IPEIO - Probabilidades e Estatística
Ano Lectivo 2015/16
Teste 1
Duração: 1h15

Nome completo: ______________________________

N.º aluno: __________ Curso: __________

1. Assinale com uma cruz sobre **V** para verdadeiro ou sobre **F** para falso, o valor lógico de cada uma das seguintes afirmacões. Uma resposta incorrecta desconta 0.1 valores e uma não resposta nada vale nem desconta.

   Admita que A, B e C são acontecimentos de um espaço de acontecimentos $(\Omega, \mathcal{F})$ e que: A e B são disjuntos, $P(A) = 0.2$, $P(A \cup C) = 0.4$, $P(A \cap C) = 0.1$.

(0.3) • V F $P(A \cap B \cap C) = 0.1$

(0.3) • V F $P(C) = 0.3$

(0.3) • V F $P\left(A \cap \overline{C}\right) = 0.1$

(0.3) • V F Se A e C forem acontecimentos independentes, então $P(C) = 0.5$

2. Em cada alínea apenas uma das respostas está correcta. Determine-a e assinale-a com uma cruz no quadrado correspondente. Uma resposta incorrecta desconta 0.1 valores e uma não resposta nada vale nem desconta.

   Uma empresa industrial tem três centros produtivos, as fábricas (F_1, F_2, F_3), que escoam toda a sua produção para um entreposto comercial. A fábrica F_1 tem uma capacidade produtiva (nº peças/dia) que é o dobro da capacidade de qualquer uma das outras fábricas (F_2, F_3). A tecnologia de produção das fábricas (F_1, F_2) é mais moderna que a da fábrica F_3, o que se reflecte nas respectivas taxas de produção com defeito: 2% para F_1 e F_2, e 4% para F_3.

(0.5) (a) Retirando uma peça ao acaso do entreposto, qual a probabilidade desta ter defeito?

A 0.06 B 0.025 C 0.11 D 0.15 E Nenhuma das anteriores

(0.5) (b) Se a peça retirada tiver defeito, qual a probabilidade de ter sido produzida pela fábrica F_1?

A 0.3 B 0.35 C 0.41 D 0.25 E Nenhuma das anteriores

3. Em cada alínea apenas uma das respostas está correta. Determine-a e assinale-a com uma cruz no quadrado correspondente. Uma resposta incorreta desconta 0.1 valores e uma não resposta nada vale nem desconta.

   Considere a seguinte função:

$$g(x) = \begin{cases} mx + b, & x \in [0, a[\\ 0, & x \notin [0, a] \end{cases}$$

(0.3) (a) V F Para $m = 3/2$, $b = -1$ e $a = 2$, a função g é uma função densidade de probabilidade.

(b) Considere X uma v.a. com função densidade $f_X(x) = g(x)$ com $a = 1$, $b = 1/2$ e $m = 1$.

(0.5) i. Sabendo que $\int_0^1 3x(x + 1/2)dx = 7/4$, o valor médio de X é:

A 1/12 B 7/12 C 7/6 D 1/2 E Nenhuma das anteriores

(0.5) ii. A $P(1/3 \leq X \leq 2/3)$ é:

A 1/3 B 7/32 C 1/6 D 7/9 E Nenhuma das anteriores

Resolva as restantes alíneas no caderno indicando todos os passos e justificações.

4. Uma empresa tem produção constante de 90 toneladas/mês do produto que fabrica. Sabe-se que a procura mensal desse produto (em toneladas) é uma v.a. com distribuição normal de parâmetros $\mu = 80$ e $\sigma = 10$ e é independente de mês para mês. Calcule:

(0.5) (a) A probabilidade da procura se situar entre 75 e 90 toneladas.

(0.5) (b) O valor que deveria ter a produção da empresa para que a probabilidade de haver procura insatisfeita fosse 0.01.

(0.5) (c) A probabilidade da procura nos próximos 3 anos ser superior a 2950 toneladas.

5. A procura diária para certo tipo de artigo na loja A tem distribuição de Poisson. Sabendo que a procura média diária é de 2 produtos:

(0.5) (a) Calcule a probabilidade de num dia serem procurados pelo menos 2 produtos.

(0.5) (b) Considerando as variáveis aleatórias X_i, o número de produtos vendidos no dia i, $i = 1, 2, ..., 365$, calcule a probabilidade **aproximada** do número de produtos vendidos num ano (com 365 dias) ser no máximo 730.

Distribuições discretas

Distribuição	f. probabilidade	Suporte	Valor médio	Variância
$H(N, M, n)$	$\binom{M}{k}\binom{N-M}{n-k}/\binom{N}{n}$	$\max(0, M+n-N) \leq k \leq \min(M, n)$	nM/N	$\frac{nM(N-M)(N-n)}{N^2(N-1)}$
$Bin(n, p)$	$\binom{n}{k}p^k(1-p)^{n-k}$	$0 \leq k \leq n$	np	$np(1-p)$
$P(\lambda)$	$e^{-\lambda}\lambda^k/k!$	$k \in \mathbb{N}_0$	λ	λ

Distribuições contínuas

Distribuição	f. densidade	Suporte	Valor médio	Variância
$Exp(\lambda)$	$\lambda e^{-\lambda x}$	$x \geq 0$	$\frac{1}{\lambda}$	$\frac{1}{\lambda^2}$
$N(\mu, \sigma^2)$	$\frac{1}{\sqrt{2\pi}\,\sigma}\exp\left(-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2\right)$	$x \in \mathbb{R}$	μ	σ^2

FACULDADE DE
CIÊNCIAS E TECNOLOGIA
UNIVERSIDADE NOVA DE LISBOA
Departamento de Matemática

IPEIO - Probabilidades e Estatística

Ano Lectivo 2015/16
Teste 1
Duração: 1h15

Nome completo: ____

N.º aluno: __________ Curso: __________

1. Assinale com uma cruz sobre **V** para verdadeiro ou sobre **F** para falso, o valor lógico de cada uma das seguintes afirmacões. Uma resposta incorrecta desconta 0.1 valores e uma não resposta nada vale nem desconta.

