

Introdução à Engenharia Química e Bioquímica

Aula 3
MIEQB
ano lectivo de 2020/2021

Sumário da aula


Introdução aos cálculos de Engenharia

- Cálculo numérico e estimativa
 - Homogeneidade dimensional
-

NOTAÇÃO CIENTÍFICA

Forma conveniente de representar números muito grandes ou muito pequenos

☞ Em potências de 10!


Exemplos:	123,000,000		$= 1.23 \times 10^8$
	0.000028		$= 2.8 \times 10^{-5}$

☞ **CONCEITO DE ALGARISMO SIGNIFICATIVO!**

ALGARISMOS SIGNIFICATIVOS (a.s.) de um número

- ☛ Caso **não** haja vírgula (ou ponto) decimal: são os dígitos, **diferentes de zero**, contados da esquerda para a direita **até o último dígito diferente de zero**
- ☛ Caso haja vírgula (ou ponto) decimal: **até ao último dígito (zero ou não)**

Exemplos:

2300 ou 2.3×10^3 (2 a.s.)		2300.0 ou 2.3000×10^3 (5 a.s.)	0.035 ou 3.5×10^{-2} (2 a.s.)
23040 ou 2.304×10^4 (4 a.s.)		23040.20 ou 2.304020×10^4 (7 a.s.)	0.03500 ou 3.500×10^{-2} (4 a.s.)

INCERTEZA



Algarismo significativo

O número de algarismos significativos de uma grandeza é uma medida da sua incerteza

maior o nº de algarismos significativos

=> **menor** a incerteza no valor

Exemplos:

0.035 g (2 a.s.) \Rightarrow a medição foi feita com precisão de miligrama...

0.03500 g (4 a.s.) \Rightarrow a medição foi feita com precisão nas centésimas de miligrama...

Temperatura = 32 °C (2 a.s) \Rightarrow valor real está entre 31.5 e 32.5 °C

Temperatura = 32.0 °C (3 a.s) \Rightarrow valor real está entre 31.95 e 32.05 °C.

☛ Incerteza associada ao valor: metade da menor divisão da escala

8.300 g (4 a.s.) \Rightarrow o verdadeiro valor estará entre 8.2995 e 8.3005 g

Números inteiros que são parte de uma expressão física possuem **precisão infinita**

Exemplo:

o “2” na equação do perímetro do círculo $2\pi R$, possui uma precisão infinita uma vez que por definição o diâmetro é 2 vezes o raio.

Operações com Algarismos Significativos

– Divisão/multiplicação

Quando duas ou mais quantidades são multiplicadas ou divididas, o número de algarismos significativos resultante deve ser igual ao menor número de algarismos significativos de qualquer um dos multiplicadores ou divisores.

Exemplos:

$$\begin{array}{ccccccc} (3.57) \times (4.286) = 15.30102 \Rightarrow 15.3 \\ \textcolor{red}{[3]} & \textcolor{red}{[4]} & \textcolor{red}{[7]} & \textcolor{red}{[3]} \end{array}$$

$$\begin{array}{ccccccccc} (5.2 \times 10^{-4}) \times (0.1635 \times 10^7) / (2.67) = 318.426966... \Rightarrow 3.2 \times 10^2 = 320 \\ \textcolor{red}{[2]} & \textcolor{red}{[4]} & \textcolor{red}{[3]} & \textcolor{red}{[9]} & \textcolor{red}{[2]} & \textcolor{red}{[2]} \end{array}$$

– Adição/subtracção

Quando dois ou mais números são adicionados ou subtraídos, as posições do último algarismo significativo em cada número, relativa à virgula decimal, devem ser comparadas.

*Destas posições o resultado mantém a posição do valor com o **significativo mais à esquerda**.*

Exemplos:

$$1.000\underline{0} + 0.03\underline{6} + 0.2\underline{2} = 1.2\underline{5}60 \Rightarrow 1.26$$

$$2.7\underline{5} \times 10^6 + 3.40\underline{0} \times 10^4 = (2.7\underline{5} + 0.0340\underline{0}) \times 10^6 = 2.7\underline{8}4000 \times 10^6 \\ \Rightarrow 2.78 \times 10^6$$

Regra geral (“*rule of thumb*”) no arredondamento de números no qual o dígito a descartar é um “5”: deixar sempre o último dígito do número arredondado par

$$1.35 \Rightarrow 1.4$$

$$1.25 \Rightarrow 1.2$$

Atenção com o arredondamento do excel!...

