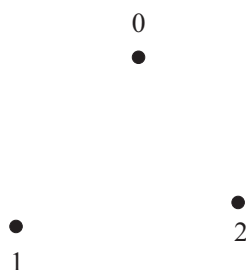


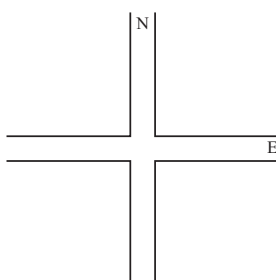
Física I - Movimento bi- e tridimensional

Questões:

Q1 - A figura mostra as posições de um objecto em movimento, em instantes de tempo sucessivos. Desenhe e identifique o vector velocidade média \vec{v}_0 para o movimento entre 0 e 1, e o vector velocidade média \vec{v}_1 para o movimento de 1 a 2. Em seguida, desenhe o vector $\vec{v}_1 - \vec{v}_0$, aplicado no ponto 1.



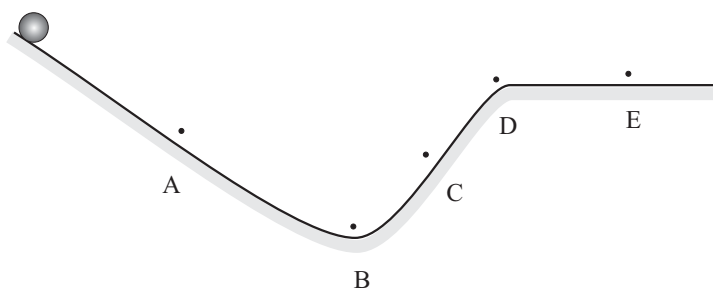
Q2 - Um automóvel ligeiro entra numa cruzamento em que existe óleo no pavimento, movendo-se a 16 m/s no sentido Sul-Norte. Depois de uma violenta colisão com um camião, o automóvel desliza com velocidade de módulo 12 m/s no sentido oeste-leste.



Desenhe na figura os vectores que representam as seguintes grandezas:

- A velocidade, \vec{v}_0 , do automóvel, quando entra no cruzamento;
- A velocidade, \vec{v}_1 , do automóvel, quando deixa o cruzamento;
- A variação da velocidade ao automóvel, $\Delta v = \vec{v}_1 - \vec{v}_0$, resultante da colisão.

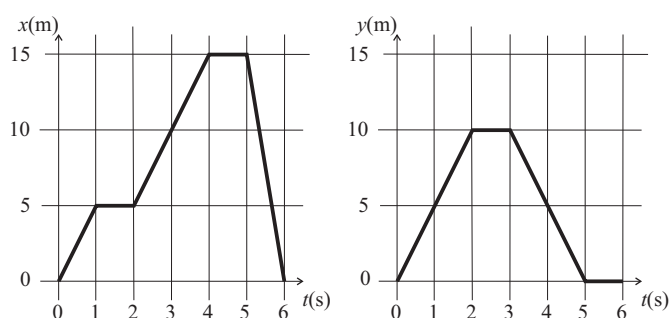
Q3 - A figura mostra uma rampa e uma bola que rola sobre essa rampa. Desenhe na figura os vectores aceleração da bola nos pontos assinalados por letras, de A a E, (ou escreva $\vec{a} = \vec{0}$, onde for apropriado).



Q4 - Complete o diagrama de movimento para a trajectória indicada, desenhando os vectores velocidade e aceleração em cada ponto.

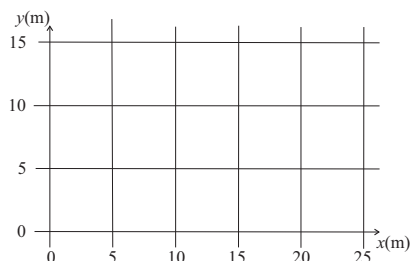


Q5 - Os dois gráficos seguintes apresentam os valores de x em função de t e de y em função de t , respectivamente, para uma partícula que se move no plano xOy .



a) Utilize o terceiro gráfico para desenhar a função $y = y(x)$ correspondente à trajectória dessa partícula.

