1- Unidades e Dimensões

Uma medida ou quantidade tem sempre um valor numérico e uma unidade

Ex: 2 m

O conjunto de grandezas cujas unidades são dimensionalmente independentes entre si— ou seja, não podem expressas como produtos ou razões de potências de outras unidades—é denominado o conjunto de grandezas fundamentais.

HÁ UM NÚMERO MÍNIMO DE GRANDEZAS OU DIMENSÕES FUNDAMENTAIS A PARTIR DAS QUAIS TODAS AS OUTRAS GRANDEZAS (SECUNDÁRIAS) SÃO REPRESENTÁVEIS:

As sete grandezas fundamentais são:
o comprimento, a massa, o tempo, a intensidade de corrente eléctrica, a temperatura, a intensidade luminosa, e a quantidade de substância.

Na disciplina de Fenómenos de Transferência I (FTI), discutir-se-ão unicamente as seguintes grandezas fundamentais: o comprimento (L), a massa (M), o tempo (T), e a temperatura (θ).

- infinidade de unidades

SISTEMAS DE UNIDADES → surgiram para racionalizar e uniformizar as unidades

Grandeza fundamental	**Dimensão**	**SI**	**cgs**	**inglês**
Massa	M	kg	g	lb
Comprimento	L	m	cm	ft
Tempo	T	s	s	s
Temperatura	Θ	K	°C	F = Farnheit R= Rankine °C

SI – Sistema Internacional
Cgs – centímetro-grama-segundo

Ex: **Grandezas Derivadas: combinações de grandezas fundamentais**

Grandeza	Dimensões	Unidade	Unidade Símbolo	Conversão
Área	L x L	m^2 cm^2		
Volume	L x L x L	m^3 cm^3		
Velocidade	$L\ T^{-1}$	$m\ s^{-1}$		
Força	$M \times L \times T^{-2}$	$kg\ m\ s^{-2}$ $g\ cm\ s^{-2}$	newton (SI) N dyne (CGS)	
Pressão	$M \times L^{-1} \times T^{-2}$	Kg m-1 s^{-2} g cm-1 s^{-2}	pascal (SI) Pa	1 N/m^2
Energia, trabalho	$M \times L^2 \times T^{-2}$	$Kg\ m^2\ s^{-2}$ $g\ cm^2\ s^{-2}$	joule (SI) J erg (CGS)	1 N.m = 1 $kg.m^2.s^2$ 1 dyne.cm
Potência	$M \times L^2 \times T^{-3}$	$Kg\ m^2\ s^{-3}$ $g\ cm^2\ s^{-3}$	watt W erg/s	1 J/s = 1 $kg.m^2.s^{-3}$

EXEMPLOS

FORÇA

$$F = m.a \qquad\qquad F = M.L.T^{-2}$$

$$F \Leftrightarrow M.L.T^{-2} \Leftrightarrow kg.m.s^{-2} \Leftrightarrow N$$

1 N = força que imprime uma aceleração de 1 m/s^2 a uma massa de 1 kg

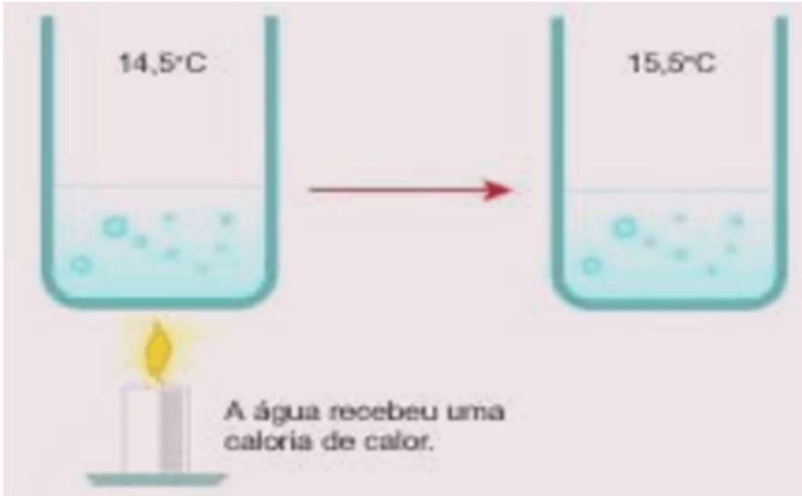
Sistema S.I.:	1 kg. m. s^{-2}= 1 N
Sistema cgs:	1 g. cm. s^{-2} = 1 dine
Sistema inglês:	1 lb. ft. s^{-2} = 1 poundal

ENERGIA TÉRMICA

Unidades

SI:	Joule – **J** (unidade adotada pelo SI para energia)
Cgs:	caloria – **cal**
Inglês:	British thermal unit – **Btu**

A **caloria** é definida como a quantidade de calor necessária para elevar de 1°C a massa de 1g de água à Patm.



