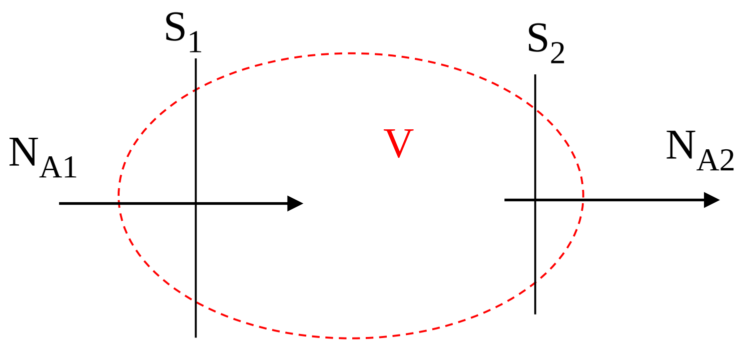
Difusão em Estado Estacionário

Isabel Coelhoso e João Crespo
jgc@fct.unl.pt

Engenharia Química e Biológica

Fenómenos de Transferência II

Difusão em Estado Estacionário



Equação Conservação (A) $$N_{A1} S_1 - N_{A2} S_2 + V\, r_A = 0$$

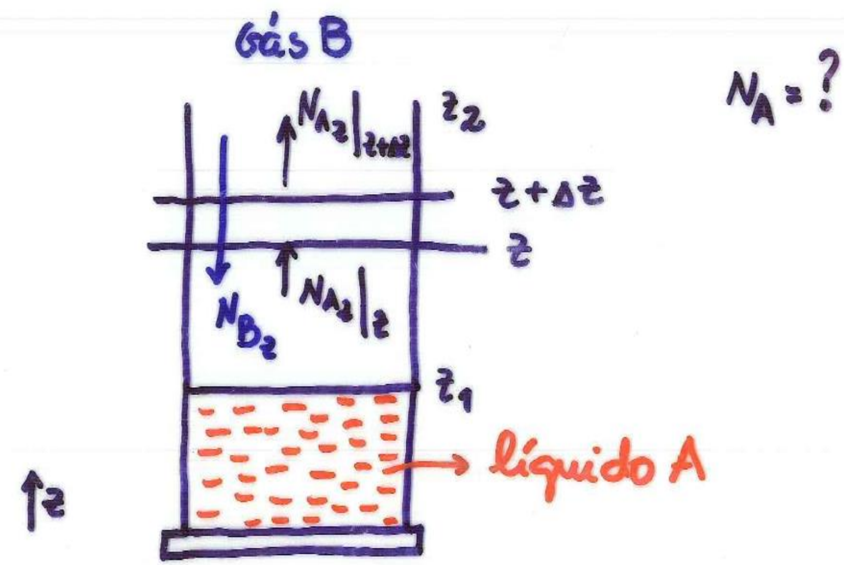
Sem Reacção Química $$N_{A1} S_1 = N_{A2} S_2$$

Geometria plana, cilíndrica e esférica

Difusão em Estado Estacionário

Equação Conservação (A)

Geometria Plana



$$SN_{Az}\big|_z = SN_{Az}\big|_{z+\Delta z}$$

Dividindo por $S\ \Delta z$ $\quad \lim \Delta z \to 0$

$$\frac{d}{dz}N_{Az} = 0 \qquad \frac{d}{dz}N_{Bz} = 0$$

N_A= constante

N_B= constante

Difusão em Estado Estacionário

Cinética

$$N_{Az} = y_A(N_{Az} + N_{Bz}) - c\mathscr{D}_{AB}\frac{dy_A}{dz}$$

Definindo $\Theta = \dfrac{N_{Az} + N_{Bz}}{N_{Az}}$ vem

$$N_{Az} = -\frac{c\mathscr{D}_{AB}}{1-\Theta y_A}\frac{dy_A}{dz}$$

Condições fronteira: $z = z_1$ $y_A = y_{A1}$ $z = z_2$ $y_A = y_{A2}$

$$N_{Az} = \frac{c\mathscr{D}_{AB}}{\Theta(z_2 - z_1)}\ln\left(\frac{1-\Theta y_{A2}}{1-\Theta y_{A1}}\right)$$

