

Convecção: Modelos e Camada limite



Carla Portugal

cmp@fct.unl.pt

Engenharia Química e Biológica

Fenómenos de Transferência II

Isabel Coelhoso

imrc@fct.unl.pt

Modelos

Explicação teórica dos coeficientes de transferência de modo a permitir uma melhor compreensão dos mecanismos turbulentos

- Modelo de Filme
- Modelo de Higbie
- Modelo de Danckwerts ou teoria da renovação fortuita da superfície

Modelo do filme

Proposto por Lewis e Whitman (1929)

- Supõe a resistência à transf.^ª equivalente a um filme de espessura δ , onde a transf.^ª se dá por difusão molecular.



$$N_{A2} = K_C (C_{A1} - C_{A2})$$

$$N_{A2} = -D_{AB} \frac{dC_A}{dz}$$

$$N_{A2} \delta = D_{AB} (C_{A1} - C_{A2})$$

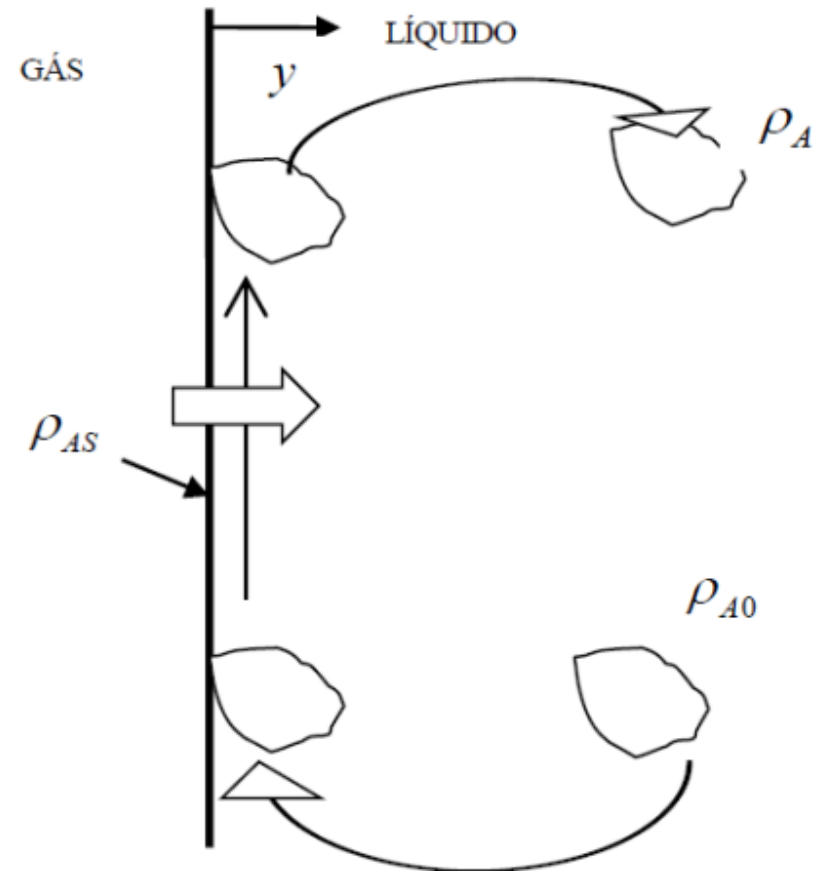
$$K_C = \frac{D_{AB}}{\delta}$$

não é possível medir na prática

$$K_C \propto D_{AB}$$

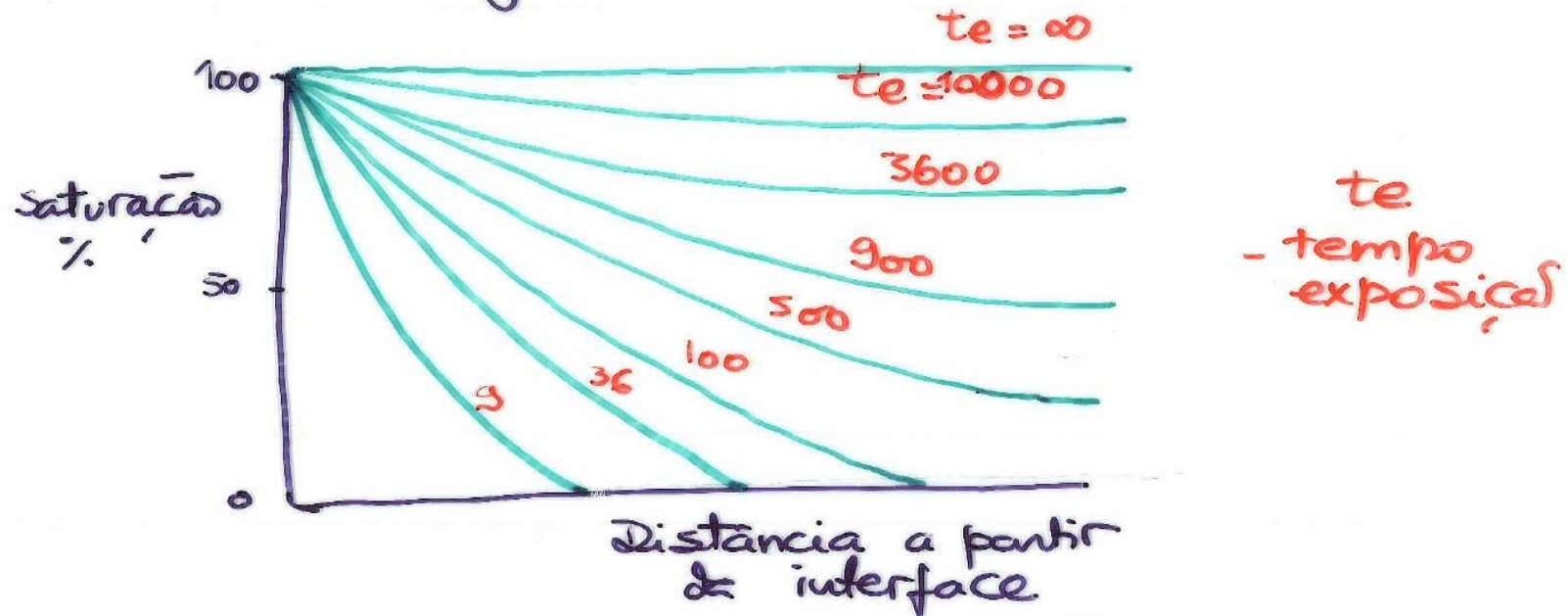
Modelo de Higbie