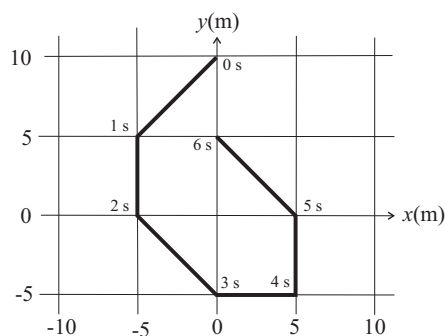
b) No mesmo gráfico desenhe o vector velocidade da partícula no instante $t = 3.5$ s.



Q6 - O gráfico mostra a trajectória de uma partícula. Os pontos indicam as posições da partícula em intervalos de 1 s. Entre cada ponto, a velocidade da partícula é constante,

a) Desenhe os gráficos de x em função de t e de y em função de t , respectivamente, para o movimento da partícula.

b) O módulo da velocidade da partícula entre os instantes $t = 5$ s e $t = 6$ s é maior, menor ou igual à velocidade da partícula entre os instantes $t = 1$ s e $t = 2$ s? Justifique.



Q7 - Uma pedra, deixada cair do alto do mastro de um barco à vela, embaterá no mesmo ponto da coberta quer o barco esteja parado ou em movimento com velocidade constante?

Q8 - Um projectil é lançado na Terra com uma determinada velocidade inicial. Outro projectil é lançado na Lua com a mesma velocidade inicial. Despreze a resistência do ar (na Terra, claro).

a) Qual dos dois objectos tem o alcance maior?

b) Qual dos dois atinge a maior altitude?

(A aceleração da gravidade na Lua é 1.6 m s^{-2}).

Q9 - Um projectil é lançado com velocidade inicial fazendo um ângulo entre 0° e 90° com a horizontal.

a) Existe algum ponto da trajectória em que os vectores velocidade, \vec{v} , e aceleração, \vec{a} , sejam paralelos um ao outro? Em caso afirmativo, caracterize esse ponto.

b) Existe algum ponto da trajectória em que os vectores velocidade, \vec{v} , e aceleração, \vec{a} , sejam perpendiculares um ao outro? Em caso afirmativo, caracterize esse ponto.

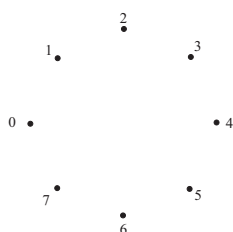
c) Quais das seguintes grandezas permanecem constantes ao longo da trajectória: x , y , $|\vec{v}|$, v_x , v_y , a_x , a_y ?

Q10 - O veio de distribuição de um determinado automóvel roda com velocidade angular de 3000 rpm (rotações por minuto). Qual é o valor da velocidade angular em revoluções por segundo?

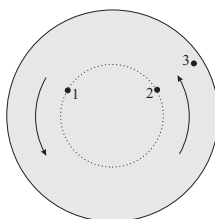
Q11 - A figura mostra os pontos do diagrama de movimento de um objecto com movimento circular uniforme. Complete o diagrama:

a) Desenhe os vectores velocidade instantânea, \vec{v} , em cada ponto indicado.

b) Noutra cor, desenhe os vectores aceleração instantânea, \vec{a} , em cada ponto indicado.



Q12 - A figura mostra três pontos num prato que roda com velocidade angular constante em torno de um eixo central.



a) Desenhe os vectores velocidade em cada um dos pontos indicados.

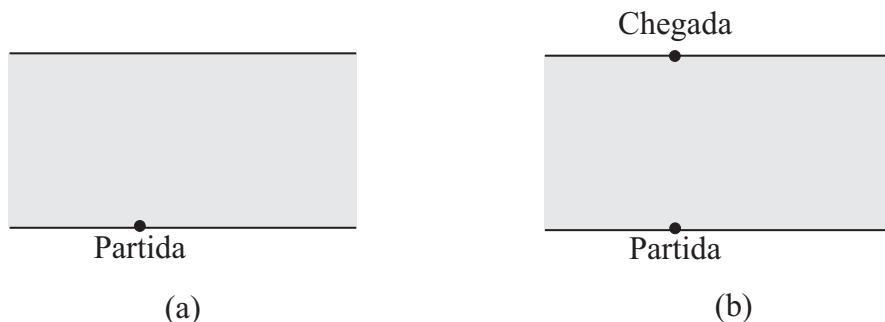
b) Coloque por ordem, do maior para o menor, os módulos das vectores velocidade, em cada um dos pontos indicados.

