

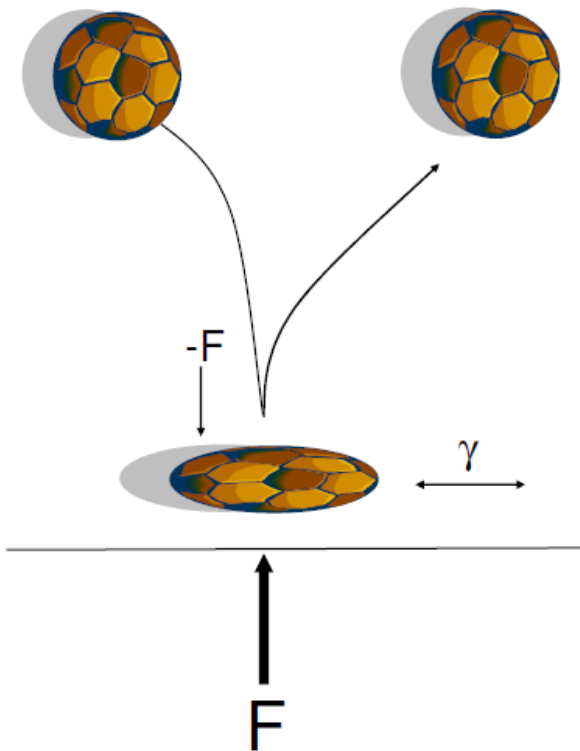
# Ciência dos Materiais A

Ana Rita C. Duarte

[aduarte@fct.unl.pt](mailto:aduarte@fct.unl.pt)

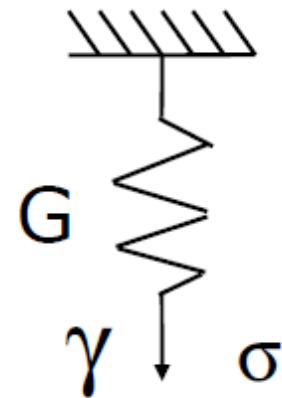
# Elasticidade

A tensão aplicada e a deformação resultante são proporcionais e independentes da velocidade de deformação.