O modelo Higbie (1935) considera que pequenas porções do líquido são transportadas continuamente do seio do líquido para a interface, permanecendo em contato com a fase gás, durante um certo tempo no qual ocorre a transferência de massa por difusão, e depois são transportados para o seio do líquido.



Modelo de Higbie

Higbie - estudo de absorção de um gás num líquido



$t_e \uparrow$
 $t_e = \infty$

distância \uparrow
líquido saturado

Modelo de Higbie

Higbie supões:

- igual t_e para todos os turbilhões
- difusão - 2ª Lei de Fick

$$\frac{\partial C_A}{\partial t} = D_{AB} \frac{\partial^2 C_A}{\partial y^2}$$

condições fronteira

$$y=0 \quad C_A = C_{Ai}$$

$$y=\infty \quad C_A = C_{Ao}$$

condição inicial

$$t=0 \quad C_A = C_{Ao}$$

integrando

$$\frac{C_{Ai} - C_A}{C_{Ai} - C_{Ao}} = \operatorname{erf} \left(\frac{y}{2\sqrt{tD_{AB}}} \right)$$

$$\operatorname{Erf}(\eta) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^\eta e^{-\eta^2} d\eta \quad \text{com} \quad \eta = \frac{y}{2\sqrt{tD_{AB}}}$$

