OSF
OPERAÇÕES SÓLIDO-FLUIDO
SOLID FLUID OPERATIONS

LEQB/MEQB, 2023-24

Chemical and Biological Engineering Section , Department of Chemistry, FCT/NOVA

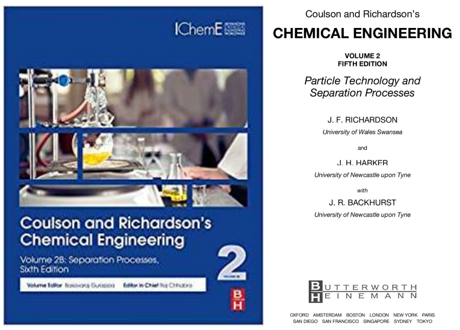
Isabel Esteves

Instructors

- **Prof. Rui Oliveira (T, TP)**
  - Office 628 DQ
  - Email: rmo@fct.unl.pt

- **Prof. Isabel Esteves (TP, P)**
  - Office 226 DQ/Lab 513 DQ
  - Email: i.esteves@fct.unl.pt

Book C&R
J.M. Coulson and J.F. Richardson, Chemical Engineering, II Vol., 5ª Ed., 2002, Elsevier Butterworth-Heinemann



NOVA SCHOOL OF SCIENCE & TECHNOLOGY

Filtration (Chapter 8)

NOVA SCHOOL OF SCIENCE & TECHNOLOGY

Problema 1

m_s/kg água ρ_s μ

a) Envia-se uma polpa, contendo 0.2 kg de sólido (densidade 3000 kg/m^3) por kg de água, para um filtro rotativo de tambor com 0.6 m de comprimento e 0.6 m de diâmetro. O tambor roda a uma volta em 350 segundos e 20% da superfície filtrante está em contacto com a polpa em qualquer instante. Se se produzir filtrado ao caudal de 0.125 kg/s e se o bolo tiver uma porosidade de 0.5, que espessura de bolo *(l)* se forma quando se filtra com um vácuo de 35 kN/m^2?

H, d β, t P e

b) Determine a resistência específica do bolo (*r*).

c) O filtro rotativo avaria e há que efectuar a operação temporariamente num filtro prensa com caixilhos quadrados de 0.3 m. A prensa leva 100 s a desmontar e 100 s a montar novamente e, além disso, são precisos 100 s para retirar o bolo de cada caixilho. Se se pretender realizar a filtração à mesma velocidade global como antes, com uma pressão de funcionamento de 275 kN/m^2, qual é o número mínimo de caixilhos que se deve usar e qual é a espessura de cada um deles? Supor os bolos incompressíveis e desprezar a resistência do meio filtrante.

P

Problema 1

m_s/kg água ρ_s μ

a) Envia-se uma polpa, contendo 0.2 kg de sólido (densidade 3000 kg/m^3) por kg de água, para um filtro rotativo de tambor com 0.6 m de comprimento e 0.6 m de diâmetro. O tambor roda a uma volta em 350 segundos e 20% da superfície filtrante está em contacto com a polpa em qualquer instante. Se se produzir filtrado ao caudal de 0.125 kg/s e se o bolo tiver uma porosidade de 0.5, que espessura de bolo (*l*) se forma quando se filtra com um vácuo de 35 kN/m^2?

H, d
β, t
P
e

b) Determine a resistência específica do bolo (*r*).

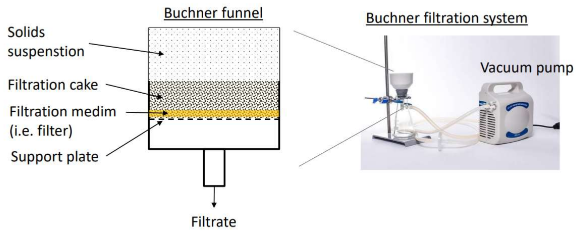
c) O filtro rotativo avaria e há que efectuar a operação temporariamente num filtro prensa com caixilhos quadrados de 0.3 m. A prensa leva 100 s a desmontar e 100 s a montar novamente e, além disso, são precisos 100 s para retirar o bolo de cada caixilho. Se se pretender realizar a filtração à mesma velocidade global como antes, com uma pressão de funcionamento de 275 kN/m^2, qual é o número mínimo de caixilhos que se deve usar e qual é a espessura de cada um deles? Supor os bolos incompressíveis e desprezar a resistência do meio filtrante.

P

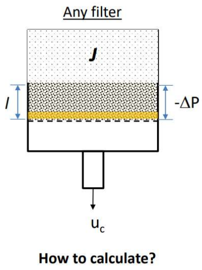
Problema 1.a

Filtration

The separartion of solids from a suspension by means of a porous medium (i.e. filter) or screen which retain the solids and allows the liquid to pass is termed **filtration.** The pore size of the filter is in general larger than the particles. The filter works efficiently only after the deposit of some particles inside the filter pores.



General filtration equation



J – concentration of solids, kg-solids/kg-suspension
l – cake length, m
A – filter area, m^2
(-ΔP) – pressure drop across filter cake, N/m2
u_c – filtration rate, m/s

$$u_c = \frac{1}{K''}\frac{e^3}{S_B^2}\frac{1}{\mu}\frac{(-\Delta P)}{l}$$

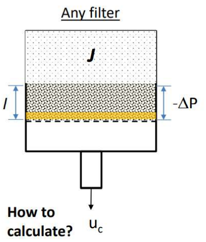
Kozeny Eq. Because filtration is slow thus laminar regime

Attention: *l* increases over time thus not constant as in fixed bed columns!!!!!!

NOVA SCHOOL OF SCIENCE & TECHNOLOGY

Problema 1.a

General filtration equation



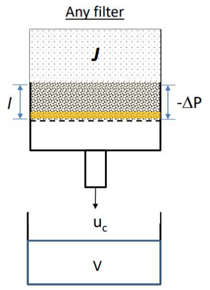
$$u_c = \underbrace{\frac{1}{K''}\frac{e^3}{S_B^2}}_{= r^{-1}}\frac{1}{\mu}\frac{(-\Delta P)}{l}$$ Kozeny Eq.

$$r = \frac{K'' S_B^2}{e^3} =$$ Cake specific resistance, m^{-2}

The cake specific resistance is typically obtained from a lab scale experiment

$$\boxed{u_c = \frac{(-\Delta P)}{r\mu l}}$$

General filtration equation



$$u_c = \frac{(-\Delta P)}{r\mu l}$$

$$u_c = \frac{1}{A}\frac{dV}{dt}$$

Volumetric flow are [m^3/s]

$$\boxed{\frac{dV}{dt} = \frac{A(-\Delta P)}{r\mu l}}$$

General filtration Equation neglecting filter medium resistance

V (m^3) - Volume of filtrate recovered over time t (s)

The higher the ***r* [m^{-2}]** the more difficult is the flow of the fluid across the bed. The value of ***r*** is normally obtained from a lab experiment.

NOVA SCHOOL OF SCIENCE & TECHNOLOGY

Problema 1.a

Para bolos incompressíveis, o volume do bolo por unidade de volume de filtrado, v, é dado por

Incompressible/compressible filter cake

Incompressible filter cake:
The cake porosity is constant.

$$\boxed{\begin{cases} r = constant \\ v = \dfrac{Al}{V} = \dfrac{volume\ of\ cake}{volume\ of\ filtrate} = constant \\ \Rightarrow l = v\dfrac{V}{A} \quad \text{(cake height)} \end{cases}}$$

Compressible filter cake:
The cake porosity decreases with increasing P.

$$\begin{cases} r = r'(-\Delta P)^n \quad \text{Cake resistance increases with } (-\Delta P) \\ v = \dfrac{Al}{V} = \dfrac{volume\ of\ cake}{volume\ of\ filtrate} \neq constant \end{cases}$$

$$v = \frac{Al}{V}$$

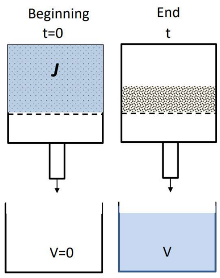
Como estimamos então v?

NOVA SCHOOL OF SCIENCE & TECHNOLOGY

Problema 1.a

Sabemos que v se relaciona com a porosidade do bolo (e), a concentração de sólidos em suspensão (J), e as massas específicas do sólido e do fluído, ρ_s e ρ, respetivamente.

estimation of $v = \frac{Al}{V} = \frac{cake\ volume}{filtrate\ volume}$



Material balance:

Base: 1 kg of suspension

In the beginning: Mass of solid: J **kg-sol/kg-susp**; Mass of liquid: 1- J **kg-liq/kg-susp**

In the end: Mass of solid = $Al(1-e)\rho_S$; Mass of liquid = $(V + Ale)\rho$

$$\frac{J}{1-J} = \frac{Al(1-e)\rho_s}{(V+Ale)\rho} = \frac{\frac{Al}{V}(1-e)\rho_s}{(1+\frac{Al}{V}e)\rho} = \frac{v(1-e)\rho_s}{(1+ve)\rho}$$

$$\boxed{v = \frac{J\rho}{(1-J)(1-e)\rho_s - Je\rho}}$$

$$v = \frac{J\rho}{(1-J)(1-e)\rho_s - Je\rho}$$

J	– fração mássica de sólidos em suspensão
(1 - J)	– fração mássica de líquido na suspensão
V	– volume de filtrado

NOVA SCHOOL OF SCIENCE & TECHNOLOGY

Problema 1.a

J	– fração mássica de sólidos em suspensão
(1 - J)	– fração mássica de líquido na suspensão

$$\boxed{\frac{J}{1-J} = 0.2\ \frac{\text{kg sólido}}{\text{kg água}}} \rightarrow J = 0.167\ \frac{\text{kg sólido}}{\text{kg suspensão}}$$

a) Envia-se uma polpa, contendo 0.2 kg de sólido (densidade 3000 kg/m^3) por kg de água, para um filtro rotativo de tambor com 0.6 m de comprimento e 0.6 m de diâmetro. O tambor roda a uma volta em 350 segundos e 20% da superfície filtrante está em contacto com a polpa em qualquer instante. Se se produzir filtrado ao caudal de 0.125 kg/s e se o bolo tiver uma porosidade de 0.5, que espessura de bolo (l) se forma quando se filtra com um vácuo de 35 kN/m^2 ?