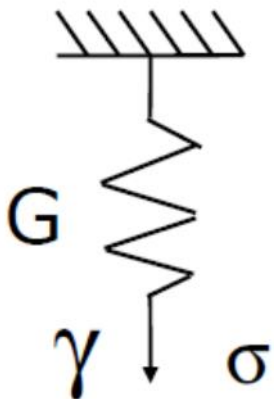
Sólidos elásticos

Lei de Hooke



Modelo da mola

## Elasticidade



### Lei de Hooke

$$\sigma = E\gamma$$

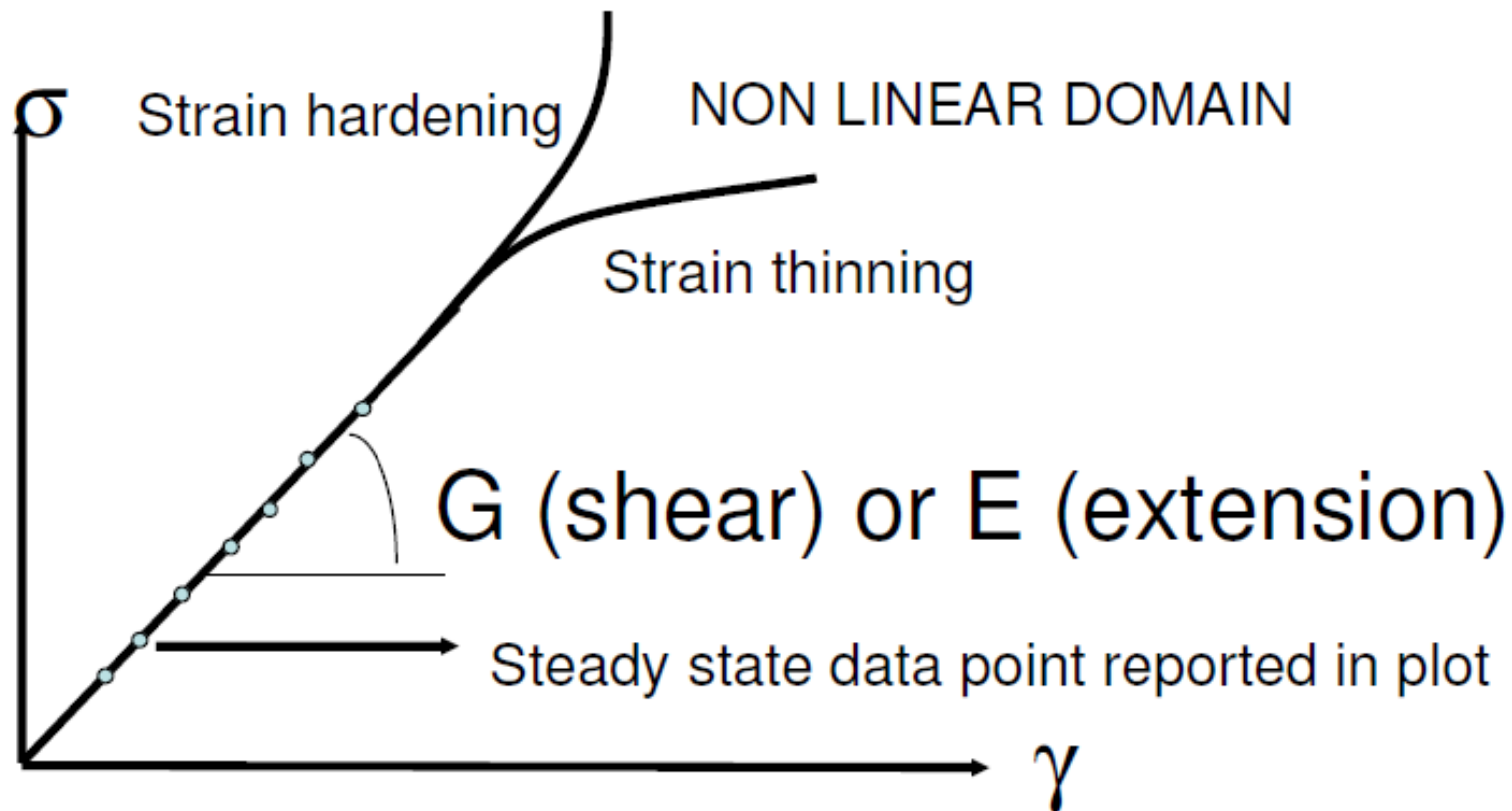
$\sigma$  – tensão

E - Módulo de Elasticidade ou Módulo de Young

$\gamma$  – deformação

Sistema que armazena energia que é recuperável

## Elasticidade



## Elasticidade

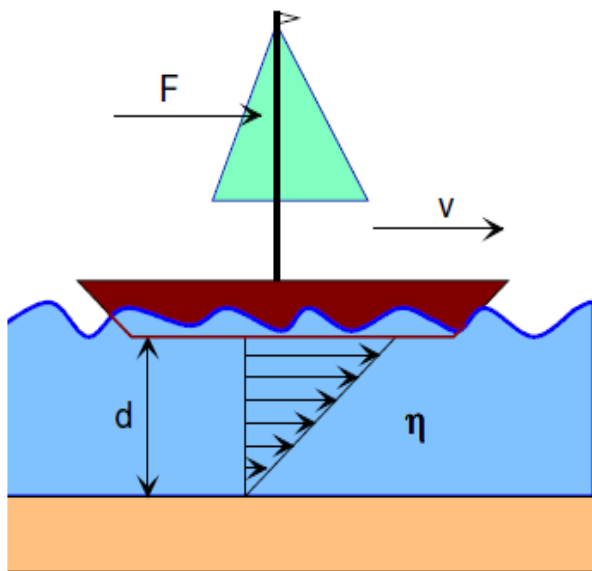
As tensões no estado estacionário medidas durante os testes de tensão podem ser relatadas em um **gráfico de tensão-deformação** - estes são os pontos azuis claros.

**No regime linear, a tensão é proporcional à deformação e a inclinação define o módulo elástico.**

No domínio não linear, a tensão não é linear com a deformação, e as amostras podem mostrar plasticidade, ductilidade, etc ... Até que a fratura seja alcançada

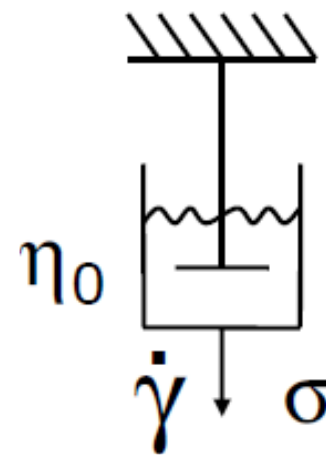
# Viscosidade

A tensão não depende da deformação, mas depende da velocidade de deformação



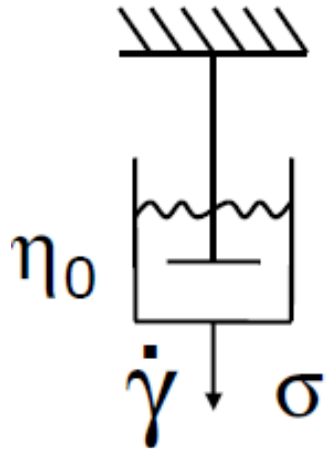
Fluidos viscosos

Lei de Newton



Modelo do amortecedor

## Viscosidade



Sistema que dissipa energia sob a forma de calor

Fluído Newtoniano ou fluído viscoso linear – representado por um amortecedor

## Lei de Newton

$$\sigma = \eta \frac{\partial \gamma}{\partial t} \rightarrow \text{Velocidade de deformação}$$