Percurso de difusão $(z_2 - z_1) = l$

$$N_{A} = y_A (N_A + N_B) - c D_{AB} \frac{dy_A}{dz}$$

Difusão em filme Plano

$$\boxed{N_{Az} = ct}$$

$$N_A - y_A N_A \frac{(N_A + N_B)}{N_A} = - c D_{AB} \frac{dy_A}{dz}$$

$$N_A - y_A \theta N_A = - c D_{AB} \frac{dy_A}{dz}$$

$$N_A (1 - \theta y_A) = - c D_{AB} \frac{dy_A}{dz}$$

$$N_A \int_{z_1}^{z_2} dz = - c D_{AB} \int_{y_{A1}}^{y_{A2}} \frac{dy_A}{1 - \theta y_A}$$

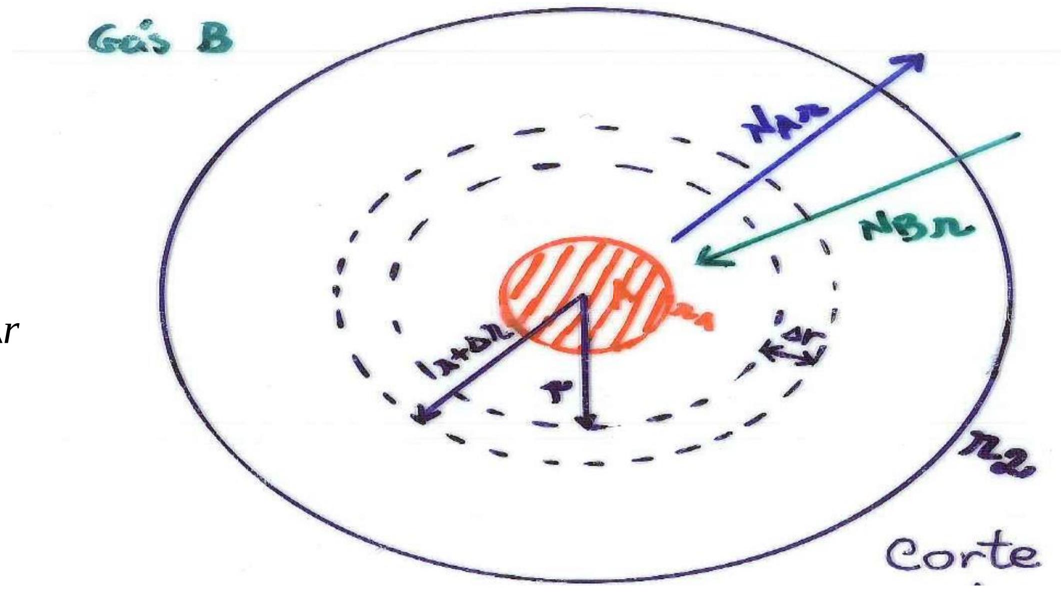
$$N_A (z_2 - z_1) = - c D_{AB} \left(-\frac{1}{\theta}\right) \left[\ln (1 - \theta y_A)\right]_{y_{A1}}^{y_{A2}}$$

$$= + \frac{c D_{AB}}{\theta} \ln \frac{1 - \theta y_{A2}}{1 - \theta y_{A1}}$$

$$\boxed{N_A = \frac{c D_{AB}}{\theta (z_2 - z_1)} \ln \frac{1 - \theta y_{A2}}{1 - \theta y_{A1}}}$$

Difusão em Estado Estacionário

Geometria Cilíndrica



Equação Conservação (A)

$$2\pi r L N_{Ar}\Big|_{r} = 2\pi r L N_{Ar}\Big|_{r+\Delta r}$$

Dividindo por

$$2\pi r\, L\Delta r \qquad \lim \Delta r \to 0$$

$$\frac{1}{r}\frac{d}{dr}\left(N_{Ar}r\right) = 0$$

$N_A r$= constante

$$\frac{1}{r}\frac{d}{dr}\left(N_{Br}r\right) = 0$$

$N_B r$= constante

Difusão em Estado Estacionário

Cinética

$$N_{Ar} = -\frac{c\mathscr{D}_{AB}}{1-\Theta y_A}\frac{dy_A}{dr}$$

Condições fronteira: $r = r_1 \quad y_A = y_{A1} \qquad r = r_2 \quad y_A = y_{A2}$

$$N_{A1}\, r_1 = N_{A2}\, r_2 = N_{Ar}\, r$$

$$N_{A1} = \frac{c\mathscr{D}_{AB}}{\Theta r_1 \ln(\frac{r_2}{r_1})} \ln\left(\frac{1-\Theta y_{A2}}{1-\Theta y_{A1}}\right)$$

