Difusão em Estado Estacionário

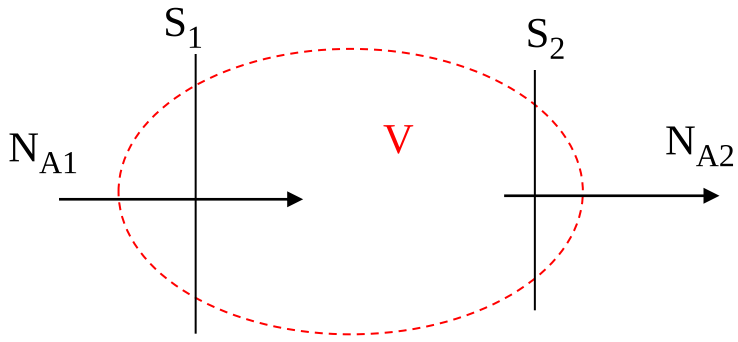
Isabel Coelhoso

imrc@fct.unl.pt

Engenharia Química e Biológica

Fenómenos de Transferência II

Difusão em Estado Estacionário



Equação Conservação (A) $$N_{A1}\,S_1 - N_{A2}\,S_2 + V\,r_A = 0$$

Sem Reacção Química $$N_{A1}\,S_1 = N_{A2}\,S_2$$

Geometria plana, cilíndrica e esférica

Difusão em Estado Estacionário

Equação Conservação (A)

$$S N_{Az}\big|_{z} = S N_{Az}\big|_{z+\Delta z}$$

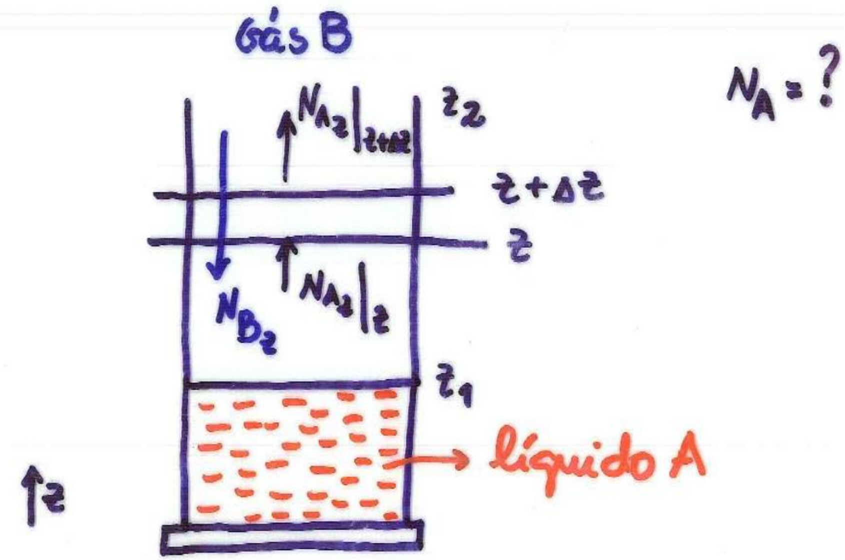
Dividindo por $S\ \Delta z$ $\quad \lim \Delta z \to 0$

