

Problem 5.1

It is intended to operate a cylindrical fermenter at a temperature of 40 °C and an aeration rate of 0.02 cm³ cm⁻³ s⁻¹. Considering that the fermenter has an internal diameter of 40 cm, a height of 2 m and an air hole diameter of 0.65 mm, calculate:

- The maximum rate of transfer of oxygen to the culture medium with the following characteristics:

Density of the culture medium = 1 g cm⁻³

Viscosity of the culture medium = 1.5 x 10⁻² g cm⁻¹ s⁻¹

Superficial tension = 72 g s⁻²

Gas density = 1.4 x 10⁻³ g cm⁻³

Oxygen diffusivity = 2 x 10⁻⁵ cm² s⁻¹

Equilibrium concentration of oxygen in the liquid medium at 40°C = 1.03 mM

$$V_t = \sqrt{\frac{3.33g\Delta\rho}{\rho_L} D_p}$$

Note – Use Newton's Law in Calculating Terminal Velocity:

$$Q_{O_2, \max} = ?$$

$$Q_{O_2} = K_L a' (C_{O_2}^* - C_{O_2})$$

Q_{O_2} - velocidade de transferência de oxigénio

K_L - coeficiente de transferência de massa global

a' - área interfacial gás-líquido

C_{O_2} - concentração de oxigénio no meio

$C_{O_2}^*$ - concentração de saturação

$C_{O_2}^* - C_{O_2}$ - força motriz

Q_{O_2} é máximo quando a força motriz é máxima

$(C_{O_2}^* - C_{O_2})$ é máximo quando $C_{O_2} = 0$

$$Q_{O_2, \max} = K_L a' C_{O_2}^* \longrightarrow \text{Calcular: } \begin{matrix} K_L \\ a' \\ C_{O_2}^* \end{matrix}$$

Calcular: $C_{O_2}^*$

Concentração de equilíbrio do oxigénio no meio líquido a 40°C = **1.03 mM**

Conteúdo de oxigénio no ar: **21%**

$$C_{O_2}^* = 1,03 \times 10^{-3} \text{ mol/l} \times 0,21 = 2,16 \times 10^{-4} \text{ mol/l}$$

Calcular: a'

$$a' = \frac{nF_0}{V_L} \cdot t_b \cdot \frac{6}{D_p}$$

$$\frac{nF_0}{V_L} = 0,02 \text{ cm}^3 \text{cm}^{-3} \text{s}^{-1}$$

t_b – tempo de residência da bolha

D_p – diâmetro da bolha

Calcular D_p

$$D_p = \sqrt[3]{\frac{6 \cdot \sigma \cdot d}{g \cdot \Delta \rho}}$$

σ – tensão superficial

$$\sigma = 72 \text{ g s}^{-2}$$

d – diâmetro do orifício

$$d = 0,65 \text{ mm} = 0,65 \times 10^{-3} \text{ m}$$

$$D_p = 0,0031 \text{ m}$$

Calcular: a'

$$a' = \frac{nF_0}{V_L} \cdot t_b \cdot \frac{6}{D_p}$$

$$\frac{nF_0}{V_L} = 0,02 \text{ cm}^3 \text{ cm}^{-3} \text{ s}^{-1}$$

t_b – tempo de residência da bolha

D_p – diâmetro da bolha

Calcular t_b

$$t_b = \frac{h}{V_t}$$

h – altura $h = 2 \text{ m}$

V_t – velocidade terminal

g – aceleração gravítica

$$\Delta\rho = \rho_L - \rho_G$$

$$V_t = \sqrt{\frac{3,333 \cdot g \cdot \Delta\rho}{\rho_L}} D_p = 0,318 \text{ m s}^{-1}$$

$$t_b = 6,29 \text{ s}$$

Calcular: a'

$$a' = \frac{nF_0}{V_L} \cdot t_b \cdot \frac{6}{D_p}$$

$$\frac{nF_0}{V_L} = 0,02 \text{ cm}^3 \text{ cm}^{-3} \text{ s}^{-1}$$

t_b – tempo de residência da bolha

D_p – diâmetro da bolha

Calcular a'

