

$$\frac{k' \rho_p R^2}{D_e} = \frac{\text{Velocidade da reacção}}{\text{Velocidade da difusão}}$$

Módulo de Thiele

$$\phi = R \sqrt{\frac{k' \rho_p}{D_e}}$$

$\phi$  grande: Velocidade da reacção  $\gg$  Velocidade da difusão

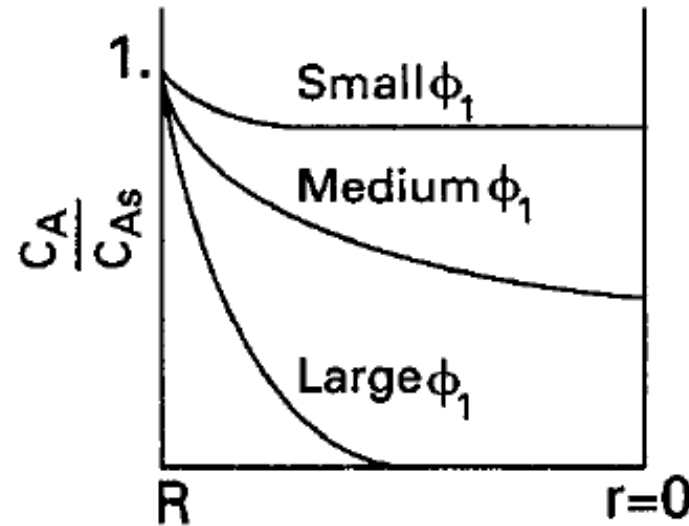
$\phi$  pequeno: Velocidade da reacção  $\ll$  Velocidade da difusão

Equação  
Balanço Molar à  
*pellet* esférica

$$\therefore \frac{d^2 \varphi}{d\lambda^2} + \frac{2}{\lambda} \frac{d\varphi}{d\lambda} - \phi^2 \varphi = 0$$

$$\begin{cases} \lambda = 0 \Rightarrow \varphi = \text{Finito} \\ \lambda = 1 \Rightarrow \varphi = 1 \end{cases}$$

## Perfil de concentração numa pellet esférica para diferentes módulos de Thiele



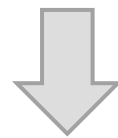
**$\phi$  pequenos-** reação à superfície controla. Quantidades significativas de reagente difundem bem para o interior da *pellet* sem reagir

**$\phi$  grandes-** reação de superfície é rápida. O reagente é consumido muito perto da superfície exterior da *pellet* e muito pouco penetra no interior da *pellet* (se o catalisador fosse revestido com um metal precioso não valia a pena cobrir a *pellet* inteira já que a difusão interna é limitante).

Quando os reagentes se difundem pelos poros do catalisador a concentração na entrada dos poros será superior à concentração dentro do poro.

**A mesma concentração não está acessível a toda a área de superfície catalítica.**

Para ter em consideração as variações de concentração através da *pellet*



**Factor de Efectividade  $\eta$**

Mede quanto o reagente se difunde na *pellet* antes de reagir

**O Factor de Efectividade**

$$\eta = \frac{r'_{Aobs}}{r'_A(C_{As})}$$

$r'_{Aobs}$  – velocidade de reacção observada experimentalmente =

velocidade à qual o reagente se difunde para dentro da “pellet” = N° de moles gerados/consumidos por unidade de massa do catalisador.

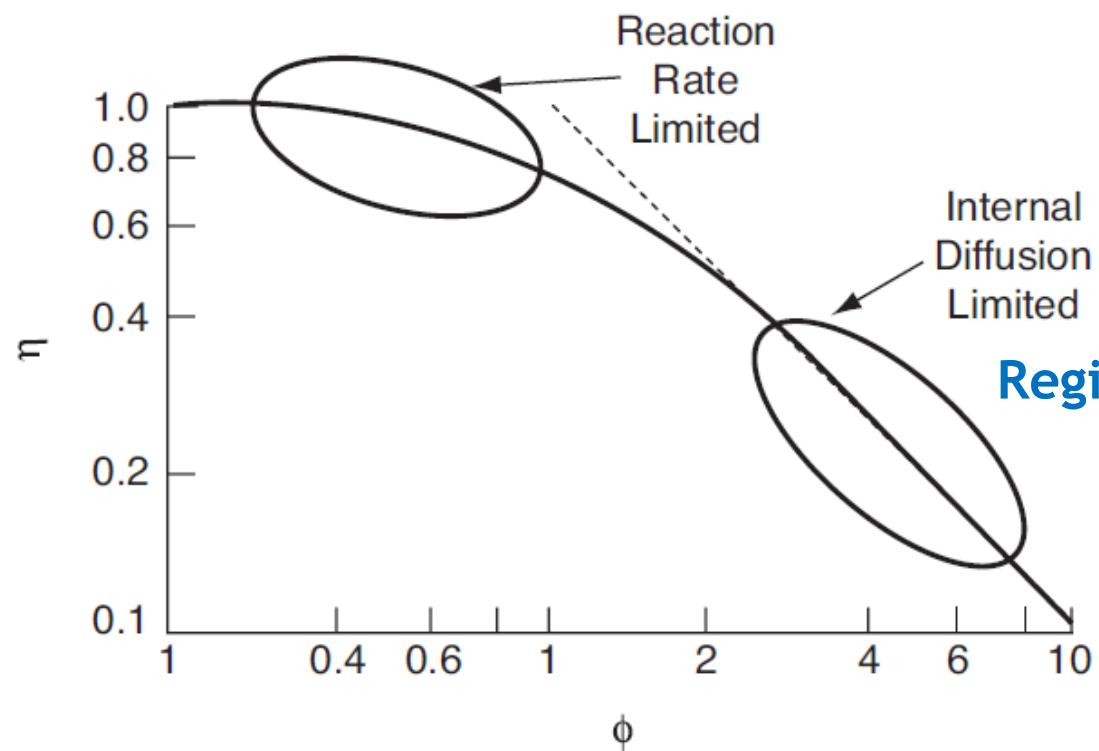
$r'_A(C_{As})$  – velocidade de reacção intrínseca = velocidade que se

observaria se toda a superfície activa do catalisador (poroso)