Q13 - Num barco que se desloca com velocidade constante de módulo 5 m/s em relação à água, um passageiro anda para a popa do barco com velocidade de módulo 2 m/s em relação ao barco.

a) Escreva a equação que lhe permite obter a velocidade do passageiro em relação à água.

b) Substitua os valores apropriados na equação, de modo a obter o valor dessa velocidade. (não se esqueça que a grandeza velocidade é vectorial).

Q14 - Um barco está a atravessar um rio, deslocando-se com velocidade de módulo 5 m/s em relação à água. O rio possui uma corrente com velocidade de módulo 3 m/s, em relação à margem, no sentido da esquerda para a direita das figuras. Na situação (a), o barco aponta verticalmente em relação às margens do rio e é arrastado pela corrente. Na situação (b), o barco aponta obliquamente em relação às margens, no sentido de onde vem a corrente, com o ângulo necessário para que possa atravessar o rio numa trajectória perpendicular às margens. Para cada situação, desenhe os vector velocidade, \vec{v}_{RM} , do rio em relação à margem, \vec{v}_{BR} , do barco em relação ao rio e \vec{v}_{BM} , do barco em relação à margem.

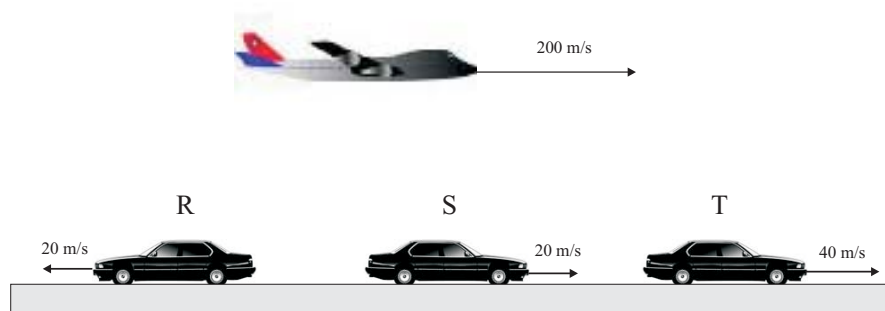


Q15 - O Rui, a Sandra e o Tomás conduzem os seus automóveis em trajectórias rectilíneas colineares e com velocidades constantes. Num dado instante, observam um avião a jacto que se desloca na mesma direcção com velocidade instantânea de módulo 200 m/s e aceleração de módulo 5 m/s².

a) Ordene, da maior para a menor, os valores da *velocidade* do avião a jacto, do ponto de vista do Rui, da Sandra e do Tomás. Justifique.

b) Ordene, da maior para a menor, os valores da *aceleração* do avião a jacto, do ponto de vista do Rui, da Sandra e do Tomás. Justifique.

Recorde que como os movimentos são unidimensionais e a direcção é comum, as velocidades e as acelerações podem ser expressas por escalares. Considere como positivo o sentido da velocidade do avião a jacto.



Q16 - Um passageiro, num comboio que viaja com velocidade constante em relação ao solo, deixa cair uma colher. Qual a aceleração da colher relativamente a) ao comboio e b) ao solo?

Problemas:

Nestes problemas, os vectores unitários que definem a direcção e sentido dos eixos coordenados x, y, z são denominados, respectivamente, por $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$.

P1 - Uma mulher acrobata está sentada num ramo de uma árvore e deseja cair verticalmente sobre um cavalo a galope que passa sob a árvore. A velocidade do cavalo é 10.0 m s^{-1} , e a distância do ramo à sela é 3.00 m .

- a) Qual deve ser a distância horizontal entre a sela e o ramo quando a mulher cai?
- b) Quanto tempo está ela no ar?

