FACULDADE DE CIÊNCIAS E TECNOLOGIA
UNIVERSIDADE NOVA DE LISBOA
Departamento de Matemática

IPEIO - Probabilidades e Estatística
Ano Lectivo 2017/18
Teste 1 - 4 de abril de 2018
Duração: 1h15

Nome completo: ______________________________

N.º aluno: __________ Curso: __________

Nas questões que se seguem e em cada alínea, apenas uma das respostas está correcta. Determine-a e assinale-a com uma cruz no quadrado correspondente. Uma resposta incorrecta desconta 0.1 valores e uma não resposta nada vale nem desconta.

1. Admita que A, B e C são acontecimentos de um espaço de acontecimentos $(\Omega, \mathcal{F})$ e que: $P(A) = 0.2$, $P(B) = 0.4$, $P(A|B) = 0.3$, $P(A \cap C) = 0.1$ e os acontecimentos A e C são independentes.

(0.3) (a) ☐ V ☐ F $P(C) = 0.3$

(0.3) (b) ☐ V ☐ F $P(B|A) = 0.6$

(0.3) (c) ☐ V ☐ F $P(A - C) = 0.1$

2. Numa determinada empresa de I&D, 60% dos seus colaboradores foram formados na FCT-NOVA. Sabe-se que quando um projecto é entregue a um colaborador formado na FCT-NOVA a probabilidade de ser concluido com sucesso é de 90%, já quando é entregue a um qualquer outro colaborador essa probabilidade desce para 70%.

(0.3) (a) Qual a probabilidade de um projecto ser concretizado com sucesso e por um colaborador formado na FCT-NOVA?

☐ A 0.70 ☐ B 0.90 ☐ C 0.28 ☐ D 0.54 ☐ E Nenhuma das anteriores

(0.3) (b) Tendo sido distribuido de forma aleatória um novo projecto por entre os colaboradores da empresa, qual a probabilidade deste ser concretizado com sucesso?

☐ A 0.82 ☐ B 0.90 ☐ C 0.62 ☐ D 0.78 ☐ E Nenhuma das anteriores

(0.3) (c) Se um projecto tiver sido concluido com sucesso, qual a probabilidade de ter sido realizado por um colaborador formado na FCT-NOVA?

☐ A 14/41 ☐ B 27/41 ☐ C 14/82 ☐ D 27/82 ☐ E Nenhuma das anteriores

(0.3) (d) Se a empresa tiver um total de 100 colaboradores e 10 forem selecionados de forma aleatória para formarem uma equipa, o número de colaboradores formados na FCT-NOVA que participam nessa equipa é uma variável aleatória com distribuição:

☐ A $Bin(10, 0.6)$ ☐ B $Bin(100, 0.6)$ ☐ C $H(100, 60, 10)$ ☐ D $H(60, 40, 10)$ ☐ E Nenhuma das anteriores

3. Considere a seguinte função:

$$g(x) = \begin{cases} \frac{a}{b}, & x \in [0,b] \\ 0, & x \notin [0,b] \end{cases}$$

(0.4) (a) $\boxed{\texttt{V}}$ $\boxed{\texttt{F}}$ Para $a=1$ e $b=1$, a função g é uma função densidade de probabilidade.

(b) Considere X, uma v.a. com função densidade $f_X(x) = g(x)$ com $a=1$ e $b=2$.

(0.4) i. A $P(X \leq 1)$ é:

$\boxed{\texttt{A}}$ 1/5 $\boxed{\texttt{B}}$ 1/4 $\boxed{\texttt{C}}$ 1/3 $\boxed{\texttt{D}}$ 1/2 $\boxed{\texttt{E}}$ Nenhuma das anteriores

(0.4) ii. Sabendo que $E[X^2] = 4/3$, a variância de X é:

$\boxed{\texttt{A}}$ 1/5 $\boxed{\texttt{B}}$ 1/4 $\boxed{\texttt{C}}$ 1/3 $\boxed{\texttt{D}}$ 1/2 $\boxed{\texttt{E}}$ Nenhuma das anteriores

4. O número de alunos de IPEIO que comparecem no horário de atendimento docente é uma variável aleatória com distribuição de Poisson, com valor médio de 2 por hora:

(0.4) (a) A probabilidade de numa hora de atendimento docente não comparecer nenhum aluno é:

$\boxed{\texttt{A}}$ e^{-1} $\boxed{\texttt{B}}$ e^{-2} $\boxed{\texttt{C}}$ e^{-3} $\boxed{\texttt{D}}$ e^{-4} $\boxed{\texttt{E}}$ Nenhuma das anteriores

(0.4) (b) Em duas horas, o número esperado de alunos a comparecerem ao atendimento docente é:

$\boxed{\texttt{A}}$ 1 $\boxed{\texttt{B}}$ 2 $\boxed{\texttt{C}}$ 3 $\boxed{\texttt{D}}$ 4 $\boxed{\texttt{E}}$ Nenhuma das anteriores

(0.3) (c) A probabilidade, do tempo entre chegadas consecutivas de alunos ao horário de atendimento, ser inferior a 1 hora é:

$\boxed{\texttt{A}}$ $\int_0^1 2e^{-2x}dx$ $\boxed{\texttt{B}}$ $\int_0^1 \frac{e^{-\frac{x}{2}}}{2}dx$ $\boxed{\texttt{C}}$ $\int_0^1 \frac{e^{-\frac{x^2}{2}}}{\sqrt{2\pi}}dx$ $\boxed{\texttt{D}}$ $\int_{-\infty}^1 \frac{e^{-\frac{x^2}{2}}}{\sqrt{2\pi}}dx$ $\boxed{\texttt{E}}$ Nenhuma das anteriores

Distribuições discretas				
Distribuição	f. probabilidade	Suporte	Valor médio	Variância
$H(N,M,n)$	$C_k^M C_{n-k}^{N-M} / C_n^N$	$\max(0, M+n-N) \leq k \leq \min(M,n)$	nM/N	$\frac{nM(N-M)(N-n)}{N^2(N-1)}$
$Bin(n,p)$	$C_k^n p^k (1-p)^{n-k}$	$0 \leq k \leq n$	np	$np(1-p)$
$P(\lambda)$	$e^{-\lambda}\lambda^k/k!$	$k \in \mathbb{N}_0$	λ	λ
Distribuições contínuas				
Distribuição	f. densidade	Suporte	Valor médio	Variância
$Exp(\lambda)$	$\lambda e^{-\lambda x}$	$x \geq 0$	$\frac{1}{\lambda}$	$\frac{1}{\lambda^2}$
$N(\mu,\sigma^2)$	$\frac{1}{\sqrt{2\pi}\,\sigma}\exp\left(-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2\right)$	$x \in \mathbb{R}$	μ	σ^2

Nome: ____________________________ N.º aluno: ___________

Resolva a questão seguinte no espaço disponível e indicando todos os passos e justificações.

5. O tempo necessário para um qualquer aluno resolver o 1ºteste de IPEIO, é uma variável aleatória X com distribuição normal de valor médio $\mu = 60$ minutos e desvio padrão $\sigma = 5$ minutos.

(0.4) (a) Calcule a probabilidade de um aluno terminar o teste em menos de 50 minutos.

(0.4) (b) Calcule o tempo t, após o qual apenas 2.5% dos alunos ainda não terminaram o teste.

(0.4) (c) Calcule a probabilidade de a média dos tempos de resolução do teste de 10 alunos ser superior a 60 minutos.

(0.4) (d) Suponha agora, que o tempo que cada teste leva a ser corrigido segue uma distribuição exponencial de valor médio 15 minutos. Calcule a probabilidade **aproximada** do docente precisar de mais de 1600 minutos para corrigir um total de 100 testes.

FACULDADE DE CIÊNCIAS E TECNOLOGIA
UNIVERSIDADE NOVA DE LISBOA
Departamento de Matemática

Nome completo: ____

N.º aluno: __________ Curso: __________

Nas questões que se seguem e em cada alínea, apenas uma das respostas está correcta. Determine-a e assinale-a com uma cruz no quadrado correspondente. Uma resposta incorrecta desconta 0.1 valores e uma não resposta nada vale nem desconta.

1. Admita que A, B e C são acontecimentos de um espaço de acontecimentos $(\Omega, \mathcal{F})$ e que: $P(A) = 0.4$, $P(B) = 0.4$, $P(A|B) = 0.3$, $P(A \cap C) = 0.1$ e os acontecimentos A e C são independentes.

(0.3) (a) V F $P(C) = 0.25$

(0.3) (b) V F $P(B|A) = 0.3$

(0.3) (c) V F $P(A - C) = 0.1$

2. Numa determinada empresa de I&D, 60% dos seus colaboradores foram formados na FCT-NOVA. Sabe-se que quando um projecto é entregue a um colaborador formado na FCT-NOVA a probabilidade de ser concluido com sucesso é de 90%, já quando é entregue a um qualquer outro colaborador essa probabilidade desce para 60%.

(0.3) (a) Qual a probabilidade de um projecto ser concretizado com sucesso e por um colaborador formado na FCT-NOVA?

A 0.70 B 0.90 C 0.28 D 0.54 E Nenhuma das anteriores

(0.3) (b) Tendo sido distribuido de forma aleatória um novo projecto por entre os colaboradores da empresa, qual a probabilidade deste ser concretizado com sucesso?

