

FT I Resolução Exercícios

Felipe B. Pinto 61387 - MIEQB

27 de outubro de 2022

Conteúdo

I	Resolução	2	Questão 2 – 1	8
	Questão 1 – 1	2	1 Reologia	9
	Questão 1 – 2	4	Questão 2 – 2	11
II	Resolução	5	Questão 2 – 3	12
	Questão 2 – 3	5	Questão 2 – 3	13
III	Exercícios	8	IV Exercícios	16

I – Resolução

Questão 1 – 1

Indicar as dimensões em M, L, T, θ das unidades de força, energia, pressão, potência e viscosidade (que são unidades derivadas) e definir estas unidades nos sistemas SI, CGS e Britânico.

(i) Força

$$[F] = [m][a] = \text{g m/s}^2 = \text{M L T}^{-2}$$

SI: kg m s^{-2}

CGS: g cm s^{-2}

Brit: lb ft s^{-2}

(ii) Energia

$$[E] = [F][d] = \text{M L T}^{-2} \text{ m} = \text{M L T}^{-2} \text{ L} = \text{M L}^2 \text{ T}^{-2}$$

SI: $\text{kg m}^2 \text{ s}^{-2}$

CGS: $\text{g cm}^2 \text{ s}^{-2}$

Brit: $\text{lb ft}^2 \text{ s}^{-2}$

(iii) Pressão

$$[P] = [F]/[A] = \text{M L T}^{-2} / \text{m}^2 = \text{M L T}^{-2} \text{ L}^{-2} = \text{M T}^{-2} \text{ L}^{-1}$$

SI: $\text{kg s}^{-2} \text{ m}^{-1}$

CGS: $\text{g s}^{-2} \text{ cm}^{-1}$

Brit: $\text{lb s}^{-2} \text{ ft}^{-1}$

(iv) Potência

$$[P] = [E]/[s] = \text{M L}^2 \text{T}^{-2} \text{T}^{-1} = \text{M L}^2 \text{T}^{-3}$$

SI: $\text{kg m}^2 \text{s}^{-3}$ CGS: $\text{g cm}^2 \text{s}^{-3}$ Brit: $\text{lb ft}^2 \text{s}^{-3}$

(v) Viscosidade

$$\begin{aligned} \left[-\mu \frac{dv}{dx} \right] &= [\mu](\text{L/T})/\text{L} = [F/A] = \text{M L T}^{-2}/\text{L}^2 = \\ &= \text{M L}^{-1} \text{T}^{-2} \Rightarrow [\mu] = \frac{\text{M L}^{-1} \text{T}^{-2}}{\text{T}^{-1}} = \text{M L}^{-1} \text{T}^{-1} \end{aligned}$$

SI: $\text{kg m}^{-1} \text{s}^{-1}$ CGS: $\text{g cm}^{-1} \text{s}^{-1}$ Brit: $\text{lb ft}^{-1} \text{s}^{-1}$

Questão 1 – 2

Calcular, para cada grandeza derivada indicada em 1-1, os factores de conversão entre os três sistemas.

(i) Força

$$\begin{aligned} \text{M L T}^{-2} &= 1 \text{ kg m s}^{-2} = 10^{3+2} \text{ g cm s}^{-2} = 10^5 \text{ g cm s}^{-2} = \\ &= 10^5 \text{ g cm s}^{-2} \frac{\text{lb}}{453.59 \text{ g}} \frac{\text{ft}}{0.3048 \text{ m}} = \frac{10^{5-2}}{453.59 * 0.3048} \text{ lb ft s}^{-2} \cong 7.23 \text{ lb ft s}^{-2} \end{aligned}$$

(ii) Energia

$$\begin{aligned}
 \text{ML}^2\text{T}^{-2} &= \text{kg m}^2 \text{s}^{-2} = 10^{3+2^2} \text{g cm}^2 \text{s}^{-2} = 10^7 \text{g cm}^2 \text{s}^{-2} = \\
 &= 10^7 \text{g cm}^2 \text{s}^{-2} \frac{\text{lb}}{453.59 \text{ g}} \left(\frac{\text{ft}}{0.3048 \text{ m}} \right)^2 = \frac{10^{7-2^2}}{453.59 * 0.3048^2} \text{lb ft}^2 \text{s}^{-2} \cong \\
 &\cong 23.73 \text{lb ft}^2 \text{s}^{-2}
 \end{aligned}$$

