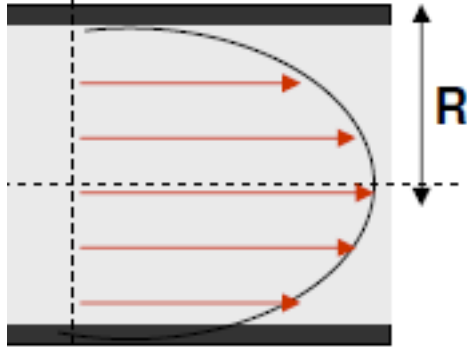


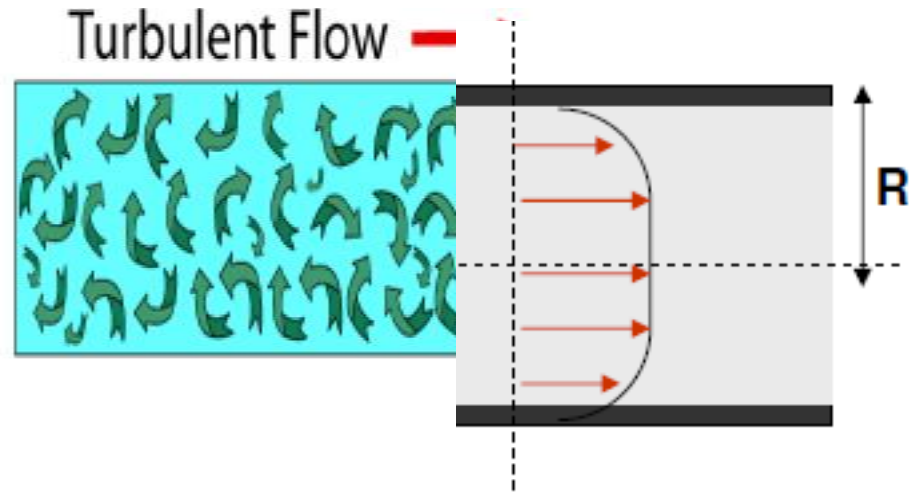
Transporte de momento

Fluxo laminar:



$$v_x = v_{máx} \left(1 - \left(\frac{r}{R} \right)^2 \right)$$

$$\tau_y = -\mu \frac{dv}{dr}$$



$$v_x = v_{máx} \left(1 - \frac{r}{R} \right)^{1/7}$$

Experimental, Lei da 7ª potência

$$\tau_y = -\left(\mu + \rho E_\tau(r) \right) \frac{dv}{dr}$$

$$\tau_y = -(\mu + \rho E_\tau(r)) \frac{dv}{dr}$$

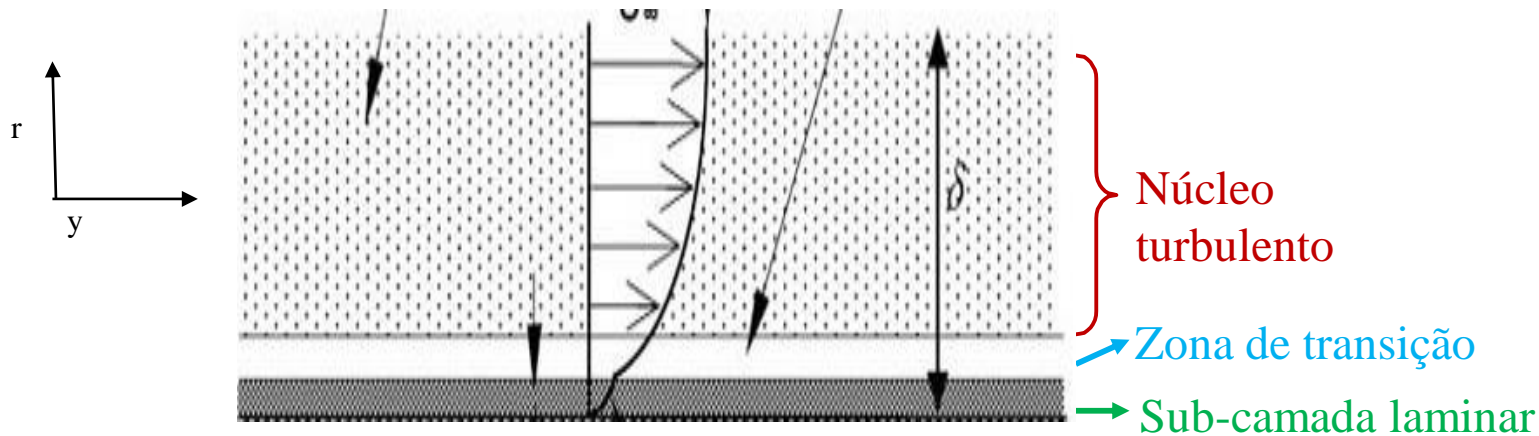
A resolução das eqs de transporte anteriores implica manipulações matemáticas, conhecimento de gradientes de velocidade e de difusividade. Complexo.

Seria bom obter a mesma informação com funções mais simples, que exijam dados fáceis de determinar e se possível em termos de propriedades médias e não pontuais.



