

## Cálculo Numérico

### Ficha 1 - Introdução (Teoria de Erros)

1. Considere os seguintes valores aproximados

- a) 108.1
- b) 94.23 (8)
- c) 61.124 (0.5)
- d) 5.03 (20)
- e)  $206.1 \pm 0.02$
- f) 717.0 .

Indique, justificando, o número de casas decimais significativas e o número de algarismos significativos que se pode garantir para cada uma das aproximações anteriores.

2. Considere os números  $x_1 = \pi$ ,  $x_2 = e^{-1}$  e  $x_3 = \sin(1)$  e os respetivos valores aproximados  $\hat{x}_1 = 3.1416$ ,  $\hat{x}_2 = 0.368$  e  $\hat{x}_3 = 0.8414$ .

- a) Indique, justificando, quais dos valores  $\hat{x}_1$ ,  $\hat{x}_2$  e  $\hat{x}_3$  são valores aproximados por excesso ou por defeito.
- b) Determine o erro absoluto e o erro relativo de cada um dos anteriores valores aproximados.
- c) Qual dos valores  $\hat{x}_1$ ,  $\hat{x}_2$  e  $\hat{x}_3$ , tem maior precisão ? Justifique.
- d) Com base nas alíneas a) e b), indique intervalos, com amplitude tão pequena quanto possível (utilizando 6 casas decimais devidamente arredondadas), que contenham os valores exatos  $x_1$ ,  $x_2$  e  $x_3$ .

3. Sejam  $f(x) = x^4 - 16$  e  $g(y) = \cos(y)$ , funções reais de variável real.

- a) Determine expressões para  $C_f(x)$  e  $C_g(y)$ . O que se pode dizer acerca do condicionamento das funções  $f$  e  $g$ ?
- b) Sendo  $x = 1.999$  e  $\hat{x} = 1.9999$ , calcule os erros relativos

$$r_x = \frac{|x - \hat{x}|}{|x|} \quad \text{e} \quad r_{f(x)} = \frac{|f(x) - f(\hat{x})|}{|f(x)|}.$$

- c) Calcule  $C_f(1.999)$  e, com base neste resultado, comente os resultados obtidos em b).
- d) Sendo  $y = 0.499\pi$  e  $\hat{y} = 0.4999\pi$ , calcule os erros relativos

$$r_y = \frac{|y - \hat{y}|}{|y|} \quad \text{e} \quad r_{g(y)} = \frac{|g(y) - g(\hat{y})|}{|g(y)|}.$$

- e) Calcule  $C_g(0.499\pi)$  e, com base neste resultado, comente os resultados obtidos em d).

#### 4. Exercício computacional (realizado em R ou Python)

Considere os sistemas de equações lineares:

$$S_1 \equiv \begin{cases} 4x + 13y = 26 \\ 3x + 10y = 20 \end{cases} \quad \text{e} \quad S_2 \equiv \begin{cases} 4x + 13y = 25.9 \\ 3x + 10y = 20.1 \end{cases}.$$

- a) Imprima o gráfico conjunto das retas correspondentes ao sistema de equações  $S_1$ .
- b) Imprima o gráfico conjunto das retas correspondentes ao sistema de equações  $S_2$ .
- c) Determine as soluções dos dois sistemas de equações.
- d) Com base nos resultados obtidos na alínea c) o que pode concluir? Justifique.