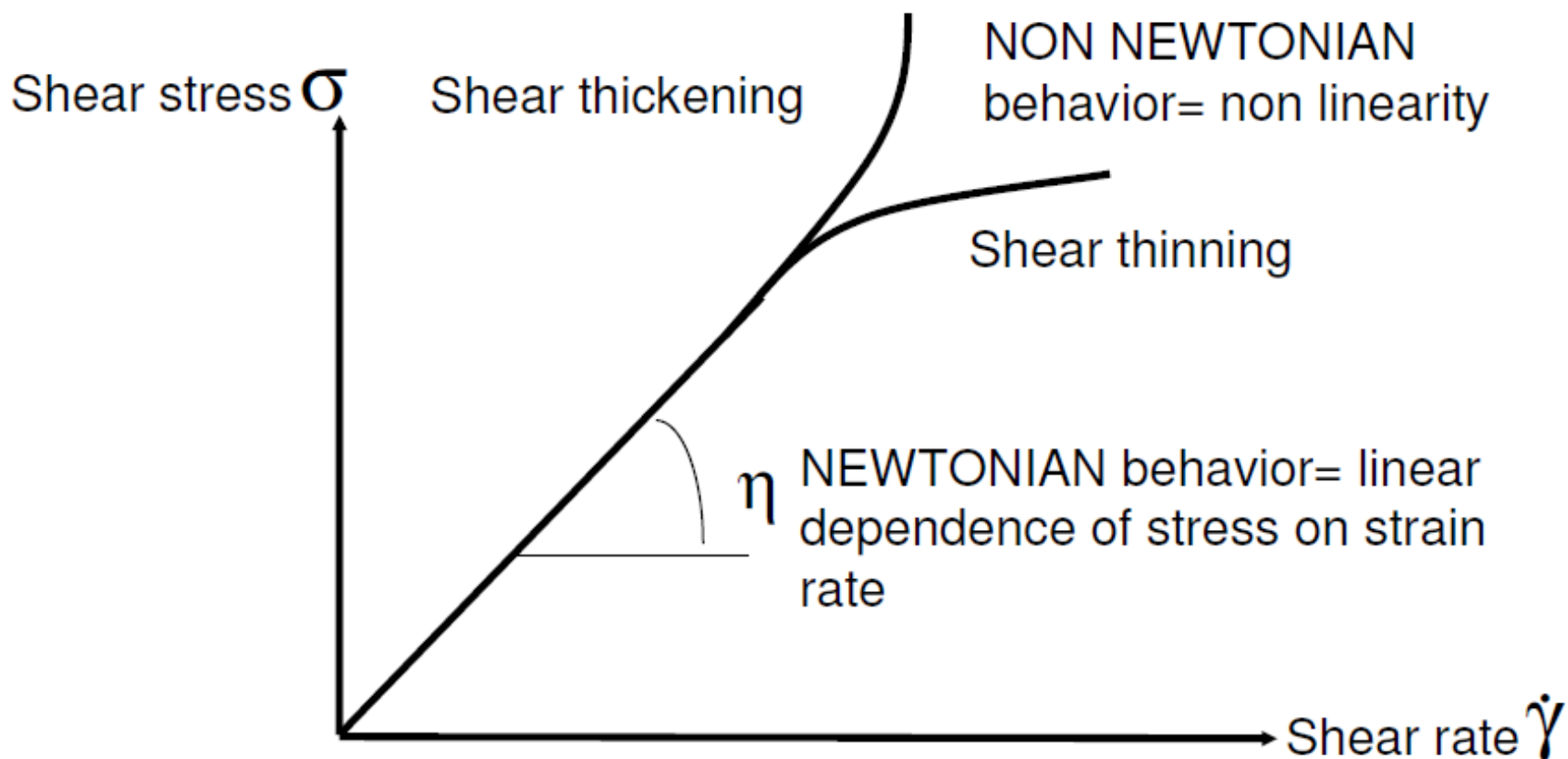
$\eta$  – viscosidade

$\sigma$  – tensão

$t$  – tempo

$\gamma$  - deformação

## Viscosidade





## Viscosidade

<https://www.youtube.com/watch?v=JJfppydyGHw>

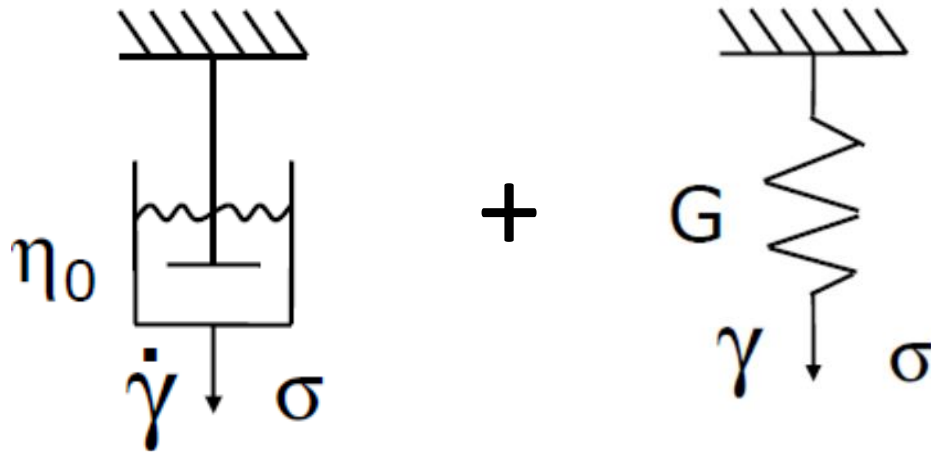
## Viscosidade

Um **fluido Newtoniano** tem uma viscosidade que não depende da velocidade de deformação – a sua viscosidade é constante e dada pelo declive da recta de tensão vs deformação.