Análise da razão de mecanismos (ARM) ou análise dimensional

Modelo da tensão membranar



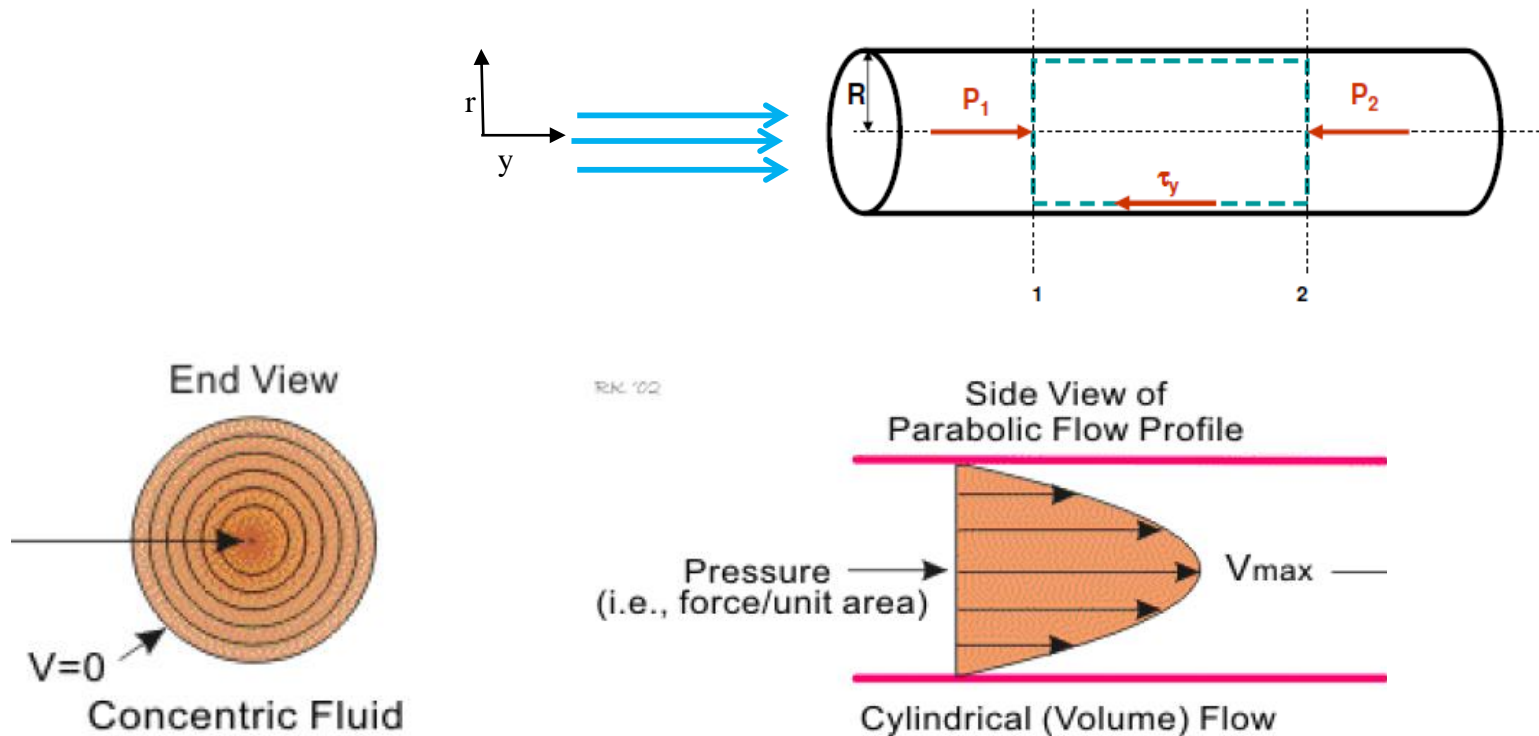
- Para velocidades baixas, não existe núcleo turbulento → Fluxo laminar

O fluido move-se na direção do fluxo (y) sem outra componente de velocidade noutra direção



Desenvolve-se uma tensão no fluido

$$\tau_y = -\mu \frac{dv}{dr}$$

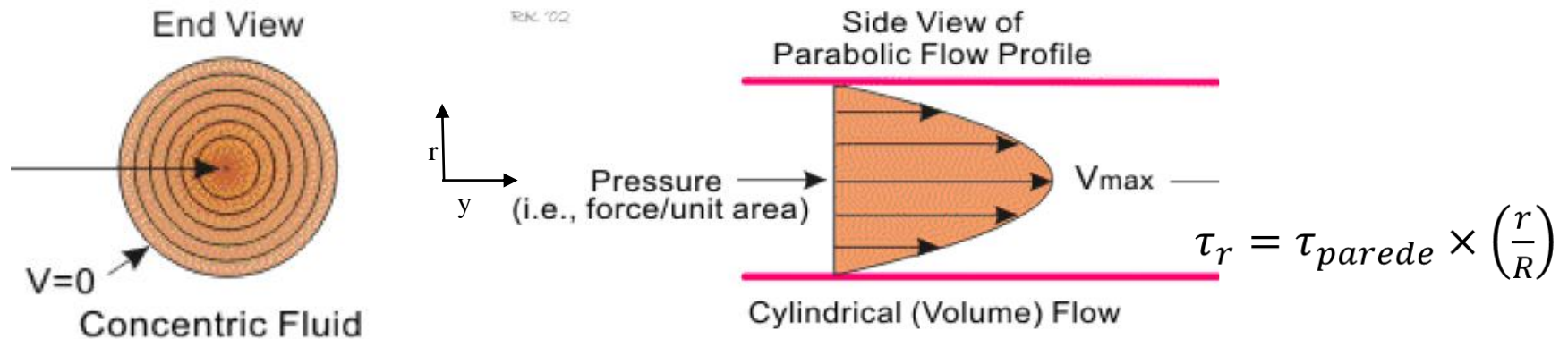


Podemos considerar o tubo cheio com um nº infinito de lâminas de fluido tubulares concêntricas adjacentes umas às outras

Cada lâmina actua como uma membrana tubular de tensão que tende a confinar o fluido ao espaço anelar entre elas.

