FT I – Resolução

Felipe B. Pinto 61387 – MIEQB

19 de novembro de 2023

Conteúdo

Questão 1 – 1

Indicar as dimensões em M, L, T, θ das unidades de força, energia, pressão, potência e viscosidade (que são unidades derivadas) e definir estas unidades nos sistemas SI, CGS e Britânico.

(i) Força

$$[F] = [m][a] = \mathrm{g\,m/s^2} = \mathrm{M\,L\,T^{-2}}$$

SI: $\mathrm{kg\,m\,s^{-2}}$ **CGS:** $\mathrm{g\,cm\,s^{-2}}$ **Brit:** $\mathrm{lb\,ft\,s^{-2}}$

(ii) Energia

Questão 1 – 2

Calcular, para cada grandeza derivada indicada em 1-1, os factores de conversão entre os três sistemas.

(i) Força

$$\mathrm{M\,L\,T^{-2}} = 1\,\mathrm{kg\,m\,s^{-2}} = 10^{3+2}\,\mathrm{g\,cm\,s^{-2}} = 10^{5}\,\mathrm{g\,cm\,s^{-2}} =$$
$$= 10^{5}\,\mathrm{g\,cm\,s^{-2}}\frac{\mathrm{lb}}{453.59\,\mathrm{g}}\frac{\mathrm{ft}}{0.3048\,\mathrm{m}} = \frac{10^{5-2}}{453.59*0.3048}\,\mathrm{lb\,ft\,s^{-2}} \cong 7.233\,\mathrm{lb\,ft\,s^{-2}}$$

Questão 1 – 3

Agrupe as variáveis dos problemas que se seguem na forma de grupos adimensionais, aplicando o teorema π de Buckingham:

Q1 – 3 a)

Diferença de pressão entre as duas extremidades dum tubo pelo qual esteja a passar um fluído:

$$\varDelta P = f(\rho, \mu, v, D, L)$$

$$[\Delta P] = \mathrm{M\,L^{-1}\,T^{-2}}$$

$$[\rho] = \mathrm{M\,L^{-3}} \qquad [\mu] = \mathrm{M\,L^{-1}\,T^{-1}} \qquad [v] = \mathrm{L\,T^{-1}}$$

$$[D] = \mathrm{L} \qquad [L] = \mathrm{L}$$

Q1 – 3 b)

Força actuante sobre uma esfera no seio dum fluído em movimento relativamente a ela:

$$F = f(\rho, \mu, v_r, D)$$

$$\left.\begin{cases} [F] = \mathrm{M\,L\,T^{-2}} \\ [\rho] = \mathrm{M/L^3} \qquad [\mu] = \mathrm{M\,L^{-1}\,T^{-1}} \\ [v_r] = \mathrm{L/T} \qquad [D] = \mathrm{L} \end{cases}\right\} \Longrightarrow$$

$$\Longrightarrow \{D, v_r, \rho\}$$

- 5 Numero de variáveis
- 3 Numero de grandezas fund presentes
- $5 - 3 = 2$ grupos adimensionais

$$|F| = F[\rho]^a\,[v_r]^b\,[D]^c = |F|(\mathrm{M\,L\,T^{-2}})\,(\mathrm{M/L^3})^a\,(\mathrm{L/T})^b\,(\mathrm{L})^c = |F|\mathrm{M}^{1+a}\,\mathrm{L}^{1-3\,a+b+c}\,\mathrm{T}^{-2-b} =$$

$$\Longrightarrow \left.\begin{cases} 1 + a = 0 \Longrightarrow a = -1 \\ -2 - b = 0 \Longrightarrow b = -2 \\ 1 - 3\,a + b + c = 1 - 3\,(-1) + (-2) + c = 0 \Longrightarrow c = -2 \end{cases}\right\} \Longrightarrow$$

$$\Longrightarrow |F| = F/\rho\,v_r^2\,D^2$$

Q1 – 3 c)

Potência necessária para accionar um ventilador:

$$P = f(\rho, \mu, N, D, Q)$$

$$\left\{\begin{array}{ll} [P] = \mathrm{J\,s^{-1}} = \mathrm{kgm^2/s^3} = \mathrm{M\,L^2/T^3} & \\ [\rho] = \mathrm{M/L^3} & [\mu] = \mathrm{M/L\,T} \\ [N] = \mathrm{T^{-1}} & [D] = \mathrm{L} \\ [Q] = \mathrm{M\,L^2/T^2} & \end{array}\right\}$$

- 6 Variávies
- 3 Fundamentais
- $6 - 3 = 3$ Adimensionais

(i)

$$|P| = P[\rho]^a\,[N]^b\,[D]^c = |P|\,\mathrm{M\,L^2/T^3}\,(\mathrm{M/L^3})^a\,(\mathrm{T^{-1}})^b\,(\mathrm{L})^c =$$
$$= |P|\,(\mathrm{M}^{1+a}\,\mathrm{L}^{2-3\,a+c}\,\mathrm{T}^{-3-b}) \implies$$
$$\implies \left\{\begin{array}{r} 1 + a = 0 \implies a = -1 \\ -3 - b = 0 \implies b = -3 \\ 2 - 3\,a + c = 2 - 3\,(-1) + c = 0 \implies c = -5 \end{array}\right\} \implies$$
$$\implies |P| = P/\rho\,N^3\,D^5$$

Q1 – 3 d)

Força actuante sobre um corpo flutuante num líquido em movimento:

$$F = f(\rho, \mu, g, L, V_r)$$

$$[F] = \mathrm{M\,L\,T^{-2}}$$

$$[\rho] = \mathrm{M\,L^{-3}} \qquad [\mu] = \mathrm{M\,L^{-1}\,T^{-2}} \qquad [g] = \mathrm{L\,T^{-2}}$$
$$[L] = \mathrm{L} \qquad [v_r] = \mathrm{L\,T^{-1}}$$

$$\{\rho, L, v_r\}$$

(i) π_1

$$\pi_1 = \frac{\mu}{\rho^a\,L^b\,v_r^c} \wedge \frac{[\mu]}{[\rho]^a\,[L]^b\,[v_r]^c} = \frac{\mathrm{M^1\,L^{-1}\,T^{-2}}}{(\mathrm{M\,L^{-3}})^a\,(\mathrm{L})^b\,(\mathrm{L\,T^{-1}})^c} =$$
$$= \mathrm{M}^{1-a}\,\mathrm{L}^{-1+3\,a-b-c}\,\mathrm{T}^{-2+c} = 1 \implies \left\{\begin{aligned} a =& 1 \\ c =& 2 \\ b =& -1 + 3\,a - c = 0 \end{aligned}\right\} \wedge \pi_1 = \frac{\mu}{\rho\,v_r^2}$$

(ii) π_2

$$\pi_2 = \frac{g}{\rho^a\,L^b\,v_r^c} \wedge \frac{[g]}{[\rho]^a\,[L]^b\,[v_r]^c} = \frac{\mathrm{L^1\,T^{-2}}}{(\mathrm{M\,L^{-3}})^a\,(\mathrm{L})^b\,(\mathrm{L\,T^{-1}})^c} =$$
$$= \mathrm{m}^{0-3\,a}\mathrm{L}^{1+3\,a-b-c}\,\mathrm{T}^{-2+c} = 1 \implies \left\{\begin{aligned} a =& 0 \\ c =& 2 \\ b =& 1 + 3\,a - c = -1 \end{aligned}\right\} \wedge \pi_2 = \frac{g}{L^{-1}\,v_r^2}$$