Difusão em filme cilíndrico

$$N_{Ar} = y_A (N_{Ar} + N_{Br}) - c D_{AB} \frac{dy_A}{dr}$$

$$\frac{1}{R} N_{AR} = ct$$

$$N_{Ar} - y_A N_{Ar} \theta = - c D_{AB} \frac{dy_A}{dr}$$

$$N_{Ar} (1 - \theta y_A) = - c D_{AB} \frac{dy_A}{dr}$$

$$N_{Ar}\, dr = - c D_{AB} \frac{dy_A}{1 - \theta y_A}$$

$$\boxed{N_{A2} \times r_2 = N_{A1} \times r_1}$$

$$\cancel{N_{AR}} \; N_{Ar} = N_{A1} \times R_1 \times \frac{1}{r}$$

$$N_{A1} \times R_1 \int_{R_1}^{R_2} \frac{dr}{r} = - c D_{AB} \int_{y_{A1}}^{y_{A2}} \frac{dy_A}{1 - \theta y_A}$$

$$N_{A1} \times R_1 \left[\ln r \right]_{R_1}^{R_2} = \frac{c D_{AB}}{\theta} \left[\ln (1 - \theta y_A) \right]_{y_{A1}}^{y_{A2}}$$

$$N_{A1} \times R_1 \ln \frac{R_2}{R_1} = \frac{c D_{AB}}{\theta} \ln \frac{1 - \theta y_{A2}}{1 - \theta y_{A1}}$$

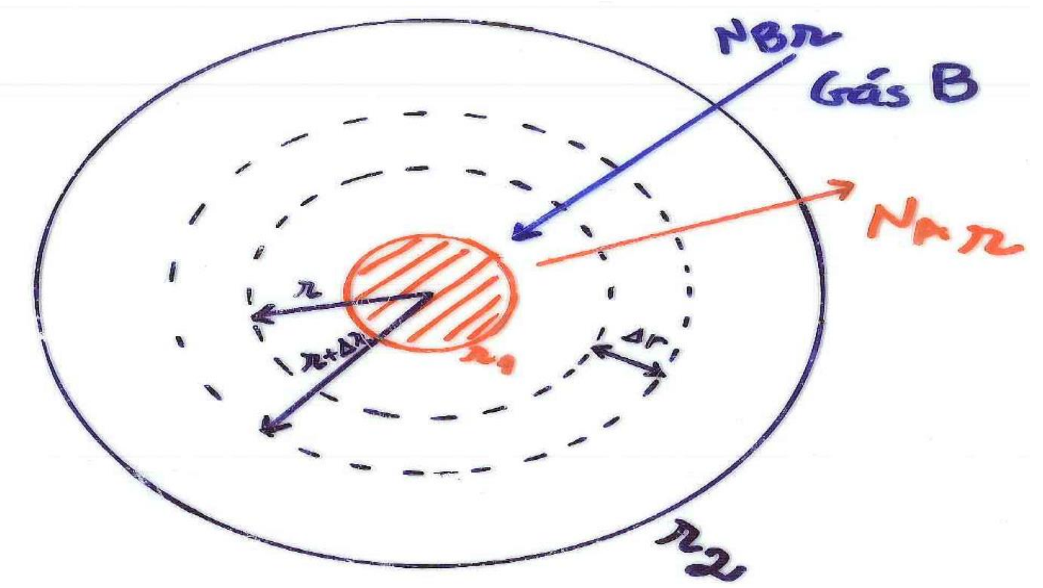
$$\boxed{N_{A1} = \frac{c D_{AB}}{R_1 \theta \ln \frac{R_2}{R_1}} \times \ln \frac{1 - \theta y_{A2}}{1 - \theta y_{A1}}}$$