A força das membranas (ou a tensão no fluido) aumenta linearmente de zero no centro até um máximo na parede.

$$\tau_r = \tau_{parede} \times \left(\frac{r}{R} \right)$$



Se se formar um remoinho, este tende a ter uma componente radial de velocidade

Mas existe uma tensão membranar que tende a confinar o fluido de forma ordenada no espaço anelar.

Se a en. cinética do remoinho for suficientemente elevada



Este pode penetrar na membrana de tensão e formar um turbilhão

Neste modelo, a tensão no fluido é zero no centro



É onde há mais probabilidade de aparecerem turbilhões (está de acordo com a observação experimental)

O turbilhão vai penetrando as várias membranas até encontrar uma região de elevada tensão, suficiente para anular a sua en. cinética

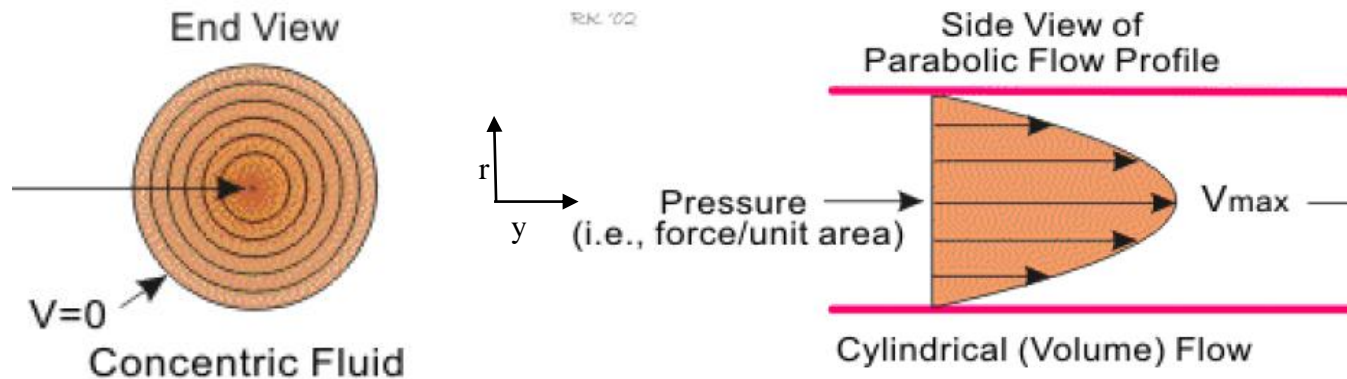


O turbilhão é absorvido e mantém-se a ordem do escoamento

À medida que se aproxima da parede encontra membranas de tensão cada vez maior



Menor probabilidade de penetrar na membrana. Zona junto à parede não há actividade turbilhonar: é a sub-camada laminar



$$\tau_r = \tau_{parede} \times \left(\frac{r}{R}\right)$$

Na parede, a membrana é suportada pela parede



A tensão é tão elevada que nenhum turbilhão a penetra

Com este modelo da tensão membranar, podemos estabelecer relações entre os vários mecanismos de transporte, usando valores médios de propriedades

T. Turbulento ~ E. cinética

T. Molecular ~ Tensão

- Em regime laminar (T. molecular) em condutas cilíndricas: $v_y(r) = 2 \times \bar{v} \left(1 - \left(\frac{r}{R}\right)^2\right)$

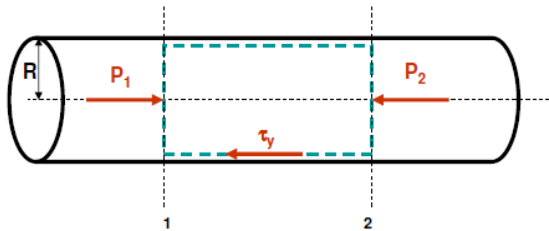
$$\tau_y = -\mu \frac{dv}{dr} = \mu \frac{4\bar{v}r}{R_1^2}$$

Na parede:

$$\tau_1 = \mu \frac{4\bar{v}}{R_1} = \frac{8\mu\bar{v}}{D}$$

Transporte mec molecular

A determinação de τ num fluido é geralmente indirecta e baseada na ΔP por comprimento de tubo e relacionam-se através de um balanço de forças. Dá-nos a τ total (molecular mais turbulento)



$$(-\Delta P) \pi R_1^2 = \tau_1 \cdot 2\pi R_1 L$$

$$\tau_1 = \left(-\frac{\Delta P}{L}\right) \frac{R_1}{2} = \left(-\frac{\Delta P}{L}\right) \frac{D}{4}$$

E tínhamos do mec molecular: $\tau_1 = \frac{8\mu\bar{V}}{D}$

× 4:

$$4\tau_1 = \left(-\frac{\Delta P}{L}\right) D$$

Transporte total de momento

$$4\tau_1 = \frac{32\mu\bar{V}}{D}$$

Transporte mec molecular

- Se regime turbulento, temos que adicionar mais um termo

O modelo da membrana de tensão considera 1 turbilhão como um elemento de volume com en. cinética suficiente para romper a membrana de tensão