NOVA SCHOOL OF SCIENCE & TECHNOLOGY

Pergunta: Como deduzir $v = \dfrac{J\rho}{(1-J)(1-e)\rho_s - Je\rho}$?

J – fração mássica de sólidos em suspensão
$(1 - J)$ – fração mássica de líquido na suspensão
V – volume de filtrado

Para um bolo de espessura l, e após remover o V filtrado, temos

$$volume\ de\ bolo = Al$$
$$volume\ de\ sólido\ no\ bolo = Al(1-e)$$
$$volume\ de\ líquido\ retido\ no\ bolo = Ale$$
$$volume\ total\ líquido = V + Ale$$

Para 1kg de suspensão e se a concentração de sólido na suspensão for constante:

$$\begin{cases} massa\ de\ sólido\ no\ bolo = Al(1-e)\rho_s \\ massa\ líq.retirado\ da\ suspensão = (V + Ale)\rho \end{cases} \Rightarrow \frac{J}{1-J} = \frac{Al(1-e)\rho_s}{\rho(V+Ale)} = \frac{\frac{Al}{V}(1-e)\rho_s}{\rho\left(1+\frac{Al}{V}e\right)}$$

$$v = \frac{Al}{V}$$

NOVA SCHOOL OF SCIENCE & TECHNOLOGY

Pergunta: Como deduzir $v = \dfrac{J\rho}{(1-J)(1-e)\rho_s - Je\rho}$?

J – fração mássica de sólidos em suspensão
$(1 - J)$ – fração mássica de líquido na suspensão
V – volume de filtrado

$$v = \frac{Al}{V}$$

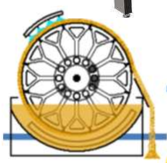
$$\frac{J}{1-J} = \frac{Al(1-e)\rho_s}{\rho(V+Ale)} = \frac{\frac{Al}{V}(1-e)\rho_s}{\rho\left(1+\frac{Al}{V}e\right)} \Rightarrow \frac{J}{1-J} = \frac{v(1-e)\rho_s}{\rho(1+ve)}$$

$$\Rightarrow v = \frac{J\rho}{(1-J)(1-e)\rho_s - Je\rho}$$

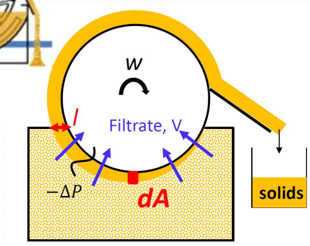
voltando ao Problema 1.a) …

$$v = \frac{0.167\times1000}{(1-0.167)(1-0.5)3000-0.167\times0.5\times1000} = 0.143\ \frac{\cancel{kg\ m^{-3}}}{\cancel{kg\ m^{-3}} - \cancel{kg\ m^{-3}}}$$

Problema 1.a



Rotary vacuum filter



W – rotation speed, s^{-1}
D – cylinder diameter, m
H – cylinder length
β– fraction of cylinder perimeter in contact with suspension

$A = \beta\pi DH$ is the filtration área, m^2

The rotary vacuum filter is a continuous process that operates at $(-\Delta P) = constant$

Each cake element of ***dA*** m^2 follows the exact same filtration process

Each cake element of ***dA*** m^2 has a residence time of $\boldsymbol{\beta/w}$ seconds

Continuous rotary vacuum filtration may be treated as a repeated batch filtration with duration $\boldsymbol{\beta/w}$

Batch filtration

$$\frac{V^2}{2} = \frac{A^2(-\Delta P)}{r\mu v}t$$

- Incompressible cake
- Negligible filter resistance (*L=0*)
- $(-\Delta P)$=constant

Rotary vacuum filter

$$\boxed{\frac{V^2}{2} = \frac{(\beta\pi DH)^2(-\Delta P)}{r\mu v}\frac{\beta}{w}}$$

Cake residence time = $\frac{\beta}{w}$

V – filtrate volume (m^3) pbtained after $\frac{\beta}{w}$ seconds

NOVA SCHOOL OF SCIENCE & TECHNOLOGY

Problema 1.a

Incompressible filtration with filter resistance ($\boldsymbol{L > 0}$)

Case 1. Filtration at constant $(-\Delta P)$

$$\boxed{\frac{V^2}{2} + \frac{LA}{v}V = \frac{A^2(-\Delta P)}{r\mu v}t}$$

Case 2. Filtration at constant dV/dt

$$\boxed{V^2 + \frac{LA}{v}V = \frac{A^2(-\Delta P)}{r\mu v}t}$$

Problema 1.a

a) Envia-se uma polpa, contendo 0.2 kg de sólido (densidade 3000 kg/m^3) por kg de água, para um filtro rotativo de tambor com 0.6 m de comprimento e 0.6 m de diâmetro. O tambor roda a uma volta em 350 segundos e 20% da superfície filtrante está em contacto com a polpa em qualquer instante. Se se produzir filtrado ao caudal de 0.125 kg/s e se o bolo tiver uma porosidade de 0.5, que espessura de bolo (l) se forma quando se filtra com um vácuo de 35 kN/m^2 ?

Q t

Problema 1.a

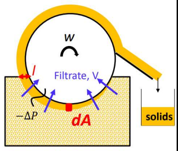
Considerando o caudal de filtrado $Q = \dfrac{volume\ de\ filtrado, V}{tempo\ de\ contato\ com\ a\ polpa, t}$, temos

(1kg = 10^{-3} m^3 água) $Q = 0.125 \dfrac{\cancel{kg}}{s} \dfrac{1}{1000\ \cancel{kg}\ m^{-3}} = 1.25 \times 10^{-4}\ m^3/s$

e se apenas 20% da superfície filtrante está em contato com a polpa, então $t = 350 \times 0.2 = 70$ s

e $V = Q\ \times t = 1.25 \times 10^{-4} \times 70 = 8.75 \times 10^{-3}\ m^3$

e $A = \beta 2\pi r H = 0.2\ \times 2\pi r H = 0.2 \times 2\pi \times 0.3 \times 0.6 = 0.226\ m^2$



W – rotation speed, s^{-1}
D – cylinder diameter, m
H – cylinder length
β– fraction of cylinder perimeter in contact with suspension
$A = \beta \pi D H$ is the filtration área, m^2

Finalmente vem

$$l = \frac{vV}{A} = \frac{0.143 \times 8.75 \times 10^{-3}}{0.226} = 0.0055\ m = 5.5\ mm$$

Área de filtração
β - fraction of cylinder perimeter in contact with suspension

Problema 1.b

a) Envia-se uma polpa, contendo 0.2 kg de sólido (densidade 3000 kg/m^3) por kg de água, para um filtro rotativo de tambor com 0.6 m de comprimento e 0.6 m de diâmetro. O tambor roda a uma volta em 350 segundos e 20% da superfície filtrante está em contacto com a polpa em qualquer instante. Se se produzir filtrado ao caudal de 0.125 kg/s e se o bolo tiver uma porosidade de 0.5, que espessura de bolo se forma quando se filtra com um vácuo de 35 kN/m^2 ?

b) Determine a resistência específica do bolo (r).

Pergunta: como calcular a resistência específica do bolo, r ?

