

Nome completo: \_\_\_\_\_

N.º aluno: \_\_\_\_\_ Curso: \_\_\_\_\_

Nas alíneas das perguntas 1–3 apenas uma das respostas está correta. Assinale a resposta com uma cruz no quadrado correspondente. Uma resposta incorreta desconta 0.1 valores e uma não resposta vale 0 valores.

<p><b>1.</b></p> <p>(a) <table border="1" style="display: inline-table; vertical-align: middle;"><tr><td>V</td><td>F</td></tr></table></p> <p>(b) <table border="1" style="display: inline-table; vertical-align: middle;"><tr><td>A</td><td>B</td><td>C</td><td>D</td><td>E</td></tr></table></p>	V	F	A	B	C	D	E	<p><b>2.</b></p> <p>(a) <table border="1" style="display: inline-table; vertical-align: middle;"><tr><td>A</td><td>B</td><td>C</td><td>D</td></tr></table></p> <p>(b) <table border="1" style="display: inline-table; vertical-align: middle;"><tr><td>A</td><td>B</td><td>C</td><td>D</td><td>E</td></tr></table></p>	A	B	C	D	A	B	C	D	E	<p><b>3.</b></p> <p>(a) <table border="1" style="display: inline-table; vertical-align: middle;"><tr><td>A</td><td>B</td><td>C</td><td>D</td></tr></table></p> <p>(b) <table border="1" style="display: inline-table; vertical-align: middle;"><tr><td>V</td><td>F</td></tr></table></p>	A	B	C	D	V	F
V	F																							
A	B	C	D	E																				
A	B	C	D																					
A	B	C	D	E																				
A	B	C	D																					
V	F																							

1. Considere a amostra aleatória  $(X_1, X_2, \dots, X_n)$  de uma população com distribuição  $N(2\mu; 1)$ .

- (0.4) (a) O estimador  $\hat{\mu} = \frac{\bar{X}}{2}$  é centrado para  $\mu$ .
- (0.4) (b) Dada a amostra  $(0.5, 3.2, 1.8, 1.7, 2.8)$ , uma estimativa pontual de  $\mu$  resultante de  $\hat{\mu} = \frac{\bar{X}}{2}$ , é?
- (A) 1                      (B) 2                      (C) 3                      (D) 4                      (E) Nenhuma das anteriores

2. Considere-se uma população com distribuição normal de variância 36. Recolhida uma amostra de dimensão  $n = 25$  dessa população, obteve-se  $\bar{x} = 50$ .

- (0.4) (a) O intervalo de 95% de confiança para o valor médio da população é (com valores arredondados a 3 casas decimais):
- (A)  $]48.026 ; 51.974[$     (B)  $]47.648 ; 52.352[$     (C)  $]47.947 ; 52.053[$     (D)  $]47.523 ; 52.477[$
- (0.4) (b) Qual deve ser a dimensão da amostra para que a amplitude do intervalo de 95% de confiança para o valor médio da população seja inferior a 2:
- (A)  $n = 54$               (B)  $n = 98$               (C)  $n = 106$               (D)  $n = 139$               (E) Nenhuma das anteriores

3. As classificações do 2º teste de IPEIO têm distribuição normal de valor médio desconhecido. Recolhida uma amostra de dimensão  $n = 20$ , obteve-se  $s = 1.5$ .

- (0.4) (a) Para o teste de hipóteses  $H_0 : \sigma \geq 2$  vs  $H_1 : \sigma < 2$ , a região de rejeição para um nível de 5% de significância é:
- (A)  $R_{0.05} = ]30.143; +\infty[$     (B)  $R_{0.05} = ]0; 30.143[$     (C)  $R_{0.05} = ]0; 10.117[$     (D)  $R_{0.05} = ]10.117; +\infty[$
- (0.4) (b) Se num determinado teste de hipóteses a decisão é de rejeitar a hipótese nula para um nível de significância  $\alpha = 5\%$ , então também se rejeita a hipótese nula para um nível de significância  $\alpha = 10\%$ .

**Resolva a questão seguinte no espaço disponível e indicando todos os passos e justificações.**

4. Num determinado curso de água, pretende-se modelar a concentração  $Y$  de um certo poluente (em  $gr/m^3$ ), em função da distância  $x$  à fonte poluidora, em  $Km$ . Para tal, registaram-se os dados relativos a 15 localizações.

Distância, $x$	1	2	3	4	6	8	10	12	14	16	18	20	22	25	30
Concentração, $Y$	53.4	46.2	48.6	43.5	44.8	42.0	41.4	37.6	39.2	33.2	34.4	29.0	26.1	24.2	15.2

Resolva as questões com base nos resultados do R:

Coefficients:					
	Estimate	Std. Error	t value	$Pr(>  t )$	
(Intercept)	51.5511	1.0028	51.41	2e-16	***
x	-1.1229	0.0651	-17.25	2.44e-10	***
Residual standard error: 2.185 on 13 degrees of freedom					
Multiple R-squared: 0.9581, Adjusted R-squared: 0.9549					

Assumindo que existe uma relação linear entre as variáveis  $x$  e  $Y$ :

- (0.4) (a) Escreva a expressão da reta de regressão linear estimada e comente a qualidade do ajustamento.
- (0.4) (b) Qual o valor estimado da variância dos erros do modelo de regressão linear simples?
- (0.4) (c) Qual prevê que seja a concentração de poluente a uma distância da fonte de poluição de  $15Km$ ? E a uma distância de  $40Km$ ?
- (0.4) (d) Teste para um nível de significância de 5%, a hipótese de o verdadeiro declive da recta de regressão ser nulo, indicando:
- Hipóteses:
  - Decisão(justifique):

Nome completo: \_\_\_\_\_

N.º aluno: \_\_\_\_\_ Curso: \_\_\_\_\_

Nas alíneas das perguntas 1–3 apenas uma das respostas está correta. Assinale a resposta com uma cruz no quadrado correspondente. Uma resposta incorreta desconta 0.1 valores e uma não resposta vale 0 valores.