R: a) 7.75 m ; b) $7.75 \times 10^{-1} \text{ s}$

P2 - Um peixe que nada num plano horizontal tem velocidade $\vec{v}_0 = (4.0 \vec{i} + 1.0 \vec{j}) \text{ m s}^{-1}$ num ponto do oceano onde o seu vector posição em relação a uma rocha fixa no porto é $\vec{r}_0 = (1.0 \vec{i} - 4.0 \vec{j}) \text{ m}$. Depois de o peixe nadar com aceleração constante durante 20.0 s , a sua velocidade é $\vec{v} = (20.0 \vec{i} - 5.0 \vec{j}) \text{ m s}^{-1}$.

- a) Quais as componentes da aceleração?
- b) Qual a direcção da aceleração em relação ao eixo do x ?
- c) Onde está o peixe no instante $t = 25 \text{ s}$ e em que direcção se move?

R: a) $a_x = 0.80 \text{ m s}^{-2}$, $a_y = -0.30 \text{ m s}^{-2}$; b) $\theta = -0.36 \text{ rad}$; c) $\vec{r} = 3.5 \times 10^2 \vec{i} - 7.3 \times 10 \vec{j}$; $\theta = -0.26 \text{ rad}$.

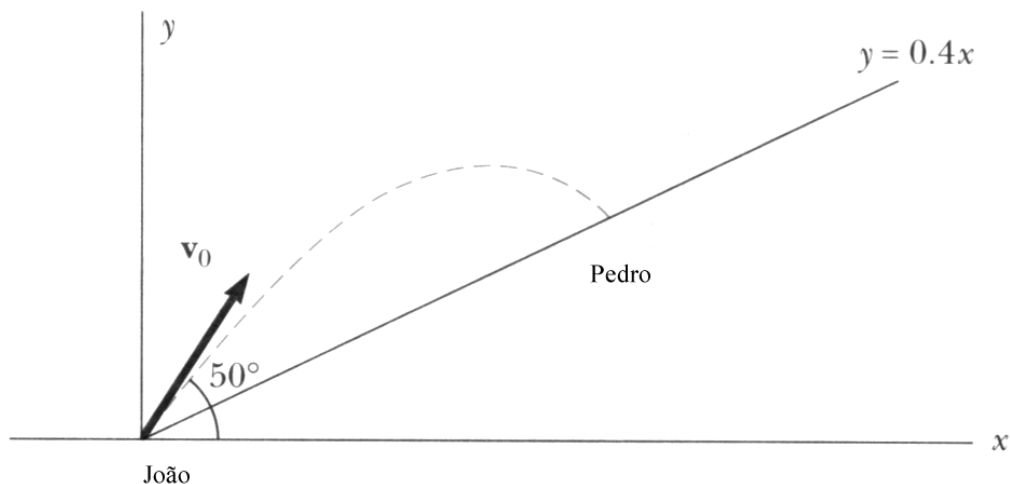
P3 - As coordenadas de um objecto que se move no plano xy variam no tempo de acordo com as equações: $x = (-5.0 \sin t) \text{ m}$ e $y = (4.0 - 5.0 \cos t) \text{ m}$, onde t está em s .

- a) Determine as componentes da velocidade e da aceleração em $t = 0 \text{ s}$.
- b) Escreva expressões para o vector posição, o vector velocidade, e o vector aceleração para qualquer instante $t > 0$.
- c) Descreva a trajectória do objecto num gráfico $x0y$.

R: a) $v_x = -5.0 \text{ m s}^{-1}$; $v_y = 0.0 \text{ m s}^{-1}$; $a_x = 0.0 \text{ m s}^{-2}$; $a_y = 5.0 \text{ m s}^{-2}$.

P4 - O João está na base de um monte, enquanto o Pedro está 30 m acima na encosta do monte. O João está na origem de um sistema de coordenadas xy , e a linha que descreve a encosta do monte é dada pela equação, $y = 0.4x$, como se mostra na figura. Se o João atirar uma maçã ao Pedro segundo um ângulo de 50° em relação à horizontal, com que velocidade deve atirá-la para que aquele a apanhe?

R: $v_0 = 20.7 \text{ m s}^{-1}$.