estivesse exposta à mesma concentração ( $C_{As}$ ) que a sua

superfície externa

## Regime cinético



## Regime difusional interno

Zona de fortes  
limitações  
difusionais:  $\phi > 3$

$$\eta \propto \frac{1}{\phi}$$

## Relação entre o Factor de Efectividade e o Módulo de Thiele

$$\eta = \frac{r'_{Aobs}}{r'_A(C_{As})} \quad r'_{Aobs} = \frac{\left( \text{Área Exterior} \right) \cdot \left( \text{Fluxo Molar} \right)}{\left( \text{Massa da "Pellet"} \right)}$$

$$[-r'_{Aobs}] = - \frac{\left( 4\pi R^2 \right) \cdot \left( J_A|_{r=R} \right)}{\left( \frac{4}{3} \pi \rho_p R^3 \right)} \quad [-r'_A(C_{As})] = k' C_{As}$$

$$\therefore \eta = \frac{-r'_{Aobs}}{-r'_A(C_{As})} = \frac{-\frac{4\pi R^2 J_A|_{r=R}}{\frac{4}{3} \pi R^3 \rho_p}}{k' C_{As}} = \frac{-4\pi R^2 J_A|_{r=R}}{k' C_{As} \frac{4}{3} \pi R^3 \rho_p}$$

$$\eta = \frac{-4\pi R^2 J_A|_{r=R}}{k' C_{As} \frac{4}{3} \pi R^3 \rho_p}$$

1ª Lei de Fick

$$J_A|_{r=R} = -D_e \frac{dC_A}{dr} \Big|_{r=R} = -\frac{De C_{As}}{R} \frac{d\phi}{d\lambda} \Big|_{\lambda=1}$$

$$\phi = \frac{1}{\lambda} \left( \frac{\sinh \phi \lambda}{\sinh \phi} \right)$$

$$\frac{d\phi}{d\lambda} \Big|_{\lambda=1} = \left( \frac{\phi \cosh(\phi \lambda)}{\lambda \sinh \phi} - \frac{1}{\lambda^2} \cdot \frac{\sinh(\phi \lambda)}{\sinh \phi} \right) \Big|_{\lambda=1} = \frac{\phi \cosh \phi}{\sinh \phi} - 1 = \phi \coth \phi - 1$$

**Perfil de concentração adimensional na pellet  
esférica em função do Módulo de Thiele**

$$\eta = \frac{-4\pi R^2 J_A|_{r=R}}{k' C_{As} \frac{4}{3} \pi R^3 \rho_p}$$

1ª Lei de Fick

$$J_A|_{r=R} = -D_e \frac{dC_A}{dr} \Big|_{r=R} = -\frac{De C_{As}}{R} (\phi \coth \phi - 1) \quad \phi = \frac{1}{\lambda} \left( \frac{\sinh \phi \lambda}{\sinh \phi} \right)$$

$$\frac{d\phi}{d\lambda} \Big|_{\lambda=1} = \left( \frac{\phi \cosh(\phi \lambda)}{\lambda \sinh \phi} - \frac{1}{\lambda^2} \cdot \frac{\sinh(\phi \lambda)}{\sinh \phi} \right) \Big|_{\lambda=1} = \frac{\phi \cosh \phi}{\sinh \phi} - 1 = \phi \coth \phi - 1$$

**Perfil de concentração adimensional na pellet esférica em função do Módulo de Thiele**



$$\eta = \frac{4\pi R^2 \frac{De C_{As}}{R} (\phi \coth \phi - 1)}{k' C_{As} \frac{4}{3} \pi R^3 \rho_p}$$

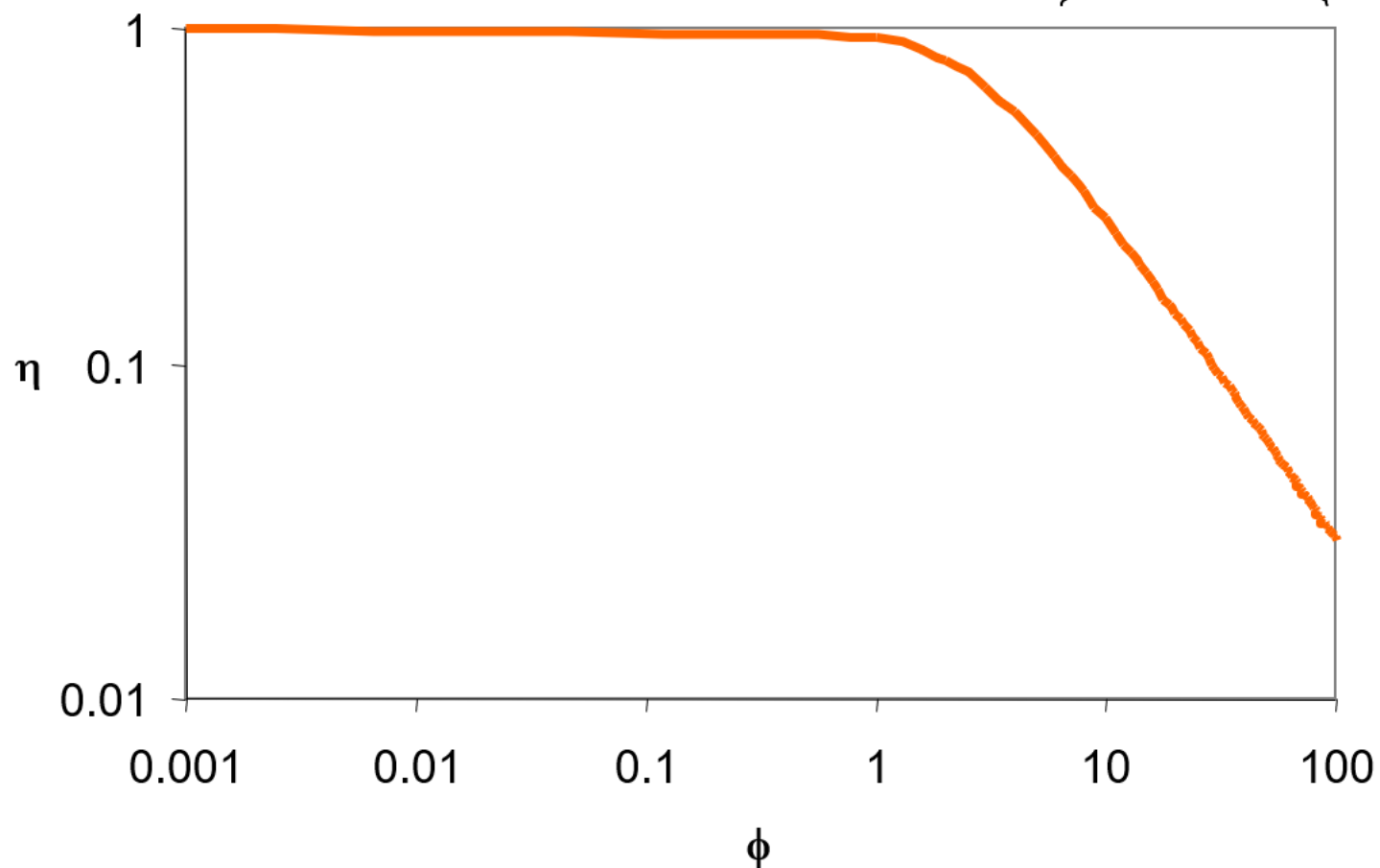
$$\therefore \eta = \frac{3}{\underbrace{\left( R \sqrt{\frac{k' \rho_p}{De}} \right)^2}_{\phi}} \cdot (\phi \coth \phi - 1)$$