(iii) Pressão

$$\begin{aligned}
 \text{MT}^{-2}\text{L}^{-1} &= 1 \text{kg s}^{-2} \text{m}^{-1} = 10^{3-2} \text{g s}^{-2} \text{cm}^{-1} = 10 \text{g s}^{-2} \text{cm}^{-1} = \\
 &= 10 \text{g s}^{-2} \text{cm}^{-1} \frac{\text{lb}}{453.59 \text{ g}} \frac{0.3048 \text{ m}}{\text{ft}} = \frac{10^{1+2} * 0.3048}{453.59} \text{lb s}^{-2} \text{ft}^{-1} \cong \\
 &\cong 671.97 \text{E}-3 \text{lb s}^{-2} \text{ft}^{-1}
 \end{aligned}$$

Questão 1 – 3

Agrupe as variáveis dos problemas que se seguem na forma de grupos adimensionais, aplicando o teorema π de Buckingham:

Q1 – 3 a)

Diferença de pressão entre as duas extremidades dum tubo pelo qual esteja a passar um fluído:

$$\Delta P = f(\rho, \mu, v, D, L)$$

$$[\Delta P] = \text{M L}^{-1} \text{T}^{-2}$$

$$\begin{aligned} [\rho] &= \text{M L}^{-3} & [\mu] &= \text{M L}^{-1} \text{T}^{-1} & [v] &= \text{L T}^{-1} \\ [D] &= \text{L} & [L] &= \text{L} \end{aligned}$$

(i) π_1

$$\begin{aligned} \pi_1 &= \frac{\Delta P}{D^a v^b \rho^c} \wedge \frac{[\Delta P]}{[D]^a [v]^b [\rho]^c} = \frac{\text{M L}^{-1} \text{T}^{-2}}{(\text{L})^a (\text{L T}^{-2})^b (\text{M L}^{-3})^c} = \\ &= \text{M}^{1-c} \text{L}^{-1-a-b+3c} \text{T}^{-2+2b} = 1 \implies \\ &\implies \left\{ \begin{array}{l} c=1 \\ b=2 \\ a=-1-b+3c=0 \end{array} \right\} \wedge \pi_1 = \frac{\Delta P}{v^2 \rho} \end{aligned}$$

(ii) π_2

$$\begin{aligned} \pi_2 &= \frac{\mu}{D^a v^b \rho^c} \wedge = \frac{[\mu]}{[D]^a [v]^b [\rho]^c} = \frac{\text{M L}^{-1} \text{T}^{-1}}{(\text{L})^a (\text{L T}^{-1})^b (\text{M L}^{-3})^c} = \\ &= \text{M}^{1-c} \text{L}^{-1-a-b+3c} \text{T}^{-1+b} \implies \left\{ \begin{array}{l} c=1 \\ b=1 \\ a=-1-b+3c=1 \end{array} \right\} \wedge \pi_2 = \frac{\mu}{D v \rho} \end{aligned}$$

Nota: Para ter a formula em função de uma variável específica não ha incluímos no grupo das variáveis de recurso

Q1 – 3 b)

Força actuante sobre uma esfera no seio dum fluído em movimento relativamente a ela:

$$F = f(\rho, \mu, v_r, D)$$

$$\left\{ \begin{array}{ll} [F] = \text{M L T}^{-2} \\ [\rho] = \text{M/L}^3 & [\mu] = \text{M L}^{-1} \text{T}^{-1} \\ [v_r] = \text{L/T} & [D] = \text{L} \end{array} \right\} \Rightarrow \Rightarrow \{D, v_r, \rho\}$$

- 5 Numero de variáveis
- 3 Numero de grandezas fund presentes
- $5 - 3 = 2$ grupos dimensionais

$$\begin{aligned} |F| &= F[\rho]^a [v_r]^b [D]^c = |F|(\text{M L T}^{-2}) (\text{M/L}^3)^a (\text{L/T})^b (\text{L})^c = |F| \text{M}^{1+a} \text{L}^{1-3a+b+c} \text{T}^{-2-b} \\ \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} 1 + a = 0 \Rightarrow a = -1 \\ -2 - b = 0 \Rightarrow b = -2 \\ 1 - 3a + b + c = 1 - 3(-1) + (-2) + c = 0 \Rightarrow c = -2 \end{array} \right\} &\Rightarrow \\ \Rightarrow |F| &= F/\rho v_r^2 D^2 \end{aligned}$$

Q1 – 3 c)

Potência necessária para accionar um ventilador:

$$P = f(\rho, \mu, N, D, Q)$$

$$\left\{ \begin{array}{ll} [P] = \text{J s}^{-1} = \text{kgm}^2/\text{s}^3 = \text{M L}^2/\text{T}^3 & \\ \left[\begin{array}{l} [\rho] = \text{M}/\text{L}^3 \\ [N] = \text{T}^{-1} \\ [Q] = \text{M L}^2/\text{T}^2 \end{array} \right] & \left[\begin{array}{l} [\mu] = \text{M}/\text{L T} \\ [D] = \text{L} \end{array} \right] \end{array} \right\}$$

- 6 Variáveis
- 3 Fundamentais
- $6 - 3 = 3$ Adimensionais

(i)

$$\begin{aligned} |P| &= P[\rho]^a [N]^b [D]^c = |P| \text{M L}^2/\text{T}^3 (\text{M}/\text{L}^3)^a (\text{T}^{-1})^b (\text{L})^c = \\ &= |P| (\text{M}^{1+a} \text{L}^{2-3a+c} \text{T}^{-3-b}) \Rightarrow \\ &\Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} 1+a=0 \Rightarrow a=-1 \\ -3-b=0 \Rightarrow b=-3 \\ 2-3a+c=2-3(-1)+c=0 \Rightarrow c=-5 \end{array} \right\} \Rightarrow \\ &\Rightarrow |P| = P/\rho N^3 D^5 \end{aligned}$$

Q1 – 3 d)

Força actuante sobre um corpo flutuante num líquido em movimento:

$$F = f(\rho, \mu, g, L, V_r)$$

$$[F] = \text{M L T}^{-2}$$

$$[\rho] = \text{M L}^{-3} \quad [\mu] = \text{M L}^{-1} \text{T}^{-2} \quad [g] = \text{L T}^{-2}$$

$$[L] = \text{L} \quad [v_r] = \text{L T}^{-1}$$

$$\{\rho, L, v_r\}$$

(i) π_1

$$\begin{aligned} \pi_1 &= \frac{\mu}{\rho^a L^b v_r^c} \wedge \frac{[\mu]}{[\rho]^a [L]^b [v_r]^c} = \frac{\text{M}^1 \text{L}^{-1} \text{T}^{-2}}{(\text{M L}^{-3})^a (\text{L})^b (\text{L T}^{-1})^c} = \\ &= \text{M}^{1-a} \text{L}^{-1+3a-b-c} \text{T}^{-2+c} = 1 \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} a=1 \\ c=2 \\ b=-1+3a-c=0 \end{array} \right\} \wedge \pi_1 = \frac{\mu}{\rho v_r^2} \end{aligned}$$

(ii) π_2

$$\begin{aligned} \pi_2 &= \frac{g}{\rho^a L^b v_r^c} \wedge \frac{[g]}{[\rho]^a [L]^b [v_r]^c} = \frac{\text{L}^1 \text{T}^{-2}}{(\text{M L}^{-3})^a (\text{L})^b (\text{L T}^{-1})^c} = \\ &= \text{M}^{0-3a} \text{L}^{1+3a-b-c} \text{T}^{-2+c} = 1 \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} a=0 \\ c=2 \\ b=1+3a-c=-1 \end{array} \right\} \wedge \pi_2 = \frac{g}{L^{-1} v_r^2} \end{aligned}$$

III – Exercícios

Questão 2 – 1

Qual é a tensão tangencial que se deve aplicar a uma placa plana móvel que se encontra separada 1 mm de outra placa plana fixa, para que ela se movimente a uma velocidade de 0.5 m s^{-1} , sabendo que entre as 2 existe água a 20°C ?