P5 - O super-homem sobrevoa Paris ao nível do topo das árvores quando vê que um elevador da Torre Eiffel começa a cair devido ao cabo se ter partido. A sua visão de raios X diz-lhe que Lois Lane está lá dentro. Se o super-homem está a 1.00 km da Torre Eiffel, e o elevador cai de uma altura de 240 m, quanto tempo tem ele para salvar Lois, e qual deve ser a sua velocidade média.

R: $v_{\text{med}} = 1.45 \times 10^2 \text{ m s}^{-1}$.

P6 - Um jogador de futebol chuta uma pedra, horizontalmente, da borda de uma falésia com 40.0 m de altura, para um lago de água. Se o jogador ouvir o som do "chape" 3.0 s depois do chuto, qual a velocidade inicial da pedra? Utilize para módulo da velocidade do som no ar o valor 343 m s^{-1} .

R: $\vec{v}_0 = 33.6 \vec{i} \text{ m s}^{-1}$.

P7 - Uma pulga pode saltar verticalmente até uma altura h .

a) Qual é a distância horizontal máxima que ela pode saltar?

b) Qual o tempo que ela leva no ar nos dois casos?

P8 - Uma bola ligada à extremidade de um fio é posta a rodar no ar segundo uma circunferência horizontal de raio 0.30 m. O plano da circunferência está 1.2 m acima do chão. A corda parte-se e a bola aterra 2.0 m afastada do ponto no chão directamente por baixo da sua posição quando a corda parte. Determine o módulo da aceleração centrípeta da bola durante o seu movimento circular.

R: $a_c = 56.0 \text{ m s}^{-2}$.

P9 - Um comboio trava ao contornar uma curva apertada, passando de 90.0 km h^{-1} para 50.0 km h^{-1} nos 15.0 s que demora a dar a curva. O raio da curva é 150 m. Calcule a aceleração do comboio no momento em que a sua velocidade comboio atinge o valor de 50 km h^{-1} .

R: $\vec{a} = (1.29\vec{u}_r - 0.74\vec{u}_t) \text{ m s}^{-2}$

P10 - A Joana conduz o seu Mercedes com uma aceleração de módulo $(3.0 \vec{i} - 2.0 \vec{j}) \text{ m s}^{-2}$ enquanto que a Sofia imprime ao seu Jaguar uma aceleração de módulo $(1.0 \vec{i} + 3.0 \vec{j}) \text{ m s}^{-2}$. Ambas partem do repouso da origem de um sistema de coordenadas xy . Passados 5 s,

a) qual é a velocidade da Joana em relação à Sofia?

b) a que distância estão uma da outra?

c) qual é a aceleração da Joana relativamente à Sofia?

a) $\vec{v}_J - \vec{v}_S = 10.0 \vec{i} - 25.0 \vec{j} \text{ (m s}^{-2}\text{)}$; b) 67.3 m; c) $\vec{a}_J - \vec{a}_S = (2.0 \vec{i} - 5.0 \vec{j}) \text{ m s}^{-2}$.

P11 - Um rio tem uma corrente de 0.500 m s^{-1} . Um estudante nada contra a corrente a distância de 1.00 km e retorna ao ponto inicial. Dado que o estudante pode nadar com a velocidade de 1.20 m s^{-1} em água parada, quanto tempo demora a sua viagem? Compare este valor com o tempo que a viagem duraria se a água estivesse parada.

R: $t = 2.02 \times 10^3 \text{ s}$; $t' = 1.67 \times 10^3 \text{ s}$.

P12 - Um barco atravessa um rio, de largura $L = 160$ m, em que a corrente tem uma velocidade uniforme de 1.50 m s^{-1} . O piloto mantém a direcção em que aponta o barco perpendicular ao rio e uma velocidade constante de 2.0 m s^{-1} em relação à água.

- a) Qual o módulo da velocidade do barco relativamente a um observador parado na margem?
 - b) A que distância abaixo, no sentido da corrente, da posição inicial está o barco quando atinge a margem oposta?
- a) $v = 2.5 \text{ m s}^{-1}$; b) 120. m.

P13 - Um carro viaja para *leste* com velocidade de 50.0 km h^{-1} . Está a cair chuva verticalmente em relação à Terra. Os traços da chuva nas janelas laterais do carro fazem um ângulo de 60.0° com a vertical. Determine a velocidade das gotas de água da chuva relativamente a) ao carro e b) à Terra.