O **Btu** é a quantidade de calor necessária para elevar de 1°F a massa de1 lb de água à Patm.

$$Q = m\,Cp\,\Delta T$$

cp = calor específico da substância
SI: J/(kg K)
cgs: cal/(g ºC)
inglês: Btu/(lb ºF)

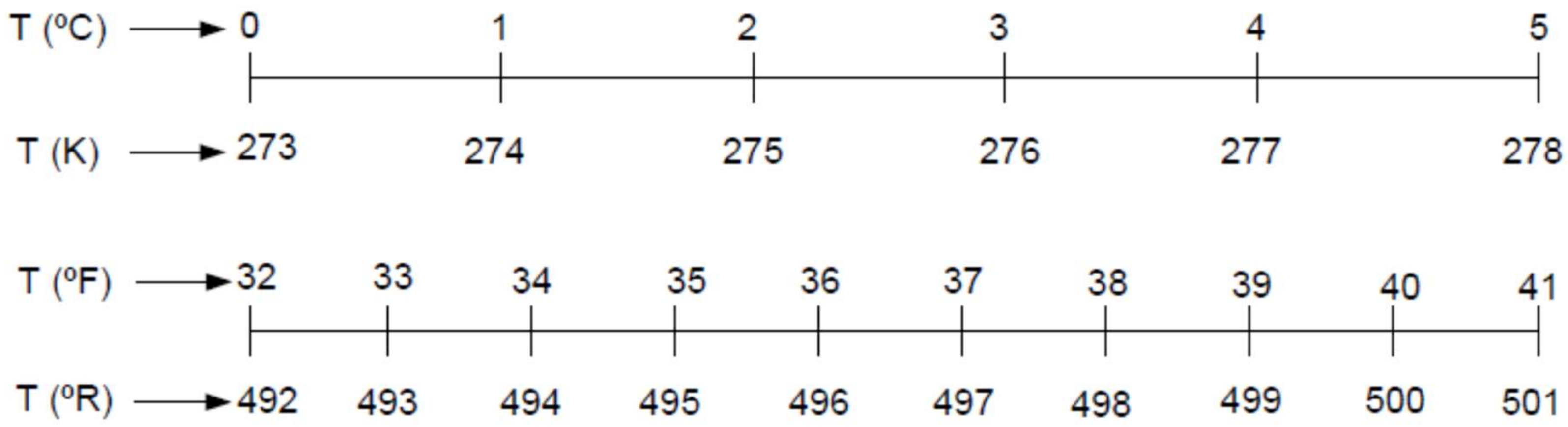
CONVERSÃO DE UNIDADES

Massa: 1 lb = 453.6 g = 0.4536 kg

Comprimento: 1 ft = 30.48 cm = 0.3048 m

Temperatura: é uma medida da energia interna contida numa substância

Intervalo de temperaturas:



	from Fahrenheit (US)	to Fahrenheit
Celsius	[°C] = ([°F] − 32) × 5⁄9	[°F] = [°C] × 1.8 + 32
Kelvin	[K] = ([°F] + 459.67) × 5⁄9	[°F] = [K] × 1.8 − 459.67
Rankine	[°R] = [°F] + 459.67	[°F] = [°R] − 459.67

$\Delta T\ (^{o}C) = \Delta T\ (K)$

$\Delta T\ (^{o}C) = 1.8 \times \Delta T\ (F)$

Energia térmica: 1 Btu = 252 cal = 0.252 kcal

1 cal = 4.1868 J

1 J = 9.478×10^{-4} Btu

TABELAS DE CONVERSÃO

TABLE C.3–2

CONVERSION FACTORS FOR QUANTITIES HAVING DIMENSIONS OF F/L^2 OR $ML^{-1}t^{-2}$

(Pressure, Momentum Flux)