Pela análise da razão de mecanismos (ARM) temos que incorporar 1 grupo de variáveis funcionais relacionadas com en. cinética (que contabiliza o t. turbulento)

Pode-se considerar que t. turbulento ~ en. cinética

$$\frac{\text{Energia cinética}}{\text{volume}} \sim \frac{m \cdot \bar{V}^2}{2 \cdot \text{volume}} = \frac{\rho \bar{V}^2}{2}$$

Transporte mec turbulento

$$4\tau_1 = \left(-\frac{\Delta P}{L} \right) D \quad (1)$$

Transporte total de momento

$$4\tau_1 = \frac{32\mu\bar{V}}{D} \quad (2)$$

Transporte mec molecular

Dividindo 1) e 2) por $\frac{\rho \cdot \bar{V}^2}{2}$ vem:

$$\frac{8\tau_1}{\rho \bar{V}^2} = \left(-\frac{\Delta P}{L} \right) \frac{2}{\rho \bar{V}^2} D$$

grupos adimensionais, representam uma razão adimensional entre 2 mecanismos

$\frac{\text{transporte momento total}}{\text{transporte momento mec turbulento}}$

= **Factor de fricção ou factor de atrito (f)**

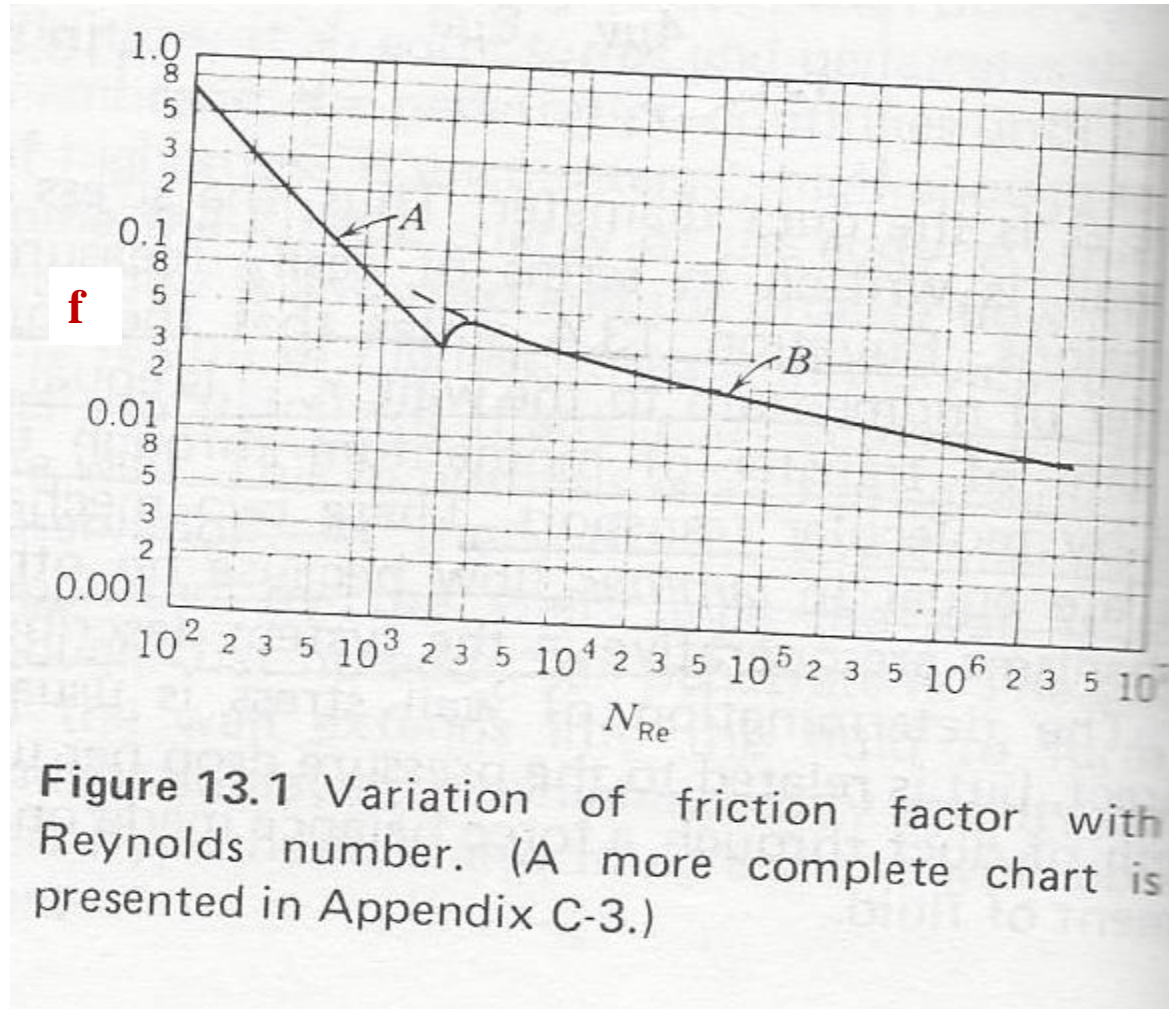
$$\frac{64 \cdot \mu \cdot \bar{V}}{D \cdot \rho \cdot \bar{V}^2} = 64 \frac{\mu}{D \cdot \rho \cdot \bar{V}} = \frac{64}{Re}$$

