

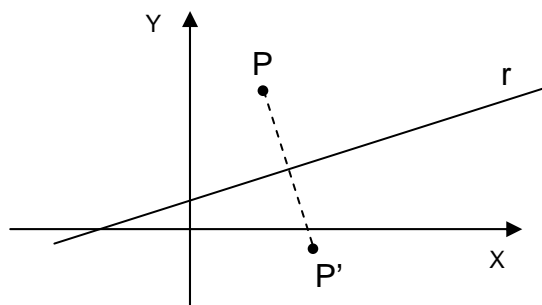
# COMPUTAÇÃO GRÁFICA E INTERFACES

## LEI/FCT/UNL — Ano Lectivo 2008/09 EXAME da ÉPOCA ESPECIAL — 09/09/18

*Atenção: Responda no próprio enunciado, que entregará. Em caso de engano, e se o espaço para a resposta já não for suficiente, poderá usar o verso das folhas desde que feitas as devidas referências.  
Não desagrafe as folhas! A prova de exame, com duração de 2H, é sem consulta.*

1. (2 valores)

Dado um objecto 2D arbitrário, pretende-se obter a sua simetria em relação a uma recta  $r$ , não vertical, de que se conhecem os parâmetros da equação  $y=mx+b$ .



- a) Em termos literais, especifique rigorosamente a transformação de cada ponto  $P$  do referido objecto no correspondente ponto  $P'$  (como ilustrado na Figura) através duma composição natural de transformações geométricas elementares (S, R, ou T) em 2D:
- b) Justifique a eventual vantagem do uso de coordenadas homogêneas na resolução deste problema:

---



---



---



---



---

2. (2 valores)

Nome	Projectão Axonométrica			Desenho Axonométrico		
	$r_1$	$r_2$	$r_3$	$r_1$	$r_2$	$r_3$
	0. 8165	0. 8165	0. 8165			
	0. 9428	0. 4714	0. 9428			

A tabela anterior mostra os factores de escala de duas projecções axonométricas.

- a) Complete a tabela com nomes mais específicos para as projecções em causa.
- b) Complete a tabela com os factores de escala para os correspondentes desenhos axonométricos e explique, de forma concisa, os cálculos que efectuou para obter essa resposta:

- 
- 
- c) Considere que o objecto a projectar é apenas uma esfera. Como se poderiam distinguir as duas imagens produzidas pelas projecções da tabela? Porquê?
- 
- 
- 

E qual a diferença entre essas imagens e a imagem obtida por projectão cavaleira da mesma esfera?

---

---

---

3. (2 valores)

- a) Sejam  $A_{ij}$  e  $B_{ij}$  pontos no espaço 3D, com  $i \in \{1,2,3,4\}$  e  $j \in \{1,2,3,4\}$ . Os pontos  $A_{ij}$  serão utilizados como pontos de controlo para a construção de um retalho de superfície bicúbica de Bézier, o mesmo se passando com os pontos  $B_{ij}$  na construção de outro retalho. Apresente relações matemáticas entre os referidos pontos de modo a garantir que os dois retalhos assim gerados possam constituir uma superfície de classe de continuidade...

a.1) ...  $C^0G^0$ :

a.2) ...  $C^0G^1$ :

a.3) ...  $C^1G^1$ :

Nota: A alínea a) tem várias soluções possíveis.

- b) O quadro abaixo refere-se a superfícies bicúbicas de Bézier e B-spline. Indique, nesse quadro, qual a classe de continuidade que será possível garantir meramente por partilha de pontos de controlo entre dois retalhos adjacentes. Para além disso, inscreva no quadro o número de pontos de controlo partilhados entre os dois retalhos de cada uma das superfícies em causa, naquelas condições:

	Continuidade paramétrica	Continuidade geométrica	N.º de pontos de controlo partilhados
Superfícies de Bézier			
Superfícies de B-spline			

4. (2 valores)

- a) Como tentativa de reprodução dos atributos psicológicos da cor, qual a maior diferença entre os modelos HSV e HLS?
-

- b) Pretende-se fazer a interpolação de duas cores, expressas em RGB, mas nos modelos HSV e HLS. Complete, com o resultado da interpolação, a tabela seguinte em cada um dos dois casos nela apresentados:

RGB <sub>1</sub>	RGB <sub>2</sub>	H	S	V	H	L	S
(0,0,0)	(1,1,1)						
(1,0,0)	(0,1,0)						

Nota: Recorda-se que a cor vermelha é usada como origem da contagem dos ângulos.