**Função trigonométrica  
do  
Factor de Efectividade**

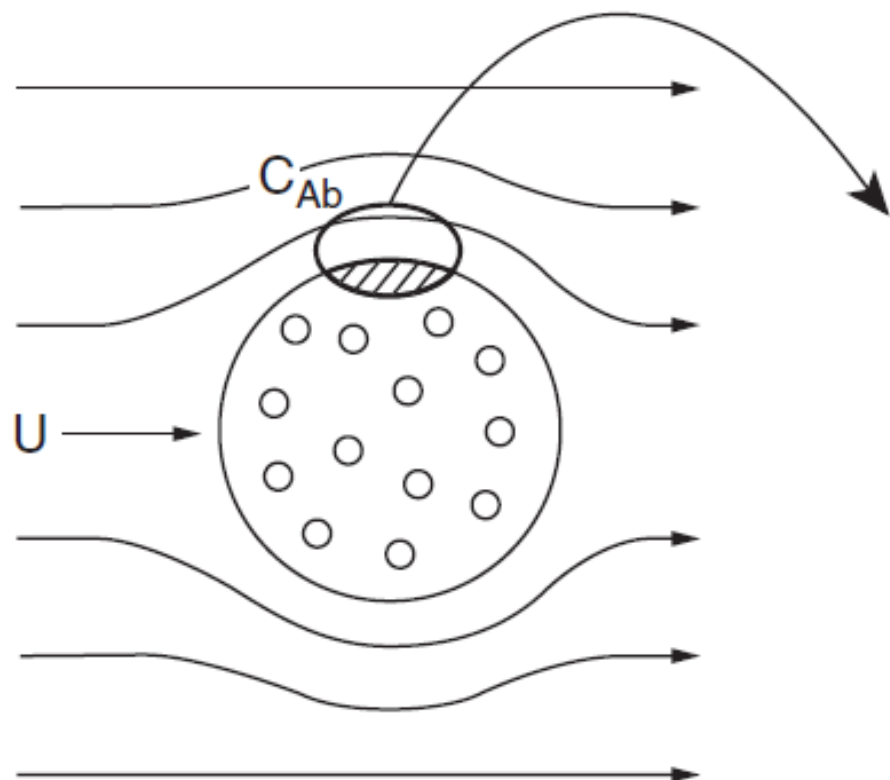
$$\eta = \frac{3}{\phi^2} \cdot (\phi \coth \phi - 1)$$

