}{t+t'}$$ Average filtrate flowrate over the year

A espessura ótima do bolo obtém-se quando o fluxo de filtração é máximo.

$$Q = \frac{V}{t+t'} \xrightarrow[\text{escolha de t}]{} Q_{max}$$

Sugestões?

Problema 2

NOVA SCHOOL OF SCIENCE & TECHNOLOGY

Plate and frame press filter

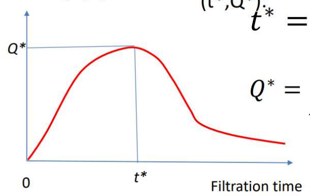
$$Q = \frac{V}{t + t'}$$

Problem: Demonstrate that there is a maximum flowrate opearation point (t*,Q*):

$$t^* = t'$$

$$Q^* = \sqrt{\frac{A^2(-\Delta P)}{2r\mu v t'}}$$

- Incompressible cake
- Negligible filter resistance (L=0)
- $(-\Delta P)$=constant



Conclusion: The filtration time should be set equal to the stop time t'; in this way the filtrate flowrate is maximised

Problema 2

NOVA SCHOOL OF SCIENCE & TECHNOLOGY

Case 1. Incompressible filtration: $(-\Delta P)$ =constant

$$\frac{dV}{dt} = \frac{A^2(-\Delta P)}{r\mu v V}$$ General filtration Eq. For incompressible cake

If the filtration equipment operates at constant $(-\Delta P)$

$$\int_0^V V\,dV = \frac{A^2(-\Delta P)}{r\mu v}\int_0^t dt$$

$$\boxed{\frac{V^2}{2} = \frac{A^2(-\Delta P)}{r\mu v}t}$$

Question: is the the filtrate flowrate $\frac{dV}{dt}$ = constant ?

Vejamos o que significa o ciclo ótimo de filtração…

Sabendo que

$$\frac{1}{A}\frac{dV}{dt} = \frac{(-\Delta P)}{r\mu l} \qquad v = \frac{Al}{V} \Rightarrow l = \frac{vV}{A}$$

então, se o filtro opera a pressão constante,

$$\frac{dV}{dt} = \frac{A^2(-\Delta P)}{r\mu v V} \Rightarrow \int_0^V V\,dV = \frac{A^2(-\Delta P)}{r\mu v}\int_0^t dt$$

$$\boxed{\frac{V^2}{2} = \frac{A^2(-\Delta P)}{r\mu v}t}$$

Notar que no nosso problema não conhecemos a área de filtração A!

Pergunta: Se a espessura ótima do bolo se obtém quando o fluxo de filtração é máximo, então como a calculamos?

Vejamos o que significa o ciclo ótimo de filtração…

Se $\boxed{\frac{V^2}{2} = \frac{A^2(-\Delta P)}{r\mu v}t}$ $\rightarrow$ $V = Kt^{0.5}$, com $K = \left[\frac{2A^2(-\Delta P)}{r\mu v}\right]^{0.5}$, então

$$Q = \frac{V}{t+t'} = \frac{Kt^{0.5}}{t+t'}$$

$y = u^n$ $\qquad y' = nu^{n-1}u'$

$y = u/v$ $\qquad y' = \frac{u'v - v'u}{v^2}$

$$\frac{dQ}{dt} = 0 \Rightarrow 0.5\cancel{K}t^{-0.5}(t+t') - \cancel{K}t^{0.5} = 0$$

$$\Rightarrow 0.5(t+t') = t^{0.5+0.5}$$

$$\Rightarrow 0.5t = 0.5t'$$

$$\Rightarrow t = t'$$

Ciclo ótimo de filtração

Q_{max} obtém-se quando $t = t'$

No nosso problema 2 vem:

$t = t' = 15\text{ min} = 900s$

Problema 2

Pergunta: Se espessura ótima do bolo se obtém quando o fluxo de filtração é máximo, então como a calculamos?

$$\boxed{\frac{V^2}{2} = \frac{A^2(-\Delta P)}{r\mu v}t}$$

Notar que no nosso problema não conhecemos … a área de filtração A e o volume de filtrado V!