- c) Se as interpolações da alínea b) tivessem sido feitas em RGB, as cores obtidas teriam sido as mesmas que em HSV ou HLS em ambos os casos? \_\_\_\_\_ Esclareça a resposta dada:

5. (2,5 valores)

A



B



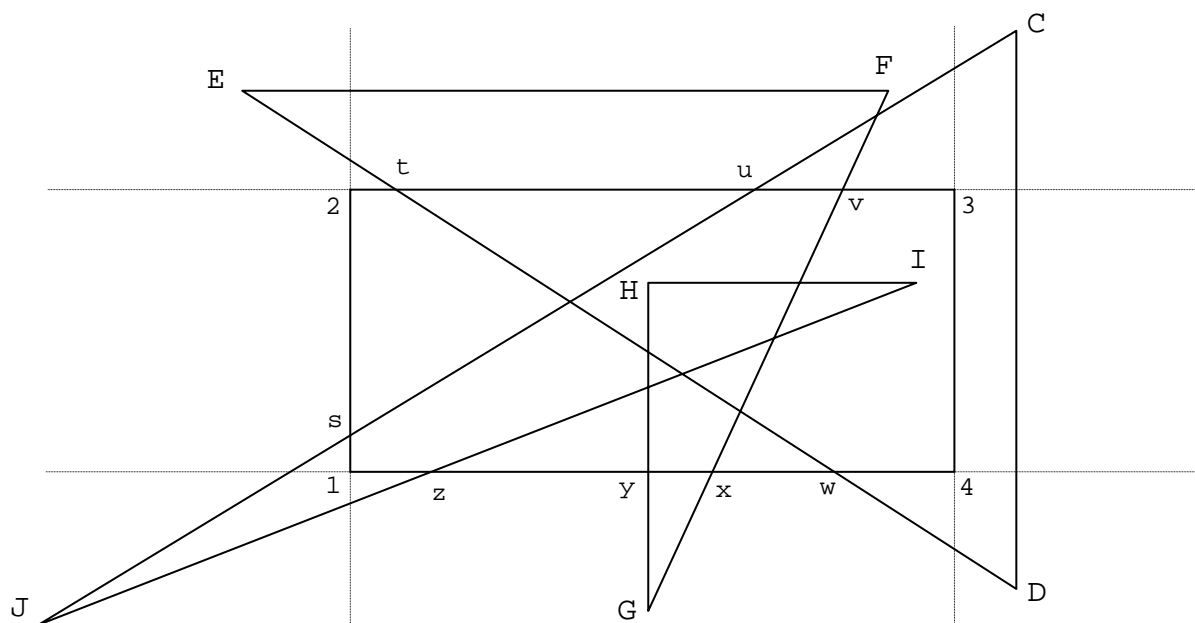
Tomando para pontos de controlo exclusivamente os pontos A e B, pretende-se construir uma curva B-spline cúbica aberta que comece exactamente no ponto A e termine no ponto B, unindo-os. A curva deverá ser o mais contínua possível e com o menor número de troços para tal.

- a) Esboce essa curva na figura acima, identificando claramente todos os troços constituintes. Para cada troço  $i$ , escreva o vector de geometria  $G_i$  que lhe corresponda:

- b) Justifique a forma da curva, tendo como base uma das importantes propriedades das curvas B-spline:

6. (3,5 valores)

São dados os polígonos  $P=[C,D,E,F,G,H,I,J]$  e  $Q=[1,2,3,4]$ , sendo este último considerado como janela de recorte. As convenções quanto à orientação dos eixos cartesianos são as mesmas que se usaram nas aulas teóricas.