Se a placa tiver 1 m de comprimento e 1.5 m de largura, qual o valor da força aplicada?

1 Reologia

Tipos de Fluidos

1.1 Fluidos Newtonianos

$$\frac{dv}{dx} = cte$$

Viscosidade constante com a viscosidade de corte

1.2

$$\frac{dv}{dx} = f(x) \vee f(t)$$

$$\mu_a = \frac{\tau_y}{\left| \frac{dv}{dx} \right|}$$

μ_a : Viscosidade aparente (ponto a ponto)

Viscosidade variada com a v de corte Divididos em

- Viscosidade varia com o tempo
- Viscosidade não varia com o tempo

1.3 Plastico de Bingham

$$\tau_y = \tau_0 + k \frac{dv}{dx}$$

Até ser aplicada a tensão de corte o fluido se comporta como sólido exemplo:

- pasta de dentes
- Geleia
- Suspensões de argila em água

1.4 Fluidos pseudo plásticos

Diminuem viscosidade aplicada tensão

Exemplo

- Ketchup

1.5 Fluidos Dilatantes

$$\tau_y = -k \left| \frac{dv}{dx} \right|^n$$

Almentam a resistencia quão maior a tensão aplicada em um curto periodo de tempo

Exemplo

- Suspensões amido
- de silicato
- Areia da práia
- Areia movedissa

Questão 2 – 2

Considere duas placas planas paralelas que estão separadas entre si de 5.1 cm. Uma delas movimenta-se a 5.1 cm s^{-1} e a outra, no sentido oposto a 17.8 cm s^{-1} . A viscosidade (μ) do fluído entre elas é constante e vale $363 \text{ lb ft}^{-1} \text{ h}^{-1}$.

- $\mu = 363 \text{ lb ft}^{-1} \text{ h}^{-1}$
- $\tau_c = 0.4792 \text{ kg m}^{-1} \text{ s}^{-2}$

Q2 – 2 a)

Calcular a tensão de corte (τ) em cada placa.

Q2 – 2 b)

Calcular a velocidade do fluído em intervalos de 1.3 cm numa placa à outra.

$$\begin{aligned} \tau \int_{x_1}^x dx &= \mu \int_{v_1}^v dv \Rightarrow V = V_1 - \frac{\tau}{\mu}(x - x_1) = 5.1 - \frac{6.74}{1.5}(x - 0) = \\ &= \begin{cases} 5.1 - 4.493 * 1.3 = -0.741 \\ 5.1 - 4.493 * 2.6 = -6.583 \\ 5.1 - 4.493 * 3.9 = -12.424 \end{cases} \end{aligned}$$

Q2 – 2 c)

Determinar a tensão de corte e os perfis de velocidade se o fluído não for newtoniano, mas sim um plástico de Bingham com:

$$\begin{aligned} \tau_y &= \tau_c - \mu \frac{dv}{dx} \Rightarrow \\ \Rightarrow (\tau_y - \tau_c) \int_{x_1}^{x_2} dx (\tau_y - \tau_c) \Delta x \Big|_{x_1}^{x_2} &= -\mu \int_{V_2}^{V_1} dV = -\mu \Delta V \Big|_{v_1}^{v_2} \Rightarrow \\ \Rightarrow \tau_y &= -\mu \frac{v_2 - v_1}{x_2 - x_1} + \tau_c = \tau_a + \tau_c \cong (6.74 + 4.79) \text{ g cm}^{-1} \text{ s}^{-2} \cong \\ &\cong 11.53 \text{ g cm}^{-1} \text{ s}^{-2} \Rightarrow V = V_1 - \frac{\tau - \tau_c}{\mu}(x - x_1) \cong (5.1 - 6.74x) \text{ g cm}^{-1} \text{ s}^{-2} \end{aligned}$$