Zona de fortes  
limitações  
difusionais:  $\phi > 3$

$$\eta \propto \frac{1}{\phi}$$



# Resistência Externa à Transferência de Massa

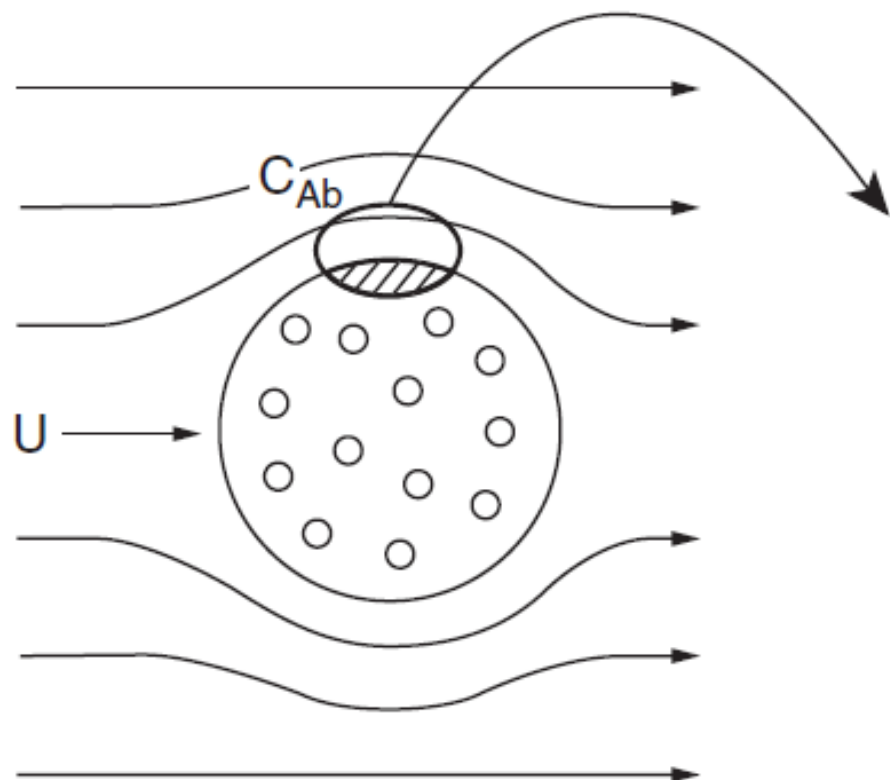


**Transporte para a esfera**

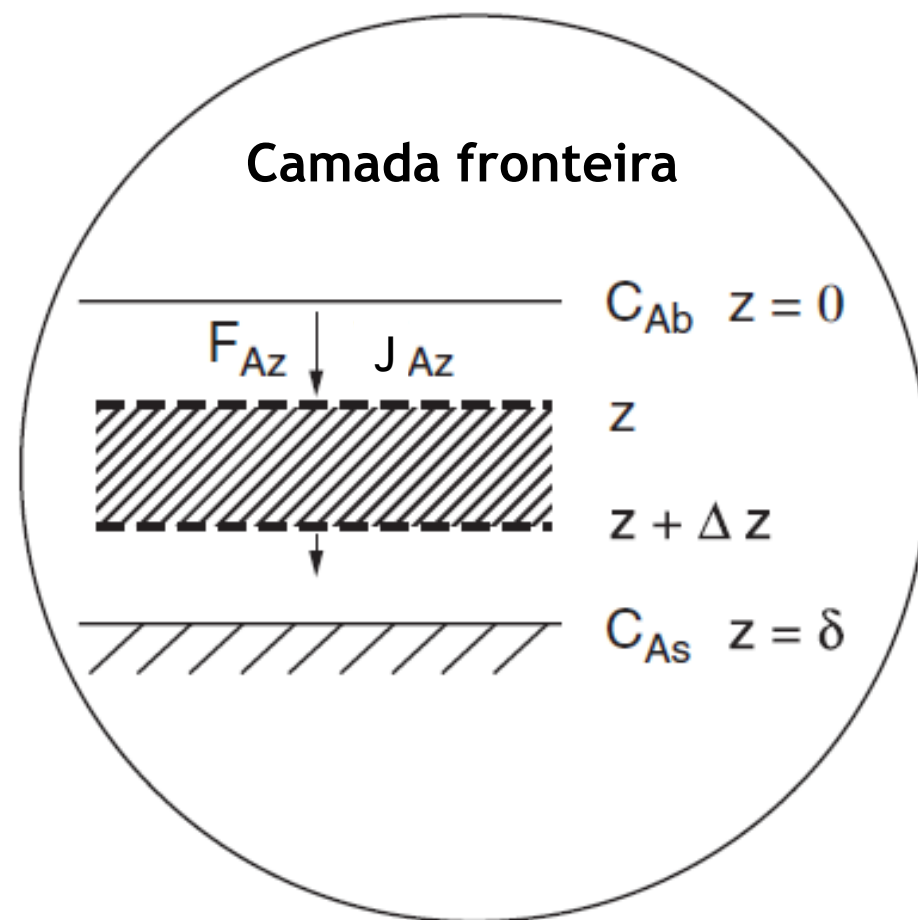
Hipótese do filme estagnado de espessura  $\delta$

$C_{Ab}$  concentração de A na fronteira externa do filme

$U$  velocidade linear do fluido- *bulk flow*



**Transporte para a esfera**

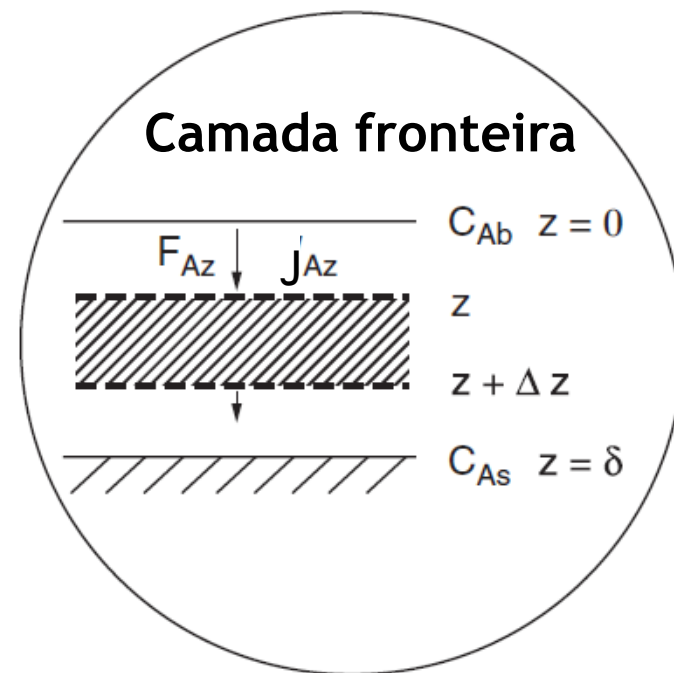


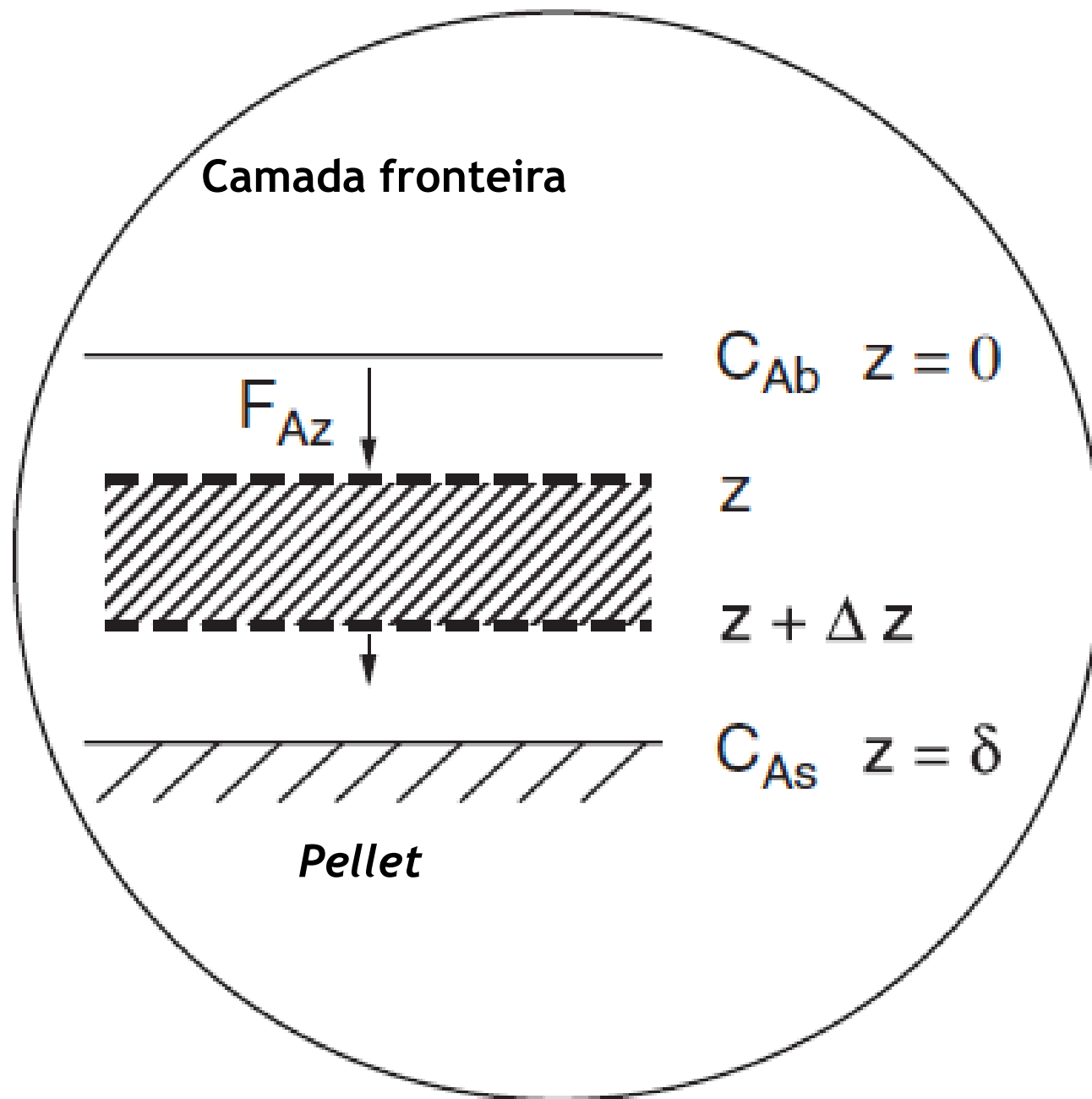
Como  $\delta \ll d_p$  podemos negligenciar a curvatura da *pellet* e representar a difusão em termos de coordenadas retilíneas