$$\frac{d}{dz} N_{Az} = 0 \qquad \frac{d}{dz} N_{Bz} = 0$$

N_A= constante

N_B= constante

Geometria Plana



Difusão em Estado Estacionário

Cinética

$$N_{Az} = y_A(N_{Az} + N_{Bz}) - c\mathscr{D}_{AB}\frac{dy_A}{dz}$$

Definindo $\Theta = \dfrac{N_{Az} + N_{Bz}}{N_{Az}}$ vem

$$N_{Az} = -\frac{c\mathscr{D}_{AB}}{1-\Theta y_A}\frac{dy_A}{dz}$$

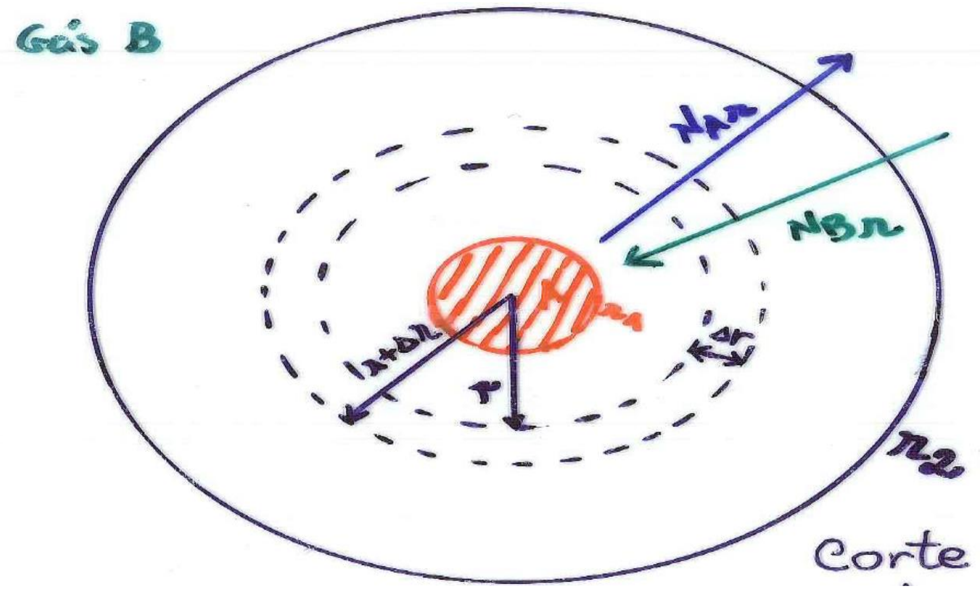
Condições fronteira: $z = z_1 \quad y_A = y_{A1} \qquad z = z_2 \quad y_A = y_{A2}$

$$N_{Az} = \frac{c\mathscr{D}_{AB}}{\Theta(z_2 - z_1)}\ln\left(\frac{1-\Theta y_{A2}}{1-\Theta y_{A1}}\right)$$

Percurso de difusão $(z_2 - z_1) = l$

Difusão em Estado Estacionário

Geometria Cilíndrica



Equação Conservação (A)

$$2\pi r L N_{Ar}\big|_{r} = 2\pi r L N_{Ar}\big|_{r+\Delta r}$$

Dividindo por

$$2\pi r\, L\Delta r \qquad \lim \Delta r \to 0$$

$$\frac{1}{r}\frac{d}{dr}\left(N_{Ar} r\right) = 0$$

$N_A r$= constante

$$\frac{1}{r}\frac{d}{dr}\left(N_{Br} r\right) = 0$$

$N_B r$= constante

Difusão em Estado Estacionário

Cinética

$$N_{Ar} = -\frac{c\mathscr{D}_{AB}}{1-\Theta y_A}\frac{dy_A}{dr}$$

Condições fronteira: $r = r_1 \quad y_A = y_{A1} \qquad r = r_2 \quad y_A = y_{A2}$

$$N_{A1}\, r_1 = N_{A2}\, r_2 = N_{Ar}\, r$$

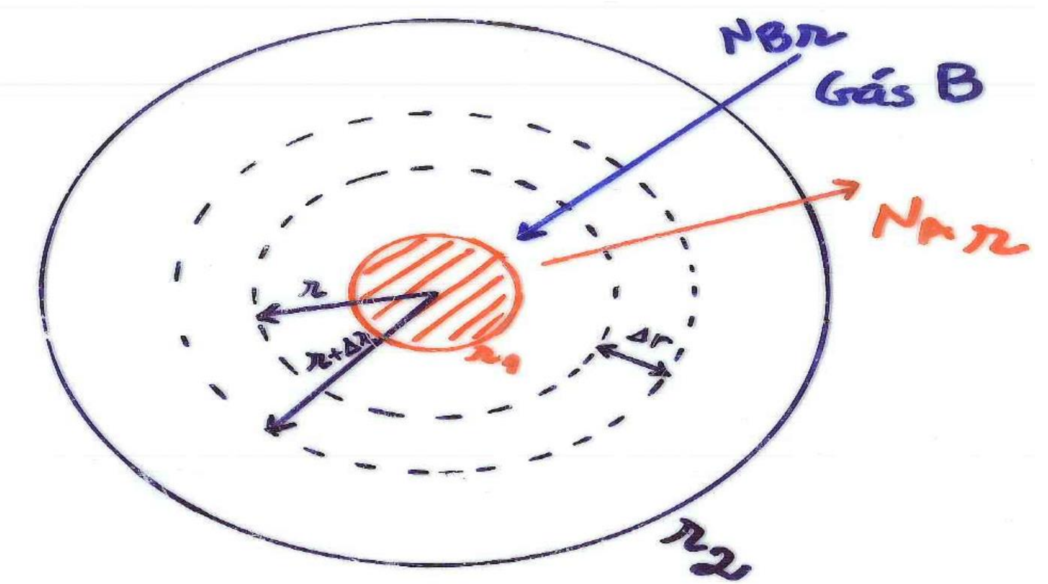
$$N_{A1} = \frac{c\mathscr{D}_{AB}}{\Theta r_1 \ln\left(\frac{r_2}{r_1}\right)} \ln\left(\frac{1-\Theta y_{A2}}{1-\Theta y_{A1}}\right)$$

