# title here

# Felipe B. Pinto 61387 - MIEQB

# 13 de outubro de 2022

# Conteúdo

Ι	Aula	2	III	9
De	f 1 Sistema	2	1 Máquina Térmica (MT) .	9
1	Processos	2	Def 1 Ciclo de Carnot	9
2	Propríedades	2	2 Eficiencia	10
3	Leis da Termodinâmica	2	Questão 1	10
4		3	3 Entropia de um gás perfeito	13
Qu	iestão 1	3	IV Aula	14
II	Anotações	4	1 Equação de Gibbs	14
1	Gás Perfeito	4	Def 1 Poténcial Químico	14
Qu	$\mathrm{est}  ilde{\mathrm{a}} \mathrm{o} \ 1 - 1 \qquad \ldots \qquad \ldots$	4	Exemplo 1	16
2	Entalpia nos gáses perfeitos	7	2 Equação de Clapeyrom	16
3		7	3	17
Qu	$     \text{test} \tilde{\text{ao}} 1-2  \dots \dots $	8	4	17

### I – Aula

#### Def 1 Sistema

Objeto de estudo que pode interagir com a vizinhança

- Aberto: Tora massa e energia com a vizinhança
- Fexado: Troca energia com a vizinhança
- Isolado: Não interage com a vizinhança

### 1 Processos

• T constante: Isotérmicos

• P constante: Isobáricos

• V constante: Isocóricos

Adiabáticos: Não ha troca de calor com a vizinhaça

# 2 Propriedades

- Extensivas: dependem da extenção (volume, massa, tamanho)
- Intensívas: não dependem da extençao (preção ou propriedades Ext. dividida por massa ou N de mol)

### 3 Leis da Termodinâmica

1. Concervação de Energia

### 3.1 Concervação de Energia

$$\Delta E + \Delta E_{viz} = 0$$

4

- q>0 Sistema recebe Q da viz
- q > 0 Sistema cede Q da viz
- w < 0 W realizado sobre vizinhança
- w > 0 W realizado sobr<u>e Sistema</u>

# Questão 1

trabalho expansivo

$$w = -\int P_{ext} \, \delta v = -\int \frac{n RT}{V} \, \delta v = -n RT \int \frac{\delta v}{V} = -n RT \ln \frac{V_f}{V_i} = -n RT \ln \frac{2V_i}{V_i} = 1 \operatorname{mod}$$

# II – Anotações

### 1 Gás Perfeito

$$P\,V=n\,R\,T \ U=U_{(T)}$$

# Questão 1-1

 $1\,\mathrm{mol}$  de um gás perfeito, inicialmente a 25 °C e 1 bar, sofre uma expansão. No estado final,  $T=25\,\mathrm{^{\circ}C}$  e  $P=0.5\,\mathrm{bar}.$ 

## Q1-1a

Calcule o trabalho de expansão posto em jogo quando o processo se dá seguindo dois percursos diferentes:

(i)

Processo reversível a T constante

$$|w| = 1718 \,\mathrm{J}$$

$$Q - W = Q - 1718 J = \Delta U = 0 \implies Q = 1718 J$$

(ii)

processo irreversível, mediante alívio súbito da pressão exterior para 0.5 bar, seguida de expansão do gás contra essa pressão.

$$|w| = 1240 \,\mathrm{J}$$

$$Q - W = Q - 1240 J = \Delta U = 0 \implies Q = 1240 J$$

## Q1-1 c)

Calcule  $\Delta U$  e Q para as alineas a.I e a.II.

$$\Delta U = Q + W = Q_v - \int P_{ext} \, \mathrm{d}v = Q_v$$

### Q1-1 d)

Deduza as expressões para  $\Delta U$ e $\Delta H$ associados a cada um dos passos do percurso a.II

$$\Delta U = Q + W = Q_p - \int P_{ext} \, dv = Q_p - P \, \Delta v$$

$$H \equiv U + P \, V \implies$$

$$\implies \Delta H = \Delta U + \Delta (P \, V) = \Delta U + (P_2 \, V_2 - P_1 \, V_1) = \Delta U + P \, \Delta V = Q_p$$

$$\Delta U_{1\to 3} = Q_V = \int_1^3 n \, C_V \, dT = n \, C_V \int_1^3 dT = n \, C_V (T_3 - T_1)$$

$$\Delta U_{3\to 2} = Q_p = \int_3^2 n \, C_p \, dT = n \, C_p \int_3^2 dT = n \, C_p (T_2 - T_3)$$

$$\implies \Delta U_{1\to 2} = \Delta U_{1\to 3} + \Delta U_{3\to 2} = n \, C_V (T_3 - T_1) + n \, C_p (T_2 - T_3)$$