Mas …

$$\left(\frac{V}{A}\right)^2 = \frac{2(-\Delta P)t}{r\mu v} = \frac{2(1000-101.3)10^3 \times 900}{3.185 \times 10^{13} \times 10^{-3} \times 0.0568} = 0.894 \text{ m}^2$$

$$\frac{V}{A} = 0.945 \text{ m} \qquad l = \frac{vV}{A}$$

$$= 0.0568 \times 0.945$$
$$= 0.05371 \text{ m}$$

Espessura ótima de bolo no filtro prensa

$2l = 107$ mm

Problema 2 (cont.)

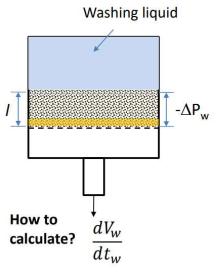
Filtra-se uma polpa, que contém 100 kg de cré (densidade 3000 kg/m^3) por m^3 de água, num filtro prensa de placas e caixilhos, que leva 15 min a desmontar, limpar e voltar a montar. Se o bolo de filtração for incompressível e tiver uma porosidade de 0.4, qual é a espessura óptima de bolo para uma pressão de filtração de 1000 kN/m^2?
Se o bolo for lavado a 550.65 kN/m^2 e se o volume total de água de lavagem empregue for um quarto do filtrado, de que modo é afectada a espessura óptima do bolo?
Desprezar a resistência do meio filtrante e considerar a viscosidade da água igual a 1 cP. Num ensaio, uma pressão de 165 kN/m^2 produziu um caudal de água de 0.02 cm^3/s através de um centímetro cúbico de bolo (A=1 cm^2 e l=1 cm) de filtração.

Pergunta:
Que efeito tem a lavagem na espessura ótima do bolo?

NOVA SCHOOL OF SCIENCE & TECHNOLOGY

Problema 2

Cake washing



How to calculate? $\frac{dV_w}{dt_w}$

V_w - Volume of spent washing liquid, m^3

t_w - Duration of washing, s

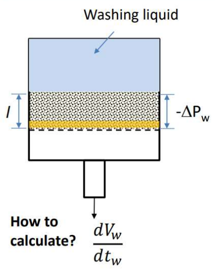
- Cake washing is sometimes needed to remove impurities from the cake
- Cake washing starts after the end of filtration
- The cake length stays unchanged (i.e. *l* is the cake length obtained in the end of filtration)

Question: how to determine the washing flowrate?

$$\frac{dV_w}{dt_w} = \frac{A(-\Delta P_w)}{r\mu(l+L)} = \text{constante}$$

Length of cake obtained in the end of filtration

Cake washing flowrate



How to calculate? $\frac{dV_w}{dt_w}$

V_w - Volume of spent washing liquid, m^3

t_w - Duration of washing, s

$$\frac{dV_w}{dt_w} = \frac{A(-\Delta P)}{r\mu(l+L)} \times \frac{(-\Delta P_w)}{(-\Delta P)}$$

$$\frac{dV_w}{dt_w} = \left.\frac{dV}{dt}\right|_t \times \frac{(-\Delta P_w)}{(-\Delta P)}$$

Washing flowrate

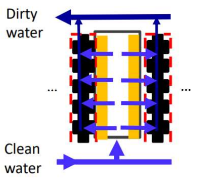
Filtration flowrate In the end of filtration

NOVA SCHOOL OF SCIENCE & TECHNOLOGY

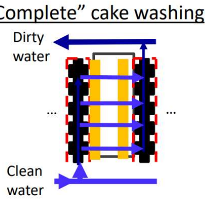
Problema 2

Plate and frame press filter

"Simple" cake washing



"Complete" cake washing

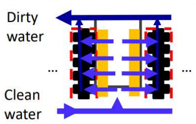


- Washing fluid enters into the frame
- Cake erosion at the entry point
- Prefreable flow channel close to the entry point
- Nonuniform washing