Questão 2 – 3

Um óleo flui laminarmente num tubo com diâmetro interno de 1.27 cm e um caudal de $4.55 \times 10^{-4} \text{ m}^3/\text{s}$. Sendo $\mu = 300 \text{ cP}$ e a densidade de 959.8 kg/m^3 , calcular:

$$\mu = 300 \text{ cP}$$

Q2 – 3 a)

A queda de pressão por metro de comprimento do tubo.

$$\frac{\Delta P}{\Delta y} = \bar{V} \frac{32 \mu}{D_1^2}$$

$$\wedge \bar{V} = \frac{\rho_v}{S} = \frac{4.55 \text{ E} - 10}{\pi r^2} = \frac{4.55 \text{ E} - 10}{\pi (1.27/2)^2} \cong 359.36 \text{ E} - 12 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \bar{V} = \frac{32 * 300 \text{ E} - 2}{(1.27)^2} \frac{4.55 \text{ E} - 10}{\pi (1.27/2)^2} \cong 21.38 \text{ E} - 9$$

Q2 – 3 b)

A tensão de corte nas paredes.

$$\tau_{r=R} = \frac{2.14 \text{ E} - 3}{2} \frac{1.27}{2} \cong 67.95 \text{ E} 3 \text{ g m}^{-1} \text{ s}^{-2}$$

Q2 – 3 c)

A velocidade no eixo do tubo.

$$V_{r=0} = \frac{1}{4 * 0.3} * 2.14 \text{ E} 5 * \frac{1.27 \text{ E} - 2}{2} \cong 7.18 \text{ m s}^{-1}$$

Q2 – 3 d)

A posição radial do ponto no qual a velocidade é igual à velocidade média.

$$3.59 = \frac{1}{4 * 0.3} 2.14 \text{ E} 5 \left(\frac{1.27 \text{ E} - 2}{2} - r^2 \right) = 0.0045 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow r = 0.45 \text{ cm}$$

Questão 2 – 3

Um óleo flui laminarmente num tubo com diâmetro interno de 1.27 cm e um caudal de $4.55 \text{ E } -4 \text{ m}^3 \text{ s}^{-1}$. Sendo $\mu = 300 \text{ cP}$ e a densidade de 959.8 kg m^{-3} , calcular:

Q2 – 3 a)

A queda de pressão por metro de comprimento do tubo.

$$-\frac{\Delta P}{\Delta L} = \frac{32 \mu}{D^2} \bar{v} = \frac{32 * 300 \text{ E } -3}{(1.27 \text{ E } -2)^2} \frac{4.55 \text{ E } -4}{\pi(1.27 \text{ E } -2/2)^2} = \frac{32 * 300}{(1.27)^2} \frac{4.55}{\pi(1.27/2)^2} \text{ E } 1 \cong 213.79 \text{ E } 3$$

Q2 – 3 b)

A tensão de corte nas paredes.

$$\tau = -\frac{\Delta P r_1}{\Delta L 2} = 213.79 \text{ E } 3 \frac{(1.27 \text{ E } -2/2)}{2} = 2.14 \frac{(1.27/2)}{2} \text{ E } 1 \cong 6.79$$

Q2 – 3 c)

A velocidade no eixo do tubo.

$$v = \frac{1}{4 \mu} \left(-\frac{\Delta P}{\Delta L} \right) (r_1^2 - r^2) \cong \frac{1}{4 * 300 \text{ E } -3} 213.79 \text{ E } 3 ((1.27 \text{ E } -2/2)^2 - 0) = \frac{1}{4 * 300} 2.14$$

Q2 – 3 d)

A posição radial do ponto no qual a velocidade é igual à velocidade média.

$$\begin{aligned}
 \frac{1}{4\mu} \left(-\frac{\Delta P}{\Delta L} \right) (r_1^2 - R^2) &= \bar{v} = \frac{G_v}{S} \Rightarrow \\
 \Rightarrow R &= -\sqrt{r_1^2 - \frac{G_v}{S} 4\mu \left(-\frac{\Delta P}{\Delta L} \right)^{-1}} = \\
 &= \sqrt{(1.27/2)^2 - \frac{4.55 \text{ E } -4}{\pi (1.27/2)^2} 4 * 300 \text{ E } -2 * 213.79^{-1}} = \\
 &= \sqrt{(1.27/2)^2 - \frac{4.55}{\pi (1.27/2)^2} 4 * 300 * 213.79^{-1} \text{ E } -4} \cong -444.50 \text{ E } -6
 \end{aligned}$$

Questão 3 – 5

Pretende-se bombear $4 \text{ dm}^3/\text{s}$ de uma solução de ácido sulfúrico através dum tubo de 2.5 cm de diâmetro, em chumbo, e a uma altura de 25 m . O tubo tem 30 m de comprimento e contém dois joelhos em ângulo recto. Calcular a potência da bomba teoricamente necessária.