**Nota:** Apenas para gases perfeitos ( $C_V$  e  $C_p$  constantes)

# 2 Entalpia nos gáses perfeitos

 $H \equiv U + P V = U + n R T = H_{(T)}$ 

(i)

 $C_p = C_V + R$ 

 $dH = n C_p dT = dU + dn R T = n C_V dT + n R dT \implies$   $\implies C_p = C_V + R$ 

(ii)

 $p V^{\gamma} = cte$ 

3

$$Q_V = \Delta U = \int n\, C_V \; \mathrm{d}T$$

$$Q_p = \Delta H = \int n\, C_p \; \mathrm{d}T$$

# Questão 1-2

Um mol de um gás perfeito, inicialmente à pressão de 8 bar e à temperatura de 140 °C, é expandido adiabaticamente contra a atmosfera, até se estabelecer o equilíbrio de pressões. Tome  $C_v = 5/2 R$  para o gás e calcule  $\Delta U$  e  $\Delta H$  para a tranformação.

#### (i) $\Delta U$

$$\Delta U_{(8\to 1) \text{ bar}} = Q + W = W = \int n C_V dT = \int n (C_p + R) dT =$$

$$= n \frac{5R}{2} \Delta T = 1 * 2.5 * 8.314 (T_f - (140 + 274.15))$$

$$\Delta H_{(8\to 1) \text{ bar}} = \int n C_p dT = n \int (C_v - R) dT =$$

$$= n (C_v + R) \Delta T = 1 * 3.5 * 8.314 (T_f - (140 + 274.15))$$

$$w = -\int P_{ext} dV = -P_{ext} \int dV = -P_{ext} \Delta V = -P_{ext} (V_f - V_i) =$$

$$= -P_{ext} \left( \frac{nRT_f}{P_f} - \frac{nRT_i}{P_i} \right) =$$

$$= -1.01 \text{ E 5} \left( (1 * 0.08314) \left( \frac{T_f}{1.01} - \frac{140 + 274.15}{8} \right) \right) 10^{-3} =$$

$$= -1.01 \text{ E 2} \left( (1 * 0.08314) \left( \frac{T_f}{1.01} - \frac{140 + 274.15}{8} \right) \right) = \Delta U$$

III -

# 1 Máquina Térmica (MT)

## 1.1 Gás perfeito em MT

$$-w = Q_q + Q_f$$

$$\Delta Q = 0 = Q_q + W + Q_f + w \cong Q_q + W + Q_f \implies -w = Q_q + Q_f$$

## Def 1 Ciclo de Carnot

- 2 Isotérmicas
- 2 Adiabaticas

$$0=\ointrac{\mathrm{d}q}{T}+0$$

$$\Delta U = Q + W \implies dU = dq + dW = dq - P_{ext} dV = dq - p dV \land$$

$$\wedge p = \frac{nRT}{V} \implies \frac{du}{T} = \frac{dq}{T} - \frac{nR}{V} dV \implies \oint \frac{du}{T} = \oint \frac{dq}{T} - \oint \frac{nR}{V} dV$$

### 2 Eficiencia

$$e=1-rac{T_f}{T_q}$$

$$e = -w/Q_q = \frac{Q_q + Q_t}{Q_q} = 1 + \frac{Q_t}{Q_q}$$

$$\Delta U = Q + W \implies dU = dq + dW = dq - P_{ext} dV = dq - p dV \wedge$$

$$\wedge p = \frac{nRT}{V} \implies \frac{du}{T} = \frac{dq}{T} - \frac{nR}{V} dV \implies 0 = \oint \frac{du}{T} =$$

$$= \oint \frac{dq}{T} - \oint \frac{nR}{V} dV = \oint \frac{dq}{T} = \int_{1}^{2} \frac{dq}{T} + \int_{2}^{3} \frac{dq}{T} + \int_{3}^{4} \frac{dq}{T} + \int_{4}^{1} \frac{dq}{T} =$$

$$= \int_{1}^{2} \frac{dq}{T} + \int_{3}^{4} \frac{dq}{T} = \frac{Q_{q}}{T_{q}} + \frac{Q_{f}}{T_{f}} \implies \frac{Q_{f}}{Q_{q}} = -\frac{T_{f}}{T_{q}}$$

$$\therefore e = 1 - \frac{T_f}{T_g}$$

# Questão 1

Um recipiente de  $0.5\,\mathrm{m}^3$  contém  $2\,\mathrm{mol}$  de um gás perfeito a  $300\,\mathrm{K}$ . Imagine que o gás sofre uma expanção até ocupar um volume total de  $5.0\,\mathrm{m}^3$ .