$\frac{\text{transporte momento mec.molecular}}{\text{transporte momento mec.turbulento}}$

$$\mathbf{f} = \frac{64}{Re} \text{ (fluxo laminar)}$$

$$\mathbf{f} = f(Re) = k(Re)^a \text{ (fluxo turbulento)}$$

$$f = \frac{64}{Re} \quad \text{fluxo laminar}$$



f vs Re em tubos lisos, a partir de dados experimentais para uma larga gama de variáveis: V média, ρ , D , μ , em fluxo plenamente desenvolvido (ie perfil de velocidades cte ao longo do tubo)

2 curvas distintas separadas por uma descontinuidade:

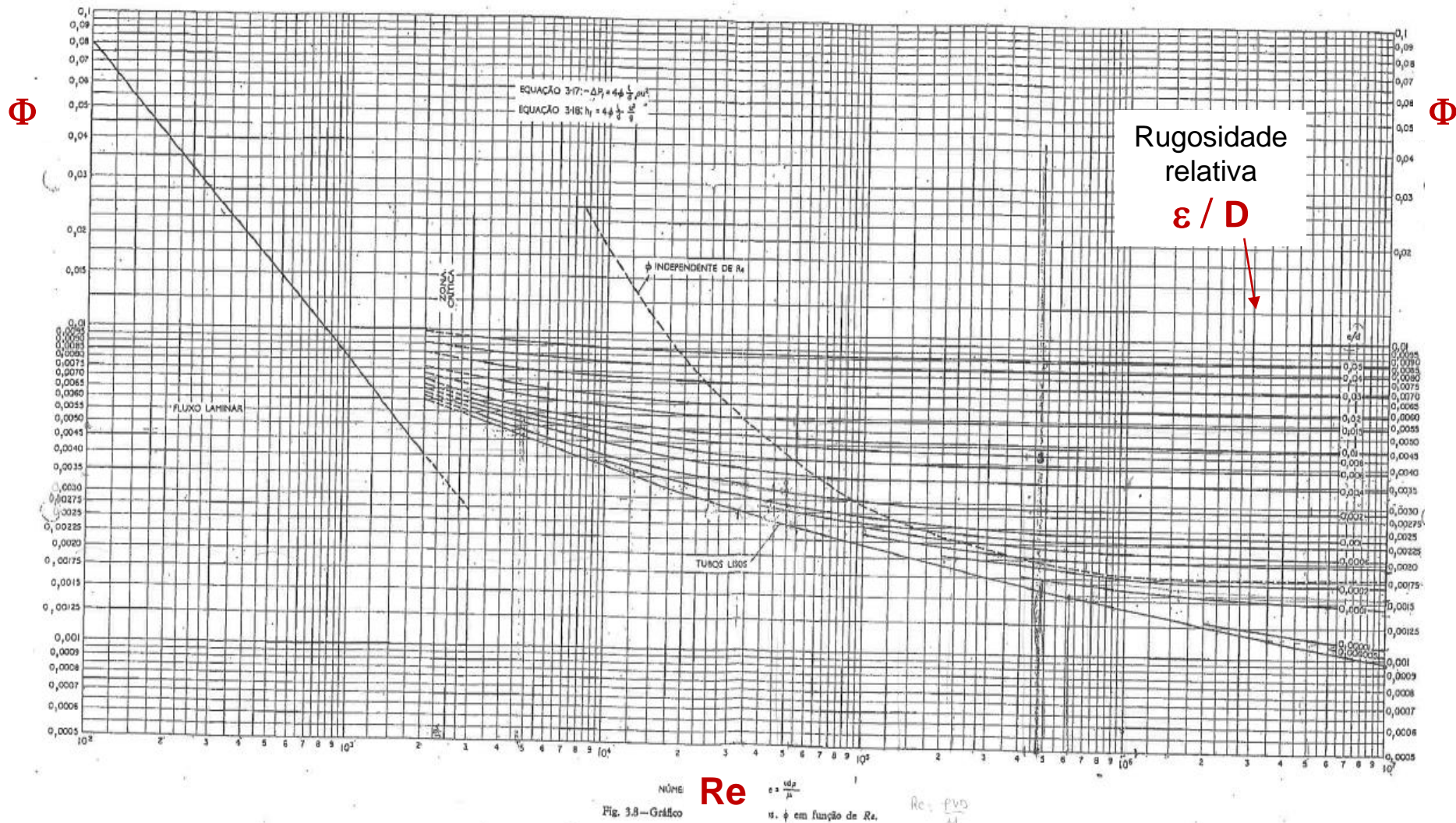
A- $N_{Re} < 2100$: fluxo laminar, de acordo com $f = 64/Re$

B- $N_{Re} > 3500$: fluxo turbulento

há ainda uma zona de transição entre fluxo laminar e fluxo turbulento

Tubos comerciais não são lisos: o atrito em tubos rugosos é cerca de 20 – 30 vezes superior t. lisos

Diagrama de Moody: Representa o factor de atrito Φ (ou ϕ) vs Re em tubos com várias rugosidades (ε)

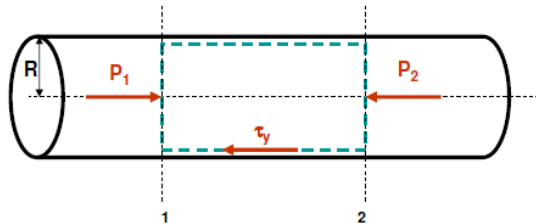


O f ou Φ podem ser definidos em expressões com uma constante diferente mas o significado é o mesmo. **ATENÇÃO: Vêr no gráfico que se usa qual a expressão de f ou Φ**

$$f = \frac{8\tau_1}{\rho \bar{V}^2} = \left(-\frac{\Delta P}{L} \right) \frac{2}{\rho \bar{V}^2} D$$

Vamos usar gráficos com Φ ($= f/8$)

$$\Phi = \frac{f}{8} = \left(\frac{\tau_1}{\rho \cdot v^2} \right)$$



Quando um fluido circula através de um tubo, transfere momento para as paredes do tubo e consequentemente sofre uma perda de pressão.

