

Nome completo: \_\_\_\_\_

N.º aluno: \_\_\_\_\_ Curso: \_\_\_\_\_

Nas questões que se seguem e em cada alínea, apenas uma das respostas está correcta. Determine-a e assinale-a com uma cruz no quadrado correspondente. Uma resposta incorrecta desconta 0.1 valores e uma não resposta nada vale nem desconta.

1. Considere a amostra aleatória  $(X_1, X_2, \dots, X_n)$  de uma população com distribuição  $P(4\lambda)$ .

(0.3) (a) ☐ A ☐ B ☐ C ☐ D ☐ E O estimador  $\hat{\lambda} = \frac{\bar{X}}{4}$  é centrado para  $\lambda$ .

(0.3) (b) O erro quadrático médio (EQM) de  $\hat{\lambda} = \frac{\bar{X}}{4}$  é?

☐ A  $4\lambda$       ☐ B  $\frac{\lambda}{4n}$       ☐ C  $4\lambda^2$       ☐ D  $\frac{\lambda}{16n}$       ☐ E Nenhuma das anteriores

(0.3) (c) Dada a amostra  $(7, 3, 3, 5, 6, 5, 2, 5, 4, 2)$ , uma estimativa pontual de  $\lambda$  resultante de  $\hat{\lambda} = \frac{\bar{X}}{4}$ , é?

☐ A 4.20      ☐ B 1.05      ☐ C 2.10      ☐ D 3.05      ☐ E Nenhuma das anteriores

2. Considere a amostra das velocidades de download, em  $Mb/s$ , de 24 ligações à internet:

49.66	53.36	48.15	47.80	52.94	49.57	49.32	45.65	37.96	47.63	46.96	51.17
51.69	44.82	50.28	46.75	56.04	48.91	56.23	49.05	55.13	49.96	48.40	50.09

onde se observou  $\bar{x} = 49.48$  e  $s = 3.8964$ . Assuma a **normalidade** da população.

(0.4) (a) O intervalo de 95% de confiança para o valor médio da população é (com valores arredondados a 4 casas decimais):

☐ A ]47.8344; 51.1256[    ☐ B ]47.9211; 51.0389[    ☐ C ]48.1717; 50.7884[    ☐ D ]41.4184; 57.5417[

(0.4) (b) Para o teste de hipóteses  $H_0 : \mu \geq 50$  vs  $H_1 : \mu < 50$ , a região de rejeição para um nível de 1% de significância é:

☐ A  $R_{0.01} = ]2.326, +\infty[$     ☐ B  $R_{0.01} = ]-\infty, -1.319[$     ☐ C  $R_{0.01} = ]-\infty, -2.5[$     ☐ D  $R_{0.01} = ]1.282, +\infty[$

(0.3) (c) ☐ V ☐ F Seja  $p$  a proporção de ligações à internet com velocidade superior a  $50 Mb/s$ . Então,

$$IC_{95\%}(p) \subseteq IC_{99\%}(p).$$

3. Pretende-se estabelecer uma relação linear entre a temperatura do ar ( $x$  em graus Celsius) e a concentração de ozono ( $Y$  em microgramas por metro cúbico). Para tal foram obtidos os seguintes dados relativos a 11 medições:

$x_i$	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35
$y_i$	122.9	133.8	134.0	142.3	142.6	151.0	156.6	161.9	162.7	168.8	170.8

Resolva as questões com base nos cálculos obtidos pelo R:

Coefficients:					
	Estimate	Std. Error	t value	$Pr(>  t )$	
(Intercept)	8.2727	6.9782	1.186	0.266	
conc. ozono	4.7164	0.2313	20.389	7.66e-09	***
Signif. codes: 0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1					
Residual standard error: 2.426 on 9 degrees of freedom					
Multiple R-squared: 0.9788, Adjusted R-squared: 0.9765					

- (0.3) (a) A reta estimada é (com valores arredondados a 4 casas decimais):  
☐ A  $\hat{Y} = 8.2727 + 6.9782x$       ☐ B  $\hat{Y} = 4.7164 + 0.2313x$       ☐ C  $\hat{Y} = 8.2727 + 4.7164x$
- (0.3) (b) A estimativa do valor da concentração de ozono obtido pelo modelo para uma temperatura de 30 graus celsius é (com valores arredondados a 4 casas decimais):  
☐ A 149.7647      ☐ B 217.6187      ☐ C 11.6554      ☐ D 132.2612      ☐ E Nenhuma das anteriores
- (0.3) (c) ☐ V ☐ F O valor do coeficiente de determinação, permite concluir que a qualidade do ajustamento é "fraca".
- (0.3) (d) ☐ V ☐ F Para um nível de significância de 5%, rejeita-se a hipótese do verdadeiro valor do declive da recta de regressão ser nulo.

**Resolva a questão seguinte no espaço disponível e indicando todos os passos e justificações.**

4. O peso de uma folha de transistor de papel produzido na FCT é uma variável aleatória  $X$  com distribuição normal de valor médio desconhecido. Uma amostra de pesos de 30 folhas foi recolhida, donde resultou  $\bar{x} = 10gr$  e  $s = 0.8gr$ . Teste, para um nível de significância de  $\alpha = 5\%$ , a hipótese de o verdadeiro desvio padrão do peso das folhas ser igual a  $1gr$ .