### Q1.1)

Calcule  $\Delta U, Q, W, \Delta S$  e  $\Delta S_{tot}$  envolvidos ba expanção, na situação em que a mesma é realizada reversivelmente a T envolvidos na expanção, na situação em que a mesma é realizada reversivelmente a T constante.

$$\Delta U = Q + W = 0 \implies Q = -W = \int P_{Ext} \, dv = \int P \, dv = \int \frac{nRT}{V} \, dv =$$

$$= nRT \int \frac{dV}{V} = nRT \ln \frac{V_2}{V_1} = 2 * 8.314 * 300 * \ln \frac{5}{0.5} \, J \cong -11.49 \, E3 \, J$$

#### (i) Entropia ( $\Delta S$ )

$$\Delta S = \int dS = \int \frac{dq_{rev}}{T} = T^{-1} \int dq = \frac{Q}{T} \cong \frac{11.49 \,\mathrm{E3}\,\mathrm{J}}{300 \,\mathrm{K}} \cong 38.29 \,\mathrm{J}\,\mathrm{K}^{-1}$$

### Q1.2)

Calcule os valores de  $\Delta U, Q, W, \Delta S$  e  $\Delta S_{total}$  quando o gás vai do mesmo estado inicial ao mesmo estado final irreversivelmente, da forma lustrada na figura nesse caso o gás expande por remoção súbita de uma parede móvel que o separa de um recipiente de  $4.5\,\mathrm{m}^3$  sob vácuo

#### (i) Energia intérna

$$\Delta U = 0$$

**Nota:** Etado incial = a final, por manter mesma temperatura não varia a energia interna

#### (ii) Trabalho e Calor

$$Q=-W=\int P_{ext}\;\mathrm{d}V=0$$

### (iii) Entalpia $\Delta S$

A variação de entalpia é igual ao valor anterior. sistema começa e acaba no mesmo estado a

$$\Delta S \cong 38.29 \,\mathrm{J}\,\mathrm{K}^{-1} \,\mathrm{J}\,\mathrm{K}^{-1}$$

$$\Delta S_{viz} = 0$$

$$\Delta S_{tot} = \Delta S + \Delta S_{viz} \cong 38.29 \,\mathrm{J}\,\mathrm{K}^{-1} \,\mathrm{J}\,\mathrm{K}^{-1}$$

# 3 Entropia de um gás perfeito

$$egin{aligned} \Delta S &= \int n \, rac{C_v}{T} \; \mathrm{d}T + n \, R \, \ln rac{V_2}{V_1} = \ &= \int n \, rac{C_p}{T} \; \mathrm{d}T + n \, R \, \ln rac{P_1}{P_2} \end{aligned}$$

$$dU = n C_v dT = dq + dw = dq + P_{ext} dV = dq + p dV = dq + \frac{n R T}{V} dV \implies$$

$$\implies \int \frac{dq}{T} = \int \frac{n C_V}{T} dT + \int \frac{n R}{V} dV$$

#### IV - Aula

# 1 Equação de Gibbs

$$\mathrm{d}G = -S\,\mathrm{d}T + -V\,\mathrm{d}P$$
  $\mathrm{d}G = \left(rac{\partial G}{\partial T}
ight)_P \mathrm{d}T \qquad \mathrm{d}G = \left(rac{\partial G}{\partial P}
ight)_T \mathrm{d}P$ 

Condições Sistema fechado com apenas trabalho expansivo.

Para dar conta da variação do # mols em um sistema fechado é necessário ocorrer uma reação química com troca de massa.