- Washing fluid enters into the plate
- Uniform flow distribution along frame surface
- Minimal cake erosion; facilitates detachment of cake from frame surface
- Uniform cake washing

Plate and frame press filter

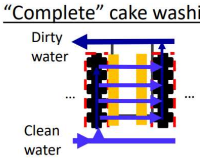
"Simple" cake washing



$$\frac{dV_w}{dt_w} = \frac{A(-\Delta P_w)}{r\mu(l+L)}$$

$$\Rightarrow \frac{dV_w}{dt_w} = \frac{(-\Delta P_w)}{(-\Delta P)}\left.\frac{dV}{dt}\right|_t$$

"Complete" cake washing



$$\frac{dV_w}{dt_w} = \frac{A/2(-\Delta P_w)}{r\mu(l+L)\times 2}$$

$$\Rightarrow \frac{dV_w}{dt_w} = \frac{1}{4}\frac{(-\Delta P_w)}{(-\Delta P)}\left.\frac{dV}{dt}\right|_t$$

∴ "Complete" washing flowrate 4x slower

Problema 2

Na operação de lavagem completa $\frac{dV_w}{dt_w} = \frac{1}{4}\frac{A(-\Delta P_w)}{r\mu l}$ e no final da filtração $\left.\frac{dV}{dt}\right|_{t_{\text{final}}} = \frac{A(-\Delta P)}{r\mu l}$

logo

$(-\Delta P_w) = 550.65 - 101.3 = 449.35\ \text{kN/m}^2$

$(-\Delta P) = 1000 - 101.3 = 898.7\ \text{kN/m}^2$

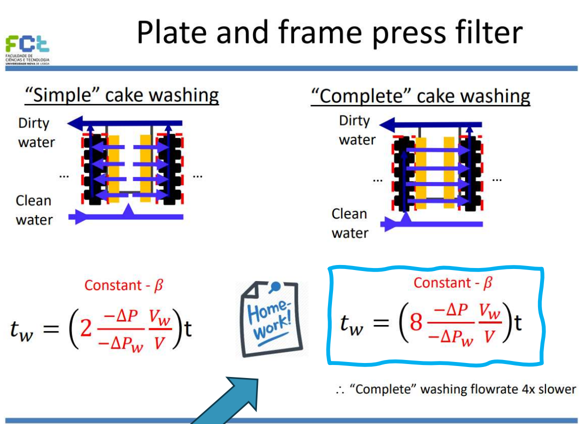
$$\frac{dV_w}{dt_w} = \frac{1}{4}\frac{(-\Delta P_w)}{(-\Delta P)}\frac{A(-\Delta P)}{r\mu l} \Rightarrow \frac{dV_w}{dt_w} = \frac{1}{4}\frac{(-\Delta P_w)}{(-\Delta P)}\left.\frac{dV}{dt}\right|_{t_{\text{final}}}$$

$$\Rightarrow \frac{dV_w}{dt_w} = \frac{1}{4}\frac{449.35}{898.7}\left.\frac{dV}{dt}\right|_{t_{\text{final}}} \Rightarrow \frac{dV_w}{dt_w} = 0.125\left.\frac{dV}{dt}\right|_{t_{\text{final}}} = \text{constante}$$

$$\Rightarrow \frac{V_w}{t_w} = \frac{1}{8}\frac{A(-\Delta P)}{r\mu l} \quad \text{e} \quad v = \frac{Al}{V} \Rightarrow l = \frac{vV}{A}$$

$$\Rightarrow \frac{V_w}{t_w} = \frac{1}{8}\frac{A^2(-\Delta P)}{r\mu v V}$$

Problema 2



antes de resolver o problema 2, vamos deduzir…

NOVA SCHOOL OF SCIENCE & TECHNOLOGY

Dedução de t_w

$$v = \frac{Al}{V} \Rightarrow l = \frac{vV}{A}$$

Plate and frame press filter

"Simple" cake washing

"Complete" cake washing

Constant - β

$t_w = \left(2 \frac{-\Delta P}{-\Delta P_w} \frac{V_w}{V}\right) t$

Home-work!