1.6. Represente as seguintes quantidades na notação científica e indique o respectivo número de algarismos significativos

(a) 12,200 (b) 12,200.0 (c) 0.003040

1.7. Exprima as seguintes quantidades na forma decimal e indique o respectivo número de algarismos significativos

(a) 1.34×10^5 (b) 1.340×10^{-2}

1.8. Indique o número de algarismo significativos dos resultados dos seguintes cálculos

(a) $(5.74)(38.27)/(0.001250)$ (b) $(1.76 \times 10^4)(0.12 \times 10^{-6})$

1.6. Represente as seguintes quantidades na notação científica e indique o respectivo número de algarismos significativos

(a) 12,200 (b) 12,200.0 (c) 0.003040

(a) 12,200	$\Leftrightarrow 1.22 \times 10^4$ (3 a.s.)
(b) 12,200.0	$\Leftrightarrow 1.22000 \times 10^4$ (6 a.s.)
(c) 0.003040	$\Leftrightarrow 3.040 \times 10^{-3}$ (4 a.s.)

1.7. Exprima as seguintes quantidades na forma decimal e indique o respectivo número de algarismos significativos

(a) 1.34×10^5 (b) 1.340×10^{-2}

(a) $1.34 \times 10^5 \Leftrightarrow 134,000$ (3 a.s.)

(b) $1.340 \times 10^{-2} \Leftrightarrow 0.01340$ (4 a.s.)

1.8. Indique o número de algarismo significativos dos resultados dos seguintes cálculos

(a) $(5.74)(38.27)/(0.001250)$ (b) $(1.76 \times 10^4)(0.12 \times 10^{-6})$

(a) 3 a.s. (resultado = 1.76×10^5)

(b) 2 a.s. (resultado = 2.1×10^{-3})

Qualquer problema que se resolva coloca sempre duas questões essenciais:

a) como é que o resolvemos?

b) uma vez resolvido, como é que sabemos que está certo?

Cálculo numérico (conceito de estimativa)

1. Substituir o valor da solução na equação de projecto e verificar se está correcto!
2. Obter um valor aproximado da resposta usando o método da ordem de magnitude;
verificar se a solução inicial se encontra perto do valor anterior!

$$\frac{(36720) \times (0.0624)}{(0.000478)} \approx \frac{(4 \times 10^4) \times (5 \times 10^{-2})}{(5 \times 10^{-4})} = 4 \times 10^6 \quad \text{O valor correcto é } 4.78 \times 10^6!$$

$$\frac{1}{4.13 + 0.04762} \approx \frac{1}{4} = 0.25 \quad \text{O valor correcto é 0.239!}$$

3. Aplicar a regra do “bom senso”... se a altura calculada para a coluna de destilação der 2500m qualquer coisa deve estar mal nos cálculos...

Homogeneidade dimensional

Toda e qualquer equação válida deve ser dimensionalmente homogénea. Isto é, todos os termos aditivos em ambos os lados da equação devem ter as mesmas dimensões.

Exemplos:

$$u \text{ (m/s)} = u_0 \text{ (m/s)} + g \text{ (m/s}^2\text{)} \times t \text{ (s)} \quad \checkmark$$

$$u \text{ (m/s)} = u_0 \text{ (m/s)} + g \text{ (m/s}^2\text{)} \quad \times$$

O reverso não é necessariamente verdade! Uma equação pode ser dimensionalmente homogénea mas ser inválida...

$$M = 2 M \dots$$

Grupo adimensional

Um grupo adimensional é uma combinação de várias variáveis, cuja resultante não tem dimensões

Exemplos:

$$\frac{M(g)}{M_0(g)}$$

$$\frac{D (cm) \times u \left(\frac{cm}{s} \right) \times \rho \left(\frac{g}{cm^3} \right)}{\mu \left(\frac{g}{cm \cdot s} \right)}$$

D: diâmetro
u: velocidade
 ρ : densidade
 μ : viscosidade

Expoentes (X^2), funções transcendentais e seus argumentos (*log, exp, sen, cos...*) são adimensionais!

Número adimensional

Úteis para representar sucintamente um dado fenómeno físico

Exemplo:

o **número de Reynolds** (N_{Re}) é usado em mecânica de fluidos (por exemplo, para descrever o movimento de fluidos em condutas)

$$N_{Re} = \frac{d u \rho}{\mu}$$

d: diâmetro da conduta [m]

u: velocidade do fluido [$\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$]

ρ : densidade do fluido [$\text{kg}\cdot\text{m}^{-3}$]

μ : viscosidade do fluido [$\text{Pa}\cdot\text{s} = \text{kg}\cdot\text{m}^{-1}\cdot\text{s}^{-1}$]

1.9. Considere a seguinte equação: $D \text{ (m)} = 3t \text{ (s)} + 4$

a) Sendo a equação válida, quais são as dimensões das constantes 3 e 4?

b) Sendo a equação consistente nas suas unidades, quais são as unidades de 3 e 4?