Um **fluido não-Newtoniano** tem uma viscosidade que depende da velocidade de deformação. A sua dependência não é linear e pode aumentar (thickening) ou diminuir (thinning) ou ter ainda um comportamento mais complexo.

# Os polímeros têm um comportamento intermédio

## Viscoelástico



As propriedades tensão/deformação são dependentes da velocidade

Os polímeros têm uma fluência e uma relaxação de tensão elevadas a temperaturas normais (importante no design de peças)

**Ensaio de relaxação de tensão** – Aplicação súbita de uma deformação a uma amostra, seguindo a evolução da tensão em função do tempo, mantendo a deformação constante.

**Ensaio de fluência** – Aplicação instantânea de uma tensão constante ao material, medindo-se a deformação resultante em função do tempo.

Ensaio Tensão versus Deformação -  $t$  constante

Ensaio de Relaxação de Tensão -  $\gamma$  constante

Tensão versus Tempo

Ensaio de Fluência -  $\sigma$  constante

Deformação versus Tempo

Modelos Mecânicos do Comportamento Viscoelástico Linear

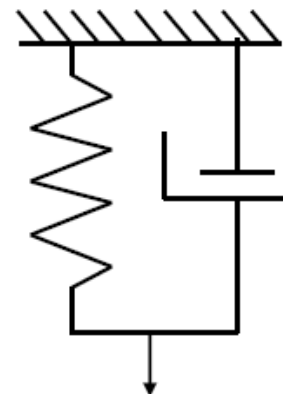
Modelo de Maxwell

combinação em série dos modelos da mola e do amortecedor



Modelo de Voigt-Kelvin

combinação em paralelo da mola e do amortecedor



Modelo de Maxwell



**Quando um elemento de Maxwell é deformado instantaneamente:**

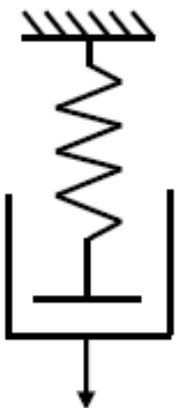
- (1) A mola e o amortecedor suportam a mesma tensão
- (2) A deformação total é a soma das deformações da mola e do amortecedor
- (3) Apenas a mola pode responder inicial/ com uma tensão  $\sigma_0 = E \gamma_0$
- (4) A força de resistência do amortecedor é infinita
- (5) A mola começa a contrair-se mas é contrariada pelo amortecedor
- (6) Quanto mais a mola se contrai menor é a sua força de restituição a velocidade de retracção diminui
- (7) A tensão sofre um relaxamento exponencial com o tempo, de acordo com

$$\sigma = \sigma_0 e^{-Et/\eta}$$

- (8) A tensão tende assintoticamente para zero à medida que a mola se aproxima da retracção completa  $\lambda = \eta/E$

**Tempo de relaxação** – tempo necessário para que a tensão se reduza a um factor **1/e** ou **37% do seu valor inicial**

### Modelo de Maxwell

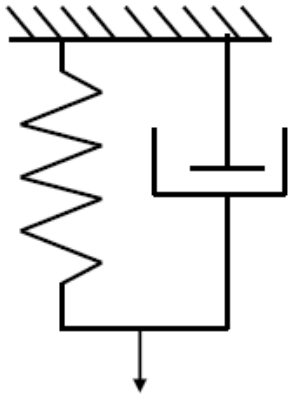


#### A súbita aplicação de uma tensão ao elemento de Maxwell provoca:

- (1) A extensão da mola para um valor de equilíbrio igual a  $\sigma_0 / E$
- (2) O amortecedor sofre uma extensão linear com o tempo, com declive  $\sigma_0 / \eta$
- (3) O amortecedor deforma-se enquanto durar a tensão
- (4) Este elemento comporta-se como um fluído, pois a sua deformação continua enquanto houver tensão
- (5) Removida a tensão, a mola contrai-se voltando à extensão inicial (recuperação elástica = deformação inicial)
- (6) O amortecedor não sofre qualquer recuperação, mantendo a uma deformação residual.

O modelo de Maxwell permite prever a existência de deformação elástica, fluência e deformação permanente

## Modelo de Voigt-Kelvin

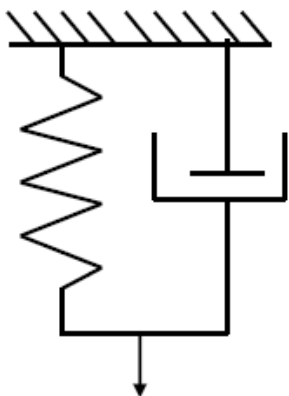


Ensaio de relaxação de tensão – Este modelo não é adequado para representar a relaxação.