Constant - β

$\boxed{t_w = \left(8 \frac{-\Delta P}{-\Delta P_w} \frac{V_w}{V}\right) t}$

∴ "Complete" washing flowrate 4x slower

$$\left.\frac{dV}{dt}\right|_{t_{final}} = \frac{A(-\Delta P)}{r\mu l}$$

$$\frac{dV_w}{dt_w} = \frac{1}{4}\frac{(-\Delta P_w)}{(-\Delta P)}\left.\frac{dV}{dt}\right|_{t_{final}} = \frac{1}{4}\frac{(-\Delta P_w)}{(-\Delta P)}\frac{A^2(-\Delta P)}{r\mu v V} = \text{constante}$$

$$\boxed{\frac{V^2}{2} = \frac{A^2(-\Delta P)}{r\mu v}t}$$

$$\frac{V_w}{t_w} = \frac{1}{4}\frac{(-\Delta P_w)}{(-\Delta P)}\frac{V^2}{2tV} = \frac{1}{8}\frac{(-\Delta P_w)}{(-\Delta P)}\frac{V}{t}$$

$$t_w = 8\frac{V_w}{V}\frac{(-\Delta P)}{(-\Delta P_w)}t$$

NOVA SCHOOL OF SCIENCE & TECHNOLOGY

Voltando ao Problema 2…

No nosso problema, como

$$V_w = \frac{V}{4} \quad \text{e} \quad \frac{V_w}{t_w} = \frac{1}{8}\frac{A^2(-\Delta P)}{r\mu v V} \quad \Rightarrow \quad V_w^2 = \frac{1}{32}\frac{A^2(-\Delta P)}{r\mu v}t_w$$

Considerando $\boxed{\frac{V^2}{2} = \frac{A^2(-\Delta P)}{r\mu v}t}$, vem

$$\frac{(4V_w)^2}{2} = \frac{A^2(-\Delta P)}{r\mu v}t \quad \Rightarrow \quad {V_w}^2 = \frac{1}{8}\frac{A^2(-\Delta P)}{r\mu v}t$$

e logo

$$\frac{1}{32}\cancel{\frac{A^2(-\Delta P)}{r\mu v}}t_w = \frac{1}{8}\cancel{\frac{A^2(-\Delta P)}{r\mu v}}t \quad \Rightarrow \quad t_w = 4t$$

$$t_{ciclo} = t + t_w + t_{paragem} = 5t + 900 \text{ s}$$

NOVA SCHOOL OF SCIENCE & TECHNOLOGY

Problema 2

Como $Q = \dfrac{V}{t_{ciclo}}$ e $V = Kt^{0.5}$, com $K = \left[\dfrac{2A^2(-\Delta P)}{r\mu v}\right]^{0.5}$, vem $Q = \dfrac{Kt^{0.5}}{900 + 5t}$ e

$$\frac{dQ}{dt} = 0 \quad \Rightarrow \quad 0.5Kt^{-0.5}(900 + 5t) - 5Kt^{0.5} = 0$$

$$\Rightarrow \quad 0.5(900 + 5t) = 5t^{0.5+0.5}$$

$$\Rightarrow \quad t = 180 \text{ s}$$

Finalmente $\left(\dfrac{V}{A}\right)^2 = \dfrac{2(-\Delta P)t}{r\mu v} = \dfrac{2 \times 898.7 \times 10^3 \times 180}{3.185 \times 10^{13} \times 10^{-3} \times 0.0568} = 0.1788 \text{ m}^2$