## Balanço molar

$$\begin{array}{ccccccc} \left[ \begin{array}{c} \text{Rate} \\ \text{in} \end{array} \right] & - & \left[ \begin{array}{c} \text{Rate} \\ \text{out} \end{array} \right] & + & \left[ \begin{array}{c} \text{Rate of} \\ \text{generation} \end{array} \right] & = & \left[ \begin{array}{c} \text{Rate of} \\ \text{accumulation} \end{array} \right] \\ F_{Az}|_z & - & F_{Az}|_{z+\Delta z} & + & 0 & = & 0 \end{array}$$

Só há reacção na pellet





$$F_A|_z - F_A|_{z+dz} = 0 \quad dF_A = 0$$

$$F_A = J_{Az} \cdot A_c \quad \frac{dJ_{Az} \cdot A_c}{dz} = 0$$

$$\frac{dF_A}{dz} = 0$$

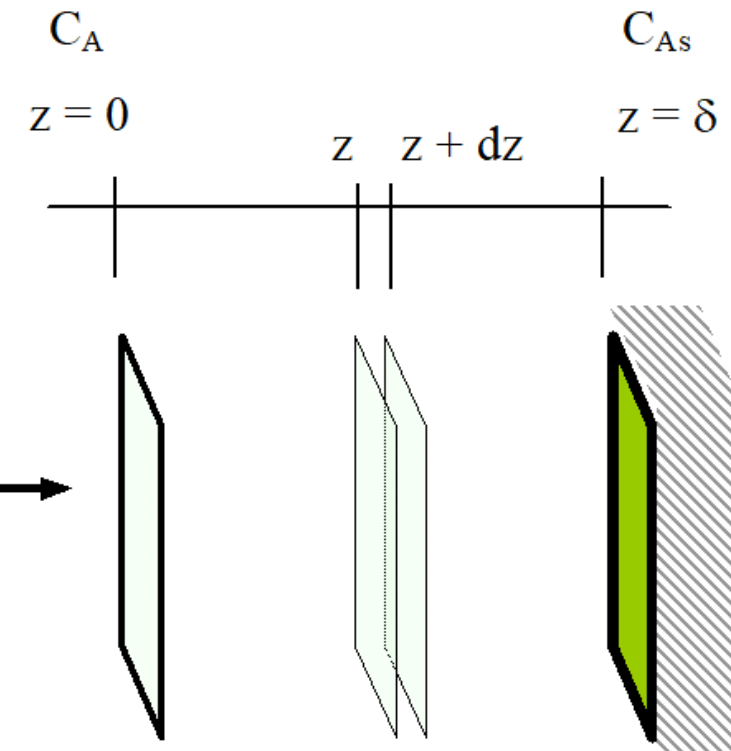
$$\frac{dJ_{Az}}{dz} = 0$$

1ª lei de Fick

$$J_{Az} = -D_{AB} \frac{dC_A}{dz}$$

$$\frac{dJ_{Az}}{dz} = -D_{AB} \frac{d^2 C_A}{dz^2} = 0$$

Equação diferencial que descreve a difusão através de um filme líquido



$D_{AB}$  = Difusividade,  $m^2/s$

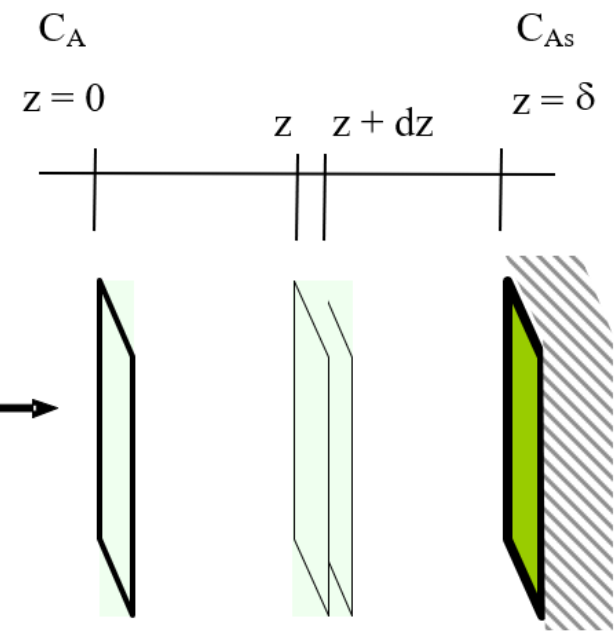


$$\frac{dJ_{Az}}{dz} = -D_{AB} \frac{d^2 C_A}{dz^2} = 0$$

Condições fronteira:

$z = 0, \quad C_A = C_{A0}$   
 $C_{A0} = C_{Ab}$

$z = \delta, \quad C_A = C_{As}$



Integração

$\frac{dC_A}{dz} = K_1$   
 1ª integração

$C_A = K_1 z + K_2$   
 2ª integração

$\therefore K_1 = \frac{C_{As} - C_{A0}}{\delta}$

Pela 1ª condição:  $C_{A0} = 0 + K_2$

$$C_A = \frac{C_{As} - C_{A0}}{\delta} \cdot z + C_{A0}$$

Pela 2ª condição:  $C_{As} = K_1 \delta + K_2 = K_1 \delta + C_{A0}$

Equação diferencial  
elementar- Resolução  
por integração dupla  
relativamente z

K1 e K2- Constantes  
arbitrárias de integração

$$J_{Az} = -D_{AB} \frac{dC_A}{dz}$$

$$J_{Az} = -D_{AB} \frac{d}{dz} \left[ \frac{C_{As} - C_{A0}}{\delta} \cdot z + C_{A0} \right]$$

$$\therefore J_{Az} = \frac{D_{AB}}{\delta} (C_{A0} - C_{As})$$

Coeficiente de  
transferência  
de massa

$$k_c = \frac{D_{AB}}{\delta}$$

$$J_{Az} = k_c (C_{A0} - C_{As})$$

Fluxo molar médio desde o *bulk*  
até à superfície da *pellet*

$$\text{Flux} = \frac{\text{Driving force}}{\text{Resistance}} = \frac{C_{Ab} - C_{As}}{(1/k_c)}$$

# Reacção química e transferência de massa



Como o fluxo molar é proporcional à diferença de concentrações entre uma qualquer ponto da solução (afastado da superfície do catalisador uma distância superior à espessura  $\delta$  da camada limite),  $C_A$ , e a superfície do catalisador,  $C_{As}$ , *a velocidade da transferência de massa terá de ser igual à velocidade da reacção química.*

$$J_{Az} = k_c (C_A - C_{As}) = k_r C_{As} = (-r''_A)$$

$$\therefore C_{As} = \frac{k_c \cdot C_A}{k_r + k_c}$$

$$\therefore -r''_A = k_r \cdot \frac{k_c \cdot C_A}{k_r + k_c}$$

**Caso 1: velocidade da reacção química muito superior à velocidade da transferência de massa ( $k_r \gg k_c$ ) – a transferência de massa controla.**

$$\therefore -r''_A = k_r \cdot \frac{k_c \cdot C_A}{k_r + k_c} = \frac{k_c \cdot C_A}{1 + \frac{k_c}{k_r}}$$

$$\frac{k_c}{k_r} \ll 1$$

$$\therefore -r''_A \approx k_c C_A$$

**Caso 2: velocidade da transferência de massa muito superior à da reacção química ( $k_c \gg k_r$ ).**

$$\therefore -r''_A = k_r \cdot \frac{k_c \cdot C_A}{k_r + k_c} = \frac{k_r \cdot C_A}{\frac{k_r}{k_c} + 1}$$

$$\frac{k_r}{k_c} \ll 1$$

$$\therefore -r''_A \approx k_r C_A$$

# Correlações para o coeficiente de transferência de massa

Número de Sherwood  $Sh = \frac{k_c d_p}{D_{AB}}$

$d_p$  = diameter of pellet, m  
 $D_{AB}$  is the diffusivity  $m^2/s$

Número de Schmidt  $Sc = \frac{\nu}{D_{AB}}$

$\nu = \frac{\mu}{\rho}$  = kinematic viscosity (momentum diffusivity),  $m^2/s$

Número de Reynolds  $Re = \frac{\rho d_p U}{\mu} = \frac{d_p U}{\nu}$

$U$  = free-stream velocity,  $m/s$   
= u velocidade linear

## Correlação de Frössling

$$Sh = 2 + 0.6Re^{1/2}Sc^{1/3}$$

Correlação da transferência de massa  
do fluxo à volta da *pellet* esférica

## Exercício 1

A reacção elementar  $A \rightarrow B$  é conduzida, na fase gasosa, num reactor multitubular de leito fixo, consistindo em 100 tubos de 2 m de comprimento e 2 cm de diâmetro da secção recta, cheios com um catalisador sólido, poroso, na forma de *pellets* esféricas de 5 mm de diâmetro. O reagente A é alimentado puro a um caudal de 20 L/min, à temperatura de 373 K e à pressão de 2 atm.

- Calcule o valor da constante cinética observada, sabendo que se obtém uma conversão de 34,1% à saída do reactor.
- Calcule o valor da constante cinética aparente, que observaria no caso da ausência de limitações difusionais externas.
- Calcule o valor do coeficiente de transferência de massa.
- Diga, justificando a sua resposta, se o reactor se encontra em regime cinético, difusional interno, difusional externo ou misto.
- Determine o valor do coeficiente de difusão externo.

Dados:

$\rho_p = 1.3 \text{ g/cm}^3$ ; viscosidade cinemática:  $(\mu/\rho) = 4 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$ ;  $\epsilon_b = 0.48$ ; Difusividade efectiva intraparticular:  $D_e = 1.4 \times 10^{-11} \text{ m}^2/\text{s}$ ; constante cinética intrínseca:  $k' = 0,044 \text{ L g}_{\text{cat}}^{-1} \text{ min}^{-1}$ ;  $R = 0,082 \text{ atm L mol}^{-1} \text{ K}^{-1}$ .

$$Sh = 1.0 Re^{1/2} Sc^{1/3} \quad ; \quad Sh = \frac{k_c d_p}{D_A} \cdot \frac{\epsilon_b}{1 - \epsilon_b} \quad ; \quad Re = \frac{u d_p}{\frac{\mu}{\rho}(1 - \epsilon_b)} \quad ; \quad Sc = \frac{\mu/\rho}{D_A} \quad ; \quad \phi = R \sqrt{\frac{k' \rho_p}{D_e}} \quad ;$$

$$\eta = \frac{3}{\phi^2} (\phi \coth \phi - 1) \quad ;$$



Calcule o valor da constante cinética observada, sabendo que se obtém uma conversão de 34,1% à saída do reator.

