

FT II – Anotações: Difusão em estado estacionário

Felipe B. Pinto 61387 – MIEQB

24 de junho de 2024

Conteúdo

1	Formula geral	2	Exemplo 1	6
2	Difusão em estado estacionário para todas as geometrias . . .	5	Exemplo 2	7

1 Difusão em estado estacionário para todas as geometrias

$$N_{A,z} = \frac{c D_{A,B}}{\Theta \eta_d z} \ln \frac{1 - \Theta y_{A,2}}{1 - \Theta y_{A,1}}; \quad \Theta = 1 + \frac{N_{B,z}}{N_{A,z}}$$

z : Dimensão característica

- z para película plana
- r_1 para cilindros e esferas

η_d : Fator adimensional

- 1 para plano
- $\ln(r_2/r_1)$ para cilíndro
- $1 - r_2/r_1$ para esfera

1.1 Geometria cilíndrica

Equação de conservação

$$2\pi r L N_{A,r} \Big|_r = 2\pi r L N_{A,r} \Big|_{r+\Delta r} \implies \begin{cases} r N_{A,r} \text{ é constante} \\ r N_{B,r} \text{ é constante} \end{cases}$$

1.2 Casos específicos em dif plana

Difusão através de componente estagnado

$$N_{A,z} = \frac{c \mathcal{D}_{A,B}}{z} \ln \frac{1 - y_{A,2}}{1 - y_{A,1}} \quad N_B = 0$$

Contra Difusão Equimolar

$$N_{A,z} = \frac{c \mathcal{D}_{A,B}}{z} (y_{A,1} - y_{A,2}); \quad N_B = -N_A$$

Exemplo 1

Um componente A difunde-se através de uma camada em repouso de um componente B de espessura Z . A pressão parcial de A num dos lados da camada é $p_{A,1}$ e no outro lado $p_{A,2} < p_{A,1}$. Mostre que o fluxo máximo possível de A através dessa camada é dado por:

$$N_{A \text{ max}} = \frac{\mathcal{D} P}{R T Z} \ln \frac{P}{P - p_{A,1}}$$

Resposta

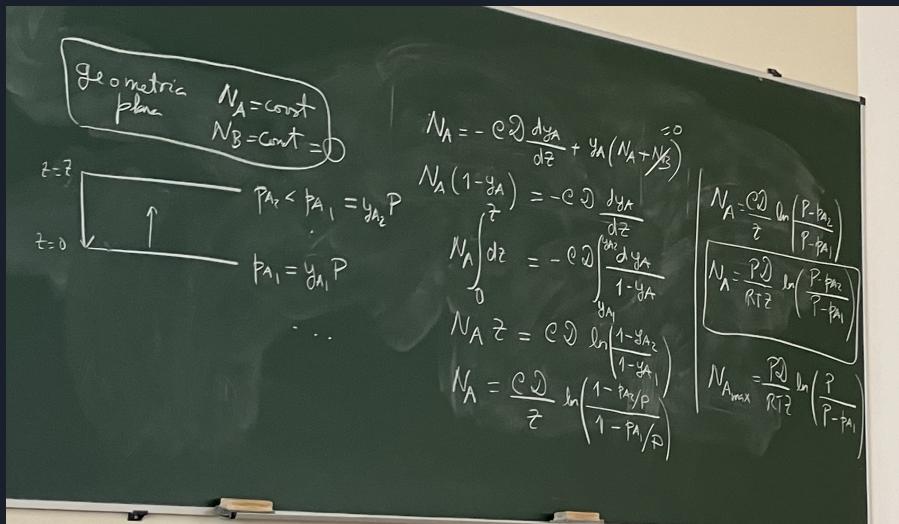
$$N_{A,\max,z} = \frac{c \mathcal{D}_{A,B}}{\Theta \eta_d z} \ln \frac{1 - \Theta y_{A,2}}{1 - \Theta y_{A,1}} = \frac{P \mathcal{D}_{A,B}}{\Theta \eta_d z} \ln \frac{1 - \Theta y_{A,2}}{1 - \Theta y_{A,1}};$$

$$N_{A,\max,z} \implies y_{A,2} = 0;$$

$$\Theta = 1 + N_{B,z}/N_{A,z} = 1;$$

$$\begin{aligned} \therefore N_{A,\max,z} &= \frac{P \mathcal{D}_{A,B}}{R T (1) z} \ln \frac{1}{1 - y_{A,1}} = \\ &= \frac{P \mathcal{D}_{A,B}}{R T z} \ln \frac{1}{1 - P_{A,1}/P} = \frac{P \mathcal{D}_{A,B}}{z R T} \ln \frac{P}{P - P_{A,1}} \end{aligned}$$

Resposta



Exemplo 2

Moldou-se naftaleno sob a forma de um cilindro de raio R_1 que se deixou sublimar no ar em repouso. Mostre que a velocidade de sublimação é dada por:

$$Q = \frac{2\pi L \mathcal{D} P}{RT \ln(R_2/R_1)} \ln \frac{1 - y_{A,2}}{1 - y_A^*}$$

Sendo a fração molar correspondente à pressão de vapor do naftaleno e $y_{A,2}$ a fração molar correspondente a R_2 .