Problema 1.b

Incompressible/compressible filter cake

Incompressible filter cake:

$$\begin{cases} r = constant \\ v = \frac{Al}{V} = \frac{volume\ of\ cake}{volume\ of\ filtrate} = constant \\ \Rightarrow l = v\frac{V}{A} \text{ (cake height)} \end{cases}$$

Compressible filter cake:

$$\begin{cases} r = r'(-\Delta P)^n \text{ Cake resistance increases with } (-\Delta P) \\ v = \frac{Al}{V} = \frac{volume\ of\ cake}{volume\ of\ filtrate} \neq constant \end{cases}$$

Case 1. Incompressible filtration: $(-\Delta P)$ =constant

$$\frac{dV}{dt} = \frac{A^2(-\Delta P)}{r\mu v V}$$ General filtration Eq. For incompressible cake

If the filtration equipment operates at constant $(-\Delta P)$

$$\int_0^V V dV = \frac{A^2(-\Delta P)}{r\mu v}\int_0^t dt$$

$$\boxed{\frac{V^2}{2} = \frac{A^2(-\Delta P)}{r\mu v}t} \quad V^2 \propto t$$

Problema 1.b

Da equação geral de filtração, a pressão constante, para o bolo incompressível (e sem resistência específica do pano filtrante, i.e. L = 0), temos que

$$\frac{V^2}{2} = \frac{A^2(-\Delta P)t}{r\mu v} \Rightarrow r = \frac{2A^2(-\Delta P)t}{V^2\mu v}$$

$$(-\Delta P) = 101325 - 35000 = 66325 \text{ N/m}^2$$

$$r = \frac{2 \times 0.226^2 \times 66325 \times 70}{(8.75 \times 10^{-3})^2 10^{-3} \times 0.143} = 4.33 \times 10^{13} \text{ m}^{-2}$$

$$\frac{m^4(Nm^{-2})s}{m^6(kg\ m^{-1}s^{-1})} = \frac{m^4(\cancel{kg}m\cancel{s^{-2}})m^{-2}\cancel{s}}{m^6(\cancel{kg}\ m^{-1}\cancel{s^{-1}})} = m^{-2}$$

Problema 1.c

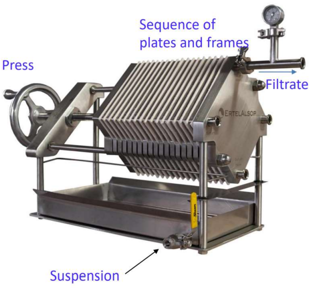
a) Envia-se uma polpa, contendo 0.2 kg de sólido (densidade 3000 kg/m^3) por kg de água, para um filtro rotativo de tambor com 0.6 m de comprimento e 0.6 m de diâmetro. O tambor roda a uma volta em 350 segundos e 20% da superfície filtrante está em contacto com a polpa em qualquer instante. Se se produzir filtrado ao caudal de 0.125 kg/s e se o bolo tiver uma porosidade de 0.5, que espessura de bolo (l) se forma quando se filtra com um vácuo de 35 kN/m^2 ?

b) Determine a resistência específica do bolo (r).

c) O filtro rotativo avaria e há que efectuar a operação temporariamente num filtro prensa com caixilhos quadrados de 0.3 m. A prensa leva 100 s a desmontar e 100 s a montar novamente e, além disso, são precisos 100 s para retirar o bolo de cada caixilho. Se se pretender realizar a filtração à mesma velocidade global como antes, com uma pressão de funcionamento de 275 kN/m^2, qual é o número mínimo de caixilhos que se deve usar e qual é a espessura de cada um deles? Supor os bolos incompressíveis e desprezar a resistência do meio filtrante.

Problema 1.c

Plate and frame press filter



The plate and frame press filter is a batch filtration process which may operate in (i) dV/dt = constant OR (ii) $(-\Delta P)$ = constant

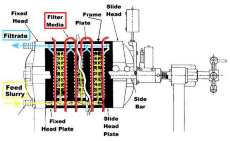
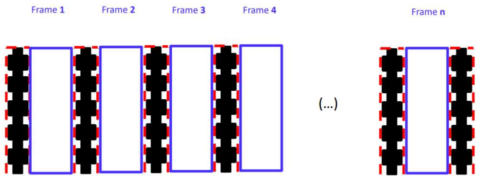


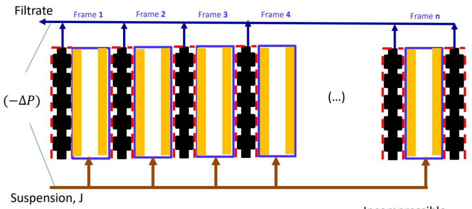
Plate and frame press filter



Filtration area: $A = (2a_{frame}) \times n$

Problema 1.c

Plate and frame press filter

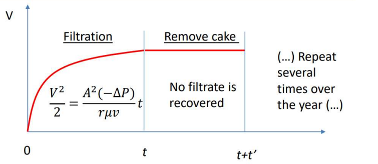


$$\frac{V^2}{2} = \frac{(2a_{frame}n)^2(-\Delta P)}{r\mu v}t$$

- Incompressible cake
- Negligible filter resistance (L=0)
- $(-\Delta P)$=constant

Plate and frame press filter

Operation cycle:



t, s – duration of filtration
t', s – stop time (unlock the press, remove each frame, remove the cake from each frame, wash the frame, reassemble the press)

$$Q = \frac{V}{t + t'}$$ Average filtrate flowrate over the year

Pergunta:
Como calcular o número mínimo de caixilhos que se deve usar e qual é a espessura de cada um deles?

NOVA SCHOOL OF SCIENCE & TECHNOLOGY

Problema 1.c

c) O filtro rotativo avaria e há que efectuar a operação temporariamente num filtro prensa com caixilhos quadrados de 0.3 m. A prensa leva 100 s a desmontar e 100 s a montar novamente e, além disso, são precisos 100 s para retirar o bolo de cada caixilho. Se se pretender realizar a filtração à mesma velocidade global como antes, com uma pressão de funcionamento de 275 kN/m^2, qual é o número mínimo de caixilhos que se deve usar e qual é a espessura de cada um deles? Supor os bolos incompressíveis e desprezar a resistência do meio filtrante.

Pergunta:
O que é que eu sei logo à partida do problema?

cada caixilho tem 2 faces

Área de filtração do filtro prensa: $A = 2a_{caix}n_{caix} = 2 \times 0.3^2 \times n_{caix} = 0.18\, n_{caix}$ m^2

$(-\Delta P)$: $(-\Delta P) = 275000 - 101325 = 173675$ N/m^2

NOVA SCHOOL OF SCIENCE & TECHNOLOGY

Problema 1.c

Para o filtro prensa de placas e caixilhos a (-ΔP) constante e sem resistência ao fluxo pelo meio filtrante e camadas iniciais do bolo, o ciclo ótimo de filtração ocorre quando o tempo de filtração é igual ao tempo de paragem (desmontagem, montagem, limpeza):

$$t_{\text{filtração}} = t_{\text{paragem (desmontagem e montagem, limpeza)}} \quad \Leftrightarrow \quad t = t' = 200 + 100\, n_{caix}$$

Então, a taxa de produção de filtrado, Q, vem

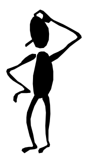
$$Q = \frac{V_{\text{filtrado}}}{t+t'} = \frac{V_{\text{filtrado}}}{2(t_{mont} + t_{desmt} + t_{ret\ bolo\ caix})} = \frac{V}{400+200\, n_{caix}} = 1.25 \times 10^{-4} \quad \text{m}^3/\text{s}$$

e sabemos a equação de filtração para filtros prensa

$$\boxed{\frac{V^2}{2} = \frac{(2a_{frame}n)^2(-\Delta P)}{r\mu v} t}$$

- Incompressible cake
- Negligible filter resistance (L=0)
- $(-\Delta P)$=constant

Sugestões?



Problema 1.c

$$Q = \frac{V}{2t} \rightarrow 2t^2Q^2 = \frac{V^2}{2}$$

$$\frac{V^2}{2} = \frac{4a_{caix}^2 n^2(-\Delta P)t}{r\mu v}$$

$$\frac{V^2}{2} = 2t^2Q^2 = \frac{4 \times a_{caix}{}^2 \times n_{caix}{}^2 \times (-\Delta P)t}{r\mu v}$$

$$\Rightarrow Q^2 = \frac{4 \times a_{caix}{}^2\, n_{caix}{}^2 \times (-\Delta P)\cancel{t}}{2t^{\cancel{2}} r\mu v}$$

$$\Rightarrow Q^2 = \frac{2 \times a_{caix}{}^2\, n_{caix}{}^2 \times (-\Delta P)}{tr\mu v} \qquad \Rightarrow t = \frac{2 \times a_{caix}{}^2\, n_{caix}{}^2 \times (-\Delta P)}{r\mu v Q^2}$$

$$\Rightarrow 200 + 100\, n_{caix} = \frac{2 \times 0.3^4\, n_{caix}{}^2 \times 173.7 \times 10^3}{(1.25 \times 10^{-4})^2 \times 4.33 \times 10^{13} \times 10^{-3} \times 0.143}$$

$$\Rightarrow 28.968 n_{caix}^2 - 100 n_{caix} - 200 = 0 \qquad \Rightarrow n_{caix} = 4.87 \Rightarrow 5 \text{ caixilhos}$$

Problema 1.c

$$V = Q \times (400 + 200 n_{caix})$$

$$t + t' = t_{ciclo} = 400 + 200 n_{caix}$$

Problema 1.c

$V = Q \times (400 + 200n_{caix})$

$t_{ciclo} = 400 + 200n_{caix}$
$t = 200 + 100n_{caix}$

$V = 1.25 \times 10^{-4} \times (400 + 200 \times 5) = 0.175\ \mathrm{m}^3$

$t = 200 + 100 \times 5 = 700\ \mathrm{s} = 11.7\ \mathrm{min}$

Problema 1.c

$V = Q \times (400 + 200n_{caix})$

$t_{ciclo} = 400 + 200n_{caix}$
$t = 200 + 100n_{caix}$

$V = 1.25 \times 10^{-4} \times (400 + 200 \times 5) = 0.175\ \mathrm{m}^3$

$t = 200 + 100 \times 5 = 700\ \mathrm{s} = 11.7\ \mathrm{min}$

$$v = \frac{Al}{V} \Rightarrow l = \frac{vV}{0.18n_{caix}} =$$

Problema 1.c

$V = Q \times (400 + 200n_{caix})$

$t_{ciclo} = 400 + 200n_{caix}$
$t = 200 + 100n_{caix}$

$V = 1.25 \times 10^{-4} \times (400 + 200 \times 5) = 0.175\ \mathrm{m}^3$

$t = 200 + 100 \times 5 = 700\ \mathrm{s} = 11.7\ \mathrm{min}$

$$v = \frac{Al}{V} \Rightarrow l = \frac{vV}{0.18n_{caix}} = \frac{0.143 \times 0.175}{0.18 \times 5} = 27.81\ \mathrm{mm};$$

Espessura do caixilho = ?