$$a' = 244,1 \text{ m}^{-1}$$

Calcular: K_L

$$Sh = \frac{K_L \cdot D_p}{D_{O_2}} \quad Sh - n^\circ \text{ de Sherwood}$$

$$Sh = 0,42 \cdot \sqrt[3]{Gr} \cdot \sqrt{Sc} \quad \begin{array}{l} Gr - n^\circ \text{ de Grashof} \\ Sc - n^\circ \text{ de Schmit} \end{array}$$

$$Gr = \frac{D_p^3 \cdot \rho_L \cdot \Delta\rho \cdot g}{\mu_L^2} \quad \begin{array}{l} \mu - \text{viscosidade} \\ \mu = 1,5 \times 10^{-2} \text{ g cm}^{-1} \text{ s}^{-1} \end{array}$$
$$= 1,297 \times 10^5$$

$$Sc = \frac{\mu_L}{\rho_L \cdot D_{O_2}} = \mathbf{750}$$

Calcular: K_L

$$Sh = \frac{K_L \cdot D_p}{D_{O_2}} \quad Sh - n^{\circ} \text{ de Sherwood}$$

$$Sh = 0,42 \cdot \sqrt[3]{Gr} \cdot \sqrt{Sc} = 582,23$$

$$Sh = \frac{K_L \cdot D_p}{D_{O_2}} = 582,23 \Leftrightarrow K_L = 3,75 \times 10^{-4} \text{ m s}^{-1}$$

Calcular: $Q_{O_2, \max}$

$$Q_{O_2, \max} = K_L a' C_{O_2}^* = 1,98 \times 10^{-5} \text{ mol l}^{-1} \text{ s}^{-1}$$

Problema 5.2

A 20 m³ working volume fermenter is used to produce penicillin. Determine the rate of glucose consumption.

Assumir que a velocidade de consumo de oxigénio é igual à velocidade de transferência de oxigénio.

Assume the oxygen consumption rate is equal to the oxygen transfer rate

Dados:

Diâmetro do fermentador = 2.4 m

Diâmetro do agitador = 0.8 m

Velocidade do agitador = 2.5 rps

Número de pás = 8

Densidade do meio de fermentação = $1.2 \times 10^3 \text{ Kg.m}^{-3}$

Constante m' da equação de Michell e Miller para uma turbina de 8 pás: $m' = 0.619$

Taxa de arejamento = 1 vvm

Força motriz para transferência de massa = $6 \times 10^{-3} \text{ Kg m}^{-3}$ $\rightarrow C^*_{O_2} - C_{O_2}$

Velocidade específica de consumo de oxigênio = $0.65 \text{ mmol Kgcel}^{-1}\text{s}^{-1}$ $\rightarrow V_{O_2}$

Velocidade específica de consumo de glucose = $1.0 \text{ Kg Kgcel}^{-1} \text{ h}^{-1}$ $\rightarrow V_{gluc}$

Viscosidade do meio de fermentação = $0.1 \text{ Kg m}^{-1}\text{s}^{-1}$

Considere ainda que $K_L a' = 2 \times 10^{-3} (\text{Pa/V})^{0.6} (V_s)^{0.667}$

Onde Pa/V = potencia por unidade de volume (hp/m^3 ; 1 hp = 735.5 watt)

V_s = velocidade superficial de arejamento(cm min^{-1})

$[K_L a] = \text{s}^{-1}$

$$r_{gluc} = V_{gluc} X$$

Calcular X

$$V_{gluc} = 1,0 \text{ kg}_{gluc} \text{ kg}_X^{-1} \text{ h}^{-1}$$

$$r_{O_2} = V_{O_2} X \Leftrightarrow X = \frac{r_{O_2}}{V_{O_2}}$$

Calcular r_{O_2}

$$V_{O_2} = 0,65 \text{ mmol}_{O_2} \text{ kg}_X^{-1} \text{ s}^{-1}$$

Assumir que: velocidade de consumo de oxigénio = velocidade de transferência de oxigénio