Difusão em Estado Estacionário

Geometria Esférica

Equação Conservação (A)

$$4\pi r^2 N_{Ar}\Big|_r = 4\pi r^2 N_{Ar}\Big|_{r+\Delta r}$$



Dividindo por

$$4\pi r^2 \ \Delta r \qquad \lim \Delta r \to 0$$

$$\frac{1}{r^2}\frac{d}{dr}\left(N_{Ar} r^2\right) = 0$$

$$\frac{1}{r^2}\frac{d}{dr}\left(N_{Br} r^2\right) = 0$$

$N_A r^2$= constante

$N_B r^2$= constante

Difusão em Estado Estacionário

Cinética

$$N_{Ar} = -\frac{c\mathscr{D}_{AB}}{1-\Theta y_A}\frac{dy_A}{dr}$$

Condições fronteira: $r = r_1 \quad y_A = y_{A1} \qquad r = r_2 \quad y_A = y_{A2}$

$$N_{A1}\, r_1^2 = N_{A2}\, r_2^2 = N_{Ar}\, r^2$$

$$N_{A1} = \frac{c\mathscr{D}_{AB}}{\Theta r_1 \left(1-\frac{r_1}{r_2}\right)} \ln\left(\frac{1-\Theta y_{A2}}{1-\Theta y_{A1}}\right)$$

Difusão em Estado Estacionário

Comparação dos fluxos para diferentes geometrias

$$N_{A1} = \frac{c\mathscr{D}_{AB}}{\Theta\,\eta_d\,l}\ln\left(\frac{1-\Theta y_{A2}}{1-\Theta y_{A1}}\right)$$

l Dimensão característica – l para película plana e r_1 para cilindro e esfera

η_d Factor adimensional = 1 para película plana
= $\ln(r_2/r_1)$ para cilindro
= $(1- r_1/r_2)$ para esfera

Difusão em Estado Estacionário

Difusão através de um componente estagnado

$N_B = 0$

$$N_A = \frac{c\mathscr{D}_{AB}}{l} \ln\left(\frac{1 - y_{A2}}{1 - y_{A1}}\right)$$

Contradifusão equimolar

$N_A = - N_B$

$$N_A = \frac{c\mathscr{D}_{AB}}{l}\left(y_{A1} - y_{A2}\right)$$

Difusão em Estado Estacionário

Um componente A difunde-se através de uma camada em repouso de um componente B de espessura Z. A pressão parcial de A num dos lados da camada é p_{A1} e no outro lado $p_{A2} < p_{A1}$.
Mostre que o fluxo máximo possível de A através dessa camada é dado por:

$$N_{A\,max} = \frac{D\,P}{R\,T\,Z} \ln\left(\frac{P}{P - p_{A1}}\right)$$

Sendo P a pressão total

Moldou-se naftaleno sob a forma de um cilindro de raio R_1 que se deixou sublimar no ar em repouso. Mostre que a velocidade de sublimação é dada por:

$$Q = \frac{2\pi L D P}{R T} \ln\left(\frac{1 - y_{A2}}{1 - y_A^*}\right) / \ln\left(\frac{R_2}{R_1}\right)$$

Sendo y_A^* a fracção molar correspondente à pressão de vapor do naftaleno e y_{A2} a fracção molar correspondente a R_2.

Explique o que sucede à velocidade de sublimação quando R_2 se torna muito grande.

E se a geometria for esférica?

Difusão em Estado Estacionário

Geometria Cilíndrica

$N_A r$= constante

Cinética $$N_{Ar} = -\frac{c\mathscr{D}_{AB}}{1-\Theta y_A}\frac{dy_A}{dr}$$

$\theta=1$

Condições fronteira: $r = r_1 \quad y_A = y_{A1} = y^*_A \qquad r = r_2 \quad y_A = y_{A2}$

$$Q = N_{Ar}\, 2\Pi r\, L$$

$$Q = \frac{2\,\pi\, L\, D\, P}{R\,T} \ln\left(\frac{1 - y_{A2}}{1 - y_A^*}\right) / \ln\left(\frac{R_2}{R_1}\right)$$

Difusão em Estado Estacionário

Geometria Esférica

$N_A r^2$= constante

Cinética

$$N_{Ar} = -\frac{c\mathscr{D}_{AB}}{1-\Theta y_A}\frac{dy_A}{dr}$$

$\theta=1$

Condições fronteira: $r= r_1$ $y_A=y_{A1} =y^*_A$ $r= r_2$ $y_A=y_{A2}$

$$Q= N_{Ar}\, 4\Pi r^2$$

$$Q=4\Pi DP/RT \ln[(1-y_{A2})/(1- y^*_A)]/(1/r_1-1/r_2)$$