

Lista 1 - Retas, planos, cónicas e quádricas

1. Represente geometricamente em \mathbb{R} , em \mathbb{R}^2 e em \mathbb{R}^3 o conjunto dos pontos que verificam a condição $x = 2$.
2. Represente geometricamente em \mathbb{R}^2 e em \mathbb{R}^3 o conjunto dos pontos que verificam:
 - (a) $2x + y = 3$;
 - (b) $y = x^2 + 1$;
 - (c) $x^2 + 4y^2 = 4$.
3. Considere os pontos $A = (1, -1, 2)$, $B = (2, 1, -1)$ e $C = (1, 1, 5)$ em \mathbb{R}^3 . Escreva as equações vetorial, paramétrica e cartesiana
 - (a) da reta definida por A e B ;
 - (b) do plano definido por A , B e C .
4. Esboce em \mathbb{R}^3 o conjunto dos pontos definidos pela condição $|x| \leq y \leq 3$.
5. Esboce as seguintes cónicas no mesmo sistema de coordenadas:

$$\frac{x^2}{9} + y^2 = 16 \quad \text{e} \quad \frac{(x-1)^2}{9} + (y-2)^2 = 16.$$

6. Escreva as equações das seguintes cónicas na forma reduzida e esboce os respectivos gráficos:
 - (a) $x^2 + 2x + y^2 - 2y = 2$;
 - (b) $9x^2 + 18x - y^2 + 2y - 8 = 0$.
7. (a) Determine a intersecção da superfície de equação $z^2 = x^2 + y^2$ com
 - i. cada um dos planos coordenados;
 - ii. os planos de equação $z = a$, $a > 0$;
 - iii. os planos de equação $z = a$, $a < 0$.

(b) Esboce a superfície dada.

8. Esboce em \mathbb{R}^3 as superfícies quádricas:

(a) $x^2 + z^2 = 9$;

(b) $z = x^2 + y^2 - 6$;

(c) $x^2 - y^2 - z^2 = 9$;

(d) $x^2 + y^2 - z^2 = 9$.

9. Esboce em \mathbb{R}^3 as figuras sólidas definidas pelas condições:

(a) $x^2 + 2y^2 + z^2 \leq 1, \quad z \geq 0$;

(b) $x^2 + y^2 + z^2 \geq 1, \quad x^2 + y^2 \leq 9, \quad 0 \leq z \leq 3$;

(c) $x^2 + y^2 \geq z^2, \quad x^2 + y^2 \leq 16$;

(d) $-2 \leq y \leq 3 - \sqrt{x^2 + z^2}$;

(e) $z - 1 \leq -\sqrt{x^2 + y^2}, \quad z \geq \sqrt{x^2 + y^2}, \quad 0 \leq y \leq \sqrt{3}x$.