- a) Com o objectivo de se aplicar o algoritmo de Cohen-Sutherland, suponha a seguinte ordem para os bits de código, em relação à janela de recorte e à progressão do algoritmo: para baixo (B), para a esquerda (L), para cima (T) e para a direita (R).

Escreva os bits de código, pela ordem *BLTR*, para cada um dos vértices do polígono P:

C	D	E	F	G	H	I	J

Como *Resposta 1* do quadro seguinte, indique, para cada aresta, se o algoritmo a aceita ou rejeita trivialmente, ou o número máximo de intersecções úteis que se pode inferir imediatamente por este método de recorte. A *Resposta 2* também é de preenchimento obrigatório para todas as arestas, independentemente do tipo da *Resposta 1*.

Aresta	<i>Resposta 1</i>	<i>Resposta 2</i>
	Aceitação/Rejeição/N.º máximo de intersecções a calcular	N.º de intersecções a realizar efectivamente para o recorte
CD		
DE		
EF		
FG		
GH		
HI		
IJ		
JC		

- b) Suponha que, em alternativa, se vai aplicar o algoritmo de Cyrus-Beck (Liang-Barsky) às arestas do polígono  $P$ . Que aresta(s) de  $P$  poderá este algoritmo tratar sem ter necessidade de efectuar o cálculo de qualquer intersecção com os limites da janela de recorte?

Justifique a resposta dada:

---

---

---

---

---

- c) Aplique-se ao polígono  $P$  o algoritmo de recorte de Sutherland-Hodgman em  $Q$ . Denote o resultado final obtido, completando a sequência de vértices que se sabe ser iniciada por  $v$ :

$[v,$

- d) Suponha que se aplica o algoritmo de FILL AREA (*even-odd*) ao polígono  $P$  antes deste ser recortado. Pretende-se saber quais são as arestas que fazem parte da Tabela das Arestas Activas, e por que ordem, durante o percurso de tratamento da linha de varrimento que passa no ponto...

d.1)  $w$  : \_\_\_\_\_

d.2)  $H$  : \_\_\_\_\_

d.3)  $t$  : \_\_\_\_\_

- e) Na figura dada, pinte as regiões que ficariam preenchidas pela aplicação do algoritmo de FILL AREA ao polígono  $P$  após este ter sido recortado em  $Q$ .

- f) Faz-se o mesmo pedido que na alínea d), mas tomando-se  $P$  após o recorte (como na alínea e)).

f.1)  $w$  : \_\_\_\_\_

f.2)  $H$  : \_\_\_\_\_

f.3)  $t$  : \_\_\_\_\_

7. (3 valores)

Uma janela, definida em coordenadas do mundo real (WC) por  $x_1 \leq x \leq x_2$  e  $y_1 \leq y \leq y_2$ , deverá ser mapeada, sem distorção, num visor com centro no pixel  $P(500,100)$  de um ecrã cuja resolução é de 1024x600 pixels. Satisfeitas todas as restantes condições, o visor deverá ocupar a maior área possível no ecrã. A origem do sistema de coordenadas localiza-se no canto superior esquerdo do ecrã, como é característica deste tipo de equipamentos.

- a) Exprima matematicamente a condição que os dados terão que satisfazer para que a área do visor acima referido seja máxima:

- b) Especifique a necessária transformação de enquadramento janela-visor por uma matriz  $M$  (para usar na forma  $P'=M.P$ ) deduzida e apresentada em termos da mais simples composição de transformações geométricas elementares ( $S$ ,  $R$ , ou  $T$ ) em 2D, com a instanciação apropriada de todos os parâmetros, quer literais, quer numéricos. Para além da observação dos dados iniciais, considere as duas situações seguintes, mas devendo ter soluções o mais idênticas possível.

b.1) Quando o formato de aspecto (*aspect ratio*) da janela for superior ao do visor que satisfaz as condições da alínea a):

M =

b.2) Quando o formato de aspecto (*aspect ratio*) da janela for inferior ao do visor que satisfaz as condições da alínea a):