$$r_{O_2} = Q_{O_2} = K_L a' (C_{O_2}^* - C_{O_2})$$

Calcular $K_L a'$

$$C_{O_2}^* - C_{O_2} = 6 \times 10^{-3} \text{ kg m}^{-3}$$

Pela correlação

$$K_L a' = 2 \times 10^{-3} (\text{Pa/V})^{0.6} (\text{Vs})^{0.667}$$

$$K_L a' = 2 \times 10^{-3} (Pa/V)^{0.6} (Vs)^{0.667}$$

Pa – potência com arejamento

Aeration power

$$K_L a' = 2 \times 10^{-3} (Pa/V)^{0.6} (Vs)^{0.667}$$

Pa – potência com arejamento

V – volume do reactor

Vs – velocidade superficial de arejamento

Surface aeration velocity

$$K_L a' = 2 \times 10^{-3} (Pa/V)^{0.6} (Vs)^{0.667}$$

Pa – potência com arejamento

V – volume do reator

Vs – velocidade superficial de arejamento

Calcular Pa

$$Pa = m' \left(\frac{P^2 Ni Di^3}{Fg^{0,56}} \right)^{0,45}$$

Equação de Michell e Miller

P – potência do agitador
agitator power

$$K_L a' = 2 \times 10^{-3} (Pa/V)^{0.6} (Vs)^{0.667}$$

Pa – potência com arejamento

V – volume do reator

Vs – velocidade superficial de arejamento

Calcular Pa

$$Pa = m' \left(\frac{P^2 \text{ Ni Di}^3}{Fg^{0,56}} \right)^{0,45}$$

Equação de Michell e Miller

P – potência do agitador

Ni – nº de rotações

number of rotations

$$K_L a' = 2 \times 10^{-3} (Pa/V)^{0.6} (Vs)^{0.667}$$

Pa – potência com arejamento

V – volume do reator

Vs – velocidade superficial de arejamento

Calcular Pa

$$Pa = m' \left(\frac{P^2 N_i D_i^3}{F_g^{0,56}} \right)^{0,45}$$

Equação de Michell e Miller

P – potência do agitador

Ni – nº de rotações

Fg – caudal de gás
gas flow

$$K_L a' = 2 \times 10^{-3} (Pa/V)^{0.6} (Vs)^{0.667}$$

Pa – potência com arejamento

V – volume do reator

Vs – velocidade superficial de arejamento

Calcular Pa

$$Pa = m' \left(\frac{P^2 N_i D_i^3}{F_g^{0,56}} \right)^{0,45}$$

Equação de Michell e Miller

P – potência do agitador

Ni – nº de rotações

Fg – caudal de gás

m' – constante de Michell e Miller

$$K_L a' = 2 \times 10^{-3} (Pa/V)^{0.6} (Vs)^{0.667}$$

Pa – potência com arejamento

V – volume do reator

Vs – velocidade superficial de arejamento

Calcular Pa

$$Pa = m' \left(\frac{P^2 Ni Di^3}{Fg^{0,56}} \right)^{0,45}$$

Equação de Michell e Miller

P – potência do agitador

Ni – nº de rotações

Fg – caudal de gás

m' – constante de Michell e Miller

Di – diâmetro das pás

$$K_L a' = 2 \times 10^{-3} (Pa/V)^{0.6} (Vs)^{0.667}$$

Pa – potência com arejamento

V – volume do reator

Vs – velocidade superficial de arejamento

Calcular Pa

$$Pa = m' \left(\frac{P^2 Ni Di^3}{Fg^{0,56}} \right)^{0,45}$$

Equação de Michell e Miller

P – potência do agitador

Determinar a
partir do gráfico

Ni – nº de rotações = 2,5 rps

Fg – caudal de gás

Calcular a partir
do arejamento

m' – constante de Michell e Miller = 0,619

Di – diâmetro das pás = 0,8 m

Calcular Fg

Taxa de arejamento = 1 vvm

$$1 \text{ vvm} = 1 \text{ m}_{\text{ar}}^3 \text{ m}_{\text{liq}}^{-3} \text{ min}^{-1}$$

$$F_g = 1 \text{ m}_{\text{ar}}^3 \text{ m}_{\text{liq}}^{-3} \text{ min}^{-1} \times 20 \text{ m}^3 = 20 \text{ m}_{\text{ar}}^3 \text{ min}^{-1} = 0,333 \text{ m}^3 \text{ s}^{-1}$$