- $\rho_{\text{solução ácido}} = 1531 \text{ kg/m}^3$;
- $\mu_{\text{solução ácido}} = 0.065 \text{ kg m}^{-1} \text{ s}^{-1}$;
- rugosidade chumbo = 0.05 mm .
- $G_v = 4 \text{ E } -3 \text{ m}^3/\text{s}$
- $\Delta z = 25 \text{ m}$
- 2 Joelhos $\boxtimes 90$
- $D = 2.5 \text{ E } -2 \text{ m}$
- $L = 30 \text{ m}$

$$\begin{aligned}
Pot_b = \Delta P_b G_v = (h_{bomba} \rho g) G_v &= \begin{pmatrix} \Delta P \\ +\frac{\Delta v^2}{2g} \\ +\frac{\Delta P}{\rho g} \\ +h_{at} \end{pmatrix} \rho g G_v = \rho g G_v \begin{pmatrix} 0 \\ +\frac{\left(\frac{G}{\pi(D/2)^2}\right)^2}{2g} \\ +0 \\ +\frac{4\Phi v^2 L}{gD} \end{pmatrix} = \\
&= \rho g G_v \begin{pmatrix} \frac{\left(\frac{G}{\pi(D/2)^2}\right)^2}{2g} \\ +\frac{4f(Re, e/D) v^2 L}{gD} \end{pmatrix} = \rho g G_v \begin{pmatrix} \frac{\left(\frac{G}{\pi(D/2)^2}\right)^2}{2g} \\ +f\left(\frac{\rho v D}{\mu}, \frac{\varepsilon}{D}\right) \frac{4v^2 L}{gD} \end{pmatrix} = \\
&= \rho G_v \left(\frac{G}{\pi(D/2)^2}\right)^2 \begin{pmatrix} 0.5 \\ +f\left(\frac{\rho \left(\frac{G}{\pi(D/2)^2}\right) D}{\mu}, \frac{\varepsilon}{D}\right) \frac{4L}{D} \end{pmatrix} = \\
&= (1531) (4 \text{ E } -2) \left(\frac{4 \text{ E } -2}{\pi((2.5 \text{ E } -2)/2)^2}\right)^2 * \\
&* \begin{pmatrix} 0.5 \\ +f\left(\frac{1531 \left(\frac{4 \text{ E } -3}{\pi(2.5 \text{ E } -2/2)^2}\right) 2.5 \text{ E } -2}{0.065}, \frac{0.05 \text{ E } -3}{2.5 \text{ E } -2}\right) \frac{4(30)}{D} \end{pmatrix}
\end{aligned}$$

IV – Exercícios

Questão 4 – 1

Bombeia-se um produto petrolífero a um certo caudal por um tubo horizontal com um comprimento de 100 m e um diâmetro (D) de 0.15 m. A queda de pressão por atrito no tubo é 70 kN m^{-2} . Durante uma reparação no tubo usou-se tubagem alternativa (70 m de 0.2 m de diâmetro, seguidos de 50 m de 0.1 m de diâmetro). A bomba existente tem uma pressão de descarga de 350 kN m^{-2} . Trabalhando com o mesmo caudal pode-se continuar a usar a mesma bomba durante as reparações? Despreze a variação de energia cinética.

Outros dados

Rugosidade da Superfície: $\varepsilon = 0.005 \text{ mm}$

$\mu = 0.5 \text{ E } -3 \text{ kg m}^{-1} \text{ s}^{-1}$

Densidade: $\rho = 700 \text{ kg m}^{-3}$