IPEIO – Exercicios: Testes de Hipóteses

Felipe B. Pinto 61387 – MIEQB

12 de abril de 2023

Conteúdo

Questão 1

Uma fábrica de gelados afirma que a procura do gelado de chocolate no verão, por dia e em euros, é uma v.a. Normalmente distribuída com valor médio 200 EUR e desvio padrão 40 EUR. Numa amostra aleatória constituída por 10 dias seleccionados ao acaso do período de verão verificou-se que $\bar{x} \cong 216$.

Q1 a.

Teste, ao nível de significância 5%, se de facto o consumo médio de gelado de chocolate no verão é de 200 EUR por dia.

$$Z = \frac{\bar{X} - \mu_0}{\sigma/\sqrt{n}} \sim N(0,1) \begin{cases} H_0 : \mu_0 = 200 \\ H_1 : \mu_1 \neq 200 \end{cases}$$

$$\frac{\bar{x} - \mu}{\sigma/\sqrt{n}} = \frac{216 - 200}{40/\sqrt{10}} \cong 1.26 \notin \left[-z_{\alpha/2}, z_{\alpha/2}\right]^c =$$

$$= \left[-z_{5\%/2}, z_{5\%/2}\right]^c = [-z_{0.025}, z_{0.025}]^c = [-1.96, 1.96]^c$$

Q1 b.

Teste, ao ao nível de significância 5%, se de facto o consumo médio de gelado de chocolate no verão é menor do que e200 por dia.

$$Z = \frac{\bar{X} - \mu_0}{\sigma/\sqrt{n}} \sim N(0,1) \begin{cases} H_0 : \mu_0 \geq 200 \\ H_1 : \mu_1 < 200 \end{cases}$$

$$\frac{\bar{x} - \mu}{\sigma/\sqrt{n}} = \frac{216 - 200}{40/\sqrt{10}} \cong 1.26 \notin [-z_\alpha, \infty]^c = [-z_{0.05}, \infty]^c = [-1.645, \infty]^c$$

Q1 c.

Qual a potência do teste, da alínea anterior, se $\mu = 190$.

$$1 - \beta = P(\text{Rejeitar } H_0 | \mu = 190)$$

Q1 d.

Resolva as duas primeiras alíneas usando o p-valor.

(i) (b)

$$\text{p-valor} = P(Z < z_{observado} | H_0) = P(Z < 1.26 | H_0) =$$

$$= \Phi(1.26) \cong 0.8962 > 0.05 = \alpha$$

$\therefore$ não rejeita

(ii) (a)

$$\text{p-valor} = 2\,P(Z > z_{obs} | H_0) = 2\,P(Z > 1.26 | H_0) = 2\,(1 - P(Z < 1.26 | H_0)) =$$

$$= 2\,(1 - \Phi(1.26)) = 2\,(1 - 0.8962) = 0.2076 = 0.05 > \alpha$$

$\therefore$ não rejeita

Nota: Como em (a) o α possui duas regiões de rejeição de $\alpha/2$ fazemos o p-valor ser o dobro da probabilidade para comparar com o valor de α (sem dividir por 2), e como se refere ao valor da direita pegamos o valor da complementar da tabela da normal.