<p><b>1.</b></p> <p>(a) <input type="checkbox"/> V <input type="checkbox"/> F</p> <p>(b) <input type="checkbox"/> A <input type="checkbox"/> B <input type="checkbox"/> C <input type="checkbox"/> D <input type="checkbox"/> E</p>	<p><b>2.</b></p> <p>(a) <input type="checkbox"/> A <input type="checkbox"/> B <input type="checkbox"/> C <input type="checkbox"/> D</p> <p>(b) <input type="checkbox"/> A <input type="checkbox"/> B <input type="checkbox"/> C <input type="checkbox"/> D <input type="checkbox"/> E</p>	<p><b>3.</b></p> <p>(a) <input type="checkbox"/> A <input type="checkbox"/> B <input type="checkbox"/> C <input type="checkbox"/> D</p> <p>(b) <input type="checkbox"/> V <input type="checkbox"/> F</p>
-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

1. Considere a amostra aleatória  $(X_1, X_2, \dots, X_n)$  de uma população com distribuição  $N(4\mu; 16)$ .

- (0.4) (a) O estimador  $\hat{\mu} = \frac{\bar{X}}{4}$  é centrado para  $\mu$ .
- (0.4) (b) Dada a amostra  $(2.0, 12.8, 7.2, 6.8, 11.2)$ , uma estimativa pontual de  $\mu$  resultante de  $\hat{\mu} = \frac{\bar{X}}{4}$ , é?
- (A) 1                      (B) 2                      (C) 3                      (D) 4                      (E) Nenhuma das anteriores

2. Considere-se uma população com distribuição normal de variância 25. Recolhida uma amostra de dimensão  $n = 25$  dessa população, obteve-se  $\bar{x} = 50$ .

- (0.4) (a) O intervalo de 95% de confiança para o valor médio da população é (com valores arredondados a 3 casas decimais):
- (A)  $]47.936; 52.064[$     (B)  $]48.289; 51.711[$     (C)  $]48.355; 51.645[$     (D)  $]48.040; 51.960[$
- (0.4) (b) Qual deve ser a dimensão da amostra para que a amplitude do intervalo de 95% de confiança para o valor médio da população seja inferior a 2:
- (A)  $n = 54$               (B)  $n = 68$               (C)  $n = 74$               (D)  $n = 97$               (E) Nenhuma das anteriores

3. As classificações do 2º teste de IPEIO têm distribuição normal de valor médio desconhecido. Recolhida uma amostra de dimensão  $n = 20$ , obteve-se  $s = 3.5$ .

- (0.4) (a) Para o teste de hipóteses  $H_0 : \sigma \leq 3$  vs  $H_1 : \sigma > 3$ , a região de rejeição para um nível de 5% de significância é:
- (A)  $R_{0.05} = ]30.143; +\infty[$     (B)  $R_{0.05} = ]0; 30.143[$     (C)  $R_{0.05} = ]0; 10.117[$     (D)  $R_{0.05} = ]10.117; +\infty[$
- (0.4) (b) Se num determinado teste de hipóteses a decisão é de não rejeitar a hipótese nula para um nível de significância  $\alpha = 5\%$ , então também não se rejeita a hipótese nula para um nível de significância  $\alpha = 1\%$ .

**Resolva a questão seguinte no espaço disponível e indicando todos os passos e justificações.**

4. Num determinado curso de água, pretende-se modelar a concentração  $Y$  de um certo poluente (em  $gr/m^3$ ), em função da distância  $x$  à fonte poluidora, em  $Km$ . Para tal, registaram-se os dados relativos a 15 localizações.

Distância, $x$	1	2	3	4	6	8	10	12	14	16	18	20	22	25	30
Concentração, $Y$	53.4	46.2	48.6	43.5	44.8	42.0	41.4	37.6	39.2	33.2	34.4	29.0	26.1	24.2	15.2

Resolva as questões com base nos resultados do R:

Coefficients:					
	Estimate	Std. Error	t value	$Pr(>  t )$	
(Intercept)	51.5511	1.0028	51.41	2e-16	***
x	-1.1229	0.0651	-17.25	2.44e-10	***
Residual standard error: 2.185 on 13 degrees of freedom					
Multiple R-squared: 0.9581, Adjusted R-squared: 0.9549					

Assumindo que existe uma relação linear entre as variáveis  $x$  e  $Y$ :

- (0.4) (a) Escreva a expressão da reta de regressão linear estimada e comente a qualidade do ajustamento.
- (0.4) (b) Qual o valor estimado da variância dos erros do modelo de regressão linear simples?
- (0.4) (c) Qual prevê que seja a concentração de poluente a uma distância da fonte de poluição de  $15Km$ ? E a uma distância de  $40Km$ ?
- (0.4) (d) Teste para um nível de significância de 5%, a hipótese de o verdadeiro declive da recta de regressão ser nulo, indicando:
- Hipóteses:
  - Decisão(justifique):