(0.2) • Hipóteses:

(0.2) • Estatística do teste:

(0.2) • Região de rejeição:

(0.2) • Decisão:

Nome completo: \_\_\_\_\_

N.º aluno: \_\_\_\_\_ Curso: \_\_\_\_\_

Nas questões que se seguem e em cada alínea, apenas uma das respostas está correcta. Determine-a e assinale-a com uma cruz no quadrado correspondente. Uma resposta incorrecta desconta 0.1 valores e uma não resposta nada vale nem desconta.

1. Considere a amostra aleatória  $(X_1, X_2, \dots, X_n)$  de uma população com distribuição  $P(4\lambda)$ .

(0.3) (a) ☐ A ☐ F O estimador  $\hat{\lambda} = \frac{\bar{X}}{4}$  é centrado para  $\lambda$ .

(0.3) (b) O erro quadrático médio (EQM) de  $\hat{\lambda} = \frac{\bar{X}}{4}$  é?

☐ A  $4\lambda$

☐ B  $\frac{\lambda}{16n}$

☐ C  $4\lambda^2$

☐ D  $\frac{\lambda}{4n}$

☐ E Nenhuma das anteriores

(0.3) (c) Dada a amostra  $(7, 3, 3, 5, 6, 5, 2, 5, 4, 2)$ , uma estimativa pontual de  $\lambda$  resultante de  $\hat{\lambda} = \frac{\bar{X}}{4}$ , é?

☐ A 1.05

☐ B 4.20

☐ C 3.05

☐ D 2.10

☐ E Nenhuma das anteriores

2. Considere a amostra das velocidades de download, em  $Mb/s$ , de 24 ligações à internet:

49.66	53.36	48.15	47.80	52.94	49.57	49.32	45.65	37.96	47.63	46.96	51.17
51.69	44.82	50.28	46.75	56.04	48.91	56.23	49.05	55.13	49.96	48.40	50.09

onde se observou  $\bar{x} = 49.48$  e  $s = 3.8964$ . Assuma a **normalidade** da população.

(0.4) (a) O intervalo de 95% de confiança para o valor médio da população é (com valores arredondados a 4 casas decimais):

☐ A ]47.9211; 51.0389[ ☐ B ]48.1717; 50.7884[ ☐ C ]47.8344; 51.1256[ ☐ D ]41.4184; 57.5417[

(0.4) (b) Para o teste de hipóteses  $H_0 : \mu \geq 50$  vs  $H_1 : \mu < 50$ , a região de rejeição para um nível de 1% de significância é:

☐ A  $R_{0.01} = ]-\infty, -2.5[$  ☐ B  $R_{0.01} = ]1.282, +\infty[$  ☐ C  $R_{0.01} = ]2.326, +\infty[$  ☐ D  $R_{0.01} = ]-\infty, -1.319[$

(0.3) (c) ☐ V ☐ F Seja  $p$  a proporção de ligações à internet com velocidade superior a  $50 Mb/s$ . Então,

$$IC_{95\%}(p) \supseteq IC_{99\%}(p).$$

3. Pretende-se estabelecer uma relação linear entre a temperatura do ar ( $x$  em graus Celsius) e a concentração de ozono ( $Y$  em microgramas por metro cúbico). Para tal foram obtidos os seguintes dados relativos a 11 medições:

$x_i$	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35
$y_i$	122.9	133.8	134.0	142.3	142.6	151.0	156.6	161.9	162.7	168.8	170.8

Resolva as questões com base nos cálculos obtidos pelo R:

Coefficients:					
	Estimate	Std. Error	t value	$Pr(>  t )$	
(Intercept)	8.2727	6.9782	1.186	0.266	
conc. ozono	4.7164	0.2313	20.389	7.66e-09	***
Signif. codes: 0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1					
Residual standard error: 2.426 on 9 degrees of freedom					
Multiple R-squared: 0.9788, Adjusted R-squared: 0.9765					

- (0.3) (a) A reta estimada é (com valores arredondados a 4 casas decimais):  
☐ A  $\hat{Y} = 8.2727 + 4.7164x$       ☐ B  $\hat{Y} = 4.7164 + 0.2313x$       ☐ C  $\hat{Y} = 8.2727 + 6.9782x$
- (0.3) (b) A estimativa do valor da concentração de ozono obtido pelo modelo para uma temperatura de 30 graus celsius é (com valores arredondados a 4 casas decimais):  
☐ A 11.6554      ☐ B 217.6187      ☐ C 149.7647      ☐ D 132.2612      ☐ E Nenhuma das anteriores
- (0.3) (c) ☐ V ☐ F O valor do coeficiente de determinação, permite concluir que a qualidade do ajustamento é "fraca".
- (0.3) (d) ☐ V ☐ F Para um nível de significância de 5%, não se rejeita a hipótese do verdadeiro valor do declive da recta de regressão ser nulo.

**Resolva a questão seguinte no espaço disponível e indicando todos os passos e justificações.**

4. O peso de uma folha de transistor de papel produzido na FCT é uma variável aleatória  $X$  com distribuição normal de valor médio desconhecido. Uma amostra de pesos de 30 folhas foi recolhida, donde resultou  $\bar{x} = 10gr$  e  $s = 0.8gr$ . Teste, para um nível de significância de  $\alpha = 5\%$ , a hipótese de o verdadeiro desvio padrão do peso das folhas ser igual a  $1gr$ .

(0.2) • Hipóteses:

(0.2) • Estatística do teste:

(0.2) • Região de rejeição:

(0.2) • Decisão: