

# OSF

## OPERAÇÕES SÓLIDO-FLUIDO

## SOLID FLUID OPERATIONS

LEQB/MEQB, 2023-24

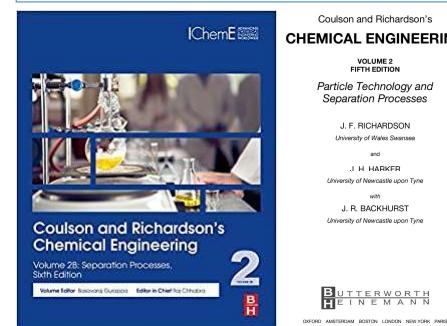
Chemical and Biological Engineering Section , Department of Chemistry, FCT/NOVA

Isabel Esteves

## Instructors

- **Prof. Rui Oliveira (T, TP)**
  - Office 628 DQ
  - Email: [rmo@fct.unl.pt](mailto:rmo@fct.unl.pt)
  
- **Prof. Isabel Esteves (TP, P)**
  - Office 226 DQ/Lab 513 DQ
  - Email: [i.esteves@fct.unl.pt](mailto:i.esteves@fct.unl.pt)

**Book C&R**  
 J.M. Coulson and J.F. Richardson, Chemical Engineering, II Vol., 5<sup>a</sup> Ed., 2002, Elsevier Butterworth-Heinemann



## TP Plan

IE

### Fluidization

1 class

### Filtration

2 classes

Test 2  
9.dez.2023

OSF-FCTUNL

3

## Fluidization (Chapter 7)

OSF-FCTUNL

4

## Problema 1

Óleo de densidade 900 kg/m<sup>3</sup> e viscosidade 3 cP ascende verticalmente através de um leito de catalisador constituído por partículas aproximadamente esféricas com 0.1 mm de diâmetro e densidade 2600 kg/m<sup>3</sup>. Aproximadamente a que caudal em massa por unidade de área é que se verificará:

- (a) a fluidização?
- (b) o transporte de partículas?

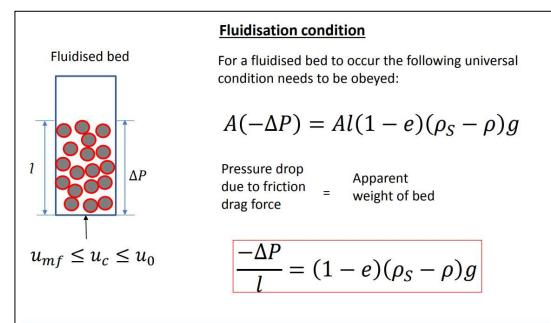
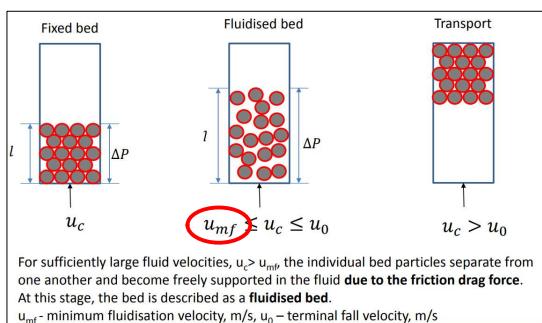


Pergunta: qual é a velocidade a partir da qual ocorre fluidização?

OSF-FCTUNL

5

Pergunta: qual é a velocidade a partir da qual ocorre fluidização?



$$u_c = \frac{1}{K'' S_B^2 \mu} \frac{e^3}{l} \frac{1}{(-\Delta P)}$$

Eq. Fluidização (regime esc. laminar)

$$u_c = f(e) = \frac{e^3(\rho_s - \rho)g}{K'' S^2 (1 - e) \mu}$$

Equação de Kozeny  
Eq. 4.9 (C&R, p.195)  
Cap. 6

Eq. 6.3 (C&R, p.295)

$$\frac{-\Delta P}{l} = (1 - e)(\rho_s - \rho)g$$

Condição de Fluidização  
Eq. 6.1 (C&R, p.295)

OSF-FCTUNL

6

# Problema 1

## Fluidisation – laminar flow

**Question:** How to determine bed expansion (i.e. porosity - e) for a given fluid velocity  $u_c$ ?

$$\begin{cases} \frac{-\Delta P}{l} = (1-e)(\rho_s - \rho)g \\ u_c = \frac{1}{K'' S_B^2 \mu} \frac{e^3}{l} \frac{1}{(-\Delta P)} \end{cases}$$

Fluidisation condition  
Kozeny equation  
(because pressure drop is caused by friction)

**Fluidisation Eq. laminar flow:**

  $u_c = f(e) = \frac{e^3(\rho_s - \rho)g}{K'' S^2 (1-e)\mu} \quad u_{mf} \leq u_c \leq u_0$

$u_c$  – average velocity of fluid flow

$S_B$  – surface area of packing per unit volume of bed ( $\text{length}^{-1}$ ),  $S_B = S(1-e)$

$S$  – specific surface area of the particles

$\mu$  – fluid viscosity

$\rho$  – fluid density;  $\rho_s$  – solid density

$e$  – bed porosity;  $(1-e)$  – fractional volume of bed occupied by the solid

$l$  – bed thickness

$K''$  – Kozeny's constant  $\approx 5$

# Problema 1

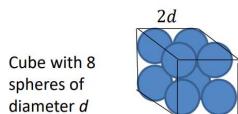
Óleo de **densidade 900 kg/m<sup>3</sup>** e **viscosidade 3 cP** ascende verticalmente através de um leito de catalisador constituído por **partículas aproximadamente esféricas com 0.1 mm de diâmetro e densidade 2600 kg/m<sup>3</sup>**. Aproximadamente a que **caudal em massa por unidade de área é que se verificará** (a) **a fluidização?** (constante de Kozeny=5)

?

$S_B$  – surface area of packing per unit volume of bed ( $\text{length}^{-1}$ ),  $S_B = S(1-e)$

Specific surface area of the particle,  $S = \frac{\text{particle surface area}}{\text{particle volume}} = \frac{\pi d^2}{\pi(d^3/6)} = \frac{6}{d}$

$$u_c = \frac{1}{K'' S_B^2 \mu} \frac{e^3}{l} \frac{1}{(-\Delta P)}$$



porosity  $e_{mf} = \frac{V_{cube} - V_{sphere}}{V_{cube}} = \frac{(2d)^3 - 8(\pi/6)d^3}{(2d)^3} = 1 - \frac{\pi}{6} = 0.48$

$$\begin{cases} -\frac{\Delta P}{l} = (1-e)(\rho_s - \rho)g \\ u_{mf} = \frac{1}{K''} \frac{e^3}{(1-e)^2 S^2} \frac{1}{\mu} \frac{(-\Delta P)}{l} \end{cases}$$

$$G_{mf} = \rho u_{mf} = \frac{1}{5} \frac{d^2 e^3}{(1-e)^2 36 \mu} \rho (1-e)(\rho_s - \rho)g$$

$$G_{mf} = \rho \frac{1}{5} \frac{e^3}{(1-e)} \frac{d^2 (\rho_s - \rho) g}{36 \mu} = 0.06 \text{ kg/m}^2 \text{s}$$

## Problema 1

Óleo de densidade  $900 \text{ kg/m}^3$  e viscosidade  $3 \text{ cP}$  ascende verticalmente através de um leito de catalisador constituído por partículas aproximadamente esféricas com  $0.1 \text{ mm}$  de diâmetro e densidade  $2600 \text{ kg/m}^3$ . Aproximadamente a que caudal em massa por unidade de área é que se verificará?

- (a) a fluidização?
- (b) o transporte de partículas?

Pergunta: qual é a velocidade a que ocorre transporte de partículas?

Velocidade terminal de queda,  $u_0$

$$u_0 = \frac{d^2(\rho_s - \rho)g}{18\mu}$$

$$\dot{Re} < 0,2$$

Particle Reynolds -  $Re'$

$$Re' = \frac{\rho u d}{\mu} < 0.2 \quad (\text{laminar flow})$$

Lei de Stokes

Cap. 3, Eq. 3.24 (C&R, p.155)

Modified Reynolds (of the bed)

$$Re_1 = \frac{up}{S(1-e)\mu} \leq 2$$

OSF-FCTUNL

9

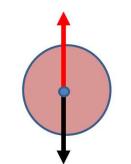
## Problema 1

Lei de Stokes  
Cap. 3, Eq. 3.24 (C&R, p.155)

### Terminal fall velocity, $u_0$

If the drag force equals the apparent weight of the particle then the acceleration is zero and sphere settles at a constant velocity  $u_0$ . For a sphere:

$$\vec{F} - \text{Drag force} = \frac{\pi d^3}{6} (\rho_s - \rho) g$$



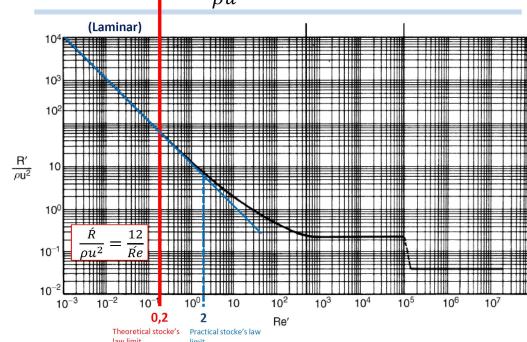
For laminar flow ( $\dot{Re} < 0,2$ ), then stoke's law holds:

$$3\pi\mu u_0 d = \frac{\pi d^3}{6} (\rho_s - \rho) g \quad u_0 = \frac{d^2(\rho_s - \rho)g}{18\mu} \quad \dot{Re} < 0,2$$

For turbulent flow ( $10^3 \leq \dot{Re} \leq 10^5$ ), then Newton's law holds:

$$\frac{\pi d^3}{6} (\rho_s - \rho) g = 0.055\pi d^2 \rho u_0^2 \quad u_0 = \sqrt{\frac{3d(\rho_s - \rho)g}{\rho}} \quad 10^3 \leq \dot{Re} \leq 10^5$$

Friction factor  $\frac{R'}{\rho u^2}$  over particle  $Re'$



OSF-FCTUNL

10

## Problema 1

Passa óleo de densidade 900 kg/m<sup>3</sup> e viscosidade 3 cP, ascendendo verticalmente através de um leito de catalisador constituído por partículas aproximadamente esféricas com 0.1 mm de diâmetro e densidade 2600 kg/m<sup>3</sup>. Aproximadamente que caudal em massa por unidade de área é que se verificará

- (a) a fluidização?
- (b) o transporte de partículas?

$$u_0 = \frac{d^2(\rho_s - \rho)g}{18\mu} \quad \rightarrow \quad u_0 = 0.0031 \text{ m/s} \quad Re'_0 = \frac{u_0 d \rho}{\mu} = 0.093 \quad \checkmark \text{ Lei de Stokes}$$

1 cP = 1 mNs/m<sup>2</sup> = 0.001 kg m<sup>-1</sup>s<sup>-1</sup>

$$G_0 = \rho u_0 = 2.79 \text{ kg/m}^2\text{s}$$

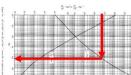
Pergunta: como resolver (b) de outra forma?

**✓ Método gráfico**

## Problema 1

### Terminal fall velocity, $u_0$ : graphical method

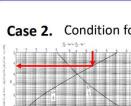
Case 1. Condition for terminal fall velocity:  $F = \frac{\pi d_l^3}{6} (\rho_s - \rho) g \Leftrightarrow$



By manipulating and rearranging it may be shown:

$$\Leftrightarrow \frac{\dot{R}}{\rho u^2} \dot{Re}^2 = \frac{2d^3(\rho_s - \rho)\rho g}{3\mu^2} = \frac{2}{3} Ga$$

If  $d$  is known  $\Rightarrow$  calculate  $\frac{\dot{R}}{\rho u^2} \dot{Re}^2 \Rightarrow$  Take from picture  $\dot{Re}$   $\Rightarrow$  take from  $\dot{Re}$  the value of  $u_0$



Case 2. Condition for terminal fall velocity:  $F = \frac{\pi d_l^3}{6} (\rho_s - \rho) g \Leftrightarrow$

By manipulating and rearranging it may be shown:

$$\Leftrightarrow \frac{\dot{R}}{\rho u^2} \dot{Re}^{-1} = \frac{2(\rho_s - \rho)\mu g}{3\rho^2 d^3}$$

If  $u_0$  is known  $\Rightarrow$  calculate  $\frac{\dot{R}}{\rho u^2} \dot{Re}^{-1} \Rightarrow$  Take from picture  $\dot{Re}$   $\Rightarrow$  take from  $\dot{Re}$  the value of  $d$

Ga – Galileo number (dimensionless)

Cap. 3, C&R (1965, pp.158)

$$\frac{\dot{R}}{\rho u^2} \dot{Re}^2 = \frac{2d^3(\rho_s - \rho)\rho g}{3\mu^2} = 1.11 \quad \rightarrow$$

$$Re'_0 = 0.09$$

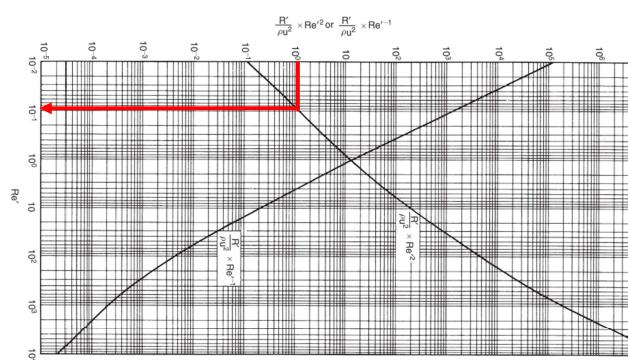
$$u_0 = \frac{Re'_0 \mu}{\rho d} = 0.0031 \text{ m/s}$$

$$G_0 = \rho u_0 = 2.7 \text{ kg/m}^2\text{s}$$

anteriormente...  $G_0 = 2.79 \text{ kg/m}^2\text{s}$

158

Figure 3.6.  $(R'/\mu u^2)^2 Re'^2$  and  $(R'/\mu u^2)^2 Re'^{-1}$  versus  $Re'$  for spherical particles





## Problema 2

Calcule a velocidade mínima a que fluidizarão partículas esféricas (densidade 1600 kg/m<sup>3</sup>) de 1.5 mm de diâmetro numa coluna de 1 cm de diâmetro. Discutir as incertezas deste cálculo.

Dados: viscosidade da água = 1cP, constante de Kozeny = 5

$$\mu$$

$$\rho_s$$

$$d, d_{col}$$

Pergunta: qual é a diferença do problema 2 para o problema 1.a)?



## Problema 2

Calcule a velocidade mínima a que fluidizarão partículas esféricas (densidade 1600 kg/m<sup>3</sup>) de 1.5 mm de diâmetro numa coluna de 1 cm de diâmetro. Discutir a incerteza deste cálculo.

Dados: viscosidade da água = 1cP, constante de Kozeny = 5

Eq. 4.23 (C&R, p.200)

$$\left\{ \begin{array}{l} -\frac{\Delta P}{l} = (1 - e)(\rho_s - \rho)g \\ u_{mf} = \frac{1}{K''} \frac{e^3}{(1 - e)^2 S^2} \frac{1}{\mu} \frac{(-\Delta P)}{l} f_w \end{array} \right.$$

200

CHEMICAL ENGINEERING

$K_0$  were constant, then  $K''$  would increase with increase in tortuosity. The reason for  $K''$  being near to 5.0 for many different beds is probably that changes in tortuosity from one bed to another have been compensated by changes in  $K_0$  in the opposite direction.

*Wall effect.* In a packed bed, the particles will not pack as closely in the region near the wall as in the centre of the bed, so that the actual resistance to flow in a bed of small diameter is less than it would be in an infinite container for the same flowrate per unit area of bed cross-section. A correction factor  $f_w$  for this effect has been determined experimentally by COULSON<sup>(15)</sup>. This takes the form:

$$f_w = \left( 1 + \frac{1}{2} \frac{S_c}{S} \right)^2 \quad (4.23)$$

where  $S_c$  is the surface of the container per unit volume of bed.

Equation 4.9 then becomes:

$$u_c = \frac{1}{K''} \frac{e^3}{S^2(1 - e)^2} \frac{1}{\mu} \frac{(-\Delta P)}{l} f_w \quad (4.24)$$

The values of  $K''$  shown on Figure 4.2 apply to equation 4.24.

## Problema 2

Calcule a velocidade mínima a que fluidizarão partículas esféricas (densidade 1600 kg/m<sup>3</sup>) de 1.5 mm de diâmetro numa coluna de 1 cm de diâmetro. Discutir as incertezas deste cálculo.

Dados: viscosidade da água = 1cP, constante de Kozeny = 5

$$\begin{cases} -\frac{\Delta P}{l} = (1 - e)(\rho_s - \rho)g \\ u_{mf} = \frac{1}{K''} \frac{e^3}{(1 - e)^2 S^2} \frac{1}{\mu} \frac{(-\Delta P)}{l} f_w \\ f_w = \left(1 + \frac{1}{2} \frac{S_c}{S}\right)^2 \rightarrow f_w = 1.1 \end{cases}$$

$$Re'_{mf} = \frac{u_{mf} d \rho}{\mu} = \frac{0.0163 \times 1.5 \times 10^{-3} \times 1000}{1 \times 10^{-3}} = 24.5$$

$$Re_1 = \frac{u_{mf} \rho}{S(1 - e_{mf})\mu} = \frac{0.0163 \times 1000}{4000(1 - 0.48)1 \times 10^{-3}} = 7.84$$

$$\text{porosity } e_{mf} = \frac{V_{cube} - V_{sphere}}{V_{cube}} = \frac{(2d)^3 - 8(\pi/6)d^3}{(2d)^3} = 1 - \frac{\pi}{6} = 0.48$$