Estas grandezas relacionam-se através de :



$$(-\Delta P)_{at} = 4 \cdot \tau_1 \cdot \frac{L}{D}$$

Para pudermos dimensionar sistemas de transporte de fluidos na industria temos que prever qual o $(-\Delta P)_{atrito}$

Se x por ρv^2 e : por ρv^2 vem:

$$(-\Delta P)_{at} = 4 \cdot \left(\frac{\tau_1}{\rho \cdot v^2} \right) \cdot \frac{L}{D} \cdot \rho \cdot v^2$$

Queda de pressão no tubo (devido ao atrito)

Φ = factor de atrito (n^o = $\frac{\text{t. momento total}}{\text{t. momento mec. turbulento}}$ adimensional)

$$(-\Delta P)_{at} = 4. \Phi. \frac{L}{D}. \rho. v^2$$

em unidades de pressão

$$\Phi = f\left(\text{Re}, \frac{e}{D}\right)$$

$$h_{at} = \frac{\Delta P_{at}}{\rho. g} = 4. \Phi. \frac{L}{D} \frac{v^2}{g}$$

em unidades de comprimento
carga de atrito

$$\Phi = \frac{\tau_1}{\rho. v^2}$$

Re:

$$Re = \frac{D. \rho. \bar{V}}{\mu}$$

$$= \frac{\text{transporte momento mec. turbulento}}{\text{transporte momento mec. molecular}}$$

**Define a hidrodinâmica
do sistema**

Quaisquer 2 sistemas que operem com o mesmo Re são dinamicamente semelhantes relativamente aos mecanismos associados à transferência de momento.

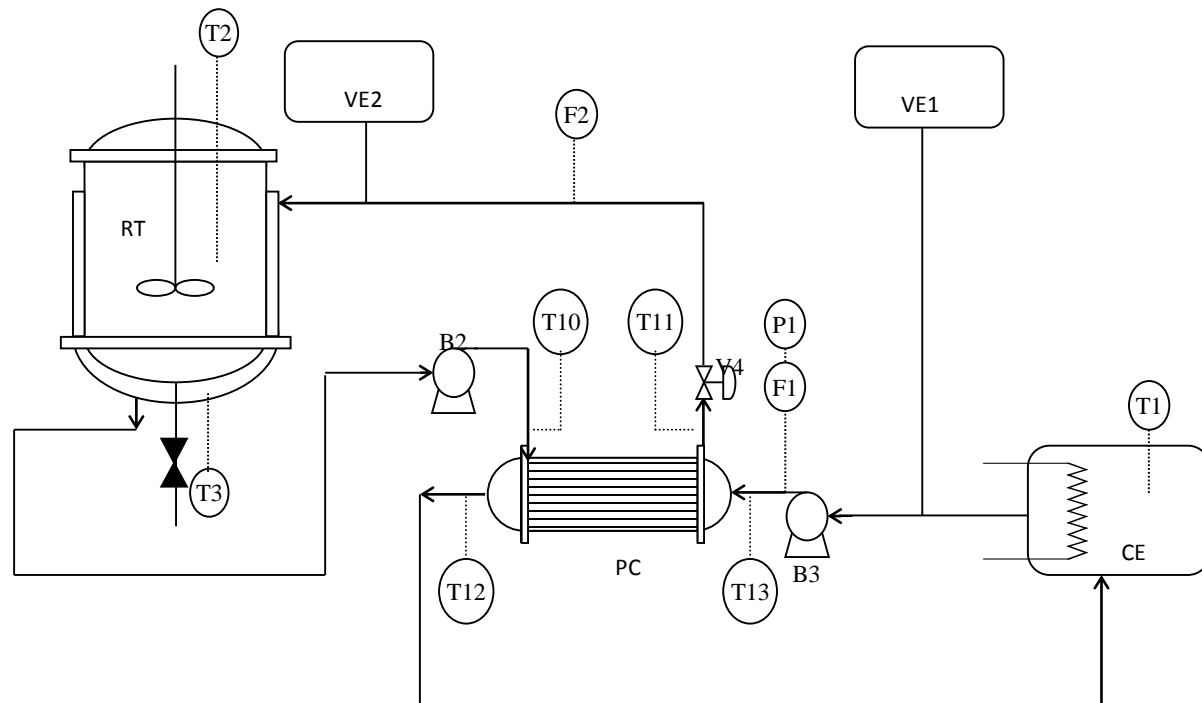
Material	Rugosidad absoluta ϵ (mm)
Acero bridado	0.9-9
Acero comercial	0.45
Acero galvanizado	0.15
Concreto	0.3-3
Concreto bituminoso	0.25
CCP	0.12
Hierro forjado	0.06
Hierro fundido	0.15
Hierro dúctil ⁽¹⁾	0.25
Hierro galvanizado	0.15
Hierro dulce asfaltado	0.12
GRP	0.030
Polietileno	0.007
PVC	0.0015