Problema 1.c

$V = Q \times (400 + 200n_{caix})$

$t_{ciclo} = 400 + 200n_{caix}$
$t = 200 + 100n_{caix}$

volume de filtrado, V → $V = 1.25 \times 10^{-4} \times (400 + 200 \times 5) = 0.175\ \mathrm{m}^3$

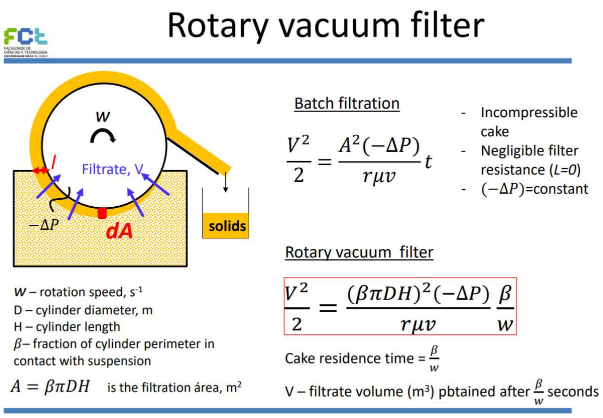
$t = 200 + 100 \times 5 = 700\ \mathrm{s} = 11.7\ \mathrm{min}$ ← tempo de filtração, t

$$v = \frac{Al}{V} \Rightarrow l = \frac{vV}{0.18n_{caix}} = \frac{0.143 \times 0.175}{0.18 \times 5} = 27.81\ \mathrm{mm};$$ ← espessura do bolo, l

Espessura do caixilho = $2l = 55.6$ mm

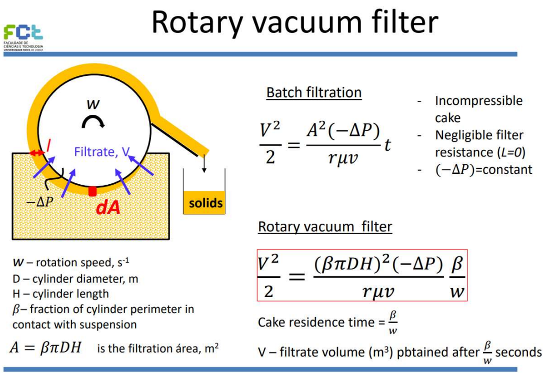
Problema 5

Um filtro rotativo, a funcionar a 2 rpm, filtra 7.5×10^{-3} m^3/s. A trabalhar sob o mesmo vácuo e desprezando a resistência do pano filtrante, a que velocidade se deve accionar o filtro para se obter um caudal de filtração de 1.5×10^{-2} m^3/s ?



Problema 5

Um filtro rotativo, a funcionar a 2 rpm, filtra 7.5×10^{-3} m^3/s. A trabalhar sob o mesmo vácuo e desprezando a resistência do pano filtrante, a que velocidade se deve accionar o filtro para se obter um caudal de filtração de 1.5×10^{-2} m^3/s ?



Pergunta: V^2 é diretamente proporcional a que variáveis?

$$V^2 \propto t \propto \frac{1}{w}$$

$$Q = \frac{V}{t} \Rightarrow \begin{cases} V^2 \propto t \\ \frac{V^2}{t^2} \propto \frac{t}{t^2} \propto \frac{1}{t} \propto w \\ \frac{V}{t} \propto w^{0.5} \end{cases}$$

NOVA SCHOOL OF SCIENCE & TECHNOLOGY

Problema 5

Um filtro rotativo, a funcionar a 2 rpm, filtra 7.5×10^{-3} m^3/s. A trabalhar sob o mesmo vácuo e desprezando a resistência do pano filtrante, a que velocidade se deve accionar o filtro para se obter um caudal de filtração de 1.5×10^{-2} m^3/s ?

$$Q = \frac{V}{t} \Rightarrow$$

$$V^2 \propto t \propto \frac{1}{w}$$

$$V^2 \propto t$$

$$\frac{V^2}{t^2} \propto \frac{t}{t^2} \propto \frac{1}{t} \propto w$$

$$\frac{V}{t} \propto w^{0.5}$$

$$\Rightarrow \frac{\left(V/t\right)_1}{\left(V/t\right)_2} \propto \frac{w_1^{0.5}}{w_2^{0.5}}$$

$$\frac{0.0075}{0.015} \propto \frac{2^{0.5}}{w_2^{0.5}}$$

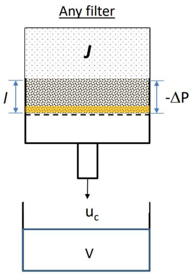
$$\Downarrow$$

$$w_2 = 8 \text{ rpm}$$

Problema 2 – cálculo de r

NOVA SCHOOL OF SCIENCE & TECHNOLOGY

General filtration equation



$$u_c = \frac{(-\Delta P)}{r\mu l}$$

$$u_c = \frac{1}{A}\frac{dV}{dt}$$

$$\boxed{\frac{dV}{dt} = \frac{A(-\Delta P)}{r\mu l}}$$

General filtration Equation neglecting filter medium resistance

V (m³) - Volume of filtrate recovered over time t (s)

$r =$ Cake specific resistance, m^{-2}

$$\frac{1}{A}\frac{dV}{dt} = \frac{(-\Delta P)}{r\mu l} \quad \Rightarrow \quad r = \frac{A(-\Delta P)}{\frac{dV}{dt}\mu l}$$

No ensaio, uma pressão de 165 kN/m² produziu um caudal de água de 0.02 cm³/s (= dV/dt) através de um centímetro cúbico de bolo (A=1 cm² e l=1 cm) de filtração. Logo,

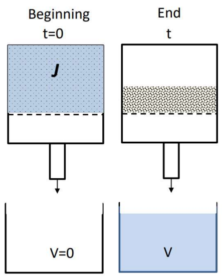
$$(-\Delta P)_{ensaio} = 165 - 101.3 = 63.7 \text{ kN/m}^2$$

$$r = \frac{A(-\Delta P)}{\frac{dV}{dt}\mu l} = \frac{1 \times 63.7 \times 10^3}{0.02 \times 10^{-3} \times 1} 10^4 = 3.185 \times 10^{13} \text{ m}^{-2}$$

Problema 2 – cálculo de J

NOVA SCHOOL OF SCIENCE & TECHNOLOGY

estimation of $v = \frac{Al}{V} = \frac{cake\ volume}{filtrate\ volume}$



Material balance:

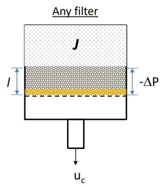
Base: 1 kg of suspension

In the beginning: Mass of solid: J kg-sol/kg-susp
Mass of liquid: 1- J kg-liq/kg-susp

In the end: Mass of solid = $Al(1-e)\rho_s$
Mass of liquid = $(V + Ale)\rho$

$$\frac{J}{1-J} = \frac{Al(1-e)\rho_s}{(V+Ale)\rho} = \frac{\frac{Al}{V}(1-e)\rho_s}{(1+\frac{Al}{V}e)\rho}$$

$$= \frac{v(1-e)\rho_s}{(1+ve)\rho} \qquad \boxed{v = \frac{J\rho}{(1-J)(1-e)\rho_s - Je\rho}}$$



J – concentration of solids, kg-solids/kg-suspension
l – cake length, m
A – filter area, m²
(-ΔP) – pressure drop across filter cake, N/m2
u_c – filtration rate, m/s

$$\frac{J}{1-J} = \frac{\text{fração mássica de sólidos em suspensão}}{\text{fração mássica de água na suspensão}}$$

$$\frac{J}{1-J} = \frac{100 \text{ kg sólidos}}{1000 \text{ kg água}} = 0.1$$

$$J = 0.0909 \frac{\text{kg sólido}}{\text{kg susp}}$$

Problema 2 – cálculo de v

Sabemos que v (volume de bolo/volume de filtrado) se relaciona com a porosidade do bolo (e), a concentração de sólidos em suspensão (J), e as massas específicas do sólido e do fluído, ρ_s e ρ.

$$v = \frac{J\rho}{(1-J)(1-e)\rho_s - Je\rho}$$

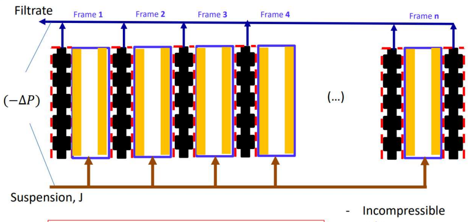
$$v = \frac{0.0909 \times 1000}{(1-0.0909)(1-0.4)3000 - 0.0909 \times 0.4 \times 1000}$$

$$v = 0.0568$$

(v/v ≈ volume bolo/volume filtrado)

Problema 2

Plate and frame press filter



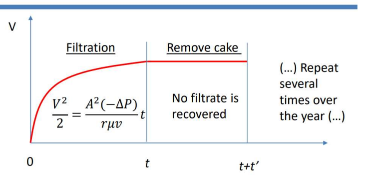
$$\boxed{\frac{V^2}{2} = \frac{(2a_{frame}n)^2(-\Delta P)}{r\mu v}t}$$

- Incompressible cake
- Negligible filter resistance (L=0)
- $(-\Delta P)$=constant

$$v = \frac{Al}{V} = \frac{cake\ volume}{filtrate\ volume}$$

Plate and frame press filter

Operation cycle:



t, s – duration of filtration
t', s – stop time (unlock the press, remove each frame, remove the cake from each frame, wash the frame, reassemble the press)

$$Q = \frac{V}{t+t'}$$ Average filtrate flowrate over the year

A espessura ótima do bolo obtém-se quando o fluxo de filtração é máximo.

$$Q = \frac{V}{t+t'} \xrightarrow[\text{escolha de t}]{} Q_{max}$$

Sugestões?