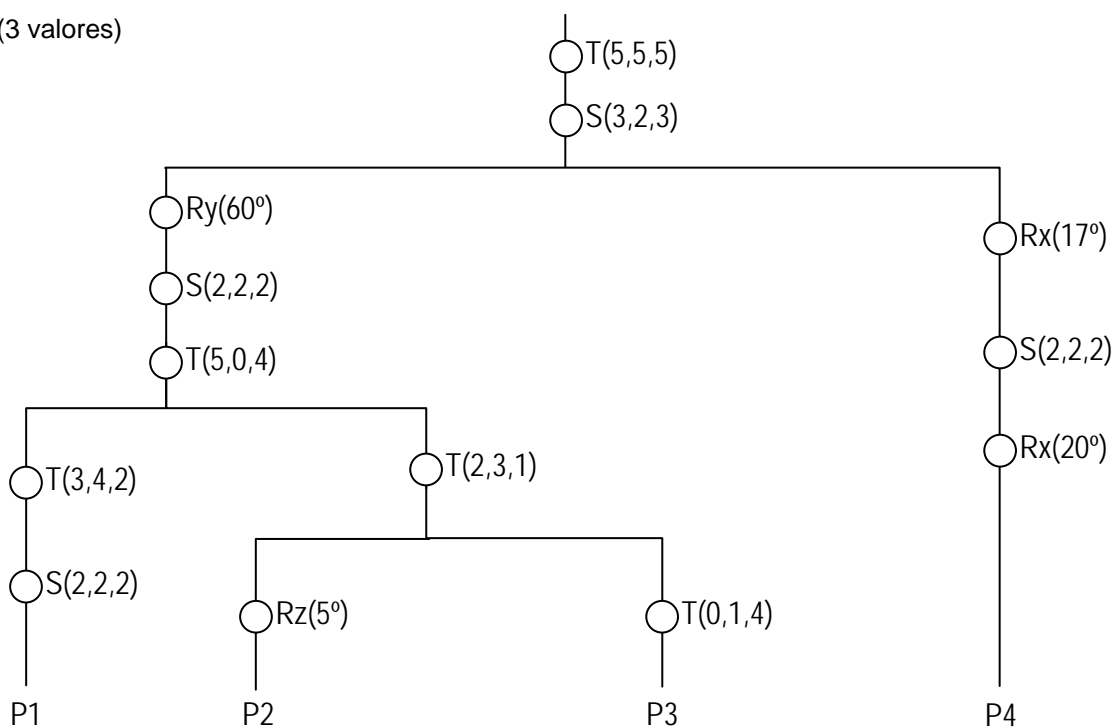
M =

c) Considere o par janela-visor que se encontre nas condições da alínea b.2). Que coordenadas dessa janela teriam de ser necessariamente alteradas se pretendêssemos satisfazer a condição da alínea a), desde que a janela se mantivesse centrada no mesmo ponto de coordenadas WC e não se corresse o risco de desaparecimento (por recorte) de qualquer gráfico anteriormente visível?

---

Escreva as equações necessárias a esse cálculo:

8. (3 valores)



O diagrama da Figura anterior é o grafo de uma cena, no qual os diversos  $P_i$  representam sólidos primitivos em cuja implementação se admite não se terem usado transformações geométricas.

a) Pretende-se traduzir este Grafo de Cena para um programa OpenGL equivalente. Seguindo as regras de sequenciação e notação usadas nas aulas teóricas, escreva o pseudo-código com todas



- b) Para se apresentar o grafo da Figura do enunciado na forma de grafo de cena orientado para VRML seguindo as convenções das aulas teóricas, quantos nós `Transform` seriam efectivamente necessários? \_\_\_\_\_

Obs.: Recorda-se que, em VRML, a ordem de execução das transformações geométricas num nó `Transform` é S-R-T.

- c) Apresente, no espaço abaixo, a simplificação máxima do grafo da Figura do enunciado, de modo a reduzir o número total de nós mas com a garantia de se manterem os mesmos resultados numa posterior visualização da cena.

Nota: Como alternativa de resposta, poderá redesenhar, na própria Figura, de forma não ambígua e devidamente identificadas, apenas as partes alteradas do grafo.