Uma deformação instantânea  $\rightarrow$  resistência infinita no amortecedor  $\rightarrow$  tensão infinita



### Modelo de Voigt-Kelvin



**Quando um elemento de Voigt-Kelvin é deformado instantaneamente (Ensaio de fluência):**

- (1) A deformação de cada elemento é igual
- (2) Tensão suportada por cada elemento = tensão na mola + tensão no amortecedor
- (3) A variação da deformação do sistema com a tensão aplicada é:

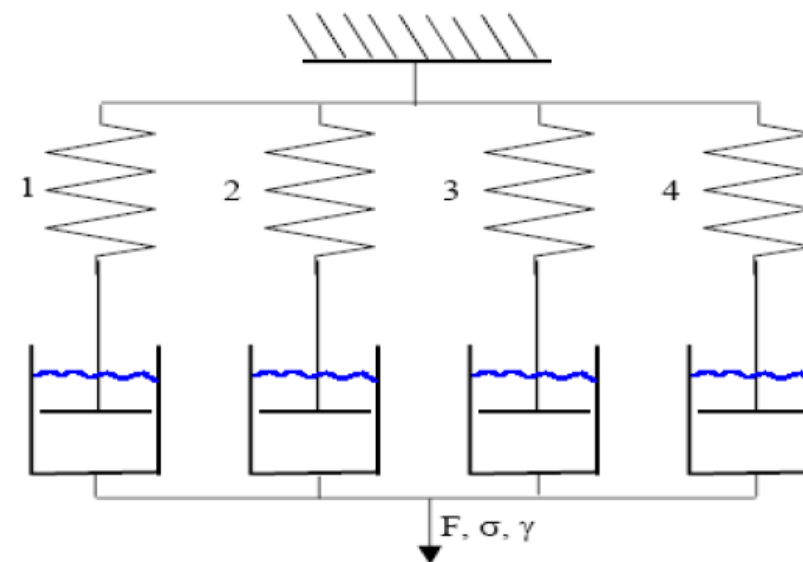
$$\gamma = \frac{\sigma_0}{E} (1 - e^{-t/\lambda})$$

- (4) Num ensaio de fluência a deformação aumenta exponencialmente com o tempo
- (5) A curva tende para uma deformação de equilíbrio  $\sigma_0/E$ , após o que decairá exponencialmente para uma deformação nula após a remoção da tensão

Traduz a fluência de polímeros com ligações cruzadas, reticulados

## Modelos de Maxwell e de Voigt-Kelvin

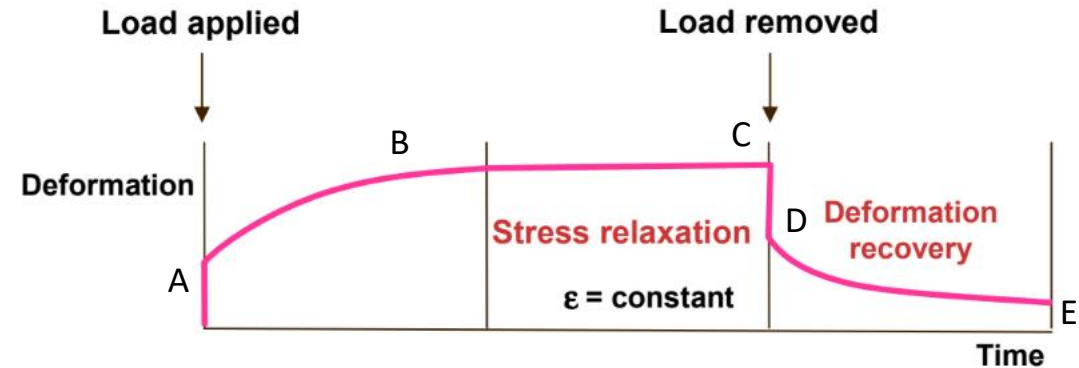
- Modelos simplistas para traduzirem o comportamento viscoelástico
- Existem modelos mais complexos com 3 e 4 parâmetros



Modelos múltiplos

## Ensaio de fluência

- Coloca-se uma amostra numa câmara termostatzada
- Aplica-se uma carga constante num dos extremos da amostra
- Segue-se a deformação em função do tempo através do movimento de duas marcas feitas inicialmente no polímero



$t = 0$  resposta elástica imediata;

A-B zona de fluência;

B-C zona de escoamento viscoso irreversível;

C recuperação elástica instantânea;

D-E recuperação ao longo do tempo; nunca é completa, permanece sempre uma deformação residual é uma medida do escoamento viscoso