NOVA SCHOOL OF SCIENCE & TECHNOLOGY

Problema 2

Plate and frame press filter

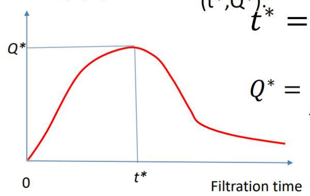
$$Q = \frac{V}{t + t'}$$

Problem: Demonstrate that there is a maximum flowrate opearation point (t*,Q*):

$$t^* = t'$$

$$Q^* = \sqrt{\frac{A^2(-\Delta P)}{2r\mu v t'}}$$

- Incompressible cake
- Negligible filter resistance ($L=0$)
- $(-\Delta P)$=constant



Conclusion: The filtration time should be set equal to the stop time t'; in this way the filtrate flowrate is maximised

NOVA SCHOOL OF SCIENCE & TECHNOLOGY

Problema 2

Case 1. Incompressible filtration: $(-\Delta P)$ =constant

$$\frac{dV}{dt} = \frac{A^2(-\Delta P)}{r\mu v V}$$ General filtration Eq. For incompressible cake

If the filtration equipment operates at constant $(-\Delta P)$

$$\int_0^V V dV = \frac{A^2(-\Delta P)}{r\mu v} \int_0^t dt$$

$$\boxed{\frac{V^2}{2} = \frac{A^2(-\Delta P)}{r\mu v} t}$$

Question: is the the filtrate flowrate $\frac{dV}{dt}$ = constant ?

Dedução de $\boxed{\frac{V^2}{2} = \frac{A^2(-\Delta P)}{r\mu v}t}$

Sabendo que

$$\frac{1}{A}\frac{dV}{dt} = \frac{(-\Delta P)}{r\mu l} \qquad v = \frac{Al}{V} \Rightarrow l = \frac{vV}{A}$$

então, se o filtro opera a pressão constante,

$$\frac{dV}{dt} = \frac{A^2(-\Delta P)}{r\mu v V} \Rightarrow \int_0^V V\,dV = \frac{A^2(-\Delta P)}{r\mu v}\int_0^t dt$$

$$\boxed{\frac{V^2}{2} = \frac{A^2(-\Delta P)}{r\mu v}t}$$

Notar que no nosso problema não conhecemos a área de filtração A!

Pergunta: Se a espessura ótima do bolo se obtém quando o fluxo de filtração é máximo, então como a calculamos?

Vejamos o que significa o ciclo ótimo de filtração…

Se $\boxed{\frac{V^2}{2} = \frac{A^2(-\Delta P)}{r\mu v}t} \rightarrow V = Kt^{0.5}$, com $K = \left[\frac{2A^2(-\Delta P)}{r\mu v}\right]^{0.5}$, então

$$Q = \frac{V}{t+t'} = \frac{Kt^{0.5}}{t+t'}$$

$y = u^n \qquad y' = nu^{n-1}u'$

$y = u/v \qquad y' = \frac{u'v - v'u}{v^2}$

$$\frac{dQ}{dt} = 0 \Rightarrow 0.5\cancel{K}t^{-0.5}(t+t') - \cancel{K}t^{0.5} = 0$$

$$\Rightarrow 0.5(t+t') = t^{0.5+0.5}$$

$$\Rightarrow 0.5t = 0.5t'$$

$$\Rightarrow t = t'$$

Ciclo ótimo de filtração

Q_{max} obtém-se quando $t = t'$

No nosso problema 2 vem:

$t = t' = 15\text{ min} = 900s$

Problema 2

Pergunta: Se espessura ótima do bolo se obtém quando o fluxo de filtração é máximo, então como a calculamos?

$$\boxed{\frac{V^2}{2} = \frac{A^2(-\Delta P)}{r\mu v}t}$$

Notar que no nosso problema não conhecemos a área de filtração A!

Mas …
$$\left(\frac{V}{A}\right)^2 = \frac{2(-\Delta P)t}{r\mu v} = \frac{2(1000-101.3)10^3 \times 900}{3.185 \times 10^{13} \times 10^{-3} \times 0.0568} = 0.894\ \mathrm{m}^2$$

$$\frac{V}{A} = 0.945\ \mathrm{m} \qquad l = \frac{vV}{A}$$

$$= 0.0568 \times 0.945$$
$$= 0.05371\ \mathrm{m}$$

Espessura ótima de bolo no filtro prensa

$2l = 107$ mm

Problema 2 (cont.)

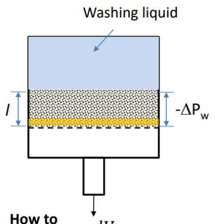
Filtra-se uma polpa, que contém 100 kg de cré (densidade 3000 kg/m^3) por m^3 de água, num filtro prensa de placas e caixilhos, que leva 15 min a desmontar, limpar e voltar a montar. Se o bolo de filtração for incompressível e tiver uma porosidade de 0.4, qual é a espessura óptima de bolo para uma pressão de filtração de 1000 kN/m^2?
Se o bolo for lavado a 550.65 kN/m^2 e se o volume total de água de lavagem empregue for um quarto do filtrado, de que modo é afectada a espessura óptima do bolo?
Desprezar a resistência do meio filtrante e considerar a viscosidade da água igual a 1 cP. Num ensaio, uma pressão de 165 kN/m^2 produziu um caudal de água de 0.02 cm^3/s através de um centímetro cúbico de bolo (A=1 cm^2 e l=1 cm) de filtração.

Pergunta:
Que efeito tem a lavagem na espessura ótima do bolo?

NOVA SCHOOL OF SCIENCE & TECHNOLOGY

Problema 2

Cake washing



How to calculate? $\frac{dV_w}{dt_w}$

V_w - Volume of spent washing liquid, m^3

t_w - Duration of washing, s

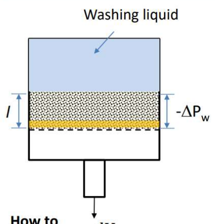
- Cake washing is sometimes needed to remove impurities from the cake
- Cake washing starts after the end of filtration
- The cake length stays unchanged (i.e. *l* is the cake length obtained in the end of filtration)

Question: how to determine the washing flowrate?

$$\frac{dV_w}{dt_w} = \frac{A(-\Delta P_w)}{r\mu(l+L)} = \text{constante}$$

Length of cake obtained in the end of filtration

Cake washing flowrate



How to calculate? $\frac{dV_w}{dt_w}$

V_w - Volume of spent washing liquid, m^3

t_w - Duration of washing, s

$$\frac{dV_w}{dt_w} = \frac{A(-\Delta P)}{r\mu(l+L)} \times \frac{(-\Delta P_w)}{(-\Delta P)}$$

$$\frac{dV_w}{dt_w} = \left.\frac{dV}{dt}\right|_t \times \frac{(-\Delta P_w)}{(-\Delta P)}$$

Washing flowrate

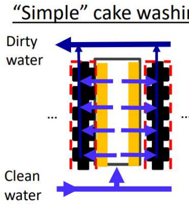
Filtration flowrate In the end of filtration

NOVA SCHOOL OF SCIENCE & TECHNOLOGY

Problema 2

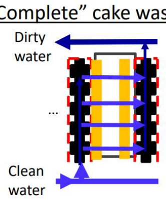
Plate and frame press filter

"Simple" cake washing



- Washing fluid enters into the frame
- Cake erosion at the entry point
- Prefreable flow channel close to the entry point
- Nonuniform washing

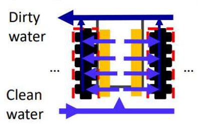
"Complete" cake washing



- Washing fluid enters into the plate
- Uniform flow distribution along frame surface
- Minimal cake erosion; facilitates detachment of cake from frame surface
- Uniform cake washing

Plate and frame press filter

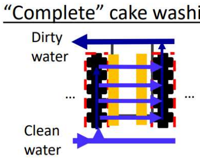
"Simple" cake washing



$$\frac{dV_w}{dt_w} = \frac{A(-\Delta P_w)}{r\mu(l+L)}$$

$$\Rightarrow \frac{dV_w}{dt_w} = \frac{(-\Delta P_w)}{(-\Delta P)}\left.\frac{dV}{dt}\right|_t$$