Calcular P

Gráfico: P_{no} vs Re P_{no} – nº de potência

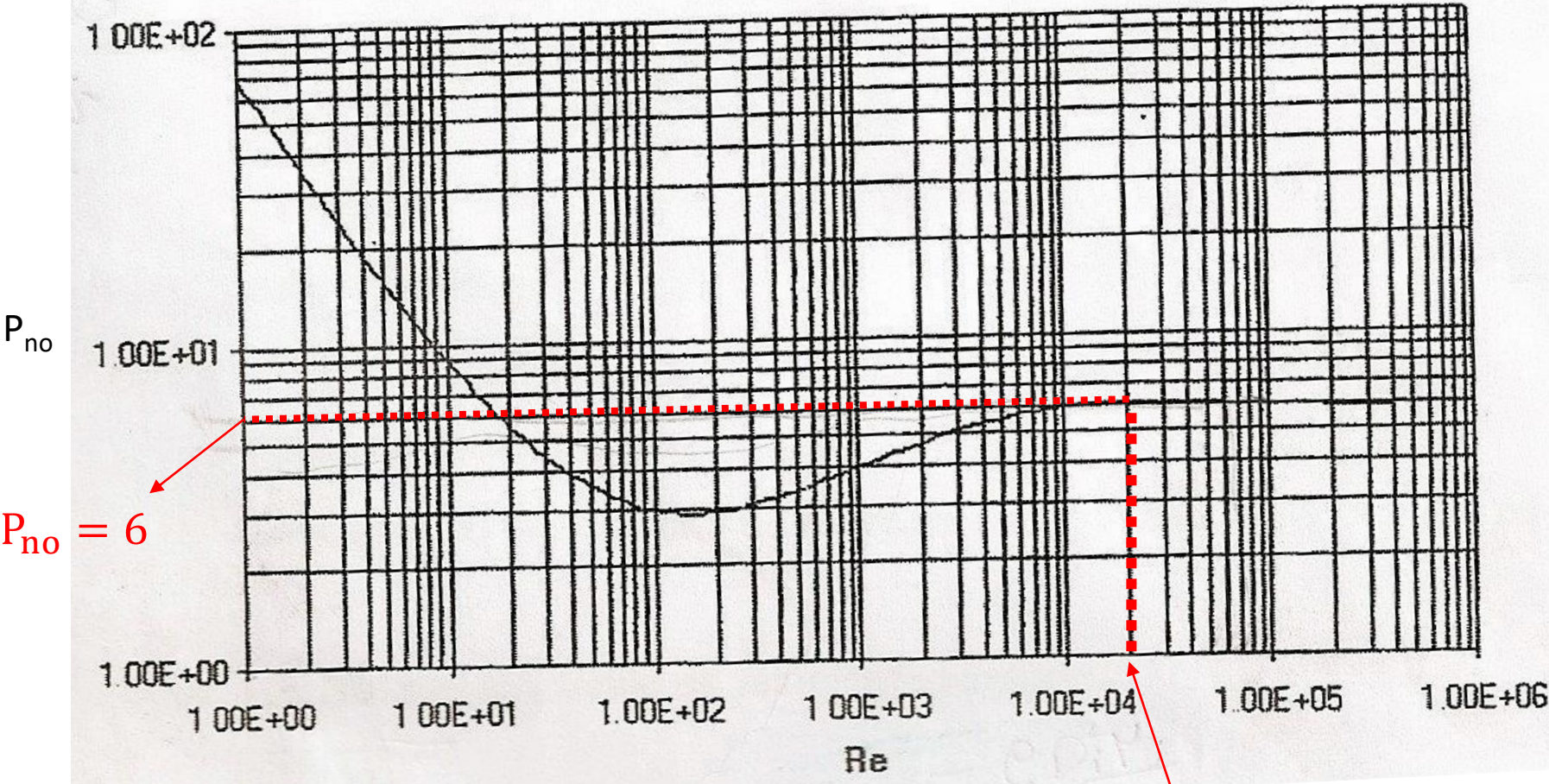
Re – nº Reynolds

$$P_{\text{no}} = \frac{P}{N i^3 D i^5 \rho_L}$$

Calcular Re → obter P_{no} pelo gráfico → calcular P

$$Re = \frac{\rho_L D i^2 N i}{\mu} = 1,92 \times 10^4$$

Pelo gráfico:



$P_{no} = 6$

$Re = 1,92 \times 10^4 \approx 2 \times 10^4$

Calcular Fg

Taxa de arejamento = 1 vvm

$$1 \text{ vvm} = 1 \text{ m}_{\text{ar}}^3 \text{ m}_{\text{liq}}^{-3} \text{ min}^{-1}$$

$$F_g = 1 \text{ m}_{\text{ar}}^3 \text{ m}_{\text{liq}}^{-3} \text{ min}^{-1} \times 20 \text{ m}^3 = 20 \text{ m}_{\text{ar}}^3 \text{ min}^{-1} = 0,333 \text{ m}^3 \text{ s}^{-1}$$