Modelo de Higbie

A transf^s através da interface

$$N_{Ay}|_{y=0} = -D_{AB} \left. \frac{\partial C_A}{\partial y} \right|_{y=0}$$

$$N_{Ay}|_{y=0} = \sqrt{\frac{D_{AB}}{\pi t}} (C_{Ai} - C_{Ao})$$

$$\bar{N}_{Ay}|_{y=0} = \frac{\int_0^{t_e} N_{Ay}|_{y=0} dt}{\int_0^{t_e} dt} = \bar{K}_C (C_{Ai} - C_{Ao})$$

$$\bar{K}_C = 2 \sqrt{\frac{D_{AB}}{\pi t_e}}$$

impossível
medir prática

$$K_C \propto \sqrt{D_{AB}}$$

Modelo de Danckwerts

Danckwerts (1953) sugeriu um modelo de renovação de superfície.

Danckwerts propôs :

- tempos de exposição dos elementos de superfície variáveis
- distribuição dos elementos da superfície em grupos de diferentes idades.

e concluiu

$$K_c = (s D_{AB})^{1/2}$$

s - factor de renovação da superfície.
↓ constante para uma det. turbulência
↓ a obter experimentalmente

Correlações

Correlações e camada limite

$$Sh \propto Sc^n$$

modelo do filme

$$K_c \propto D_{AB}$$

$$Sh \propto Sc^0$$

Modelos de Higbie e de Danckwerts

$$K_c \propto \sqrt{D_{AB}}$$

$$Sh \propto Sc^{0.5}$$

- Maior parte dados experimentais
→ n mais próximo de 0.5 do que 0

Problema

Ar com CO_2 é processado numa coluna de absorção. O fluxo de CO_2 é $2.3 \times 10^{-6} \text{ mol/cm}^2\text{s}$. A pressão parcial de CO_2 na interface é 10 atm e a constante de Henry é 600 atm. O coeficiente de difusão do CO_2 em água é $1.9 \times 10^{-5} \text{ cm}^2/\text{s}$.

Usando os modelos do filme, de Higbie e de Danckwerts determine:

- a) A espessura do filme
- b) O tempo de exposição
- c) O factor de renovação

$$N_A = k_c (C_A^* - C_A) = k_c C_{Ai}$$

$$p_{Ai} = H \cdot x_{Ai} \quad x_{Ai} = 10/600 = 0.0167 \quad x_{Ai} = C_{Ai}/C_t \quad C_t = \rho/M = 1/18 = 0.0556 \text{ mol/cm}^3$$

$$C_{Ai} = 9.3 \times 10^{-4} \text{ mol/cm}^3 \quad K_c = 2.5 \times 10^{-3} \text{ cm/s}$$