Balanço molar ao reator de leito fixo

$$dW = \frac{dF_A}{r'_{Aobs}} = F_{A0} \frac{dX}{-r'_{Aobs}}$$

Lei cinética

$$-r'_{Aobs} = k'_{obs} C_A = k'_{obs} C_{A0} (1 - X)$$

Equação condensada

$$dW = F_{A0} \frac{dX}{k'_{obs} C_{A0} (1 - X)} = C_{A0} v_0 \frac{dX}{k'_{obs} C_{A0} (1 - X)} = \frac{v_0}{k'_{obs}} \frac{dX}{1 - X}$$

$$W = \frac{v_0}{k'_{obs}} \int_0^X \frac{dX}{1 - X} = \frac{v_0}{k'_{obs}} \ln \frac{1}{1 - X}$$

$$k'_{obs} = \frac{v_0}{W} \ln \frac{1}{1 - X}$$

No reator é sempre a velocidade da reação observada, correspondente à transferência de massa e reação na pellet. Se não houver qualquer resistência à transferência de massa externa, a  $r'_{obs} = r'_{ap}$

Massa de catalisador:

$$V_R = V_{cat} + V_{vazios} = \frac{W}{\rho_c} + \varepsilon_b V_R$$

Peso do catalisador

Porosidade do bulk

Volume do reactor

$$W = \rho_c (1 - \varepsilon_b) \frac{\pi D^2}{4} L N_{tubos}$$

área da secção recta

O reactor é multitubular. Tem 100 tubos iguais com 2m de comprimento e 20 cm de diâmetro de secção recta

comprimento do reactor

$$W = 1300000 \times (1 - 0.48) \times \frac{\pi \times 0.02^2}{4} \times 2 \times 100 = 42474 \text{ g}$$

$$k'_{obs} = \frac{v_0}{W} \ln \frac{1}{1 - X} = \frac{20}{42474} \times \ln \frac{1}{1 - 0.341} = 1.964 \times 10^{-4} \frac{L}{g \cdot min}$$

$$\equiv 3.273 \times 10^{-9} m^3 / (g \cdot s)$$

34.1% de conversão

Calcule o valor da constante cinética aparente, que observaria no caso da ausência de limitações difusionais externas.

*Pellet esférica*

Atenção às unidades.  
Está por L e por min

$$\phi = R \sqrt{\frac{k' \rho_p}{D_e}} = 0.0025 \sqrt{\frac{0.044}{1000 \times 60} \times 1300000} = 652$$

$$\eta = \frac{3}{\phi^2} (\phi \coth \phi - 1) = \frac{3}{652^2} (652 - 1) = 0.00459$$

$$k'_{ap} = \eta k' = 0.00459 \times 0.044 = 2.02 \times 10^{-4} \frac{L}{min.g} \equiv 3.367 \times 10^{-9} m^3/(g.s)$$

Calcule o valor do coeficiente de transferência de massa.

O fluxo de A do *bulk* para a superfície = à velocidade de consumo de A na superfície

$$k'_c (C_{Ab} - C_{AS}) = (-r'_A) = k'_{ap} C_{AS}$$

$C_{AS}$  não é tão facilmente medida como  $C_{Ab}$ , logo eliminamos  $C_{AS}$  da equação

$$\frac{k'_c}{k'_{ap} + k'_c} C_{Ab} = C_{AS}$$

Resolvemos para  $C_{AS}$  e substituímos na velocidade

$$-r'_A = \frac{k'_{ap} k'_c}{k'_{ap} + k'_c} C_{Ab} = k'_{obs} C_{Ab}$$

$k'_{obs}$ - constante cinética observada da transferência de massa e reacção na pellet

$$\therefore k'_{obs} = \frac{k'_{ap} k'_c}{k'_{ap} + k'_c} \quad \therefore k'_c = \frac{k'_{obs} k'_{ap}}{k'_{ap} - k'_{obs}}$$

$$\therefore k'_c = \frac{k'_{obs} k'_{ap}}{k'_{ap} - k'_{obs}} = \frac{3.273 \times 10^{-9} \times 3.367 \times 10^{-9}}{3.367 \times 10^{-9} - 3.273 \times 10^{-9}} = 1.169 \times 10^{-7} \text{ m}^3/(\text{g.s})$$

Coeficiente de Transferência de Massa

d)

Diga, justificando a sua resposta, se o reactor se encontra em regime cinético, difusional interno, difusional externo ou misto.

$$k'_{ap} = 3.367 \times 10^{-9} \text{ m}^3/(\text{g.s})$$

$$k'_c = 1.169 \times 10^{-7} \text{ m}^3/(\text{g.s})$$

Comparando os valores do coeficiente de transferência de massa e da constante cinética aparente (que seria a observada, na ausência de limitações difusionais externas), concluimos que esta última é inferior em duas ordens de grandeza.



Nestas condições, o passo controlador é a reacção química e a transferência de massa interna.

Como o valor do módulo de Thiele é elevado ( $\phi = 652$ ) exclui o regime cinético, concluimos então que o reactor se encontra a operar em regime difusional interno.

Determine o valor do coeficiente de difusão externo.

e)

$$v_{tubo} = \frac{v}{N_{tubos}} = \frac{0.02}{60 \times 100} = 3.333 \times 10^{-6} \text{ m}^3/\text{s}$$

Caudal  
volumétrico

$$u = \frac{v_{tubo}}{A_c} = \frac{v_{tubo}}{\frac{\pi D^2}{4} \varepsilon_b} = \frac{3.333 \times 10^{-6}}{\frac{\pi \times 0.02^2}{4} \times 0.48} = 0.0221 \text{ m/s}$$

Velocidade  
linear

Área de secção recta  
efectiva= área x porosidade  
do leito

$$Re = \frac{u d_p}{\frac{\mu}{\rho}(1 - \varepsilon_b)} = \frac{0.0221 \times 0.005}{4 \times 10^{-6} \times (1 - 0.48)} = 53.1$$

Viscosidade  
cinemática

$$k_c = k'_c \frac{\text{massa cat}}{\text{área externa}} = k'_c \frac{\frac{\pi d_p^3}{6} \rho_c}{\pi d_p^2} = k'_c \frac{d_p \rho_c}{6}$$

$$= 1.169 \times 10^{-7} \times \frac{0.005 \times 1300000}{6} = 1.266 \times 10^{-4} \text{ m/s}$$