$S_c$  – column surface per volume bed (= column surface area/column volume)

$$S_c = \frac{2\pi(d/2)h}{\pi h(d/2)^2} = \frac{4}{d_{col}} = 400 \text{ m}^{-1}$$

$$S_{sphere} = \frac{\pi d^2}{\pi d^3 / 6} = \frac{6}{d}$$

$$S = 6/d = 4000 \text{ m}^{-1}$$

$$u_{mf} = 0.0155 f_w$$

$$u_{mf} = \underline{\underline{0.0163 \text{ m/s}}}$$

$$u_{mf} = \frac{1}{K''} \frac{e^3}{(1 - e)} \frac{d^2(\rho_s - \rho)g}{36\mu} f_w$$

Equação de Kozeny, Eq. 4.9 (C&R, p.195)

OSF-FCTUNL

15

## Problema 4

Um fluido (massa específica=1000 kg/m<sup>3</sup>, viscosidade=1 cP) ascende verticalmente através de uma coluna de 0.2 m de diâmetro e 1 m de altura com um leito constituído por partículas esféricas com diâmetro de 0.15 mm e densidade 2200 kg/m<sup>3</sup>. Se o caudal em massa por unidade de área de secção recta da coluna for 5 kg s<sup>-1</sup>m<sup>-2</sup>,

- o leito encontra-se fluidizado?
- Calcule a porosidade do leito.



OSF-FCTUNL

16

## Problema 4

Um fluido (massa específica=1000 kg/m<sup>3</sup>, viscosidade=1 cP) ascende verticalmente através de uma coluna de 0.2 m de diâmetro e 1 m de altura com um leito constituído por partículas esféricas com diâmetro de 0.15 mm e densidade 2200 kg/m<sup>3</sup>. Se o caudal em massa por unidade de área de secção recta da coluna for 5 kg s<sup>-1</sup>m<sup>-2</sup>,  
 a) o leito encontra-se fluidizado?

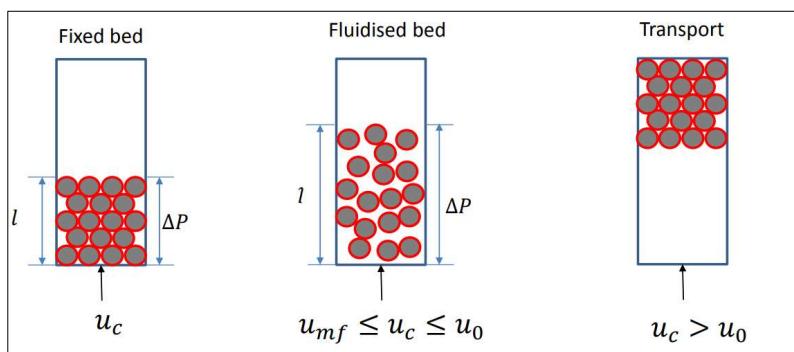
 $d_t$  $\rho$  $\mu$  $\rho_s$  $d$ 

Pergunta: o que é preciso calcular para verificar se o leito está fluidizado?

OSF-FCTUNL

17

Pergunta: o que é preciso calcular para verificar se o leito está fluidizado?



For sufficiently large fluid velocities,  $u_c > u_{mf}$ , the individual bed particles separate from one another and become freely supported in the fluid due to the friction drag force.

At this stage, the bed is described as a **fluidised bed**.

$u_{mf}$  - minimum fluidisation velocity, m/s,  $u_0$  – terminal fall velocity, m/s

OSF-FCTUNL

18

**Problema 4** $\mu$  $\rho$  $d$ 

Um fluido (massa específica=1000 kg/m<sup>3</sup>, viscosidade=1 cP) ascende verticalmente através de uma coluna de 0.2 m de diâmetro e 1 m de altura com um leito constituído por partículas esféricas com diâmetro de 0.15 mm e densidade 2200 kg/m<sup>3</sup>. Se o caudal em massa por unidade de área de secção recta da coluna for 5 kg s<sup>-1</sup>m<sup>-2</sup>,  
 a) o leito encontra-se fluidizado?

 $\rho_s$ 

Pergunta: o que é preciso calcular para verificar se o leito está fluidizado?

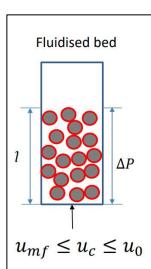
$$G_{mf} < G < G_0 \text{ (kg m}^{-2}\text{s}^{-1})$$

?