$$K_C = \frac{Q_{AB}}{\delta}$$

$$\delta = 0.0076 \text{ cm}$$

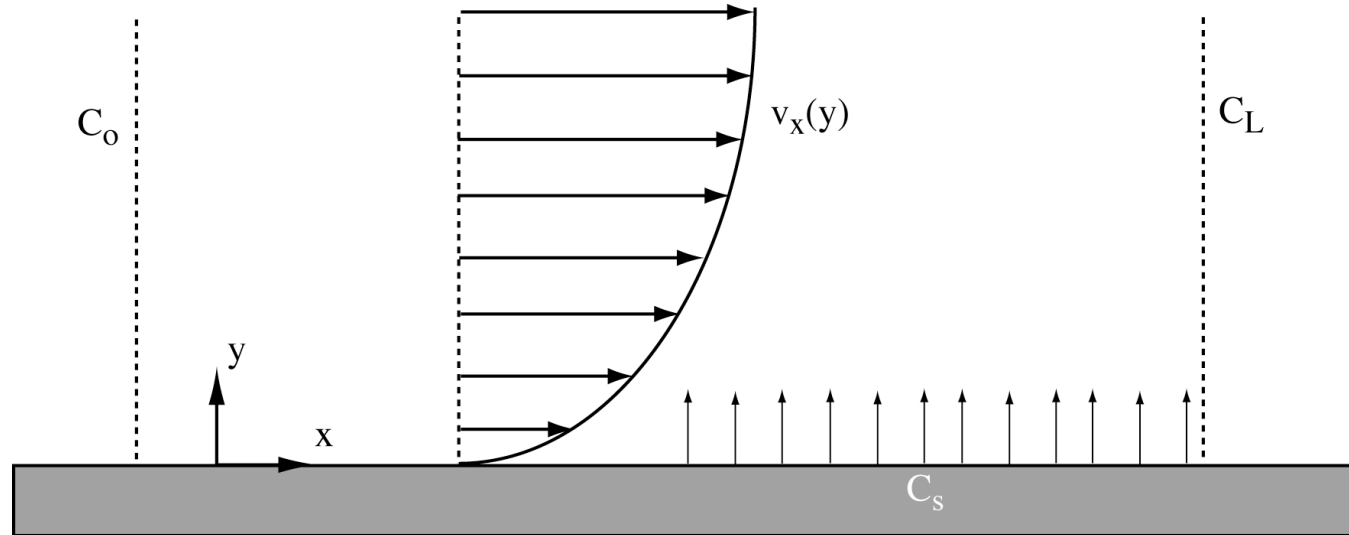
$$\bar{K}_C = 2 \sqrt{\frac{Q_{AB}}{\pi t_e}}$$

$$t_e = 3.9 \text{ s}$$

$$K_C = (s Q_{AB})^{1/2}$$

$$s = 0.33 \text{ s}^{-1}$$

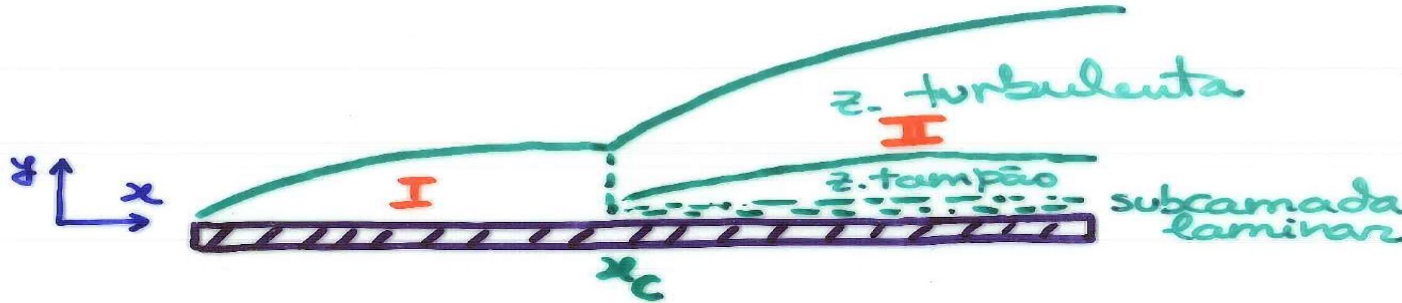
Camada Limite



Camada limite - região onde a velocidade do fluido é inferior a 99% da velocidade da corrente livre

Camada limite

Camada limite laminar e turbulenta



- I** - camada limite laminar
- II** - camada limite turbulenta
- x_c - distância crítica