(1) cuando la tubería de hierro dúctil esté revestida internamente, se debe tomar el valor de rugosidad absoluta del material de revestimiento.

$$(-\Delta P)_{at} = 4 \cdot \Phi \cdot \frac{L}{D} \cdot \rho \cdot v^2$$

Queda de pressão no tubo (devido ao atrito)

No meio industrial os circuitos de transporte de fluidos são constituídos por tubos retilíneos de vários diâmetros e de vários acessórios como ligações, válvulas, medidores de caudal, cotovelos, contrações e alargamentos, etc:



No meio industrial os circuitos de transporte de fluidos são constituídos por tubos retilíneos de vários diâmetros e de vários acessórios como ligações, válvulas, medidores de caudal, cotovelos, contrações e alargamentos, etc:



Estes acessórios servem para ligar secções de tubos, modificar a direção da linha de tubos, modificar o diâmetro de uma linha, interromper uma linha ou ainda reunir duas correntes para formar uma terceira, etc.

Estes acessórios assim como contrações e alargamentos também contribuem para a perda de carga e têm de ser considerados no cálculo de $(-\Delta P)$

$$(-\Delta P_{\text{atrito}}) = (-\Delta P_{\text{atrito}})_{\text{tubo}} + \sum_{\text{acessórios}} (-\Delta P_{\text{atrito}}) + \sum_{\text{acidentes}} (-\Delta P_{\text{atrito}})$$

acessórios:

Esta perda de carga pode ser contabilizada considerando um comprimento equivalente para cada acessório

Valores médios das perdas por atrito em diversos acessórios de tubagem para escoamento turbulento de um fluido

As perdas estão expressas como comprimento equivalente com a mesma resistência

Número de diâmetros

Joelhos de 45° (a)	15 diâmetros de tubo		
Joelhos 90° (raio normal) (b)	30-40	»	»
Joelhos 90° angulosos (c)	60	»	»
Saída do ramal de um tê (d)	60	»	»
Entrada p/ o ramal de um tê (d)	90	»	»
Unões e junções (e)	Geralmente mt. pequenas		
Válv. de sede bem abertas	60-300 diâmetros de tubo		
Vál. de guilhotina: bem aberta	7	»	»
$\frac{3}{4}$ aberta	40	»	»
$\frac{1}{2}$ aberta	200	»	»
$\frac{1}{4}$ aberta	800	»	»

Ex: tubo com $D = 7,6 \text{ cm}$
Com 2 joelhos em ângulo recto?

$$L_{\text{joelho}} = 40 \times D_{\text{tubo}} = 40 \times 0,076 \text{ m} = 3,04 \text{ m}$$

$$(-\Delta P)_{at}^{joelho} = 4 \cdot \Phi \cdot \frac{L_{joelho}}{D} \cdot \rho \cdot v^2$$

L_{eq} Soma dos comprimentos do tubo + acessórios – comprimento equivalente.

$$(-\Delta P)_{at} = (-\Delta P_{atrito})_{tubo} + 2 \times (-\Delta P_{atrito})_{joelhos}$$

$$(-\Delta P)_{at} = 4 \cdot \Phi \cdot \frac{L_{tubo}}{D} \cdot \rho \cdot v^2 + 2 \times 4 \cdot \Phi \cdot \frac{L_{joelho}}{D} \cdot \rho \cdot v^2 = 4 \cdot \Phi \cdot \frac{L_{tubo} + 2 \times L_{joelho}}{D} \cdot \rho \cdot v^2$$

$$L_{equivalente} = L_{tubo} + \sum_{acessórios} L_{equivalente}$$

$$(-\Delta P)_{at} = 4 \cdot \Phi \cdot \frac{L_{equivalente}}{D} \cdot \rho \cdot v^2$$

Perda por atrito ou fricção:

$$(-\Delta P)_{at} = 4.\Phi.\frac{L_{equivalente}}{D}.\rho.v^2$$

em unidades de pressão

$$\Phi = f\left(\text{Re}, \frac{e}{D}\right)$$

$$\Phi = \frac{\tau_1}{\rho.v^2}$$

$$h_{at} = \frac{\Delta P_{at}}{\rho.g} = 4\Phi \frac{L_{eq}}{D} \frac{v^2}{g}$$

em unidades de comprimento
carga de atrito

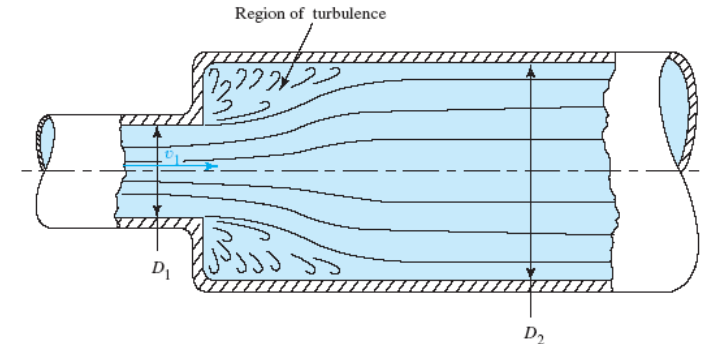
L_{eq} – comprimento equivalente. Soma dos comprimentos do tubo + acessórios

Acidentes

Alargamento súbito:

$$(-\Delta P)_{\text{atrito}}^{\text{alargamento}} = \rho \cdot \frac{(v_1 - v_2)^2}{2}$$

em unidades de pressão



$$h_{\text{atrito}}^{\text{alargamento}} = \frac{(v_1 - v_2)^2}{2g}$$

em unidades de comprimento
carga de atrito

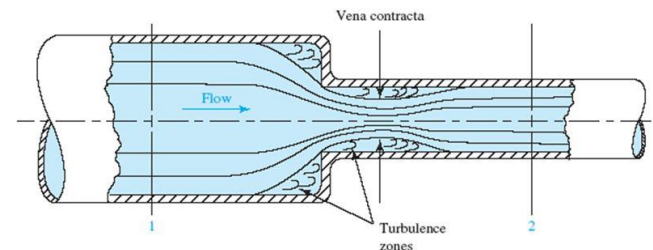
Contração súbita:

$$(-\Delta P)_{\text{atrito}}^{\text{contração}} = \frac{\rho v_2^2}{2} \left(\frac{1}{C_c} - 1 \right)^2$$

$$h_{\text{atrito}}^{\text{contração}} = \frac{v_2^2}{2g} \left(\frac{1}{C_c} - 1 \right)^2$$

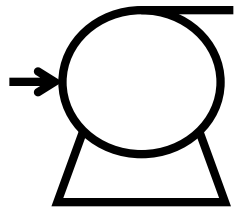
Cc- coeficiente de contração, varia entre 0.6 – 1.0, geralmente Cc=0.67

SUDDEN CONTRACTION



$$(-\Delta P_{\text{atrito}}) = (-\Delta P_{\text{atrito}})_{\text{tubo}} + \sum_{\text{acessórios}} (-\Delta P_{\text{atrito}}) + \sum_{\text{acidentes}} (-\Delta P_{\text{atrito}})$$

Bomba tem de fornecer pressão, ΔP_b , de igual valor a $(-\Delta P_{\text{at}})$



$$\Delta P_b$$

$$h_b = \frac{\Delta P_b}{\rho \cdot g}$$

$$Potência_{bomba-liquido} = \Delta P_b \cdot G_v$$

$$Potência_{bomba} = \frac{\Delta P_b \cdot G_v}{\eta}$$

Diâmetro Equivalente em tubos não cilíndricos

Até agora vimos o cálculo das perdas por atrito em tubos de secção cilíndrica, no qual o líquido ocupa totalmente a área de escoamento.

Em tubos ou canais cuja secção não é circular ou onde o escoamento ocorre em tubos parcialmente cheios, se o escoamento é turbulento e o fluido newtoniano, as técnicas descritas podem ser usadas, com as modificações para a nova geometria.

No factor de fricção e no Re , o D do tubo, que define a geometria, tem que ser substituído por um D equivalente, que defina a nova geometria.

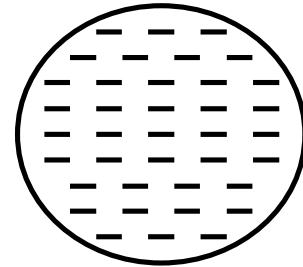
O diâmetro equivalente é definido, tradicionalmente, como:

$$D_{eq} = 4 \times \left(\frac{\text{área da secção recta de escoamento}}{\text{perímetro molhado}} \right)$$

O perímetro molhado é a porção da parede numa secção transversal do tubo, na qual existe contacto com o fluido.

Diferentes situações de cálculo do diâmetro equivalente:

Tubo circular cheio

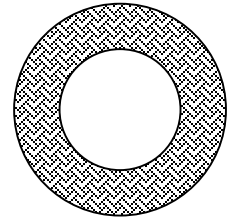


$$D_{eq} = 4 \left(\frac{\text{Área da seção transversal de escoamento}}{\text{Perímetro molhado}} \right)$$

$$D_{eq} = 4 \frac{\pi \frac{D^2}{4}}{\pi D}$$

$$D_{eq} = D$$

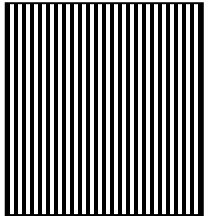
Tubos circulares concêntricos (área anelar):



$$D_{eq} = 4 \frac{\left(\frac{\pi}{4} D_{ext}^2 - \frac{\pi}{4} D_{int}^2 \right)}{\pi D_{ext} + \pi D_{int}} = \frac{(D_{ext}^2 - D_{int}^2)}{D_{ext} + D_{int}} = \frac{(D_{ext} - D_{int})(D_{ext} + D_{int})}{D_{ext} + D_{int}}$$

$$D_{eq} = D_{ext} - D_{int}$$

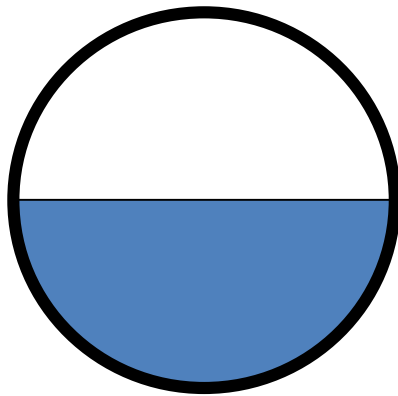
Tubo de seção quadrada:



$$D_{eq} = 4 \frac{L^2}{4L}$$

$$D_{eq} = L$$

Tubo circular cheio até metade



$$D_{eq} = 4 \frac{\frac{1}{2} \left(\frac{1}{4} \right) \pi D^2}{\frac{1}{2} \pi D} = D$$