   Admita que A, B e C são acontecimentos de um espaço de acontecimentos $(\Omega, \mathcal{F})$ e que:
   B e C são disjuntos, $P(C) = 0.2$, $P(B \cup C) = 0.5$, $P(A \cap C) = 0.1$.

(0.3) • [V] [F] $P(B) = 0.3$

(0.3) • [V] [F] Se A e C forem acontecimentos independentes, então $P(A) = 0.1$

(0.3) • [V] [F] $P(C - A) = 0.2$

(0.3) • [V] [F] $P(A \cap B \cap C) = 0$

2. Em cada alínea apenas uma das respostas está correcta. Determine-a e assinale-a com uma cruz no quadrado correspondente. Uma resposta incorrecta desconta 0.1 valores e uma não resposta nada vale nem desconta.

   Uma empresa industrial tem três centros produtivos, as fábricas (F_1, F_2, F_3), que escoam toda a sua produção para um entreposto comercial. A fábrica F_1 tem uma capacidade produtiva (nº peças/dia) que é o dobro da capacidade de qualquer uma das outras fábricas (F_2, F_3). A tecnologia de produção das fábricas (F_1, F_2) é mais moderna que a da fábrica F_3, o que se reflecte nas respectivas taxas de produção com defeito: 3% para F_1 e F_2, e 5% para F_3.

(0.5) (a) Retirando uma peça ao acaso do entreposto, qual a probabilidade desta ter defeito?

[A] 0.015 [B] 0.025 [C] 0.02 [D] 0.035 [E] Nenhuma das anteriores

(0.5) (b) Se a peça retirada tiver defeito, qual a probabilidade de ter sido produzida pela fábrica F_3?

[A] $\frac{5}{7}$ [B] $\frac{5}{12}$ [C] $\frac{5}{9}$ [D] $\frac{5}{14}$ [E] Nenhuma das anteriores

3. Em cada alínea apenas uma das respostas está correta. Determine-a e assinale-a com uma cruz no quadrado correspondente. Uma resposta incorreta desconta 0.1 valores e uma não resposta nada vale nem desconta.

   Considere a seguinte função:

$$g(x) = \begin{cases} mx + b, & x \in [0, a[\\ 0, & x \notin [0, a] \end{cases}$$

(0.3) (a) [V] [F] Para $m = 3/2$, $b = -1$ e $a = 2$, a função g não é uma função densidade de probabilidade.

(b) Considere X uma v.a. com função densidade $f_X(x) = g(x)$ com $a = 1$, $b = 1/2$ e $m = 1$.

(0.5) i. Sabendo que $\int_0^1 4x(x + 1/2)dx = 7/3$, o valor médio de $2X$ é:

[A] 1/12 [B] 7/12 [C] 7/6 [D] 1/2 [E] Nenhuma das anteriores

(0.5) ii. A $P(1/2 \leq X \leq 3/4)$ é:

[A] 1/3 [B] 7/32 [C] 1/6 [D] 7/9 [E] Nenhuma das anteriores

Resolva as restantes alíneas no caderno, indicando todos os passos e justificações.

4. Uma empresa tem produção constante de 90 toneladas/mês do produto que fabrica. Sabe-se que a procura mensal desse produto (em toneladas) é uma v.a. com distribuição normal de parâmetros $\mu = 80$ e $\sigma = 10$ e é independente de mês para mês. Calcule:

(0.5) (a) A probabilidade da procura se situar entre 75 e 90 toneladas.

(0.5) (b) O valor que deveria ter a produção da empresa para que a probabilidade de haver procura insatisfeita fosse 0.01.

(0.5) (c) A probabilidade da procura nos próximos 3 anos ser superior a 2950 toneladas.

5. A procura diária para certo tipo de artigo na loja A tem distribuição de Poisson. Sabendo que a procura média diária é de 2 produtos:

(0.5) (a) Calcule a probabilidade de num dia serem procurados pelo menos 2 produtos.

(0.5) (b) Considerando as variáveis aleatórias X_i, o número de produtos vendidos no dia i, $i = 1, 2, ..., 365$, calcule a probabilidade **aproximada** do número de produtos vendidos num ano (com 365 dias) ser no máximo 730.

Distribuições discretas				
Distribuição	f. probabilidade	Suporte	Valor médio	Variância
$H(N, M, n)$	$\binom{M}{k}\binom{N-M}{n-k}/\binom{N}{n}$	$\max(0, M+n-N) \leq k \leq \min(M, n)$	nM/N	$\dfrac{nM(N-M)(N-n)}{N^2(N-1)}$
$Bin(n, p)$	$\binom{n}{k}p^k(1-p)^{n-k}$	$0 \leq k \leq n$	np	$np(1-p)$
$P(\lambda)$	$e^{-\lambda}\lambda^k/k!$	$k \in \mathbb{N}_0$	λ	λ

Distribuições contínuas				
Distribuição	f. densidade	Suporte	Valor médio	Variância
$Exp(\lambda)$	$\lambda e^{-\lambda x}$	$x \geq 0$	$\dfrac{1}{\lambda}$	$\dfrac{1}{\lambda^2}$
$N(\mu, \sigma^2)$	$\dfrac{1}{\sqrt{2\pi}\,\sigma}\exp\left(-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2\right)$	$x \in \mathbb{R}$	μ	σ^2