

Nome completo em maiúsculas: _____

Curso: _____ nº aluno: _____

Esta prova é composta por 5 grupos.**Grupo I – 1.8 valores**

Considere o problema P de Programação Linear:

$$\text{Max } Z = x + 3y$$

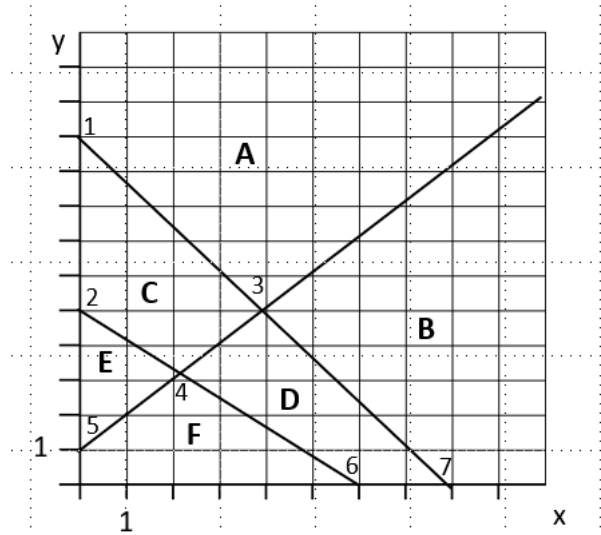
s. a $-x + y \leq 1$ (restrição 1)

$5x + 4y \leq 40$ (restrição 2)

$5x + 6y \geq 30$ (restrição 3)

$x, y \geq 0$

cuja região admissível pode ser identificada na figura.

Alguns vértices da figura foram numerados de 1 a 7. No que se segue f_1 , f_2 e f_3 representam as variáveis de folga das restrições 1, 2 e 3 respetivamente.**Em cada pergunta assinale a opção correta.**

1) A região admissível do problema P é a região assinalada na figura com a letra:

- ☐ A
 ☐ B
 ☐ C
 ☐ D
 ☐ E
 ☐ F

2) A solução ótima do problema P corresponde ao vértice:

- ☐ 1
 ☐ 2
 ☐ 3
 ☐ 4
 ☐ 5
 ☐ 6
 ☐ 7

3) As variáveis básicas ótimas correspondentes ao vértice ótimo são:

- ☐ (x,y)
 ☐ (x,y,f1)
 ☐ (x,y,f2)
 ☐ (x,y,f3)
 ☐ (f1,f2,f3)
 ☐ (x,f1,f2)
 ☐ (x,f1,f3)

4) Admita que a primeira restrição de P passou a ser $-x + y \leq \beta$ com β número real e $\beta < 1$.

- ☐ existe pelo menos um valor de β para o qual o problema tem soluções ótimas múltiplas
☐ existe pelo menos um valor de β para o qual o problema fica sem soluções admissíveis
☐ existe pelo menos um valor de β para o qual a região admissível fica ilimitada
☐ nenhuma das outras três afirmações está correta

Grupo II – 2.4 valores

Considere o problema de Programação Linear **Q** com variáveis x_1 , x_2 e x_3 e uma função objetivo de tipo máximo. O problema tem duas restrições. As variáveis de folga associadas à primeira e segunda restrições são respetivamente f_1 e f_2 . Considere o seguinte quadro do Simplex relativo ao problema **Q**.

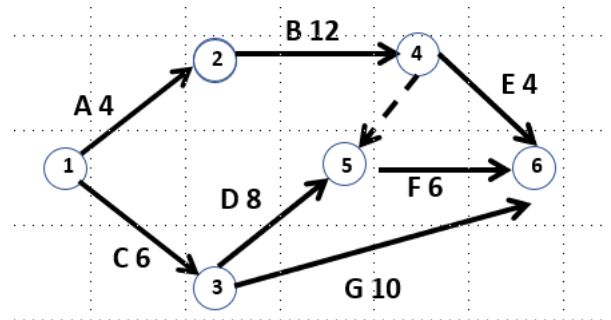
Z	x_1	x_2	x_3	f_1	f_2	Mdir	sba
1	0	A	B	1	0	20	$z = 20$
0	1	2	C	2	0	12	$x_1 = 12$
0	0	-1	1	1	1	10	$f_2 = 10$

Apresentam-se em seguida algumas afirmações sobre o quadro anterior. Para cada afirmação, indique se se trata de uma afirmação Verdadeira (V) ou Falsa (F) marcando um X no quadrado da coluna respetiva.