Resposta:

1. 3 [=] comprimento/tempo; 4 [=] comprimento

2. 3 m/s; 4 m

1.10. O **número de Prandtl**, N_{Pr} , é um grupo adimensional muito importante em cálculos de transporte de calor. É definido pela expressão $C_p \cdot \mu / k$ em que C_p é o calor específico de um fluido, μ é a viscosidade do fluido e k a sua condutividade térmica.

Considere que para um dado fluido, $C_p = 583 \text{ J}/(\text{kg} \cdot ^\circ\text{C})$, $k = 0.286 \text{ W}/(\text{m} \cdot ^\circ\text{C})$ e $\mu = 0.802 \text{ kg}/(\text{m} \cdot \text{s})$. Estime o valor de N_{Pr} sem usar máquina de calcular. Compare com o valor que obtém com a máquina.

$$N_{Pr} = \frac{C_p \mu}{k}$$

$$N_{Pr} = \frac{(583) \times (0.802)}{(0.286)} \approx \frac{(6 \times 10^2) \times (8 \times 10^{-1})}{(3 \times 10^{-1})} = \frac{48}{3} \times 10^2 \approx 15 \times 10^2 \approx 1.5 \times 10^3$$

Solução pela máquina: $1634 = 1.63 \times 10^3$

Problema 1.11

A variável k depende da temperatura da seguinte forma:

$$k(\text{mol.cm}^{-3}.\text{s}^{-1}) = 1.2 \times 10^5 \exp\left(\frac{-20000}{1.987T}\right)$$

em que o valor 20000 tem as unidades de cal.mol^{-1} e T está em K (Kelvin). Calcule as unidades das quantidades 1.2×10^5 e 1.987.

$$k(\text{mol cm}^{-3} \text{s}^{-1}) = 1.2 \times 10^5 \exp\left(\frac{-20000}{1.987T}\right)$$



$$20000 \text{ cal.mol}^{-1}$$

$$T = K$$

$$k = A. \exp\left(\frac{-E_a}{RT}\right) \quad \text{Lei de Arrhenius}$$

Relaciona a constante cinética de uma reacção com a T e a energia de activação



$$x = \text{mol.cm}^{-3} . \text{s}^{-1}$$

$$y = \text{cal.mol}^{-1} . K^{-1} \quad \leftarrow \quad \text{mol.cm}^{-3} . \text{s}^{-1} = x. \exp\left(\frac{\text{cal.mol}^{-1}}{y.K}\right)$$

Problema 1.12

A densidade de um fluido é representada pela seguinte equação empírica:

$$\rho = 70.5 \exp(8.27 \times 10^{-7} P)$$

em que ρ é a densidade (lbm ft^{-3}) e P a pressão (lbf/in^2).

- a) Quais são as unidades de 70.5 e 8.27×10^{-7} ?
- b) Calcule a densidade do fluido, em g/cm^3 , a uma pressão de $9.00 \times 10^6 \text{ N/m}^2$
- c) Deduza a expressão de ρ (g/cm^3) em função de P (N/m^2).
- d) Estamos a falar de um fluido líquido ou gasoso?

$$1 \text{ N/m}^2 = 1.4504 \times 10^{-4} \text{ lbf/in}^2$$

$$1 \text{ lbm ft}^{-3} = 0.016018 \text{ g/cm}^3$$

$$\rho = 70.5 \exp(8.27 \times 10^{-7} P)$$

ρ é a densidade (lbm ft⁻³)

P a pressão (lbf/in²)

(a) $70.5 \text{ lb}_m / \text{ft}^3$; $8.27 \times 10^{-7} \text{ in}^2 / \text{lb}_f$

As mesmas
unidades da
densidade

As unidades
inversas da P para
ficar adimensional

b) Calcule a densidade do fluido, em g/cm^3 , a uma pressão de $9.00 \times 10^6 \text{ N/m}^2$

$$\begin{aligned}
 \text{(b)} \quad \rho &= (70.5 \text{ lb}_m / \text{ft}^3) \exp \left[\frac{8.27 \times 10^{-7} \text{ in}^2}{\text{lb}_f} \mid \frac{9 \times 10^6 \text{ N}}{\text{m}^2} \mid \frac{14.696 \text{ lb}_f / \text{in}^2}{1.01325 \times 10^5 \text{ N/m}^2} \right] \\
 &= \frac{70.57 \text{ lb}_m}{\text{ft}^3} \mid \frac{35.3145 \text{ ft}^3}{\text{m}^3} \mid \frac{1 \text{ m}^3}{10^6 \text{ cm}^3} \mid \frac{1000 \text{ g}}{2.20462 \text{ lb}_m} = \underline{\underline{1.13 \text{ g/cm}^3}}
 \end{aligned}$$

Ou....