"Complete" cake washing



$$\frac{dV_w}{dt_w} = \frac{A/2(-\Delta P_w)}{r\mu(l+L)\times 2}$$

$$\boxed{\Rightarrow \frac{dV_w}{dt_w} = \frac{1}{4}\frac{(-\Delta P_w)}{(-\Delta P)}\left.\frac{dV}{dt}\right|_t}$$

∴ "Complete" washing flowrate 4x slower

NOVA SCHOOL OF SCIENCE & TECHNOLOGY

Problema 2

Na operação de lavagem completa $\frac{dV_w}{dt_w} = \frac{1}{4}\frac{A(-\Delta P_w)}{r\mu l}$ e no final da filtração $\left.\frac{dV}{dt}\right|_{t_{\text{final}}} = \frac{A(-\Delta P)}{r\mu l}$

logo

$(-\Delta P_w) = 550.65 - 101.3 = 449.35\ \text{kN/m}^2$

$(-\Delta P) = 1000 - 101.3 = 898.7\ \text{kN/m}^2$

$$\frac{dV_w}{dt_w} = \frac{1}{4}\frac{(-\Delta P_w)}{(-\Delta P)}\frac{A(-\Delta P)}{r\mu l} \Rightarrow \frac{dV_w}{dt_w} = \frac{1}{4}\frac{(-\Delta P_w)}{(-\Delta P)}\left.\frac{dV}{dt}\right|_{t_{\text{final}}}$$

$$\Rightarrow \frac{dV_w}{dt_w} = \frac{1}{4}\frac{449.35}{898.7}\left.\frac{dV}{dt}\right|_{t_{\text{final}}} \Rightarrow \frac{dV_w}{dt_w} = 0.125\left.\frac{dV}{dt}\right|_{t_{\text{final}}} = \text{constante}$$

$$\Rightarrow \frac{V_w}{t_w} = \frac{1}{8}\frac{A(-\Delta P)}{r\mu l} \quad \text{e} \quad v = \frac{Al}{V} \Rightarrow l = \frac{vV}{A}$$

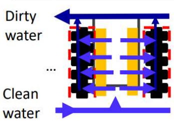
$$\Rightarrow \frac{V_w}{t_w} = \frac{1}{8}\frac{A^2(-\Delta P)}{r\mu v V}$$

NOVA SCHOOL OF SCIENCE & TECHNOLOGY

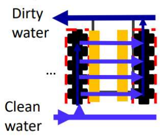
Problema 2

Plate and frame press filter

"Simple" cake washing



"Complete" cake washing



Constant - β

$$t_w = \left(2\frac{-\Delta P}{-\Delta P_w}\frac{V_w}{V}\right)t$$

Home-work!

Constant - β

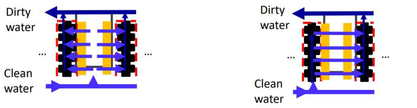
$$\boxed{t_w = \left(8\frac{-\Delta P}{-\Delta P_w}\frac{V_w}{V}\right)t}$$

∴ "Complete" washing flowrate 4x slower

Dedução de t_w

Plate and frame press filter

"Simple" cake washing "Complete" cake washing



Constant - β

$t_w = \left(2\frac{-\Delta P}{-\Delta P_w}\frac{V_w}{V}\right)t$

Home-work!

Constant - β

$t_w = \left(8\frac{-\Delta P}{-\Delta P_w}\frac{V_w}{V}\right)t$

∴ "Complete" washing flowrate 4x slower

$$\left.\frac{dV}{dt}\right|_{t_{\text{final}}} = \frac{A(-\Delta P)}{r\mu l}$$

$$\frac{dV_w}{dt_w} = \frac{1}{4}\frac{(-\Delta P_w)}{(-\Delta P)}\left.\frac{dV}{dt}\right|_{t_{\text{final}}} = \frac{1}{4}\frac{(-\Delta P_w)}{(-\Delta P)}\frac{A^2(-\Delta P)}{r\mu lV} = \text{constante}$$

$$\boxed{\frac{V^2}{2} = \frac{A^2(-\Delta P)}{r\mu v}t}$$

$$\frac{V_w}{t_w} = \frac{1}{4}\frac{(-\Delta P_w)}{(-\Delta P)}\frac{V^2}{2tV} = \frac{1}{8}\frac{(-\Delta P_w)}{(-\Delta P)}\frac{V}{t}$$

$$t_w = 8\frac{V_w}{V}\frac{(-\Delta P)}{(-\Delta P_w)}t$$

Problema 2

Como $V_w = \frac{V}{4}$ e $\frac{V_w}{t_w} = \frac{1}{8}\frac{A^2(-\Delta P)}{r\mu vV}$ $\Rightarrow$ $V_w^2 = \frac{1}{32}\frac{A^2(-\Delta P)}{r\mu v}t_w$

Considerando $\boxed{\frac{V^2}{2} = \frac{A^2(-\Delta P)}{r\mu v}t}$, vem

$$\frac{(4V_w)^2}{2} = \frac{A^2(-\Delta P)}{r\mu v}t \Rightarrow {V_w}^2 = \frac{1}{8}\frac{A^2(-\Delta P)}{r\mu v}t$$

e logo

$$\frac{1}{32}\cancel{\frac{A^2(-\Delta P)}{r\mu v}}t_w = \frac{1}{8}\cancel{\frac{A^2(-\Delta P)}{r\mu v}}t \Rightarrow t_w = 4t$$

$$t_{ciclo} = t + t_w + t_{paragem} = 5t + 900\text{ s}$$

NOVA SCHOOL OF SCIENCE & TECHNOLOGY

Problema 2

Como $Q = \dfrac{V}{t_{ciclo}}$ e $V = Kt^{0.5}$, com $K = \left[\dfrac{2A^2(-\Delta P)}{r\mu v}\right]^{0.5}$, vem $Q = \dfrac{Kt^{0.5}}{900 + 5t}$ e

$$\frac{dQ}{dt} = 0 \quad \Rightarrow \quad 0.5Kt^{-0.5}(900 + 5t) - 5Kt^{0.5} = 0$$

$$\Rightarrow \quad 0.5(900 + 5t) = 5t^{0.5+0.5}$$

$$\Rightarrow \quad t = 180 \text{ s}$$

Finalmente $\left(\dfrac{V}{A}\right)^2 = \dfrac{2(-\Delta P)t}{r\mu v} = \dfrac{2 \times 898.7 \times 10^3 \times 180}{3.185 \times 10^{13} \times 10^{-3} \times 0.0568} = 0.1788 \text{ m}^2$

$\dfrac{V}{A} = 0.4228 \text{ m}$

$l = \dfrac{vV}{A}$
$= 0.0568 \times 0.4228$
$= 0.024 \text{ m}$

Espessura bolo no filtro prensa

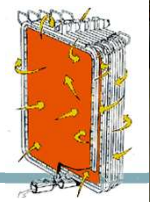
$2l = 48 \text{ mm}$

NOVA SCHOOL OF SCIENCE & TECHNOLOGY

Problema 6

Filtra-se uma polpa numa prensa de pratos e caixilhos que contém 12 caixilhos quadrados de 0.3 m e 25 mm de espessura. Durante os primeiros 200 s, eleva-se lentamente a pressão até ao valor final de 500 kN/m^2 e, durante este período, mantém-se constante o caudal de filtração. Após o período inicial, a filtração efectua-se a pressão constante e os bolos acabam de formar-se nos 15 minutos seguintes. Em seguida lavam-se os bolos a 375 kN/m^2 durante 10 minutos usando “lavagem completa”. Qual é o volume de filtrado que se recolhe por ciclo e que quantidade de água de lavagem se usa?

Previamente ensaiou-se uma amostra de polpa, usando um filtro de folha de vácuo com 0.05 m^2 de superfície filtrante e um vácuo de 30 kN/m^2. O volume de filtrado recebido nos primeiros 5 minutos foi de 250 cm^3 e, após mais 5 minutos, receberam-se mais 150 cm^3. Supor o bolo incompressível e que a resistência do pano é a mesma na folha e no filtro prensa.



Problema 6

Filtra-se uma polpa numa prensa de pratos e caixilhos que contém 12 caixilhos quadrados de 0.3 m e 25 mm de espessura. Durante os primeiros 200 s, eleva-se lentamente a pressão até ao valor final de 500 kN/m² e, durante este período, mantém-se constante o caudal de filtração. Após o período inicial, a filtração efectua-se a pressão constante e os bolos acabam de formar-se nos 15 minutos seguintes. Em seguida lavam-se os bolos a 375 kN/m² durante 10 minutos usando "lavagem completa". Qual é o volume de filtrado que se recolhe por ciclo e que quantidade de água de lavagem se usa?
Tinha-se ensaiado previamente uma amostra de polpa, usando um filtro de folha de vácuo com 0.05 m² de superfície filtrante e um vácuo de 30 kN/m². O volume de filtrado recebido nos primeiros 5 minutos foi de 250 cm³ e, após mais 5 minutos, receberam-se mais 150 cm³. Supor o bolo incompressível e que a resistência do pano é a mesma na folha e no filtro prensa.