Given a quantity in these units ↓ / Multiply by table value to convert to these units →	$g\,cm^{-1}sec^{-2}$ (dyne cm^{-2})	$kg\,m^{-1}sec^{-2}$ (newtons m^{-2})	$lb_m\,ft^{-1}sec^{-2}$ (poundals ft^{-2})	$lb_f\,ft^{-2}$	$lb_f\,in^{-2}$ (psia)[a]	Atmospheres (atm)	mm Hg	in. Hg
$g\,cm^{-1}sec^{-2}$	1	10^{-1}	6.7197×10^{-2}	2.0886×10^{-3}	1.4504×10^{-5}	9.8692×10^{-7}	7.5006×10^{-4}	2.9530×10^{-5}
$kg\,m^{-1}sec^{-2}$	10	1	6.7197×10^{-1}	2.0886×10^{-2}	1.4504×10^{-4}	9.8692×10^{-6}	7.5006×10^{-3}	2.9530×10^{-4}
$lb_m\,ft^{-1}sec^{-2}$	1.4882×10^{1}	1.4882	1	3.1081×10^{-2}	2.1584×10^{-4}	1.4687×10^{-5}	1.1162×10^{-2}	4.3945×10^{-4}
$lb_f\,ft^{-2}$	4.7880×10^{2}	4.7880×10^{1}	32.1740	1	6.9444×10^{-3}	4.7254×10^{-4}	3.5913×10^{-1}	1.4139×10^{-2}
$lb_f\,in^{-2}$	6.8947×10^{4}	6.8947×10^{3}	4.6330×10^{3}	144	1	6.8046×10^{-2}	5.1715×10^{1}	2.0360
Atmospheres	1.0133×10^{6}	1.0133×10^{5}	6.8087×10^{4}	2.1162×10^{3}	14.696	1	760	29.921
mm Hg	1.3332×10^{3}	1.3332×10^{2}	8.9588×10^{1}	2.7845	1.9337×10^{-2}	1.3158×10^{-3}	1	3.9370×10^{-2}
in. Hg	3.3864×10^{4}	3.3864 × 1[illegible]	2.2756×10^{3}	7.0727×10^{1}	4.9116×10^{-1}	3.3421×10^{-2}	25.400	1

[a] This unit is preferably abbreviated psia (pounds per squa[illegible]solute) or psig (pounds per square inch gage). Gage pressure is absolute pressure minus the prevailing barometric pressure.

Ex: 1 atm = 1.0133×10^{5} Pa (N/m^2)

Exerc 1.1

1-1- Indicar as dimensões em M, L, T, θ das unidades de força, energia, pressão, potência e viscosidade (que são unidades derivadas) e definir estas unidades nos sistemas (S.I.), (c.g.s.), e (F.P.S.).

Folha de exercícios 1

1.1) Grandezas Derivadas: combinações de grandezas fundamentais

Grandeza	Dimensões	Unidade	Unidade Símbolo	Conversão
Força	$M \times L \times T^{-2}$	$kg\ m\ s^{-2}$ $g\ cm\ s^{-2}$ $lb\ ft\ s^{-2}$	newton (SI) N dyne (cgs) poundal (fps)	
Energia, trabalho	$M \times L^2 \times T^{-2}$	$Kg\ m^2\ s^{-2}$ $g\ cm^2\ s^{-2}$	joule (SI) J erg (CGS)	$1\ N.m = 1\ kg.m^2.s^2$ 1 dyne.cm
Pressão	$M \times L^{-1} \times T^{-2}$	$Kg\ m^{-1}\ s^{-2}$ $g\ cm^{-1}\ s^{-2}$ $lb\ ft^{-1}\ s^{-2}$	pascal (SI) Pa $dyne/cm^2$ $poundal/ft^2$	$1\ N/m^2$
Potência	$M \times L^2 \times T^{-3}$	$Kg\ m^2\ s^{-3}$ $g\ cm^2\ s^{-3}$ $lb\ ft^2\ s^{-3}$	watt W erg/s pé-poundal/s	$1\ J/s = 1\ kg.m^2.s^{-3}$

Viscosidade

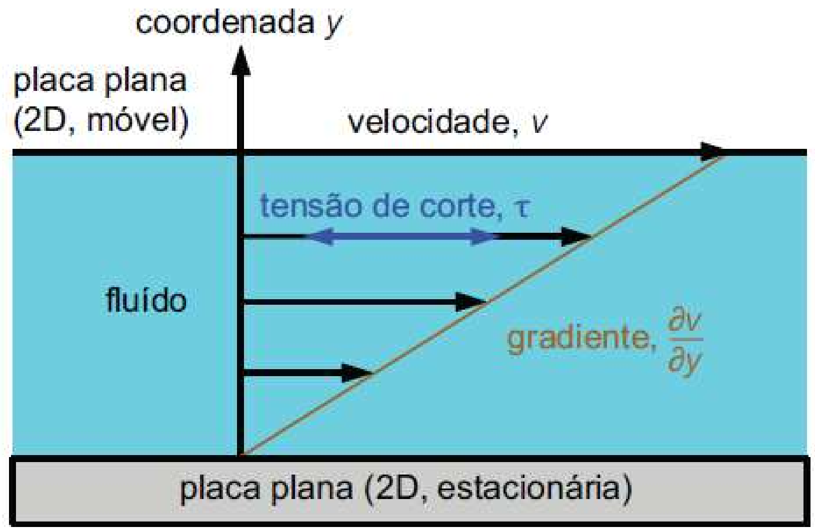
- é uma propriedade característica dos líquidos e gases reais e newtonianos que se caracteriza pela **medida da resistência ao escoamento que um fluído oferece quando se encontra sujeito a um esforço tangencial.**