Para transformar as unidades do coeficiente de transferência de massa. No número de Sh o  $k_c$  vem em m/s

Correlação de Frössling- correlaciona a transferência de massa no fluxo à volta da pellet esférica

Sc Número de Schmidt

Sh Número de Sherwood

$$Sh = Re^{1/2} Sc^{1/3} = Re^{1/2} \left( \frac{\mu/\rho}{D_A} \right)^{1/3}$$

$$Sh = \frac{k_c d_p}{D_A} \frac{\varepsilon_b}{1 - \varepsilon_b}$$

$$\frac{k_c d_p}{D_A} \frac{\varepsilon_b}{1 - \varepsilon_b} = Re^{1/2} \left( \frac{\mu/\rho}{D_A} \right)^{1/3}$$

$$D_A^{1/3} D_A^{-3/3} = Re^{1/2} \frac{(\mu/\rho)^{1/3} (1 - \varepsilon_b)}{\varepsilon_b k_c d_p}$$

$$D_A^{2/3} = \frac{\varepsilon_b k_c d_p}{Re^{1/2} (\mu/\rho)^{1/3} (1 - \varepsilon_b)}$$

Coeficiente de  
Difusão externo  
ou Difusividade

$$D_A = \left( \frac{\varepsilon_b k_c d_p}{Re^{1/2} (\mu/\rho)^{1/3} (1 - \varepsilon_b)} \right)^{\frac{3}{2}} = \left( \frac{0.48 \times \overbrace{1.266 \times 10^{-4} \times 0.005}^{k_c \text{ em m/s}}}{53.1^{1/2} \times (4 \times 10^{-6})^{1/3} \times (1 - 0.48)} \right)^{\frac{3}{2}}$$

$$= 1.13 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$$

### 3º Trabalho prático

Reação 1ª ordem

$$-r'_A = k'_{ap} C_A = k'_{ap} C_{A0} (1 - X)$$

$$r'_A = \frac{1}{W} \frac{dN_A}{dt} = -\frac{N_{A0}}{W} \frac{dX}{dt} \quad \text{Reator Batch}$$

$$\frac{N_{A0}}{W} \frac{dX}{dt} = k'_{ap} C_{A0} (1 - X)$$

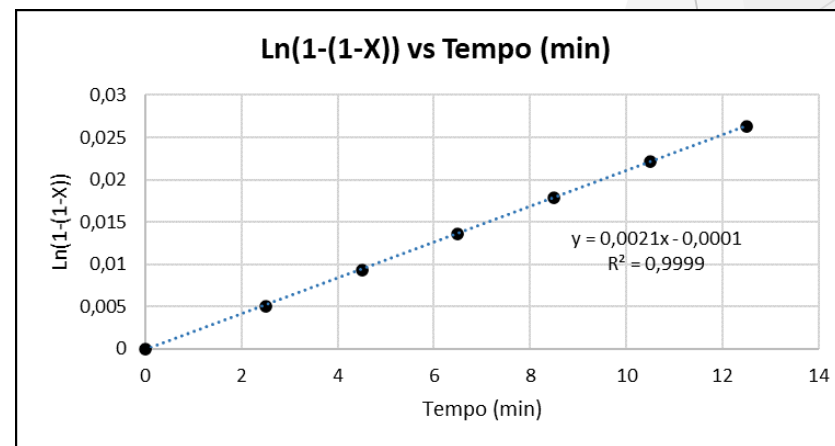
$$\frac{\cancel{C_{A0}} V}{W} \frac{dX}{dt} = k'_{ap} \cancel{C_{A0}} (1 - X)$$

$$k'_{ap} = \frac{\text{Declive } V}{W}$$

$$\frac{dX}{dt} = \frac{W}{V} k'_{ap} (1 - X)$$

$$\int_0^X \frac{dX}{1-X} = \frac{W}{V} k'_{ap} \int_0^t dt$$

$$\ln \frac{1}{1-X} = \frac{W}{V} k'_{ap} t$$



?



## Diferentes diâmetros de pellet

$$\eta = \frac{k'_{ap}}{k'} \quad \eta_1 = \frac{k'_{ap1}}{k'} \quad \eta_2 = \frac{k'_{ap2}}{k'}$$

$$\phi = R \sqrt{\frac{k' \rho_p}{D_e}} \quad \phi_1 = R_1 \sqrt{\frac{k' \rho_p}{D_e}} \quad \phi_2 = R_2 \sqrt{\frac{k' \rho_p}{D_e}}$$

$$\frac{\phi_1}{\phi_2} = \frac{R_1}{R_2} = \frac{d_{p1}}{d_{p2}}$$

$$\phi_1 = \phi_2 \frac{d_{p1}}{d_{p2}}$$

$$\eta = \frac{3}{\phi^2} (\phi \coth \phi - 1)$$

$$\frac{\eta_1}{\eta_2} = \frac{k'_{ap1}}{k'_{ap2}} = \frac{\frac{3}{\phi_1^2} (\phi_1 \coth \phi_1 - 1)}{\frac{3}{\phi_2^2} (\phi_2 \coth \phi_2 - 1)}$$

$$f(\phi_2) = \frac{\left( \phi_2 \frac{d_{p1}}{d_{p2}} \coth \left( \phi_2 \frac{d_{p1}}{d_{p2}} \right) - 1 \right)}{\left( \frac{d_{p1}}{d_{p2}} \right)^2 (\phi_2 \coth \phi_2 - 1)} - \frac{k'_{ap1}}{k'_{ap2}} = 0$$

$$\eta = \frac{k'_{ap}}{k'} \quad \eta_1 = \frac{k'_{ap1}}{k'} \quad \eta_2 = \frac{k'_{ap2}}{k'}$$

$$k' = \frac{k'_{ap1} - k'_{ap2}}{\eta_1 - \eta_2}$$

**Constante cinética Intrínseca**

$$\phi = R \sqrt{\frac{k' \rho_p}{D_e}} \quad \phi_1 = R_1 \sqrt{\frac{k' \rho_p}{D_e}} \quad \phi_2 = R_2 \sqrt{\frac{k' \rho_p}{D_e}}$$

$$D_e = \frac{(d_{p1} - d_{p2})^2 k' \rho_p}{4(\phi_1 - \phi_2)^2}$$

**Difusividade Efectiva**