19

**Problema 4**

Um fluido (massa específica=1000 kg/m<sup>3</sup>, viscosidade=1 cP) ascende verticalmente através de uma coluna de 0.2 m de diâmetro e 1 m de altura com um leito constituído por partículas esféricas com diâmetro de 0.15 mm e densidade 2200 kg/m<sup>3</sup>. Se o caudal em massa por unidade de área de secção recta da coluna for 5 kg s<sup>-1</sup>m<sup>-2</sup>,  
 a) o leito encontra-se fluidizado?



$$\frac{-\Delta P}{l} = (1 - e)(\rho_s - \rho)g$$

$$u_c = \frac{1}{K''} \frac{e^3}{S_B^2} \frac{1}{\mu} \frac{(-\Delta P)}{l}$$

Kozeny

$$K'' = 5$$

$$e_{mf} = 0.48$$

$$S = \frac{6}{d}$$

$$u_c = \frac{e^3 d^2 (\rho_s - \rho) g}{180(1 - e)\mu} \quad \text{Condição de Fluidização}$$

$$G = u\rho ; \quad Re_1 = \frac{u\rho}{S(1 - e)\mu} = \frac{Gd}{6(1 - e)\mu} = 0.24 \quad \checkmark \text{ Kozeny}$$

Velocidade mínima para fluidização

$$u_{mf} = \frac{1}{K''} \frac{e_m^3 d^2 (\rho_s - \rho) g}{36(1 - e_{mf})\mu} = \frac{e_m^3 d^2 (\rho_s - \rho) g}{180(1 - e_{mf})\mu} = 3.13 \times 10^{-4} \text{ m/s}$$

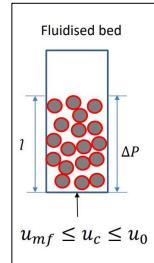
$$\begin{cases} G_{mf} = u_{mf}\rho = 0.313 \text{ kg m}^{-2}\text{s}^{-1} & \text{Caudal mássico mínimo para fluidização} \\ Re_1 = \frac{G_{mf}d}{6(1 - e)\mu} = 0.015 & \checkmark \text{ Regime esc. laminar} \end{cases}$$

## Problema 4

Um fluido (massa específica=1000 kg/m<sup>3</sup>, viscosidade=1 cP) ascende verticalmente através de uma coluna de 0.2 m de diâmetro e 1 m de altura com um leito constituído por partículas esféricas com diâmetro de 0.15 mm e densidade 2200 kg/m<sup>3</sup>. Se o caudal em massa por unidade de área de secção recta da coluna for 5 kg s<sup>-1</sup>m<sup>-2</sup>.

a) o leito encontra-se fluidizado?

**Velocidade terminal de queda**



$$u_0 = \frac{d^2(\rho_s - \rho)g}{18\mu} \quad \dot{Re} < 0,2 \quad Re' = \frac{\rho u d}{\mu} < 0,2 \quad (\text{laminar flow})$$

Lei de Stokes, Cap. 3, Eq. 3.24 (C&R, p.155)

$$u_o = 0.01472 \text{ m/s} \quad G_0 = u_0 \rho = 14.72 \text{ kg m}^{-2}\text{s}^{-1}$$

$$Re'_0 = \frac{u_0 d \rho}{\mu} = 2.21 \quad Re_1 = \frac{G_0 d}{6(1-e)\mu} = 0.71 \quad \rightarrow \quad G_{mf} < G < G_0 (\text{kg m}^{-2}\text{s}^{-1})$$

$$0.313 < 5 < 14.72$$

✓ Validação de Kozeny (approx. no limite para regime laminar)

Verifica-se! O leito está fluidizado!

Existe outro método alternativo?

## Problema 4

Para calcular  $u_0$  pode, em alternativa, usar-se o **método gráfico** (de modo idêntico ao problema 1.b) ou a Tabela 3.4 C&R (p.157):

### Terminal fall velocity, $u_0$ : graphical method

**Case 1.** Condition for terminal fall velocity:  $F = \frac{\pi d_i^3}{6}(\rho_s - \rho)g \Leftrightarrow$

By manipulating and rearranging it may be shown:

$$\Leftrightarrow \frac{\dot{R}}{\mu u^2} \dot{Re}^2 = \frac{2d^3(\rho_s - \rho)\rho g}{3\mu^2} = \frac{2}{3} Ga$$

If  $d$  is known  $\Rightarrow$  calculate  $\frac{\dot{R}}{\mu u^2} \dot{Re}^2 \Rightarrow$  Take from picture  $\dot{Re}$   $\Rightarrow$  take from  $\dot{Re}$  the value of  $u_0$

**Case 2.** Condition for terminal fall velocity:  $F = \frac{\pi d_i^3}{6}(\rho_s - \rho)g \Leftrightarrow$

By manipulating and rearranging it may be shown:

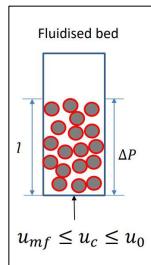
$$\Leftrightarrow \frac{\dot{R}}{\mu u^2} \dot{Re}^{-1} = \frac{2(\rho_s - \rho)\mu g}{3\rho^2 u^3}$$