- a viscosidade é uma consequência do atrito interno que se produz no seio de um fluído.

- para um fluído newtoniano, a força F necessária para manter o gradiente de velocidade dv/dy, de um fluído entre dois planos paralelos de área A, é dada pela seguinte expressão matemática:

$F = - \mu \times A \times (dv/dy)$

onde μ = coeficiente de viscosidade, v = componente da velocidade paralela à direcção de aplicação da força e y é a coordenada espacial perpendicular à direcção da força



A força horizontal aplicada por unidade de área, τ = F/A, denomina-se tensão de corte ou tensão de cisalhamento. A expressão habitual para a definição do **coeficiente de viscosidade** é a seguinte:

$$\tau = - \mu \, \partial v/\partial y$$

1-2- Calcular, para cada grandeza derivada indicada em 1-1, os factores de conversão entre os três sistemas a partir dos factores de conversão das unidades fundamentais..

CONVERSÃO DE UNIDADES

Massa: 1 lb = 453.6 g = 0.4536 kg

Comprimento: 1 ft = 30.48 cm = 0.3048 m

Viscosidade

$$\mu = M.L^{-1}.T^{-1}$$

SI: $kg\ m^{-1}s^{-1}$

cgs: $g\ cm^{-1}s^{-1} = 1$ poise

fps: $lb\ ft^{-1}s^{-1}$

1-2- Calcular, para cada grandeza derivada indicada em 1-1, os factores de conversão entre os três sistemas a partir dos factores de conversão das unidades fundamentais..

CONVERSÃO DE UNIDADES

Massa: 1 lb = 453.6 g = 0.4536 kg

Comprimento: 1 ft = 30.48 cm = 0.3048 m

Dimensionalidade de uma equação

Toda e qualquer equação válida deve ser dimensionalmente homogénea, isto é, todos os termos aditivos em ambos os lados da equação devem ter as mesmas dimensões

Exs:

$u\ (\mathrm{m/s}) = u_0\ (\mathrm{m/s}) + g\ (\mathrm{m/s^2}) \times t\ (\mathrm{s})$ ✓

$u\ (\mathrm{m/s}) = u_0\ (\mathrm{m/s}) + g\ (\mathrm{m/s^2})$ ×

O reverso não é necessariamente verdade! Uma equação pode ser dimensionalmente homogénea mas ser inválida... Ex: M = 2 x M

Soma e subtração:

Os valores numéricos de 2 quantidades podem ser somados ou subtraídos se tiverem as mesmas unidades

Ex: 3 cm – 1 cm = 2 cm   Ex: 3 cm – 1 s =

Multiplicação ou divisão:

Os valores numéricos e as respectivas unidades podem ser combinados por multiplicação ou divisão. A mesma operação é aplicada aos valores numéricos e às respectivas unidades.

Ex: 3 N x 4 m = 12 N.m = 12 J   Ex: 5 km : 2 h = 2.5 km h^{-1}

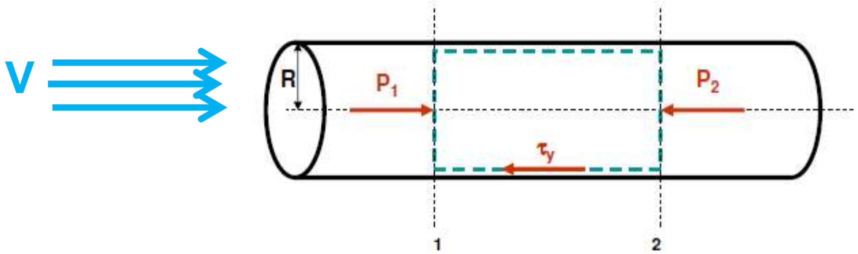
Análise dimensional e teorema π de Buckingham