$\dfrac{V}{A} = 0.4228 \text{ m}$

$l = \dfrac{vV}{A}$
$= 0.0568 \times 0.4228$
$= 0.024 \text{ m}$

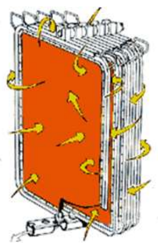
Espessura bolo no filtro prensa

$2l = 48 \text{ mm}$

NOVA SCHOOL OF SCIENCE & TECHNOLOGY

Problema 4

Na filtração de uma certa lama num filtro prensa de pratos e caixilhos, o período inicial efectua-se a caudal constante com a bomba de alimentação à capacidade máxima até que a pressão atinge 400 kN/m^2. Mantém-se depois a pressão neste último valor durante o resto da filtração.
O funcionamento a caudal constante demora 15 minutos e obtém-se um terço da totalidade de filtrado durante este período.



Desprezando a resistência do meio filtrante, determine:
(a) o tempo total de filtração; e o tempo de ciclo de filtração se o tempo para remover o bolo e voltar a montar a prensa for de 20 minutos;
(b) o tempo de ciclo de filtração com a bomba existente para a máxima capacidade diária, se o tempo para remover o bolo e voltar a montar a prensa for de 20 minutos. Não se lava o bolo.

NOVA SCHOOL OF SCIENCE & TECHNOLOGY

Problema 4

Na filtração de uma certa lama num filtro prensa de pratos e caixilhos, o período inicial efectua-se a caudal constante com a bomba de alimentação à capacidade máxima até que a pressão atinge 400 kN/m^2. Mantém-se depois a pressão neste último valor durante o resto da filtração. O funcionamento a caudal constante demora 15 minutos e obtém-se um terço da totalidade de filtrado durante este período. Desprezando a resistência do meio filtrante, determine:
(a) o tempo total de filtração; e o tempo de ciclo de filtração se o tempo para remover o bolo e voltar a montar a prensa for de 20 minutos.

Como $\boxed{\dfrac{V^2}{2} = \dfrac{A^2(-\Delta P)}{r\mu v}t}$, então $V^2 - V_1^2 = \dfrac{2A^2(-\Delta P)}{r\mu v}(t - t_1)$

Após a filtração durante t_1 a caudal constante e volume V_1 obtido, segue-se o período t - t_1 a pressão constante e com volume total filtrado V

assumindo bolo incompressível e sem resistência do meio filtrante.

NOVA SCHOOL OF SCIENCE & TECHNOLOGY

Problema 4

A) Para o período inicial (1) a caudal constante,

FCT

Case 2. Incompressible filtration: $flowrate = dV/dt$ = constant

$$\frac{dV}{dt} = \frac{A^2(-\Delta P)}{r\mu v V}$$ General filtration Eq. For incompressible cake

If the flowrate is contant then $\frac{dV}{dt} = \frac{V}{t} = constant$

$$\frac{V}{t} = \frac{A^2(-\Delta P)}{r\mu v}$$

$$\boxed{V^2 = \frac{A^2(-\Delta P)}{r\mu v}t}$$

$$\frac{dV}{dt} = \frac{V}{t} = constante$$

$$V_1^2 = \frac{A^2(-\Delta P)}{r\mu v}t_1 \Rightarrow t_1 = \frac{r\mu v}{A^2(-\Delta P)}V_1^2 = 15 \times 60$$

$$\frac{r\mu v}{A^2(-\Delta P)} = \frac{900}{V_1^2}$$

NOVA SCHOOL OF SCIENCE & TECHNOLOGY

Problema 4

B) Para o período (2) a pressão constante, não há lavagem e $\begin{cases} V_1 = V/3 \rightarrow V = 3V_1 \\ t - t_1 \end{cases}$, donde de A) e B) vem

Case 1. Incompressible filtration: $(-\Delta P)$ =constant

$$\frac{dV}{dt} = \frac{A^2(-\Delta P)}{r\mu v V}$$ General filtration Eq. For incompressible cake