If  $u_0$  is known  $\Rightarrow$  calculate  $\frac{\dot{R}}{\mu u^2} \dot{Re}^{-1} \Rightarrow$  Take from picture  $\dot{Re}$   $\Rightarrow$  take from  $\dot{Re}$  the value of  $d$

$Ga$  – Galileo number (dimensionless)

## Problema 4

Para calcular  $u_o$  pode, em alternativa, usar-se o método gráfico (de modo idêntico ao problema 1.b) OU ainda a Tabela 3.4 C&R (p.157):



$$\frac{\dot{R}}{\rho u^2} \dot{R} e^2 = \frac{2d^3(\rho_s - \rho)\rho g}{3\mu^2}$$

$$\log \frac{\dot{R}}{\rho u^2} \dot{R} e^2 = 1.42$$

$$\log Re'_0 = 0.236 \rightarrow Re'_0 = 1.72$$

$$u_o = \frac{Re'_0 \mu}{\rho d} = 0.011467 \text{ m/s}$$

$$G_0 = \rho u_o = 11.47 \text{ kg/m}^2\text{s}$$

anteriormente...  $G_0 = 14.72 \text{ kg/m}^2\text{s}$

$u_o$  calculado a partir de  
eq. Carman-Kozeny e Re  
válido para qq regime de  
escoamento

Table 3.4. Values of $\log Re'$ as a function of $\log[(R'/\rho u^2)Re'^2]$ for spherical particles										
$\log[(R'/\rho u^2)Re'^2]$	0.0	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9
2	3.919	2.018	2.117	2.216	2.315	2.414	2.513	2.612	2.711	2.810
1	2.908	1.007	1.105	1.203	1.301	1.398	1.495	1.591	1.686	1.781
0	1.874	1.967	0.909	0.148	0.236	0.324	0.410	0.495	0.577	0.659
1	0.738	0.817	0.895	0.972	1.048	1.124	1.199	1.273	1.346	1.419
2	1.491	1.562	1.632	1.702	1.771	1.839	1.907	1.974	2.040	2.106
3	2.171	2.236	2.300	2.363	2.425	2.487	2.548	2.608	2.667	2.725
4	2.783	2.841	2.899	2.956	3.013	3.070	3.127	3.183	3.239	3.295

$$G_{mf} < G < G_0 (\text{kg m}^{-2}\text{s}^{-1})$$

$$0.313 < 5 < 11.47$$

Verifica-se que o leito se encontra fluidizado!

## Problema 4

Um fluido (massa específica=1000 kg/m<sup>3</sup>, viscosidade=1 cP) ascende verticalmente através de uma coluna de 0.2 m de diâmetro e 1 m de altura com um leito constituído por partículas esféricas com diâmetro de 0.15 mm e densidade 2200 kg/m<sup>3</sup>. Se o caudal em massa por unidade de área de secção recta da coluna for 5 kg s<sup>-1</sup>m<sup>-2</sup>,

- O leito encontra-se fluidizado?
- Calcule a porosidade do leito.

Pergunta: como calcular a porosidade do leito?

## Problema 4

Um fluido (massa específica=1000 kg/m<sup>3</sup>, viscosidade=1 cP) ascende verticalmente através de uma coluna de 0.2 m de diâmetro e 1 m de altura com um leito constituído por partículas esféricas com diâmetro de 0.15 mm e densidade 2200 kg/m<sup>3</sup>. Se o caudal em massa por unidade de área de secção recta da coluna for 5 kg s<sup>-1</sup>m<sup>-2</sup>,

b) Calcule a porosidade do leito.

### Método 1

$$G = u_c \rho = 5 \text{ kg s}^{-1}\text{m}^{-2} \rightarrow u_c = 0.005 \text{ m/s}$$

$$u_c = \frac{e^3 d^2 (\rho_s - \rho) g}{180(1-e)\mu} \quad \text{Condição de Fluidização}$$

$$3.398 = \frac{e^3}{(1-e)} \rightarrow e^3 + 3.398e - 3.398 = 0$$

$$e = 0.83$$

(usando o *Solver* do Excel ou tentativa-erro)

### Método 2

$$G = u_c \rho = 5 \text{ kg s}^{-1}\text{m}^{-2} \rightarrow u_c = 0.005 \text{ m/s}$$

$$Re' = \frac{\rho u_c d}{\mu} = \frac{Gd}{\mu} = 0.75$$

$$\left. \begin{aligned} \frac{u_c}{u_i} &= e^n \\ \log_{10} u_0 &= \log_{10} u_i + \frac{d}{d_t} \end{aligned} \right\} \begin{array}{l} \text{Eqs. 6.31 e 6.33} \\ \text{C&R (p.302,303)} \end{array}$$

OSF-FCTUNL

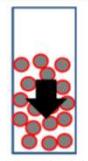
25

## Problema 4

### Solid-liquid fluidization

**Solid-liquid fluidization (bed expansion)** is in its essence the opposed operation of coarse sedimentation (bed contraction). The mathematical formalism of coarse sedimentation (Chapter 5) applies to solid-liquid fluidization.