Calcular P

Gráfico: P_{no} vs Re P_{no} – nº de potência

Re – nº Reynolds

$$P_{\text{no}} = \frac{P}{N i^3 D i^5 \rho_L}$$

Calcular Re → obter P_{no} pelo gráfico → calcular P

$$Re = \frac{\rho_L D i^2 N i}{\mu} = 1,92 \times 10^4$$

Pelo gráfico: $P_{\text{no}} = 6$

$$P = 36864 \text{ J s}^{-1}$$

$$K_L a' = 2 \times 10^{-3} (\text{Pa}/V)^{0.6} (V_s)^{0.667}$$

Pa – potência com arejamento

V – volume do reator

Vs – velocidade superficial de arejamento

Calcular Pa

$$\text{Pa} = m' \left(\frac{P^2 N_i D_i^3}{F_g^{0,56}} \right)^{0,45}$$

$$\text{Pa} = 11754,97 \text{ w}$$

$$= 15,976 \text{ hp}$$

Equação de Michell e Miller

P – potência do agitador = 36864 J s^{-1}

Ni – nº de rotações = $2,5 \text{ rps}$

Fg – caudal de gás = $0,333 \text{ m s}^{-1}$

m' – constante de Michell e Miller = $0,619$

Di – diâmetro das pás = $0,8 \text{ m}$

$$K_L a' = 2 \times 10^{-3} (\text{Pa}/V)^{0.6} (V_s)^{0.667}$$

Pa – potência com arejamento

V – volume do reactor

Vs – velocidade superficial de arejamento

Calcular Vs

$$V_s = \frac{\text{caudal de arejamento}}{\text{área de arejamento}} = \frac{F_g}{\pi r^2} = 442 \text{ cm min}^{-1}$$

$$K_L a' = 2 \times 10^{-3} (\text{Pa}/V)^{0.6} (V_s)^{0.667}$$

Pa – potência com arejamento

V – volume do reator

Vs – velocidade superficial de arejamento

$$K_L a' = 0,1016 \text{ s}^{-1}$$

$$\begin{aligned} r_{O_2} = Q_{O_2} = K_L a' (C_{O_2}^* - C_{O_2}) &= 6,096 \times 10^{-4} \text{ kg m}^{-3} \text{ s}^{-1} \\ &= 0,01905 \text{ mmol dm}^{-3} \text{ s}^{-1} \end{aligned}$$

$$X = \frac{r_{O_2}}{V_{O_2}} = 0,0293 \text{ kg dm}^{-3}$$

$$r_{\text{gluc}} = V_{\text{gluc}} X = 29,3 \text{ kg m}^{-3} \text{ h}^{-1}$$

Problema 5.3

A 50 m³ fermenter with a height of 2 m is operated at 40°C with a feed rate of 10 m³h⁻¹. Aeration is carried out with atmospheric air (dispersion orifice diameter (d) = 0.065 cm; gas surface tension (σ) = 72 g/s²; gas density = 1.4 mg/cm³). The solubility of oxygen in the liquid medium at the process temperature is 1.03 mM.

Knowing that the cell concentration in the fermenter is 8.43 g l⁻¹ and that $Y_{x/O_2} = 0.4$ (w/w):

- Calculate the oxygen consumption rate by microorganisms.
- Knowing that the oxygen concentration in the medium is 0.05 mM and the oxygen solubility in the fermentation medium is 1.03 mM, at steady state, calculate the aeration rate ($=nFo/VL$) in vvm that is required for ensure the transfer rate is equal to the oxygen consumption rate.

culture medium: density (ρ) = 1 g/cm³; viscosity (μ) = 1.5×10^{-2} gcm⁻¹s⁻¹

air density = 1.4×10^{-3} g/cm³; $D_{O_2} = 2 \times 10^{-5}$ cm²/s

a) Calcule a velocidade de consumo de oxigénio pelos microrganismos.