Deformação residual → Memória mecânica

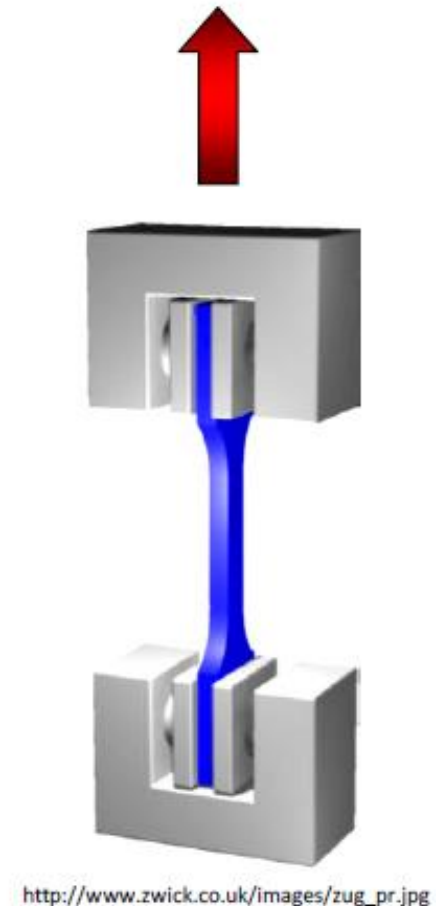
## Ensaio de fluência

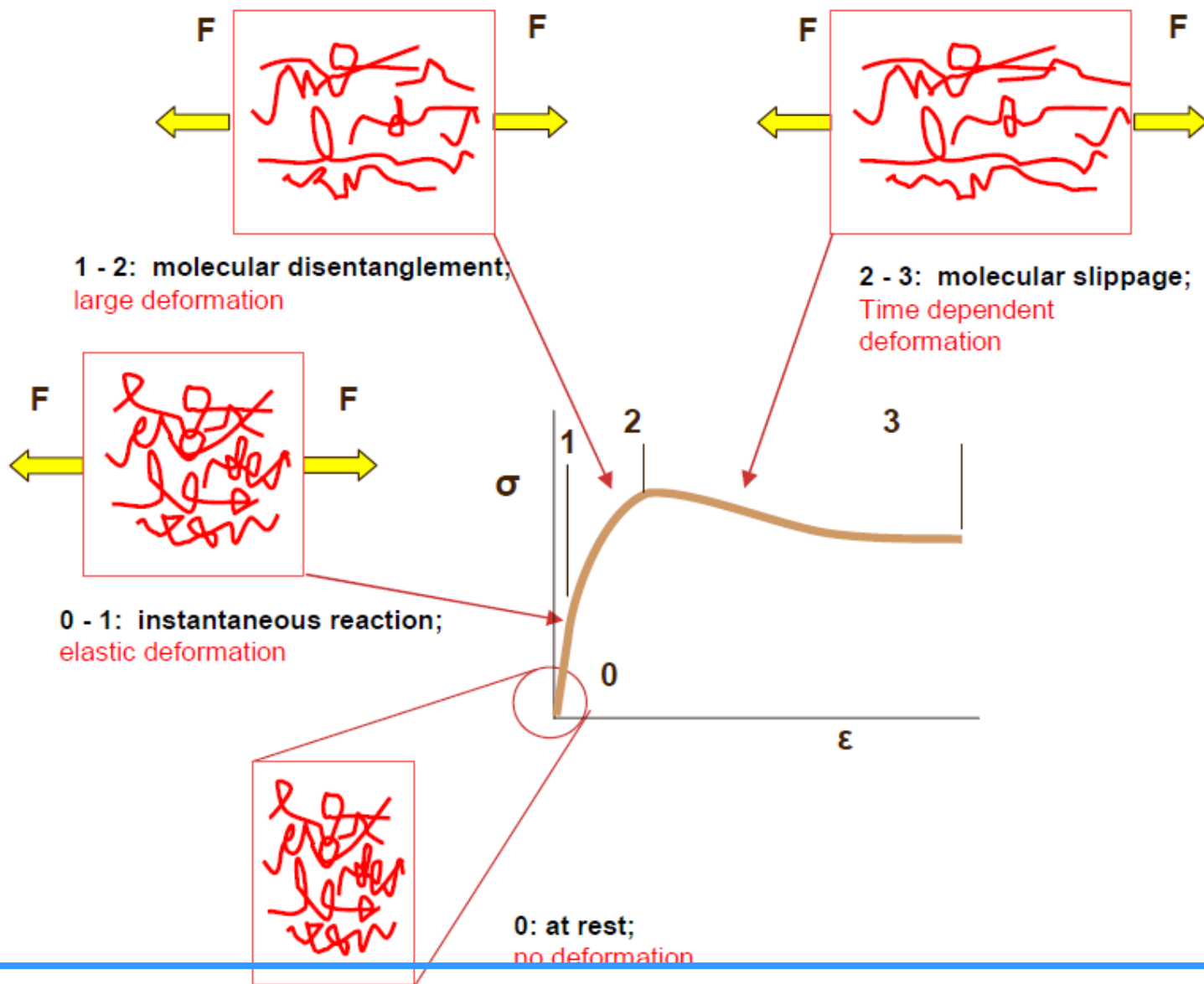
**A fluência real de um polímero é explicada por um modelo com duas molas e dois amortecedores em série - paralelo**