V	F	
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	1 – No quadro, a variável f_1 é não básica.
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	2 – No quadro, a variável f_1 tem valor 1.
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	3 – Considere $A=B=C=2$. Nesta situação o quadro é ótimo.
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	4 – Quaisquer que sejam os valores de A, B e C, o problema Q tem sempre pelo menos uma solução básica admissível.
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	5 – Considere $A = -2$ e $B = C = 4$. Nesta situação o quadro não é ótimo. Na próxima iteração do Método do Simplex, x_2 deve passar a variável básica e f_2 a não básica.
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	6 – Considere $A = -2$ e $B = C = 4$. Nesta situação o quadro não é ótimo. Na próxima iteração do Método do Simplex, x_3 deve passar a variável básica e x_1 a não básica.
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	7 – Considere $A = -2$, $B = -3$ e $C = 2$. Nesta situação o quadro não é ótimo. Prosseguindo com o Método do Simplex, no próximo quadro do Simplex tem-se $z=38$.
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	8 – Considere $A = 0$ e $B = C = 5$. Nesta situação, o problema Q tem infinitas soluções básicas admissíveis ótimas.

Grupo III – 2.4 valores

1 - Considere o projeto composto pelas atividades A a G que se esquematiza na figura. Junto a cada atividade é indicada a sua duração em semanas.

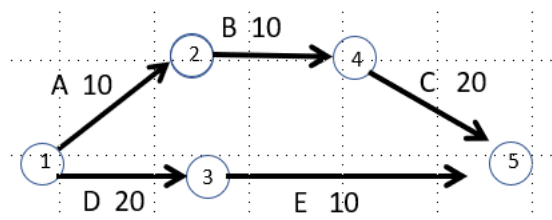


Apresentam-se em seguida 6 afirmações. Para cada uma delas deve indicar se se trata de uma afirmação Verdadeira (V) ou Falsa (F), colocando um X no quadrado respetivo.

(cotação: 1.8)

V	F	
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	1 - A atividade F só pode começar depois de A, B, C e D estarem concluídas.
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	2 - O instante mais tarde do nó 3 é igual a 12.
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	3 - O instante mais cedo do nó 5 é 14.
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	4 - A folga total da atividade G é igual a 6.
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	5 - Se a atividade E começar a sua execução no instante 17 a duração mínima do projeto não é alterada.
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	6 - É possível concluir este projeto em 20 semanas.

2 – Considere o seguinte projeto onde as atividades têm duração aleatória. Junto a cada atividade indica-se o valor médio da sua duração (em dias) e sabe-se que o desvio padrão da duração de cada atividade é 10% do respetivo valor médio.



De acordo com a técnica PERT, a probabilidade da duração do projeto ser superior a 42 dias é:

Assinale com um X a opção correspondente ao valor mais próximo:

- ☐ 0.794
 ☐ 0.206
 ☐ 0.309
 ☐ 0.692
 ☐ 0.175
 ☐ 0.563

Nota: Tabela da Normal disponível na última página.

(Cotação: 0.6)

Grupo IV – 1.6 valores

Num armazém existem 30 objetos todos diferentes. O peso do i -ésimo objeto é p_i kg. Por exemplo, o objeto 1 tem um peso de p_1 kg, o objeto 2 tem um peso de p_2 kg e assim sucessivamente.

Existem 3 caixas, que designaremos por C1, C2 e C3, onde os objetos podem ser arrumados. O peso máximo que pode ser colocado nas caixas C1, C2 e C3 é respetivamente de 60, 90 e 110 kg.