- a) 16.1 m s^{-1} ; b) 8.03 m s^{-1} .

P14 - Um camião segue para *norte* com uma velocidade constante de 10.0 m s^{-1} numa estrada horizontal. Um rapaz que vai na parte de trás do camião deseja atirar uma bola enquanto o camião se move e apanhar a bola depois do camião ter percorrido 20.0 m. Despreze a resistência do ar.

- a) Com que ângulo em relação à vertical deve a bola ser atirada?
 - b) Qual deve ser o módulo da velocidade inicial da bola?
 - c) Qual a forma da trajectória da bola vista pelo rapaz?
 - d) Um observador fixo no solo vê o rapaz atirar e apanhar a bola. Determine a forma da trajectória da bola e a sua velocidade inicial para este observador.
- R: a) 0° ; b) 10.0 m s^{-1} .

Folha de Cálculo:

S1 - A Polícia montou uma operação de "caça" aos excessos de velocidade na estrada. De um carro de polícia colocado atrás de uma placa, um agente mede por radar que a velocidade de um condutor é de 35.0 m s^{-1} . Passados 3 s ele avisa o seu colega que está noutro carro da polícia 100 m adiante, na estrada. O segundo carro de polícia começa a perseguir o condutor 2.00 s após ter recebido o alerta, partindo do repouso e acelerando a 2.00 m s^{-2} .

- Quanto tempo demora até o condutor ser alcançado?
- Qual é a velocidade do carro da polícia quando alcança o condutor?
- Qual é a distância entre o ponto em que o segundo carro da polícia estava inicialmente e o ponto em que o condutor foi alcançado?

S2 - Um vendedor tem de visitar quatro clientes uma vez em cada período de vendas. Os quatro clientes estão em cidades diferentes e o vendedor quer visitar todos eles no tempo mínimo. A distância viajada depende da trajectória escolhida. Que trajectória deverá ele escolher?

Suponha que o vendedor parte da origem O e visita os quatro clientes uma vez, antes de voltar à origem, viajando entre eles em linha recta. Os clientes estão localizados num plano, nos pontos:

$$A = (-10, 5), \quad B = (-8, -7), \quad C = (1, 11), \quad D = (12, 9).$$

Utilize uma folha de cálculo para calcular o módulo do vector deslocamento para cada troço em linha recta da viagem e a distância total viajada, para diferentes sequências de visita a A , B , C e D . Confronte em cada caso, a distância total viajada com o gráfico da respectiva trajectória. Determine a trajectória que corresponde à menor distância total viajada. Pode encontrar esta trajectória por "força bruta", isto é, experimentando todas as trajectórias possíveis. Quantas tentativas fez até encontrar a trajectória pretendida? Em que ordem deve o vendedor visitar os quatro clientes? Qual o valor da distância então percorrida?

Escolha outros quaisquer quatro pontos e repita o exercício.

S3 - As coordenadas de um projectil são:

$$\begin{aligned}x &= x_0 + v_{x0}t \\ y &= y_0 + v_{y0}t - \frac{1}{2}gt^2\end{aligned}$$

onde $v_{x0} = v_0 \cos \theta_0$ e $v_{y0} = v_0 \sin \theta_0$. Fazendo uso destas equações, utilize a folha de cálculo para calcular as coordenadas x e y de um projectil e as componentes v_x e v_y como funções do tempo. A velocidade inicial e o ângulo de lançamento do projectil devem ser parâmetros de entrada. Utilize a função gráfico da folha de cálculo para representar as coordenadas x e y em função do tempo. Represente também v_x e v_y em função do tempo.

S4 - Utilize a folha de cálculo para resolver o seguinte problema:

O Benfica está empatado com o Sporting, faltando apenas alguns segundos para o fim do jogo. A equipa do Benfica tem a posse da bola e vai tentar fazer golo. O jogador tem de chutar a bola de uma distância de 47.5 m para enfiar na baliza. Se a trave da baliza tem 3.05 m de altura, com que ângulo e velocidade deve ele chutar a bola para marcar golo? Existe apenas uma solução para este problema? Soluções podem ser encontradas variando os parâmetros e estudando o gráfico de y em função de x .