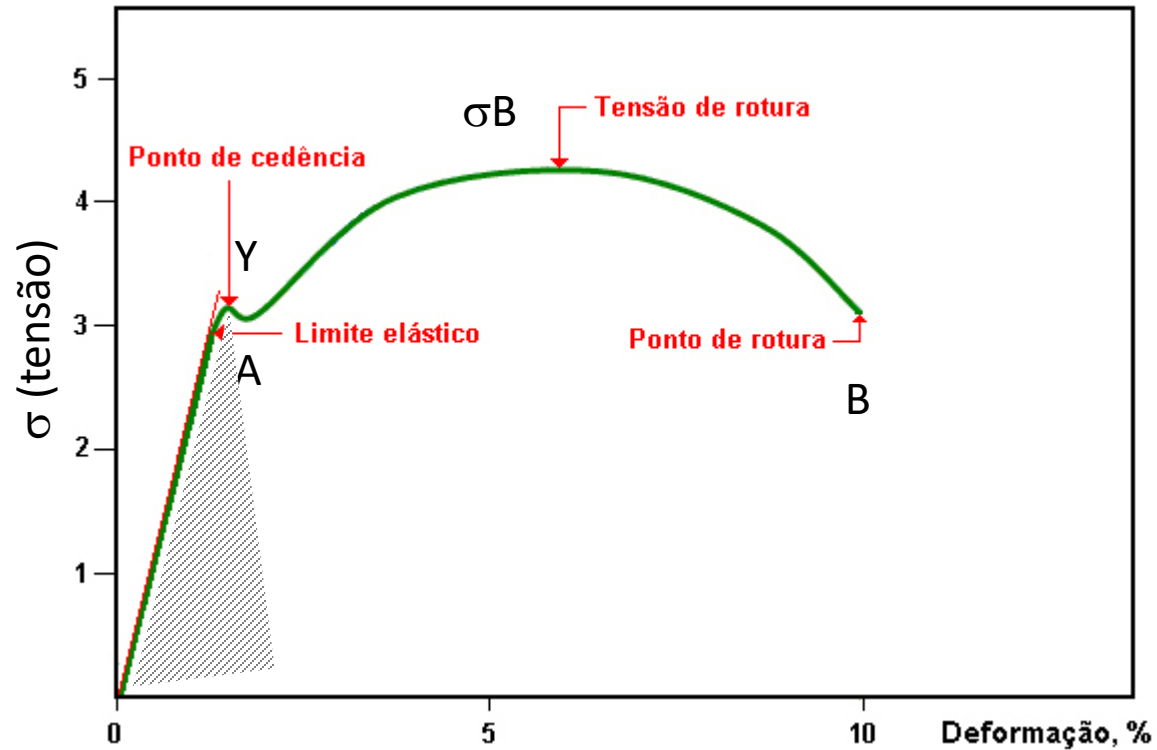
- A mola 1 responde instantaneamente com uma deformação, dado estar solta
- O sistema continua a deformar-se até entrar numa zona de quase patamar correspondente à deformação dos amortecedores que é baixa
- Ao ser removida a tensão a mola 1 recupera instantaneamente
- O sistema global recupera a deformação sofrida, sendo mantida uma deformação residual: a deformação sofrida pelo amortecedor 3

### Curvas Reais Tensão Versus Deformação

- Mede-se continuamente a deformação provocada pela aplicação de uma tensão (tracção – deformação uniaxial uniforme)
- A forma da curva é dependente da velocidade a que o ensaio é executado
- A curva dá informação sobre: módulo elástico; fragilidade; tensão de cedência; tensão de ruptura; alongação na ruptura







A – Limite elástico

Y – Ponto de cedência;  $\sigma_Y$  - tensão de cedência

B – Ponto de ruptura;  $\sigma_B$  – tensão de ruptura

0-A Parte linear da curva - tangente = E (módulo de Young)

A Ponto (tensão) a partir do qual um material frágil fractura;  
área a tracejado = energia para a fractura frágil

Y Quando o material é tenaz não fractura logo e a curva passa por um máximo

B Fractura do polímero tenaz

Tensão de ruptura

$$\sigma = F/S_0$$

( $S_0$  – área da secção transversal da amostra)

Módulo de Young ou Módulo de elasticidade

$$\sigma = E \times \gamma$$

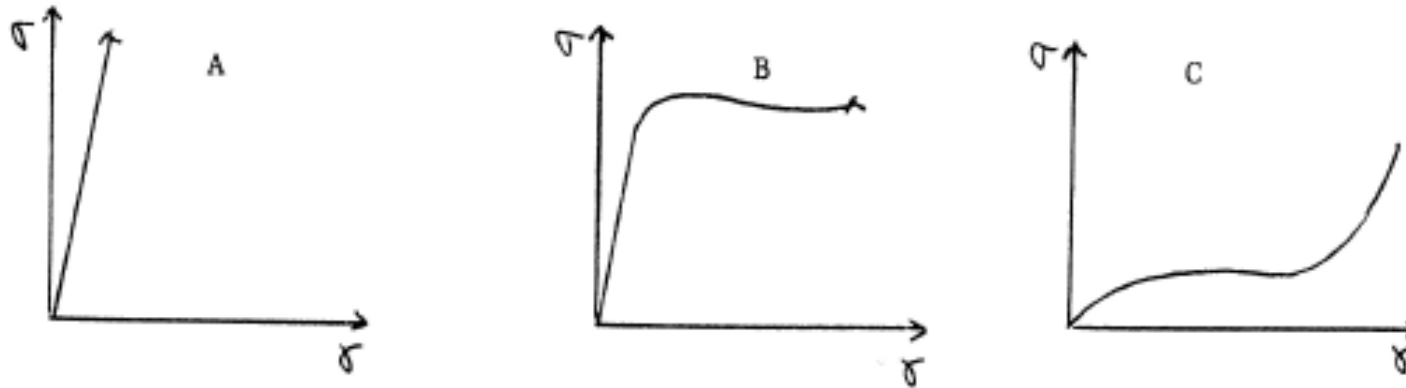
Extensão máxima (ponto de ruptura)

$$\sigma = (L_m - L_0) / L_0$$

( $L_m$  – Comprimento máximo da peça)



