

AM 1 - Ficha 6 Resolução

Teoremas da Continuidade e Função Inversa

Felipe Pinto - 61387

26/04 - 2021.1

Conteúdo

I	Questões	2
	Questão 1	2
	Q1 - c) $\cos(1/x) x/(x+1) = \sin(x)/x \quad x \in (0, \infty)$ Refazer	2
	Questão 3	2
	Q3 - a)	2
	Q3 - b)	2
	Q3 - c) $\exists f_{(x)} \in \mathbb{R} : f_{(x)} \in \mathbb{I} \quad \forall x \in \mathbb{Q}$	2
	Q3 - d) $f_{(x)} \in \mathbb{R} : \dots$	3
	Questão 7	3
	Q7 - a) $h_{(x)} = \ln(\sqrt{x-1} + 1) \quad h_{(x)} : [1, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$	3
	(i) $h_{(x)}$ é injetiva	3
	(ii) $I = \text{CD}_{h_{(x)}}$	3
	(iii) h^{-1}	3

Parte I

Questões

Questão 1

Q1 - c) $\cos(1/x) x/(x+1) = \sin(x)/x \quad x \in (0, \infty)$ **Refazer**

$$\Longleftrightarrow f_{(x)} = \frac{x}{x+1} \cos(1/x) - \frac{\sin(x)}{x} \Longrightarrow$$

$$\Longrightarrow \lim_{x \rightarrow 0^+} f_{(x)} = 0 - 1 = -1 < 0;$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} f_{(x)} = 1 - 0 = 1 > 0$$

...

Questão 3

Q3 - a)

Não, como o ontradomionio é $\mathbb{R} \setminus \{0\}$ para quaisquer $a < 0 < b$ existem $\{a', b\} \in \mathbb{R}$:

$$f_{(a')} = a \quad \text{e} \quad f_{(b')} = b$$

Portanto $f_{(a')} < 0 < f_{(b')}$

Não existe pois ela possui termos maiores e menores que zero, e como é continua zero deve ser incluso.

Q3 - b)

Q3 - c) $\exists f_{(x)} \in \mathbb{R} : f_{(x)} \in \mathbb{I} \quad \forall x \in \mathbb{Q}$

sim:

$$c_{(x)} = x + \sqrt{2}$$

...

Q3 - d) $f_{(x)} \in \mathbb{R} : \dots$

sim,

$$d_{(x)} = \begin{cases} 1 & x \in \mathbb{Q} \\ 0 & x \in \mathbb{R} \setminus \mathbb{Q} \end{cases}$$

Questão 7

Q7 - a) $h_{(x)} = \ln(\sqrt{x-1} + 1) : [1, \infty) \mapsto \mathbb{R}$

(i) $h_{(x)}$ é injetiva

$$\begin{aligned} \iff x_1 = x_2 \quad \forall \{x_1, x_2\} \in [1, \infty) : h_{(x_1)} = h_{(x_2)} &\implies \\ \implies \ln(\sqrt{x_1-1} + 1) = \ln(\sqrt{x_2-1} + 1) &\implies |x_1 - 1| = |x_2 - 1|; \\ \{x_1, x_2\} \in [1, \infty) &\implies x_1 = x_2 \end{aligned}$$

(ii) $I = \text{CD}_{h_{(x)}}$

(iii) h^{-1}

$$\begin{aligned} \iff x = \ln\left(\sqrt{h_{(x)}^{-1} - 1} + 1\right) &\implies h_{(x)}^{-1} = (e^x - 1)^2 - 1 \\ \therefore h_{(x)}^{-1} = (e^x - 1)^2 - 1 : [0, \infty) &\mapsto [1, \infty) \end{aligned}$$