A análise tradicional trata das relações matemáticas entre as grandezas físicas relevantes. Em contraste, a análise dimensional trata das relações matemáticas entre as dimensões dessas grandezas.

a) Diferença (ou queda) de pressão (ΔP) entre as duas extremidades dum tubo pelo qual esteja a passar um fluído:

$$\Delta P = \text{função de } (\rho, \mu, v, D, l)$$

ρ: densidade do fluido
μ: viscosidade do fluido
Vr: velocidade do fluido
D: Diâmetro do tubo
l: comprimento do tubo



$$\Delta P = P_2 - P_1 < 0$$

Sistema complexo, muitas variáveis → Análise dimensional: Consiste em agrupar as variáveis intervenientes num determinado fenómeno na forma de parâmetros adimensionais (isto é, sem dimensão) que sejam em menor número do que as variáveis originais

Pode ser feita através da **análise dimensional da equação** (obrigatoriedade da equação ser dimensionalmente coerente) ou através **do teorema pi de Buckingham**

Análise dimensional e teorema π de Buckingham

- A análise dimensional tem o objetivo de proporcionar uma ideia geral de um determinado problema antes de aplicar as técnicas experimentais ou de análise. Dessa forma, a probabilidade de escolha de uma linha de trabalho bem sucedida ou mais económica é maior. Ela também permite identificar tendências ou constantes a partir de um volume grande de dados experimentais.

- é utilizada na descoberta das variáveis que são relevantes num determinado problema teórico ou experimental

- é utilizada no desenvolvimento de correlações empíricas ou semi-empíricas de um determinado fenómeno físico-químico (ou afim)

- no redimensionamento (scale-up) de equipamento, de processos ou de operações unitárias

- no planeamento de experiências

- em mecânica de fluidos ela adquire uma importância particular devido à dificuldade em se obterem soluções analíticas para a maioria dos problemas práticos. Mas pode aplicar-se a qualquer ramo da ciência.

Fazer análise dimensional

Teorema π de Buckingham

Este teorema estabelece que, em lugar de aplicar a técnica da análise dimensional a uma função **f** de n variáveis, é possível aplicar a técnica a uma função **g** de n - k variáveis auxiliares, sendo k o número de dimensões fundamentais, o que torna o problema mais simples:

uma equação do tipo $\mathbf{f\,(q1, q2, \ldots, qn) = 0}$

em que q1, . . . , qn são as n variáveis físicas (ou parâmetros)

pode ser reescrita na forma: $\mathbf{g\,(\pi 1, \pi 2, \ldots, \pi p) = 0}$

Em que os πi são os parâmetros adimensionais construídos a partir dos qi

Expressos da forma:

$$\pi 1 = (q1)^{a1}\,(q2)^{a2} \cdots (qn)^{an}$$

$$\pi 2 = (q1)^{b1}(q2)^{b2} \cdots (qn)^{bn}$$

$$\ldots$$

$$\pi p = (q1)^{e1}\,(q2)^{e1}\,(qn)^{en}$$

onde os expoentes a1, . . . , an são números racionais

O nº de grupos adimensionais **(p)** = nº de variáveis **(n)** – nº de grandezas fundamentais presentes nessas variáveis **(m)**

(n)= nº de variáveis

Método:

(m)= nº de grandezas fundamentais presentes nas variáveis

1º) formar o **conjunto de recurso**: escolher **m** das variáveis originais que satisfaça as 2 condições:

a) Cada uma das grandezas fundamentais presentes nas variáveis originais aparece em pelo menos uma das m variáveis escolhidas

b) estas m variáveis sejam tais que qualquer combinação de todas elas ou de um subconjunto delas não forme um grupo adimensional

2º) das n - m variáveis, formar grupos adimensionais por combinação com um ou mais elementos do conjunto de recurso.

n – m = p grupos adimensionais

- as n - m variáveis só aparecem num grupo adimensional

- as m variáveis do conjunto de recurso aparecem em mais do que um grupo adimensional

Se eu desejar uma relação funcional explícita para uma determinada variável, não devo incluí-la no conjunto de recurso (pois vai aparecer em mais do que um grupo adimensional e portante é mais difícil isolá-la num termo).

$$\Delta P = \text{função de } (\rho, \mu, v, D, l)$$

Neste caso, não devo escolher DP para o conjunto de recurso

incluir as variáveis mais propícias ao trabalho experimental; por exemplo, a velocidade é mais fácil de se conseguir fazer variar numa faixa ampla do que a viscosidade, portanto é mais propícia ao trabalho experimental;