$$Re_{x_c} = 3.2 \times 10^5$$

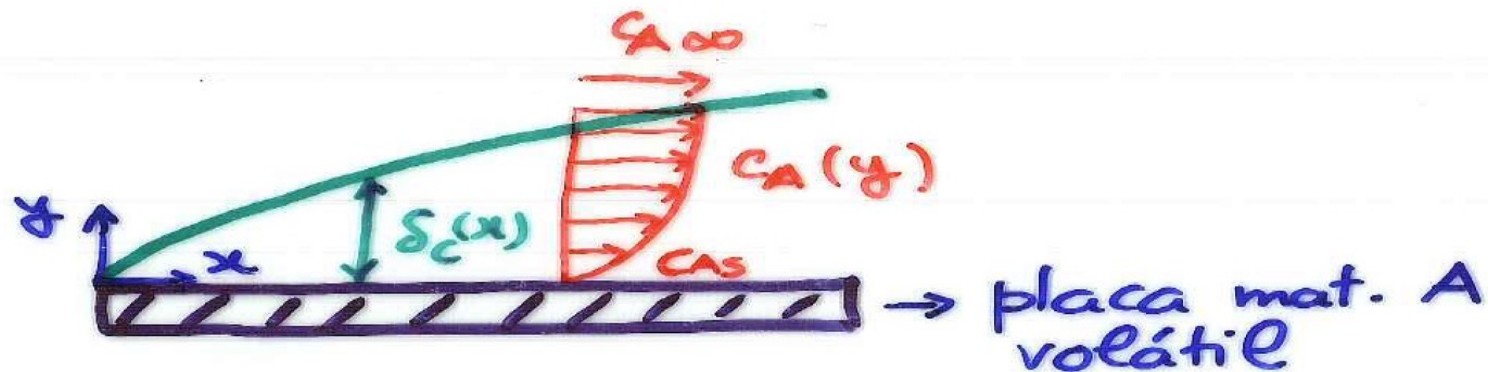
Solução numérica ou aproximada por integração.

$$\frac{\partial v_x}{\partial x} + \frac{\partial v_y}{\partial y} = 0$$

$$\rho \left(v_x \frac{\partial v_x}{\partial x} + v_y \frac{\partial v_x}{\partial y} \right) = \mu \frac{\partial^2 v_x}{\partial y^2}$$

Camada limite de concentração

corrente gasosa B



$$v_x \frac{\partial c_A}{\partial x} + v_y \frac{\partial c_A}{\partial y} = D_{AB} \frac{\partial^2 c_A}{\partial y^2} \quad (3)$$

- estado estacionário
- s/ reacção química
- B só \exists na f. gasosa
- Corrente B - vel. direcção x , tangencial à sup., c/ v_{∞}

Camada limite de concentração

cond. fronteira :

q. movimento:

$$y = 0 \quad \frac{u_x}{u_\infty} = 0$$

$$y = \infty \quad \frac{u_x}{u_\infty} = 1$$

concentração:

$$\frac{C_A - C_{AS}}{C_{A\infty} - C_{AS}} = 0$$

$$\frac{C_A - C_{AS}}{C_{A\infty} - C_{AS}} = 1$$

Fazendo $\eta = \frac{y}{2x} \sqrt{Re_x}$

E resolvendo as equações

$$\frac{\delta}{x} = \frac{5.2}{\sqrt{Re_x}}$$

$$z_0 = ? \quad z_0 = \mu \left. \frac{\partial u_x}{\partial y} \right|_{y=0}$$

$$z_0 = 0.332 \mu \frac{u_\infty}{x} Re_x^{1/2}$$

Coeficiente de transferência de massa

$$N_{Ay} = ?$$

$$N_{Ay} = -D_{AB} \left. \frac{\partial C_A}{\partial y} \right|_{y=0}$$

$$\left. \frac{\partial C_A}{\partial y} \right|_{y=0} = (C_{A\infty} - C_{As}) \frac{0.332}{x} Re_x^{1/2}$$

$$N_{Ay} = D_{AB} \left(\frac{0.332 Re_x^{1/2}}{x} \right) (C_{As} - C_{A\infty})$$

K_c

$Sc=1$

$$Sh = \frac{K_c x}{D_{AB}} = 0.332 Re_x^{1/2}$$

Camada limite: hidrodinâmica vs concentração

$$\frac{\delta}{\delta_c} = Sc^{1/3}$$

Para $Sc \neq 1$ virá

$$Sh = 0.332 Re_x^{1/2} Sc^{1/3}$$