$$\begin{aligned}
 &\left[70.5 \frac{1 \cancel{\text{lbm}}}{1 \cancel{\text{ft}^3}} \frac{453.6 \text{ g}}{1 \cancel{\text{lbm}}} \frac{1 \cancel{\text{ft}^3}}{30.48^3 \text{ cm}^3} \right] \exp \left[\underbrace{8.27 \times 10^{-7} \frac{1 \cancel{\text{in}^2}}{1 \cancel{\text{lb}_f}} \frac{1 \cancel{\text{m}^2}}{1550 \cancel{\text{in}^2}} \frac{0.2248 \cancel{\text{lb}_f}}{1 \cancel{\text{N}}} \overbrace{9.00 \times 10^6 \frac{\cancel{\text{N}}}{\cancel{\text{m}^2}}}^{\text{pressão}}} \right] \\
 &= 1.13 \text{ g/cm}^3
 \end{aligned}$$

adimensional

$$1 \text{ N/m}^2 = 1.4504 \times 10^{-4} \text{ lbf/in}^2$$

$$1 \text{ lbm ft}^{-3} = 0.016018 \text{ g/cm}^3$$

$$1 \text{ ft} = 30.48 \text{ cm}$$

$$1 \text{ lbm} = 453.6 \text{ g}$$

$$\rho = 70.5 \exp(8.27 \times 10^{-7} P)$$

ρ é a densidade (lbm ft^{-3})

P a pressão (lbf/in^2)

$$\rho = 70.5 \exp(8.27 \times 10^{-7} P)$$

ρ é a densidade (lbm ft⁻³)
 P a pressão (lbf/in²)

c) Deduza a expressão de ρ (g/cm³) em função de P (N/m²).

$$\rho \left(\frac{\text{lb}_m}{\text{ft}^3} \right) = \rho' \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} \left| \frac{1 \text{ lb}_m}{453.593 \text{ g}} \right| \left| \frac{28,317 \text{ cm}^3}{1 \text{ ft}^3} \right| = 62.43 \rho'$$

$$P \left(\frac{\text{lb}_f}{\text{in}^2} \right) = P' \frac{\text{N}}{\text{m}^2} \left| \frac{0.2248 \text{ lb}_f}{1 \text{ N}} \right| \left| \frac{1^2 \text{ m}^2}{39.37^2 \text{ in}^2} \right| = 1.45 \times 10^{-4} P'$$

$$\Rightarrow 62.43 \rho' = 70.5 \exp \left[(8.27 \times 10^{-7}) (1.45 \times 10^{-4} P') \right] \Rightarrow \underline{\underline{\rho' = 1.13 \exp(1.20 \times 10^{-10} P')}}$$

$$P' = 9.00 \times 10^6 \text{ N / m}^2 \Rightarrow \rho' = 1.13 \exp[(1.20 \times 10^{-10})(9.00 \times 10^6)] = \underline{\underline{1.13 \text{ g / cm}^3}}$$

Para confirmar,
substituir o valor da
 P da alinea b)

Ou de outra maneira, desde que não se enganem!

$$70.5 \frac{1 \text{ lbm}}{1 \text{ ft}^3} \frac{453.6 \text{ g}}{1 \text{ lbm}} \frac{1 \text{ ft}^3}{30.48^3 \text{ cm}^3} = 1.13 \text{ g/cm}^3$$

$$8.27 \times 10^{-7} \frac{1 \text{ in}^2}{1 \text{ lbf}} \frac{1 \text{ m}^2}{1550 \text{ in}^2} \frac{0.2248 \text{ lbf}}{1 \text{ N}} = 1.2 \times 10^{-10} \text{ m}^2/\text{N}$$

$$\rho = 1.13 \exp(1.2 \times 10^{-10} P)$$

O argumento da função exp fica adimensional. Para isso as unidades de 8.27×10^{-7} são inversas às da pressão)

$$1 \text{ N/m}^2 = 1.4504 \times 10^{-4} \text{ lbf/in}^2$$

$$1 \text{ lbm ft}^{-3} = 0.016018 \text{ g/cm}^3$$

$$1 \text{ ft} = 30.48 \text{ cm}$$

$$1 \text{ lbm} = 453.6 \text{ g}$$

$$1 \text{ N} = 0.2248 \text{ lbf}$$

d) Estamos a falar de um fluido líquido ou gasoso?

$$\rho = 1.13 \exp(1.2 \times 10^{-10} P)$$

$$1 \text{ atm} = 1.0133 \times 10^5 \text{ Pa (N/m}^2\text{)}$$

	P	ρ
atm	Pa	g/cm ³
1	1.01E+05	1.1300
10	1.01E+06	1.1301
100	1.01E+07	1.1314
1000	1.01E+08	1.1438
10000	1.01E+09	1.2761

Fluido Líquido