

AM3C – Sucessões

Felipe B. Pinto 61387 – MIEQB

14 de novembro de 2024

Conteúdo

Q3 d.

Resposta

3 d) Estudar a convergência da série

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{4^{n+2}}{7^{n-1}} = 7 \cdot 4^2 \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{4}{7} \right)^n$$

convergente por

$$S = \frac{4^3}{1 - 4/7}$$

Q4 b.

Resposta

9 b) Colocar na forma de um número racional

$$5,(\overline{37}) = 5 + 0,3737\ldots$$

$$= 5 + \overbrace{0,37}^{n=1} + \overbrace{0,0037}^{n=2} + \overbrace{0,000037}^{n=3} + \ldots$$

$$= 5 + 37 \sum_{n=1}^{\infty} (0,01)^n = 5 + \frac{0,37}{1-0,01} =$$

$$= 5 + \frac{\cancel{37}/100}{99/100} = 5 + \frac{37}{99} = \frac{532}{99}$$

Q5 c.

Resposta

$\sum_{n=1}^{\infty} ar^{n-1}$ Série Geométrica
converge para $|r| < 1$
e a sua soma é $\frac{a_1}{1-r}$

$\frac{p}{q}$ números inteiros

5c) Determinar os valores de x para os quais
a série $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \left(\frac{x}{2}\right)^{2n}$ converge e determinar a sua soma

Q6 b.

Estudar a convergencia de:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{n+1} - \sqrt{n}}{\sqrt{n^2+n}}$$

Resposta

b) Estudar a convergência de

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{n+1} - \sqrt{n}}{\sqrt{n^2+n}}$$

é uma telescópica convergente para $\frac{1}{\sqrt{n}} \rightarrow 0$

$$\frac{\sqrt{n+1} - \sqrt{n}}{\sqrt{n^2+n}} = \frac{\sqrt{n+1} - \sqrt{n}}{\sqrt{n} \sqrt{n+1}} = \frac{1}{\sqrt{n}} - \frac{1}{\sqrt{n+1}}$$

Série telescópica

$$\sum_{n=1}^{\infty} (a_n - a_{n+k})$$

é convergente se $a_n \rightarrow 0$

$\frac{1}{\sqrt{n}} \rightarrow 0$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{n+1} - \sqrt{n}}{\sqrt{n^2+n}}$$

$$\frac{\sqrt{n+1} - \sqrt{n}}{\sqrt{n^2+n}} = \frac{\sqrt{n+1} - \sqrt{n}}{\sqrt{n} \sqrt{n+1}} = \frac{1}{\sqrt{n}} - \frac{1}{\sqrt{n+1}} = a_n - a_{n+1} : a_n = \frac{1}{\sqrt{n}} \wedge k = 1$$

Série telescópica:

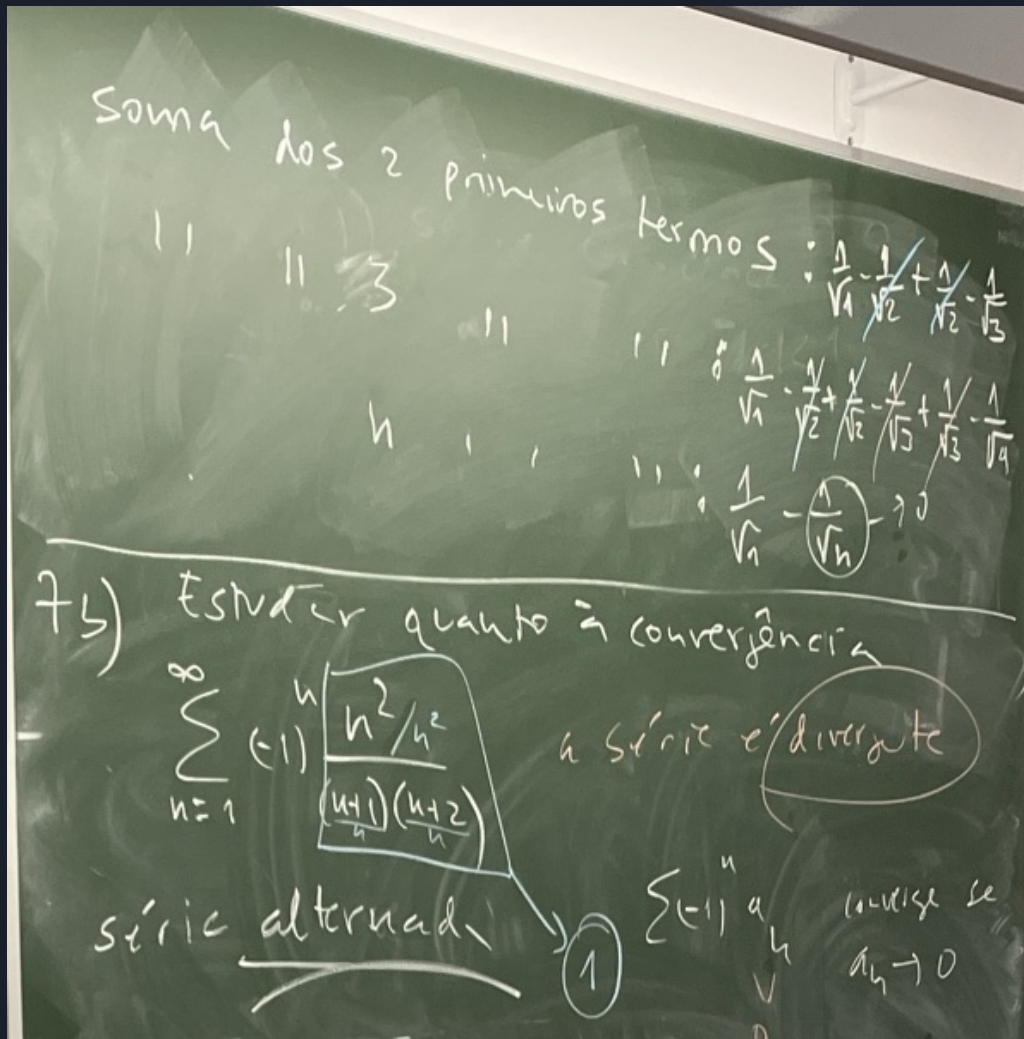
$$\sum_{n=1}^{\infty} (a_n - a_{n+k}) \text{ Converte se } a_n \rightarrow 0$$

Q7 b.

Estudar o quadro de divergencia de

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{n^2}{(n+1)(n+2)}$$

Resposta



Q9 b.

Use o critério do integral para estudar a convergência de

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n \sqrt{\log n - 1}}$$

Resposta

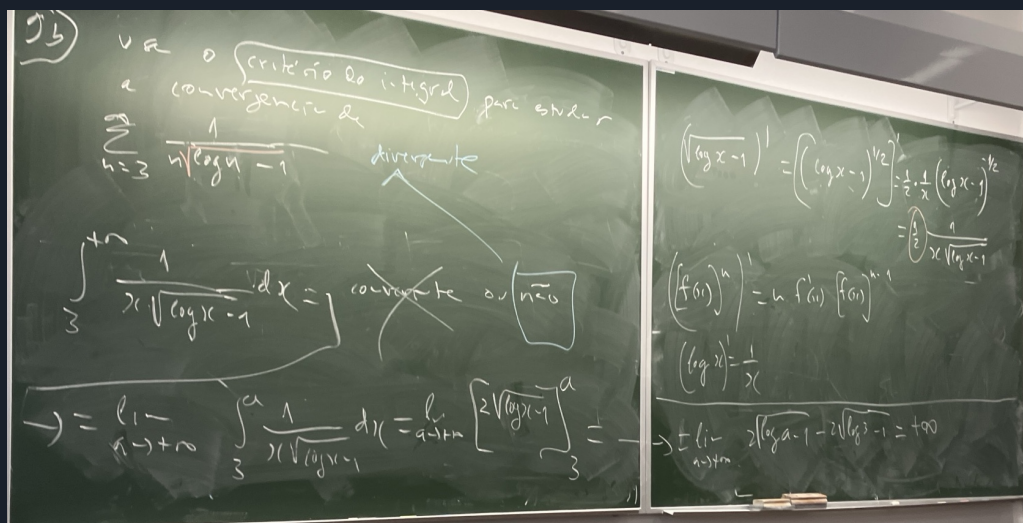
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n \sqrt{\log n - 1}}$$

Converge se

$$\int_3^{\infty} \frac{dx}{x \sqrt{\log x - 1}} = \int_3^{\infty} 2 \left(\sqrt{\log(x) - 1} \right)' dx = 2 \left(\sqrt{\log(\infty) - 1} - \sqrt{\log(3) - 1} \right) = +\infty$$

\therefore Não converge

$$\frac{d}{dx} \sqrt{\log(x) - 1} = \dots = \frac{1}{2} \frac{1}{\sqrt{\log x - 1}}$$



Q10 c.

$$\sum_{n=3}^{\infty} \frac{1}{\log(n)}$$

Resposta

Comparar com $1/n$ usando o critério da comparação