# Def 1 Poténcial Químico

$$\mu_i = \left(rac{\partial G}{\partial n_i}
ight)_{T,P,n_j}$$

- n: Numero de mols de todas as espécies
- $n_i$ : Numero de mols de uma espécie
- $n_i$ : Numero de mols de todas as espécies exceto  $n_i$

### 1.1 Extenção das equações de Gibbs

$$\begin{split} \mathrm{d}G &= \left(\frac{\partial G}{\partial T}\right)_{P,n} \, \mathrm{d}T + \left(\frac{\partial G}{\partial P}\right)_{T,n} \, \mathrm{d}P + \sum_{i} \left(\frac{\partial G}{\partial n}\right)_{n_{j},P,T} \, \mathrm{d}n_{i} = \\ &= \left(\frac{\partial G}{\partial T}\right)_{P,n} \, \mathrm{d}T + \left(\frac{\partial G}{\partial P}\right)_{T,n} \, \mathrm{d}P + \sum_{i} \mu_{i} \, \mathrm{d}n_{i} = \\ &= \left(\frac{\partial G}{\partial T}\right)_{P} \, \mathrm{d}T \, \mathrm{d}n + \left(\frac{\partial G}{\partial P}\right)_{T} \, \mathrm{d}P \, \mathrm{d}n + \sum_{\alpha} \sum_{i} \mu_{i,\alpha} \, \mathrm{d}n_{i,\alpha} \\ &: n_{j} = n \backslash \{n_{i}\} \end{split}$$

- n: Numero de mols de todas as espécies
- $n_i$ : Numero de mols de uma espécie
- $n_i$ : Numero de mols de todas as espécies exceto  $n_i$
- i: Elemento
- $\alpha$ : Fase (sólida, liquida...)

Temperatura Regula o estabelecimento do equilíbrio Térimico

Pressão Regula o estabelecimento do equilíbrio Mecânico

Portêncial Químico Regula o estabelecimento do equilíbrio Mássico

# Exemplo 1

Fluido em dois estádos físicos com o primeiro mudando para o segundo

$$0 > dG = \mu_{\alpha} dn_{\alpha} + \mu_{\beta} dn_{\beta} = -\mu_{\alpha} dn + \mu_{\beta} dn = (\mu_{\beta} - \mu_{\alpha}) dn \implies \mu_{\beta} < \mu_{\alpha}$$
no equilíbrio

$$\mathrm{d}G=0 \implies \mu_{eta}<\mu_{lpha}$$

# 2 Equação de Clapeyrom

$$rac{\mathrm{d}P}{\mathrm{d}T} = rac{\Delta S_m}{\Delta V_m}$$

$$\mu_{1,\alpha} = \mu_{1,\beta} \wedge \mu_{2,\alpha} = \mu_{2,\beta} \implies d\mu_{\alpha} = d\mu_{\beta} \implies$$

$$\implies dG_{m,\alpha} = dG_{m,\beta} \wedge G = m G_m \implies$$

$$\implies m dG_m + G_m dm = -S o d i f T + V dP + \mu dm \implies$$

$$\implies dG_m \wedge -S_m dT + V_m dP \implies$$

$$\implies -S_{m,\alpha} dT + V_{m,\alpha} dP = -S_{m,\beta} dT + V_{m,\beta} dP \implies$$

$$\implies (S_{m,\alpha} - S_{m,\beta}) dT = (V_{m,\alpha} - V_{m,\beta}) dP \implies$$

$$\implies \frac{dP}{dT} = \frac{\Delta S_m}{\Delta V_m}$$

3

$$\ln P_2 = \ln P_1 + rac{\Delta H_{vap}}{R} \, \left( T_2^{-1} - T_1^{-1} 
ight)$$

$$\Delta V_{vap} = V_{m,g} - V_{m,l} \approx V_{m,g} \approx \frac{RT}{P} \implies$$

$$\Rightarrow \frac{dP}{dT} = \frac{\Delta}{RT/P} \implies$$

$$\Rightarrow \frac{dP}{P} = \frac{\Delta H_{vap}}{RT} dT \implies$$

$$\Rightarrow \int d\ln P = \ln P_2 - \ln P_1 =$$

$$= \int \frac{\Delta H_{vap}}{R} \frac{dT}{T^2} = \frac{\Delta H_{vap}}{R} \int \frac{dT}{T^2} = \frac{\Delta H_{vap}}{R} \left(T_2^{-1} - T_1^{-1}\right) \implies$$

$$\Rightarrow \ln P_2 = \ln P_1 + \frac{\Delta H_{vap}}{R} \left(T_2^{-1} - T_1^{-1}\right)$$

4

Fusão

$$\frac{\mathrm{d}P}{\mathrm{d}T} = \frac{\Delta H_{Vap}}{T \ \Delta V_m} \implies \int \mathrm{d}P = \Delta P = \int \frac{\Delta H_{vap}}{\Delta V_m} \frac{\mathrm{d}T}{T} \cong \frac{\Delta H_{vap}}{\Delta V_m} \ln \frac{T_2}{T_1}$$