Filtro prensa: 12 caixilhos □ 0.3 m de espessura 25 mm → $A = 2a_{caix}n_{caix} = 2(0.3^2)12 = 2.16$ m²

① $t_1 = 200$ s; caudal de filtração (dV/dt) constante; $(-\Delta P) = 500 - 101.3 = 398.7$ kN/m²

② $(-\Delta P)$ constante = 398.7 kN/m²; $t_2 = 200 + 15*60 = 1100$ s = $t_{filtração}$

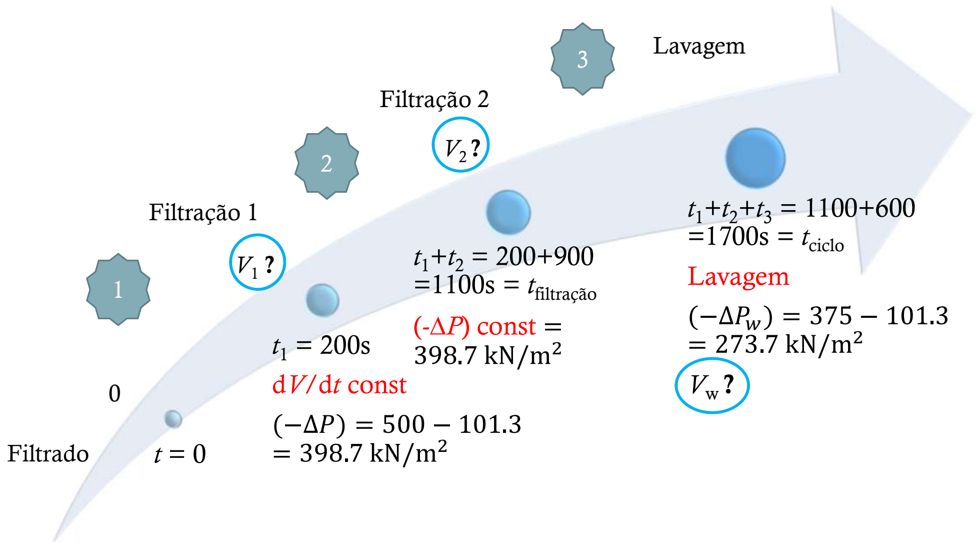
③ Lavagem completa: $t_w = 10$ min = 600 s, $(-\Delta P_w) = 375 - 101.3 = 273.7$ kN/m²

④ Ensaio: filtro de folha de vácuo, superfície filtrante = $A = 0.05$ m² à pressão de 30 kN/m²

$(-\Delta P) = 101.3 - 30 = 71.3$ kN/m² ; $t_1 = 5$min, $V_1 = 250$ cm³ ; $t_2 = t_1$+5min = 10min = $t_{filtração}$, $V_2 = 250 + 150 = 400$ cm³ = $V_{filtrado}$; *v (= volume bolo/volume filtrado = Al/V)* constante e L ≠ 0

Sugestões?

Problema 6



NOVA SCHOOL OF SCIENCE & TECHNOLOGY

Problema 6

Ensaio no filtro de folha de vácuo:

Superfície filtrante = $A = 0.05\ \text{m}^2$ a pressão constante (vácuo de $30\ \text{kN/m}^2$)

$(-\Delta P) = 101.3 - 30 = 71.3\ \text{kN/m}^2$

5 min (t_1) e $V_1 = 250\ \text{cm}^3$

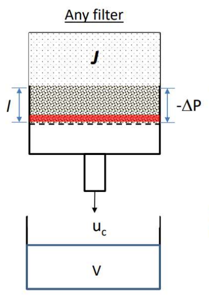
10 min (t_2) e $V_2 = 250 + 150 = 400\ \text{cm}^3$

Eq. 7.15 (C&R, p.378)

FCT

General filtration equation

Any filter



$$\frac{dV}{dt} = \frac{A(-\Delta P)}{r\mu l}$$ *neglecting filter medium resistance*

Question: Does the filter offer a resistance?

$$\frac{dV}{dt} = \frac{A(-\Delta P)}{r\mu(l+L)}$$ *with filter medium resistance*

L (m) – Filter medium resistance in terms of cake height equivalent

$total\ cake\ resistance = rl, m^{-1}$

$total\ filter\ resistance = rL, m^{-1}$

$total\ resistance = r(l+L), m^{-1}$

NOVA SCHOOL OF SCIENCE & TECHNOLOGY

Problema 6

Sabendo que

$$\frac{1}{A}\frac{dV}{dt} = \frac{(-\Delta P)}{r\mu(l+L)} \qquad v = \frac{Al}{V} \Rightarrow l = \frac{vV}{A}$$

$$\frac{dV}{dt} = \frac{A(-\Delta P)}{r\mu\left(\frac{vV}{A}+L\right)} = \frac{A^2(-\Delta P)}{r\mu v\left(V+\frac{LA}{v}\right)}$$

$$\int_{V_1}^{V_2}\left(V+\frac{LA}{v}\right)dV = \frac{A^2(-\Delta P)}{r\mu v}\int_{t_1}^{t_2} dt$$

$$\int du = u$$

$$\int u^n du = \frac{u^{n+1}}{n+1}, n \neq -1$$

$$\left(\frac{V_2^2}{2}-\frac{V_1^2}{2}\right)+\frac{LA}{v}(V_2-V_1) = \frac{A^2(-\Delta P)}{r\mu v}(t_2-t_1)$$

para filtração a pressão constante
Eq. 7.18 (C&R, p.378)

NOVA SCHOOL OF SCIENCE & TECHNOLOGY

Problema 6

Incompressible filtration with filter resistance ($\boldsymbol{L > 0}$)

Case 1. Filtration at constant $(-\Delta P)$

$$\boxed{\frac{V^2}{2} + \frac{LA}{v}V = \frac{A^2(-\Delta P)}{r\mu v}t}$$

Case 2. Filtration at constant dV/dt

$$\boxed{V^2 + \frac{LA}{v}V = \frac{A^2(-\Delta P)}{r\mu v}t}$$

NOVA SCHOOL OF SCIENCE & TECHNOLOGY

Problema 6

Para o ensaio, se considerarmos o sistema de 2 equações:

$$\frac{(400\times10^{-6})^2}{2} - \frac{(250\times10^{-6})^2}{2} = 4.875\times10^{-8}$$

$$(t_2 - t_1)$$

$$\left\{\begin{array}{l} \left(\frac{V_2^2}{2} - \frac{V_1^2}{2}\right) + \frac{LA}{v}(V_2 - V_1) = \frac{A^2(-\Delta P)}{r v \mu}(t_2 - t_1) \\ \frac{V_1^2}{2} + \frac{LA}{v}V_1 = \frac{A^2(-\Delta P)}{r v \mu}t_1 \end{array}\right.$$

$$\frac{0.05^2\times71.3\times10^3\times300}{rv\times10^{-3}} = \frac{53475000}{rv}$$

$$\boxed{\begin{array}{l}(400-250)10^{-6}\times0.05\,L/v \\ = 7.55\times10^{-6}\times L/v\end{array}}$$

$$\frac{53475000}{rv}$$

$$\frac{(250\times10^{-6})^2}{2} = 3.125\times10^{-8}$$

$$\boxed{\begin{array}{l}0.05\times250\times10^{-6}\times L/v \\ = 1.25\times10^{-5}\times L/v\end{array}}$$

NOVA SCHOOL OF SCIENCE & TECHNOLOGY

Problema 6

Para o ensaio, do sistema de 2 equações obtém-se então

$$\begin{cases} 4.875 \times 10^{-8} + 7.5 \times 10^{-6} \dfrac{L}{v} = \dfrac{53475000}{rv} & \text{(a)} \\ 3.125 \times 10^{-8} + 1.25 \times 10^{-5} \dfrac{L}{v} = \dfrac{53475000}{rv} \end{cases}$$

Subtraindo ambas as equações vem

$$1.75 \times 10^{-8} - 5 \times 10^{-6} \frac{L}{v} = 0 \quad \Rightarrow \quad \frac{L}{v} = 0.0035 \text{ m}$$

Da equação (a) vem

$$4.875 \times 10^{-8} + 7.5 \times 10^{-6} \times 0.0035 = \frac{53475000}{rv} \quad \Rightarrow \quad rv = 7.13 \times 10^{14} \text{ m}^{-2}$$

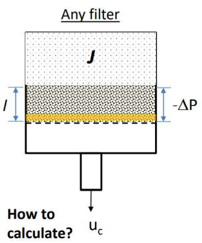
$r =$ Cake specific resistance, m^{-2}

NOVA SCHOOL OF SCIENCE & TECHNOLOGY

Problema 6

FCT

General filtration equation



How to calculate?

$$u_c = \underbrace{\boxed{\frac{1}{K''}\frac{e^3}{S_B^2}}}_{= r^{-1}} \frac{1}{\mu}\frac{(-\Delta P)}{l}$$ Kozeny Eq.

$$r = \frac{K'' S_B^2}{e^3} =$$ Cake specific resistance, m^{-2}

The cake specific resistance is typically obtained from a lab scale experiment

$$\boxed{u_c = \frac{(-\Delta P)}{r\mu l}}$$

FCT

Incompressible/compressible filter cake

Incompressible filter cake:

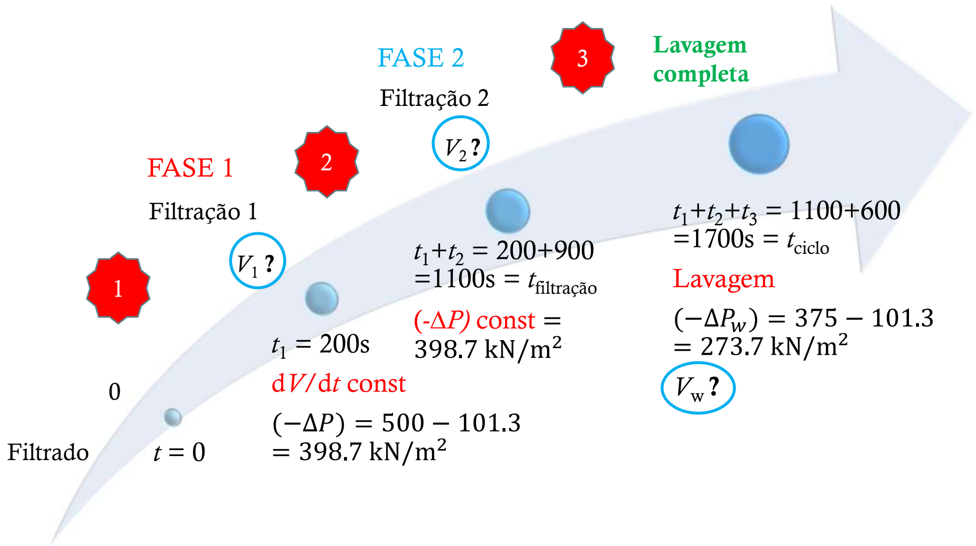
$$\begin{cases} r = constant \\ v = \dfrac{Al}{V} = \dfrac{volume\ of\ cake}{volume\ of\ filtrate} = constant \\ \Rightarrow l = v\dfrac{V}{A} \quad \text{(cake height)} \end{cases}$$

Compressible filter cake:

$$\begin{cases} r = r'(-\Delta P)^n \quad \text{Cake resistance increases with } (-\Delta P) \\ v = \dfrac{Al}{V} = \dfrac{volume\ of\ cake}{volume\ of\ filtrate} \neq constant \end{cases}$$

NOVA SCHOOL OF SCIENCE & TECHNOLOGY

Problema 6



NOVA SCHOOL OF SCIENCE & TECHNOLOGY

Problema 6

Na **Fase 1**, onde dV/dt = constante, vem

$$\frac{dV_1}{dt_1} = \frac{V_1}{t_1} = \frac{A^2(-\Delta P)}{r\mu v\left(V_1 + \frac{LA}{v}\right)}$$

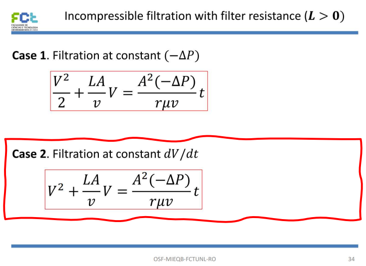
$$\Rightarrow\ {V_1}^2 + \frac{LA}{v}V_1 = \frac{A^2(-\Delta P)}{rv\mu}t_1$$

$$\Rightarrow\ {V_1}^2 + 0.0035 \times 2.16 \times V_1 = \frac{2.16^2 \times 398.7 \times 10^3}{7.13 \times 10^{14} \times 10^{-3}}200$$

$$\Rightarrow\ {V_1}^2 + 7.56 \times 10^{-3} \times V_1 = 5.2179 \times 10^{-4}$$

$$\Rightarrow\ V_1 = 0.0194\ \mathrm{m^3}$$

Eq. 7.17 (C&R, p.378)


Incompressible filtration with filter resistance ($L > 0$)

Case 1. Filtration at constant $(-\Delta P)$

$$\frac{V^2}{2} + \frac{LA}{v}V = \frac{A^2(-\Delta P)}{r\mu v}t$$

Case 2. Filtration at constant dV/dt

$$V^2 + \frac{LA}{v}V = \frac{A^2(-\Delta P)}{r\mu v}t$$

NOVA SCHOOL OF SCIENCE & TECHNOLOGY

Problema 6

Na **Fase 2**, onde $(-\Delta P)$ = constante, vem

$$\left(\frac{V_2^2}{2}-\frac{V_1^2}{2}\right)+\frac{LA}{v}(V_2-V_1)=\frac{A^2(-\Delta P)}{r\mu v}(t_2-t_1)$$

$$\frac{V_2^2}{2}+\frac{LA}{v}V_2=\frac{A^2(-\Delta P)}{r v\mu}(t_2-t_1)+\frac{V_1^2}{2}+\frac{LA}{v}V_1$$

$$V_2^2+\frac{2LA}{v}V_2=\frac{2A^2(-\Delta P)}{r v\mu}(t_2-t_1)+V_1^2+\frac{2LA}{v}V_1$$

$$V_2^2+2\times 2.16\times 0.0035\times V_2=\frac{2\times 2.16^2\times 398.7\times 10^3}{7.13\times 10^{14}\times 10^{-3}}900+0.0194^2+2\times 2.16\times 0.0035\times 0.0194$$

$$V_2^2+0.01512\,V_2=0.005364 \quad\Rightarrow\quad V_2=0.0661\ \text{m}^3$$

Volume de filtrado por ciclo

Eq. 7.17 (C&R, p.378)

FCT — Incompressible filtration with filter resistance $(L>0)$

Case 1. Filtration at constant $(-\Delta P)$

$$\frac{V^2}{2}+\frac{LA}{v}V=\frac{A^2(-\Delta P)}{r\mu v}t$$

Case 2. Filtration at constant dV/dt

$$V^2+\frac{LA}{v}V=\frac{A^2(-\Delta P)}{r\mu v}t$$

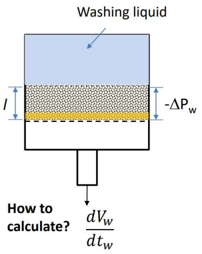
OSF-MIEQB-FCTUNL-RO 34

NOVA SCHOOL OF SCIENCE & TECHNOLOGY

Problema 6

Na **Fase 3**, com lavagem completa,

FCT — **Cake washing flowrate**



How to calculate? $\dfrac{dV_w}{dt_w}$

$$\frac{dV_w}{dt_w}=\frac{A(-\Delta P)}{r\mu(l+L)}\times\frac{(-\Delta P_w)}{(-\Delta P)}$$

$$\frac{dV_w}{dt_w}=\left.\frac{dV}{dt}\right|_t\times\frac{(-\Delta P_w)}{(-\Delta P)}$$

Washing flowrate — Filtration flowrate In the end of filtration

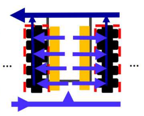
V_w - Volume of spent washing liquid, m³

t_w - Duration of washing, s

OSF-MIEQB-FCTUNL-RO 49

FCT — **Plate and frame press filter**

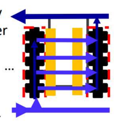
"Simple" cake washing



$$\frac{dV_w}{dt_w}=\frac{A(-\Delta P_w)}{r\mu(l+L)}$$

$$\Rightarrow\frac{dV_w}{dt_w}=\frac{(-\Delta P_w)}{(-\Delta P)}\left.\frac{dV}{dt}\right|_t$$

"Complete" cake washing



$$\frac{dV_w}{dt_w}=\frac{A/2(-\Delta P_w)}{r\mu(l+L)\times 2}$$

$$\Rightarrow\frac{dV_w}{dt_w}=\frac{1}{4}\frac{(-\Delta P_w)}{(-\Delta P)}\left.\frac{dV}{dt}\right|_t$$

∴ "Complete" washing flowrate 4x slower

OSF-MIEQB-FCTUNL-RO 201

NOVA SCHOOL OF SCIENCE & TECHNOLOGY

Problema 6

Na **Fase 3**, sabemos que no fim da filtração se tem

$$\left.\frac{dV_2}{dt}\right|_{t_2} = \boxed{\frac{A^2(-\Delta P)}{r v \mu\left(\frac{LA}{v}+V_2\right)}} \qquad v = \frac{Al}{V} \Rightarrow l = \frac{vV}{A}$$

$$\Rightarrow \left.\frac{dV}{dt}\right|_{t_2} = \frac{A^{\cancel{2}}(-\Delta P)}{r\mu \cancel{A}\left(L+\frac{vV_2}{A}\right)} = \frac{A(-\Delta P)}{r\mu(L+l)}$$

e na lavagem completa tem-se

$$\frac{dV_w}{dt_w} = \frac{\overset{A/2}{A}(-\Delta P)}{2r\mu(L+l)}\frac{(-\Delta P_w)}{(-\Delta P)}$$

$$\Rightarrow \frac{dV_w}{dt_w} = \frac{1}{4}\left.\frac{dV_2}{dt}\right|_{t_2}\frac{(-\Delta P_w)}{(-\Delta P)} \Rightarrow \frac{V_w}{t_w} = \frac{1}{4}\frac{2.16^2 \times 398.7\times 10^3}{7.13\times 10^{14}\times 10^{-3}(0.0035\times 2.16 + 0.0661)}\frac{273.7\times 10^3}{398.7\times 10^3}$$

(a caudal constante)

$$V_w = 0.0564\times 10^{-6}\times 600 = 0.00363\ \text{m}^3$$

NOVA SCHOOL OF SCIENCE & TECHNOLOGY

Problema 6