Calculate the oxygen consumption rate by microorganisms

$$r_{O_2} = ?$$

$$r_{O_2} = V_{O_2} \cdot X = \frac{1}{Y_{x/o_2}} \cdot \mu \cdot X$$

Assumindo estado estacionário e meio estéril

Assuming: steady-state and sterile medium

$$\mu = D = \frac{F}{V} = \frac{10 \text{ m}^3 \text{ h}^{-1}}{50 \text{ m}^3} = 0,2 \text{ h}^{-1}$$

$$\begin{aligned} r_{O_2} &= \frac{1}{Y_{x/o_2}} \cdot \mu \cdot X = \frac{1}{0,4 \text{ gX gO}_2^{-1}} \times 0,2 \text{ h}^{-1} \times 8,43 \text{ gX l}^{-1} \\ &= 4,215 \text{ gO}_2 \text{ l}^{-1} \text{ h}^{-1} \end{aligned}$$

- b) Knowing that the oxygen concentration in the medium is 0.05 mM and the oxygen solubility in the fermentation medium is 1.03 mM, at steady state, calculate the aeration rate ($=nF_0/V_L$) in vvm that is required for ensure the transfer rate is equal to the oxygen consumption rate.

$$a' = \frac{nF_0}{V_L} \cdot t_b \cdot \frac{6}{D_p} \Leftrightarrow \frac{nF_0}{V_L} = \frac{a'}{t_b \cdot \frac{6}{D_p}} \longrightarrow \text{Calcular: } \begin{matrix} a' \\ t_b \\ D_p \end{matrix}$$

Calcular: D_p

$$D_p = \sqrt[3]{\frac{6 \cdot \sigma \cdot d}{g \cdot \Delta \rho}} = 0,306 \text{ cm}$$

Calcular: V_t

$$V_t = \sqrt{\frac{3,333 \cdot g \cdot \Delta \rho}{\rho_L}} D_p = 31,58 \text{ cm s}^{-1}$$

Calcular: t_b

$$t_b = \frac{h}{V_t} = 6,33 \text{ s}$$

Calcular: a'

$$Q_{O_2} = K_L a' (C_{O_2}^* - C_{O_2})$$

velocidade de transferência = à velocidade de consumo de oxigénio

Oxygen transfer rate = oxygen consumption rate

$$\begin{aligned} Q_{O_2} = r_{O_2} &= 4,215 \text{ gO}_2 \text{ l}^{-1} \text{ h}^{-1} \\ &= 0,0366 \text{ mM s}^{-1} \end{aligned}$$

$$C_{O_2}^* - C_{O_2} = 1,03 \times 0,21 - 0,05 = 0,1663 \text{ mM}$$

Calcular: K_L

$$Sh = \frac{K_L \cdot D_p}{D_{O_2}}$$

$$Sh = 0,42 \cdot \sqrt[3]{Gr} \cdot \sqrt{Sc}$$

$$Gr = \frac{D_p^3 \cdot \rho_L \cdot \Delta\rho \cdot g}{\mu_L^2}$$
$$= 1,246 \times 10^5$$

$$Sc = \frac{\mu_L}{\rho_L \cdot D_{O_2}} = 750$$

Calcular: K_L

$$Sh = \frac{K_L \cdot D_p}{D_{O_2}}$$

$$Sh = 0,42 \cdot \sqrt[3]{Gr} \cdot \sqrt{Sc} = 574,5$$

$$Sh = \frac{K_L \cdot D_p}{D_{O_2}} = 574,5 \quad \Leftrightarrow K_L = 0,038 \text{ cm s}^{-1}$$

Calcular: a'

$$Q_{O_2} = K_L a' (C_{O_2}^* - C_{O_2}) \Leftrightarrow a' = \frac{Q_{O_2}}{K_L (C_{O_2}^* - C_{O_2})} = 5,792 \text{ cm}^{-1}$$

$$Q_{O_2} = r_{O_2} = 0,0366 \text{ mM s}^{-1}$$

$$C_{O_2}^* - C_{O_2} = 0,1663 \text{ mM}$$

$$K_L = 0,038 \text{ cm s}^{-1}$$

Calcular: taxa de arejamento

$$\frac{nF_0}{V_L} = \frac{a'}{t_b \cdot \frac{6}{D_p}} = 0,0466 \text{ s}^{-1} = 2,802 \text{ min}^{-1} = \mathbf{2,802 \text{ vvm}}$$

$$a' = 5,792 \text{ cm}^{-1}$$

$$D_p = 0,306 \text{ cm}$$

$$t_b = 6,33 \text{ s}$$