If the filtration equipment operates at constant $(-\Delta P)$

$$\int_0^V V dV = \frac{A^2(-\Delta P)}{r\mu v}\int_0^t dt$$

$$\boxed{\frac{V^2}{2} = \frac{A^2(-\Delta P)}{r\mu v}t}$$

$$V^2 - V_1^2 = \frac{2A^2(-\Delta P)}{r\mu v}(t - t_1)$$

$$(3V_1)^2 - V_1^2 = \underbrace{\frac{2A^2(-\Delta P)}{r\mu v}}_{=\frac{2V_1^2}{900}}(t - t_1) \Rightarrow 8V_1^2 = \frac{2V_1^2}{900}(t - t_1)$$

$$\frac{r\mu v}{A^2(-\Delta P)} = \frac{900}{V_1^2}$$

$$\Rightarrow (t - t_1) = 900 \times 4 = 3600 \text{ s}$$

Tempo total de filtração $= 900 + 3600 = 4500$ s

Tempo total de ciclo $= 4500 + 20 \times 60 = 5700$ s

NOVA SCHOOL OF SCIENCE & TECHNOLOGY

Problema 4

Na filtração de uma certa lama num filtro prensa de pratos e caixilhos, o período inicial efectua-se a caudal constante com a bomba de alimentação à capacidade máxima até que a pressão atinge 400 kN/m^2. Mantém-se depois a pressão neste último valor durante o resto da filtração. O funcionamento a caudal constante demora 15 minutos e obtém-se um terço da totalidade de filtrado durante este período. Desprezando a resistência do meio filtrante, determine:

(b) o tempo de ciclo de filtração com a bomba existente para a máxima capacidade diária, se o tempo para remover o bolo e voltar a montar a prensa for de 20 minutos. Não se lava o bolo.

No período de caudal constante, $V_1^2 = \frac{A^2(-\Delta P)}{r\mu v}t_1 \Rightarrow t_1 = \underbrace{\frac{r\mu v}{A^2(-\Delta P)}}_{1/K}V_1^2 \Rightarrow \boxed{t_1 = \frac{V_1^2}{K}}$

No período de pressão constante, $t - t_1 = \frac{r\mu v}{2A^2(-\Delta P)}(V^2 - V_1^2) = \frac{V^2 - V_1^2}{2K}$

$$\Rightarrow t = \frac{V^2 - V_1^2}{2K} + t_1 = \frac{V^2 - V_1^2}{2K} + \frac{V_1^2}{K} = \frac{V^2 + V_1^2}{2K}$$

NOVA SCHOOL OF SCIENCE & TECHNOLOGY

Problema 4

Como ⇒ $t = \frac{V^2 + V_1^2}{2K}$, o caudal de filtração vem $Q = \frac{V}{t + t_d} = \frac{2KV}{V^2 + V_1^2 + 2Kt_d}$

Para o caudal máximo de filtração,

$$\frac{dQ}{dV} = 0 \quad \Rightarrow \quad \frac{2K\left(V^2 + V_1^2 + 2Kt_d\right) - 2V \times 2KV}{(V^2 + V_1^2 + 2Kt_d)^2} = 0$$

$$\Rightarrow \quad V^2 + V_1^2 + 2Kt_d - 2V^2 = 0$$

$$\left\{ \begin{array}{l} K = \frac{A^2(-\Delta P)}{r\mu v} \\ V^2 - V_1^2 = \frac{2A^2(-\Delta P)}{r\mu v}(t - t_1) \end{array} \right.$$

$$\Rightarrow \quad t_d = \frac{V^2 - V_1^2}{2K} = t - t_1 \quad \Rightarrow \quad 20 \times 60 = t - 900$$

Filtração durante t_1 a caudal constante e volume V_1 obtido, seguido de período t - t_1 a pressão constante e com volume total filtrado V

$$\Rightarrow \quad t = 2100 \text{ s}$$

Tempo de ciclo $= 2100 + 20 \times 60 = 3300 \text{ s} = 55 \text{ min}$

87