Explique o que sucede à velocidade de sublimação quando R_2 se torna muito grande.

Resposta

Resposta

$$\begin{aligned} Q &= N_{A,R_1} S_{R_1} = \frac{c \mathcal{D}_{A,B}}{\Theta R_1 \ln(R_2/R_1)} \ln \frac{1 - \Theta y_{A,2}}{1 - \Theta y_{A,1}} (2\pi R_1 L) = \\ &= \frac{\left(\frac{P}{RT}\right) \mathcal{D}_{A,B} 2\pi L}{\Theta \ln(R_2/R_1)} \ln \frac{1 - \Theta y_{A,2}}{1 - \Theta y_{A,1}}; \end{aligned}$$

$$\Theta = 1 + N_B/N_A = 1 + 0/N_A = 1;$$

$$\therefore Q = \frac{P \mathcal{D}_{A,B} 2\pi L}{RT \ln(R_2/R_1)} \ln \frac{1 - y_{A,2}}{1 - y_A^*}$$

Resposta

The image shows a handwritten derivation on a blackboard. It starts with the geometric constraint $N_{A_1} \cdot R = \text{const}$, followed by $N_{B_1} \cdot R = \text{const} = 0$. Below these, the formula $Q = N_{A_1} \cdot 2\pi R_1 L$ is derived, with the note $= N_{A_1} \cdot 2\pi R_1 L$. To the right, the expression $N_{A_1} = -C \mathcal{D} \frac{dy_A}{dn} + y_A (N_{A_2} + N_B)$ is shown, with $N_{A_2} = 0$. Further steps lead to $N_{A_1} (1 - y_A) = -C \mathcal{D} \frac{dy_A}{dn}$ and $\frac{Q}{2\pi L} \int_{R_1}^{R_2} \frac{dn}{R} = -C \mathcal{D} \int_{y_A}^{y_A^*} \frac{dy_A}{1 - y_A}$. Finally, the equation $\frac{Q}{2\pi L} \ln\left(\frac{R_2}{R_1}\right) = \frac{P \mathcal{D}}{RT} \ln\left(\frac{1 - y_{A_2}}{1 - y_A^*}\right)$ is obtained, with $y_{A_2} = 0$ indicated.

Maximizar Q removemos $y_{A,2}$

E2 a)

E se a geometria for esférica

Resposta

$$Q = N_{A,R_1} S_{R_1} = \frac{c \mathcal{D}_{A,B}}{\Theta R_1(1 - R_1/R_2)} \ln \frac{1 - \Theta y_{A,2}}{1 - \Theta y_{A,1}} (4\pi R_1^2) = \\ = \frac{\left(\frac{P}{RT}\right) \mathcal{D}_{A,B} 4\pi}{R_1^{-1} - R_2^{-1}} \ln \frac{1 - y_{A,2}}{1 - y_A^*};$$

$$\lim_{R_2 \rightarrow \infty} Q = \lim_{R_2 \rightarrow \infty} \frac{P \mathcal{D}_{A,B} 4\pi}{R T (R_1^{-1} - R_2^{-1})} \ln \frac{1 - y_{A,2}}{1 - y_A^*} = \\ = \frac{P \mathcal{D}_{A,B} 4\pi}{R T \lim_{R_2 \rightarrow \infty} (R_1^{-1} - R_2^{-1})} \ln \frac{1 - y_{A,2}}{1 - y_A^*} = \\ = \frac{P \mathcal{D}_{A,B} 4\pi}{R T (R_1^{-1})} \ln \frac{1 - y_{A,2}}{1 - y_A^*}$$

Resposta

Geometria esférica

$$N_{A_1} \cdot r^2 = \text{const}$$
$$N_{B_1} \cdot r^2 = \text{const} = 0$$
$$\boxed{Q = N_{A_1} \cdot 4\pi r^2}$$
$$N_{A_1} = -C \mathcal{D} \frac{dy_A}{dr} + y_A \left(\frac{N_{A_2} + N_{B_2}}{1 - y_A} \right)^{\frac{1}{2}}$$
$$N_{A_1} (1 - y_A) = -C \mathcal{D} \frac{dy_A}{dr}$$
$$\frac{Q}{4\pi} \int_{R_1}^{R_2} \frac{dy_A}{r^2} = -C \mathcal{D} \int_{y_{A_1}}^{y_{A_2}} \frac{dy_A}{1 - y_A}$$
$$\frac{Q}{4\pi} \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right) = \frac{P \mathcal{D}}{RT} \ln \left(\frac{1 - y_{A_2}}{1 - y_{A_1}} \right)$$
$$Q = \frac{4\pi P \mathcal{D}}{RT \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right)} \ln \left(\frac{1 - y_{A_2}}{1 - y_{A_1}} \right)$$