A 0.82 B 0.90 C 0.62 D 0.78 E Nenhuma das anteriores

(0.3) (c) Se um projecto tiver sido concluido com sucesso, qual a probabilidade de não ter sido realizado por um colaborador formado na FCT-NOVA?

A 12/39 B 27/39 C 12/78 D 27/78 E Nenhuma das anteriores

(0.3) (d) Se a empresa tiver um total de 100 colaboradores e 10 forem selecionados de forma aleatória para formarem uma equipa, o número de colaboradores formados na FCT-NOVA que participam nessa equipa é uma variável aleatória com distribuição:

A $Bin(10, 0.6)$ B $Bin(100, 0.6)$ C $H(100, 60, 10)$ D $H(60, 40, 10)$ E Nenhuma das anteriores

3. Considere a seguinte função:

$$g(x) = \begin{cases} \frac{a}{b}, & x \in [0,b] \\ 0, & x \notin [0,b] \end{cases}$$

(0.4) (a) V F Para $a = 1$ e $b = 1$, a função g é uma função densidade de probabilidade.

(b) Considere X, uma v.a. com função densidade $f_X(x) = g(x)$ com $a = 1$ e $b = 4$.

(0.4) i. A $P(X \leq 1)$ é:

A $1/5$ B $1/4$ C $1/3$ D $1/2$ E Nenhuma das anteriores

(0.4) ii. Sabendo que $E[X^2] = 16/3$, a variância de X é:

A $1/3$ B $2/3$ C 1 D $4/3$ E Nenhuma das anteriores

4. O número de alunos de IPEIO que comparecem no horário de atendimento docente é uma variável aleatória com distribuição de Poisson, com valor médio de 3 por hora:

(0.4) (a) A probabilidade de numa hora de atendimento docente não comparecer nenhum aluno é:

A e^{-1} B e^{-2} C e^{-3} D e^{-4} E Nenhuma das anteriores

(0.4) (b) Em duas horas, o número esperado de alunos a comparecerem ao atendimento docente é:

A 8 B 6 C 4 D 2 E Nenhuma das anteriores

(0.3) (c) A probabilidade, do tempo entre chegadas consecutivas de alunos ao horário de atendimento, ser inferior a 1 hora é:

A $\int_0^1 2e^{-2x}dx$ B $\int_0^1 3e^{-3x}dx$ C $\int_0^1 \frac{e^{-\frac{x^2}{2}}}{\sqrt{2\pi}}dx$ D $\int_{-\infty}^1 \frac{e^{-\frac{x^2}{2}}}{\sqrt{2\pi}}dx$ E Nenhuma das anteriores

Distribuições discretas				
Distribuição	f. probabilidade	Suporte	Valor médio	Variância
$H(N,M,n)$	$C_k^M C_{n-k}^{N-M}/C_n^N$	$\max(0, M+n-N) \leq k \leq \min(M,n)$	nM/N	$\frac{nM(N-M)(N-n)}{N^2(N-1)}$
$Bin(n,p)$	$C_k^n p^k (1-p)^{n-k}$	$0 \leq k \leq n$	np	$np(1-p)$
$P(\lambda)$	$e^{-\lambda}\lambda^k/k!$	$k \in \mathbb{N}_0$	λ	λ

Distribuições contínuas				
Distribuição	f. densidade	Suporte	Valor médio	Variância
$Exp(\lambda)$	$\lambda e^{-\lambda x}$	$x \geq 0$	$\frac{1}{\lambda}$	$\frac{1}{\lambda^2}$
$N(\mu,\sigma^2)$	$\frac{1}{\sqrt{2\pi}\,\sigma}\exp\left(-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2\right)$	$x \in \mathbb{R}$	μ	σ^2

Nome: ______________________ N.º aluno: __________

Resolva a questão seguinte no espaço disponível e indicando todos os passos e justificações.

5. O tempo necessário para um qualquer aluno resolver o 1ºteste de IPEIO, é uma variável aleatória X com distribuição normal de valor médio $\mu = 60$ minutos e desvio padrão $\sigma = 5$ minutos.

(0.4) (a) Calcule a probabilidade de um aluno terminar o teste em menos de 50 minutos.

(0.4) (b) Calcule o tempo t, após o qual apenas 2.5% dos alunos ainda não terminaram o teste.

(0.4) (c) Calcule a probabilidade de a média dos tempos de resolução do teste de 10 alunos ser superior a 60 minutos.

(0.4) (d) Suponha agora, que o tempo que cada teste leva a ser corrigido segue uma distribuição exponencial de valor médio 15 minutos. Calcule a probabilidade **aproximada** do docente precisar de mais de 1600 minutos para corrigir um total de 100 testes.