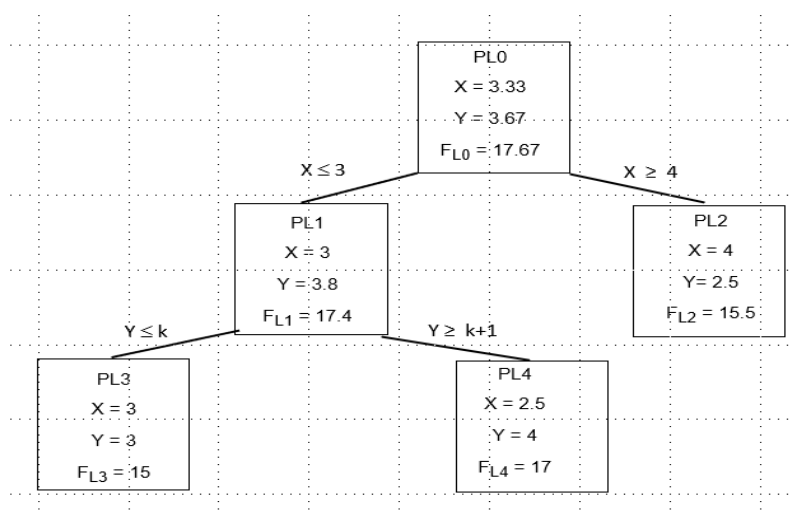
Devido ao peso máximo que as caixas podem suportar não vai ser possível arrumar todos os 30 objetos nas caixas. Contudo, é necessário garantir que os objetos 10 e 20 sejam arrumados e numa mesma caixa.

Pretende-se determinar quais os objetos a arrumar nas caixas e em que caixa deve ficar cada um destes objetos de forma a ser maximizado o peso total dos objetos colocados nas caixas.

Formule este problema como um modelo de Programação Linear que poderá incluir variáveis inteiras e/ou binárias.

Grupo V – 1.8 valores

O problema **P** é um problema de Programação Linear Inteira com variáveis x e y . Começou a resolver-se o problema **P** através do Algoritmo *Branch and Bound* estudado tendo-se obtido a figura seguinte que poderá estar incompleta. Nos nós da árvore F_{Li} representa o valor da função objetivo do subproblema resolvido no nó PL_i .



Apresentam-se em seguida algumas afirmações. Para cada uma delas deve indicar se se trata de uma afirmação Verdadeira(V) ou Falsa (F), colocando um X no quadrado respetivo.

V	F	
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	1 - O problema P tem uma função objetivo de tipo máximo.
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	2 - O problema P tem uma função objetivo de tipo mínimo.
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	3 - O valor de k na figura deve ser igual a 4.
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	4 - Com a informação apresentada na árvore sabemos qual o valor ótimo para P.
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	5 - Para se determinar uma solução ótima para P, o próximo passo do algoritmo Branch and Bound estudado é a ramificação do nó PL4.
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	6 - A restrição " x, y inteiros" faz parte da formulação do problema que se resolveu em PL3.
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	7 - Para se determinar uma solução ótima para P, o próximo passo do algoritmo Branch and Bound estudado é a ramificação do nó PL2.
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	8 - Podemos afirmar que o valor ótimo de P é um número inteiro.
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	9 - Na árvore está representada apenas uma solução admissível para P.

Valores da função de distribuição Normal reduzida

$$\Phi(z) = \mathbb{P}(Z \leq z) = \int_{-\infty}^z \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}u^2} du$$