#### Coarse sedimentation

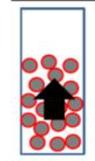


$$\frac{u_c}{u_i} = e^n$$

$$\log(u_0) = \log(u_i) + \frac{d}{d_t}$$

Bed contraction

#### Fluidization



### Solid-liquid systems

$u_c$  – settling velocity or fluidisation velocity, m/s

$u_i$  – settling velocity for infinit dilution, m/s

$e$  – void fraction

$n$  = coefficient =  $f(Re'_0, d/d_t)$

$d$  – particle diameter

$d_t$  – tube diameter

$Re'_0 = \frac{\rho u_0 d}{\mu}$  - particle Reynolds at  $u_0$

$$\log(u_0) = \log(u_i) + \frac{d}{d_t}$$

0.00075 é muito pequeno!  $d_t \gg d \rightarrow u_0 \approx u_i$  (i.e. desprezam-se efeitos de parede)

Table 5.1. $n$ as a function of $Ga$ or $Re'_0$ and $d/d_t$			
Range of $Ga$	Range of $Re'_0$	$n$ as function of $Ga, d/d_t$	$n$ as function of $Re'_0, d/d_t$
0–3.6	0–0.2	$4.6 + 20 d/d_t$	$4.6 + 20 d/d_t$
3.6–21	0.2–1	$(4.8 + 20 d/d_t) Ga^{-0.03}$	$(4.4 + 18 d/d_t) Re'_0^{-0.03}$
$21–2.4 \times 10^4$	1–200	$(5.5 + 23 d/d_t) Ga^{-0.075}$	$(4.4 + 18 d/d_t) Re'_0^{-0.1}$
$2.4 \times 10^4–8.3 \times 10^4$	200–500	$5.5 Ga^{-0.075}$	$4.4 Re'_0^{-0.1}$
$>8.3 \times 10^4$	$>500$	2.4	2.4

J.M. Coulson and J.F. Richardson, pp 272

OSF-FCTUNL

26

## Problema 4

Um fluido (massa específica=1000 kg/m<sup>3</sup>, viscosidade=1 cP) ascende verticalmente através de uma coluna de 0.2 m de diâmetro e 1 m de altura com um leito constituído por partículas esféricas com diâmetro de 0.15 mm e densidade 2200 kg/m<sup>3</sup>. Se o caudal em massa por unidade de área de secção recta da coluna for 5 kg s<sup>-1</sup>m<sup>-2</sup>.

b) Calcule a porosidade do leito.

### Método 2

Sabendo que  $\log_{10} u_o = \log_{10} u_i + \frac{d}{d_t} \rightarrow \log_{10} u_i = \log_{10}(0.011467) - \frac{0.15 \times 10^{-3}}{0.2} = -4.46903$

$u_i = 0.011458 \text{ m/s} \approx u_0 = 0.011467 \text{ m/s}$  (observa-se ≠ de 0.075%)

$$Re'_0 = \frac{u_o d \rho}{\mu} = 2.21$$

Usando a Tabela 5.1 (C&R p. 272) resulta então que

$$1 < Re'_0 < 200 \quad n = \left( 4.4 + 18 \frac{d}{d_t} \right) Re'^{-0.1}_0 = 4.08$$

Range of $Ga$	Range of $Re'_0$	$n$ as function of $Ga, d/d_t$	$n$ as function of $Re'_0, d/d_t$
0–3.6	0–0.2	$4.6 + 20 d/d_t$	$4.6 + 20 d/d_t$
3.6–21	0.2–1	$(4.8 + 20 d/d_t) Ga^{-0.03}$	$(4.4 + 18 d/d_t) Re'^{-0.03}_0$
$21–2.4 \times 10^4$	1–200	$(5.5 + 23 d/d_t) Ga^{-0.075}$	$(4.4 + 18 d/d_t) Re'^{-0.1}_0$
$2.4 \times 10^4–8.3 \times 10^4$	200–500	$5.5 Ga^{-0.075}$	$4.4 Re'^{-0.1}_0$
$>8.3 \times 10^4$	>500	2.4	2.4

$\frac{u_c}{u_0} = e^n \rightarrow e = 0.82$  Cálculo exato sem aproximação (ao regime de escoamento)  
anteriormente...  $e = 0.83$



Study both theory and class exercises...

and visit the C&R book!