## Exemplos



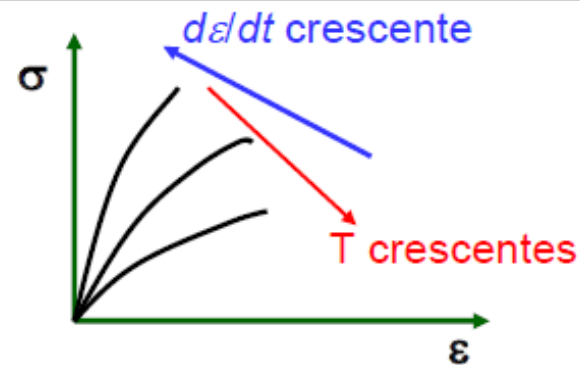
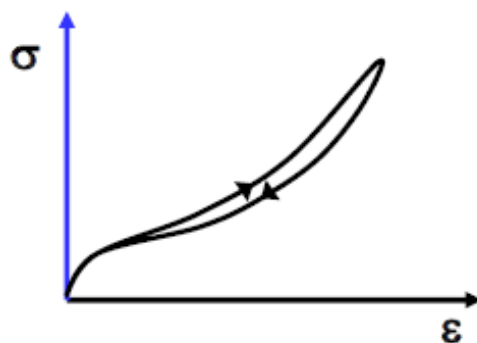
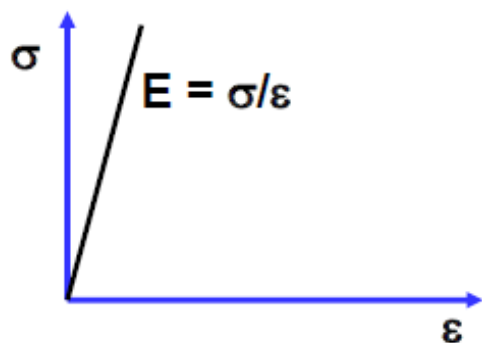
A – Polímero rígido e cristalino

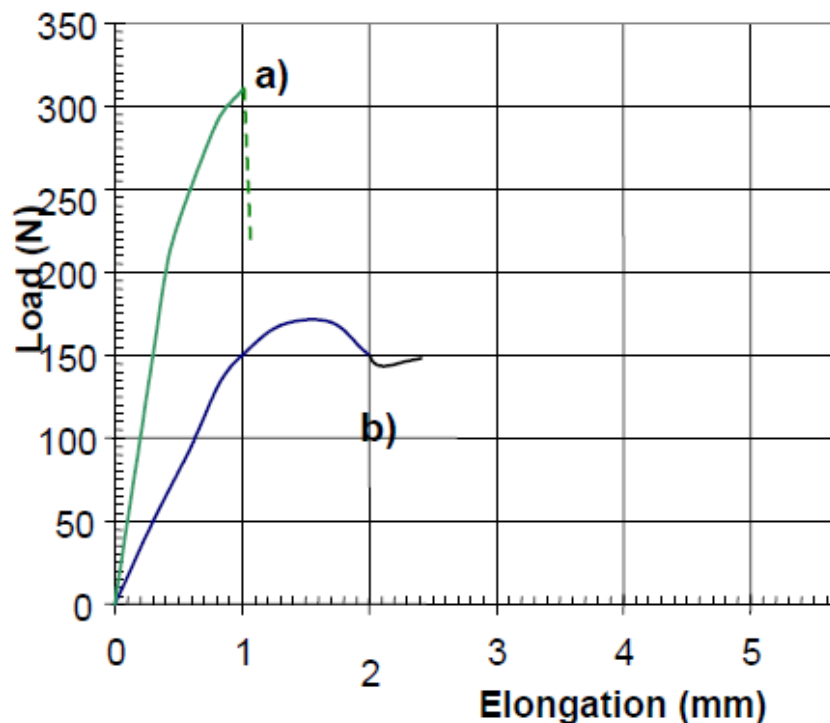
B – Polímero tenaz, semicristalino ou amorfo

C - Elastómero

Principais características do comportamento mecânico de três classes de materiais

sólido hookeano	elastómero	polímero termoplástico
<i>Proporcionalidade entre a tensão e a deformação</i>	<i>Não há proporcionalidade entre a tensão e a deformação</i>	<i>Não há proporcionalidade entre a tensão e a deformação</i>
<i>Elasticidade independente do tempo</i>	<i>Elasticidade independente do tempo</i>	<i>Elasticidade dependente do tempo</i>
<i>Módulo elevado</i>	<i>Módulo baixo, dependente da temperatura</i>	<i>Módulo dependente da temperatura e tempo</i>





As curvas experimentais de tensão - alongamento foram obtidas para um determinado termoplástico. Foram testadas peças com secção transversal de  $10 \text{ mm}^2$  e comprimento inicial (distância entre garras),  $l_0 = 40 \text{ mm}$ .

O material foi caracterizado com uma taxa de deformação de 500 [curva a] e 50 [curva b] mm/min.

Nestas condições, para os dois ensaios, determine:

- O ponto de cedência e a tensão de cedência.
- O ponto e tensão na ruptura.
- O módulo de tangente.