z	+0.00	+0.01	+0.02	+0.03	+0.04	+0.05	+0.06	+0.07	+0.08	+0.09
0.0	0.5000	0.5040	0.5080	0.5120	0.5160	0.5199	0.5239	0.5279	0.5319	0.5359
0.1	0.5398	0.5438	0.5478	0.5517	0.5557	0.5596	0.5636	0.5675	0.5714	0.5753
0.2	0.5793	0.5832	0.5871	0.5910	0.5948	0.5987	0.6026	0.6064	0.6103	0.6141
0.3	0.6179	0.6217	0.6255	0.6293	0.6331	0.6368	0.6406	0.6443	0.6480	0.6517
0.4	0.6554	0.6591	0.6628	0.6664	0.6700	0.6736	0.6772	0.6808	0.6844	0.6879
0.5	0.6915	0.6950	0.6985	0.7019	0.7054	0.7088	0.7123	0.7157	0.7190	0.7224
0.6	0.7257	0.7291	0.7324	0.7357	0.7389	0.7422	0.7454	0.7486	0.7517	0.7549
0.7	0.7580	0.7611	0.7642	0.7673	0.7704	0.7734	0.7764	0.7794	0.7823	0.7852
0.8	0.7881	0.7910	0.7939	0.7967	0.7995	0.8023	0.8051	0.8078	0.8106	0.8133
0.9	0.8159	0.8186	0.8212	0.8238	0.8264	0.8289	0.8315	0.8340	0.8365	0.8389
1.0	0.8413	0.8438	0.8461	0.8485	0.8508	0.8531	0.8554	0.8577	0.8599	0.8621
1.1	0.8643	0.8665	0.8686	0.8708	0.8729	0.8749	0.8770	0.8790	0.8810	0.8830
1.2	0.8849	0.8869	0.8888	0.8907	0.8925	0.8944	0.8962	0.8980	0.8997	0.9015
1.3	0.9032	0.9049	0.9066	0.9082	0.9099	0.9115	0.9131	0.9147	0.9162	0.9177
1.4	0.9192	0.9207	0.9222	0.9236	0.9251	0.9265	0.9279	0.9292	0.9306	0.9319
1.5	0.9332	0.9345	0.9357	0.9370	0.9382	0.9394	0.9406	0.9418	0.9429	0.9441
1.6	0.9452	0.9463	0.9474	0.9484	0.9495	0.9505	0.9515	0.9525	0.9535	0.9545
1.7	0.9554	0.9564	0.9573	0.9582	0.9591	0.9599	0.9608	0.9616	0.9625	0.9633
1.8	0.9641	0.9649	0.9656	0.9664	0.9671	0.9678	0.9686	0.9693	0.9699	0.9706
1.9	0.9713	0.9719	0.9726	0.9732	0.9738	0.9744	0.9750	0.9756	0.9761	0.9767
2.0	0.9772	0.9778	0.9783	0.9788	0.9793	0.9798	0.9803	0.9808	0.9812	0.9817
2.1	0.9821	0.9826	0.9830	0.9834	0.9838	0.9842	0.9846	0.9850	0.9854	0.9857
2.2	0.9861	0.9864	0.9868	0.9871	0.9875	0.9878	0.9881	0.9884	0.9887	0.9890
2.3	0.9893	0.9896	0.9898	0.9901	0.9904	0.9906	0.9909	0.9911	0.9913	0.9916
2.4	0.9918	0.9920	0.9922	0.9925	0.9927	0.9929	0.9931	0.9932	0.9934	0.9936
2.5	0.9938	0.9940	0.9941	0.9943	0.9945	0.9946	0.9948	0.9949	0.9951	0.9952
2.6	0.9953	0.9955	0.9956	0.9957	0.9959	0.9960	0.9961	0.9962	0.9963	0.9964
2.7	0.9965	0.9966	0.9967	0.9968	0.9969	0.9970	0.9971	0.9972	0.9973	0.9974
2.8	0.9974	0.9975	0.9976	0.9977	0.9977	0.9978	0.9979	0.9979	0.9980	0.9981
2.9	0.9981	0.9982	0.9982	0.9983	0.9984	0.9984	0.9985	0.9985	0.9986	0.9986
3.0	0.9987	0.9987	0.9987	0.9988	0.9988	0.9989	0.9989	0.9989	0.9990	0.9990
3.1	0.9990	0.9991	0.9991	0.9991	0.9992	0.9992	0.9992	0.9992	0.9993	0.9993
3.2	0.9993	0.9993	0.9994	0.9994	0.9994	0.9994	0.9994	0.9995	0.9995	0.9995
3.3	0.9995	0.9995	0.9995	0.9996	0.9996	0.9996	0.9996	0.9996	0.9996	0.9997
3.4	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9998
3.5	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998
3.6	0.9998	0.9998	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999
3.7	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999
3.8	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999
3.9	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000

z	1.282	1.645	1.960	2.326	2.576	3.090	3.291	3.891	4.417
$\Phi(z)$	0.90	0.95	0.975	0.99	0.995	0.999	0.9995	0.99995	0.999995
$2[1 - \Phi(z)]$	0.20	0.10	0.05	0.02	0.01	0.002	0.001	0.0001	0.00001