Difusão em Estado Estacionário

Geometria Esférica

Equação Conservação (A)

$$4\pi r^2 N_{Ar}\Big|_r = 4\pi r^2 N_{Ar}\Big|_{r+\Delta r}$$



Dividindo por

$$4\pi r^2 \,\Delta r \qquad \lim \Delta r \to 0$$

$$\frac{1}{r^2}\frac{d}{dr}\left(N_{Ar} r^2\right) = 0$$

$$\frac{1}{r^2}\frac{d}{dr}\left(N_{Br} r^2\right) = 0$$

$N_A r^2$= constante

$N_B r^2$= constante

Difusão em Estado Estacionário

Cinética

$$N_{Ar} = -\frac{c\mathscr{D}_{AB}}{1-\Theta y_A}\frac{dy_A}{dr}$$

Condições fronteira: $r = r_1 \quad y_A = y_{A1} \qquad r = r_2 \quad y_A = y_{A2}$

$$N_{A1}\, r_1^{\,2} = N_{A2}\, r_2^{\,2} = N_{Ar}\, r^2$$

$$N_{A1} = \frac{c\mathscr{D}_{AB}}{\Theta r_1 (1-\frac{r_1}{r_2})}\ln\left(\frac{1-\Theta y_{A2}}{1-\Theta y_{A1}}\right)$$

Difusão em filme esférico

$N_{A_r} \times r^2 = ct$

$$N_{A_r} = y_A \left(N_{A_r} + N_{B_r} \right) - c D_{AB} \frac{dy_A}{dr}$$

$$N_{A_r} - y_A \theta N_{A_r} = - c D_{AB} \frac{dy_A}{dr}$$

$$N_{A_r} \left(1 - y_A \theta \right) = - c D_{AB} \frac{dy_A}{dr}$$

$$N_A \, dr = - c D_{AB} \frac{dy_A}{1 - y_A \theta}$$

$$N_{A_r} \times r^2 = N_{A_1} \times R_1^2$$

$$N_{A_r} = N_{A_1} \times R_1^2 \times \frac{1}{r^2}$$

$$N_{A_1} \times R_1^2 \int_{R_1}^{R_2} \frac{dr}{r^2} = - c D_{AB} \int_{y_{A_1}}^{y_{A_2}} \frac{dy_A}{1 - y_A \theta}$$

Condições fronteira:

$r = R_1 \quad y_A = y_{A_1}$

$r = R_2 \quad y_A = y_{A_2}$

$$N_{A_1} \times R_1^2 \left[- \frac{1}{R} \right]_{R_1}^{R_2} = - c D_{AB} \left(- \frac{1}{\theta} \right) \left[\ln \left(1 - y_A \theta \right) \right]_{y_{A_1}}^{y_{A_2}}$$

$$N_{A_1} \times R_1^2 \left(- \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_1} \right) = + \frac{c D_{AB}}{\theta} \ln \frac{1 - y_{A_2} \theta}{1 - y_{A_1} \theta}$$

$$N_{A_1} \times R_1^2 \left(\frac{R_2 - R_1}{R_1 \times R_2} \right) =$$

$$N_{A_1} \times R_1 \left(\frac{R_2 - R_1}{R_2} \right) =$$

$$N_{A_1} \times R_1 \left(1 - R_1 / R_2 \right) =$$

$$\boxed{N_{A_1} = \frac{c D_{AB}}{\theta R_1 \left(1 - R_1 / R_2 \right)} \ln \frac{1 - \theta y_{A_2}}{1 - \theta y_{A_1}}}$$

Difusão em Estado Estacionário

Comparação dos fluxos para diferentes geometrias

$$N_{A1} = \frac{c\mathscr{D}_{AB}}{\Theta\,\eta_d\, l}\ln\left(\frac{1-\Theta y_{A2}}{1-\Theta y_{A1}}\right)$$

l Dimensão característica – l para película plana e r_1 para cilindro e esfera

η_d Factor adimensional = 1 para película plana
= $\ln(r_2/r_1)$ para cilindro
= $(1- r_1/r_2)$ para esfera

Difusão em Estado Estacionário

Difusão através de um componente estagnado

$N_B = 0$

$$N_A = \frac{c\mathscr{D}_{AB}}{l}\ln\left(\frac{1-y_{A2}}{1-y_{A1}}\right)$$

Contradifusão equimolar

$N_A = -N_B$

$$N_A = \frac{c\mathscr{D}_{AB}}{l}\left(y_{A1}-y_{A2}\right)$$

Difusão em Estado Estacionário

Um componente A difunde-se através de uma camada em repouso de um componente B de espessura Z. A pressão parcial de A num dos lados da camada é p_{A1} e no outro lado $p_{A2} < p_{A1}$.
Mostre que o fluxo máximo possível de A através dessa camada é dado por:

$$N_{A\,max} = \frac{D\,P}{R\,T\,Z} \ln\left(\frac{P}{P - p_{A1}}\right)$$

Sendo P a pressão total

1. Moldou-se naftaleno sob a forma de um cilindro de raio R_1 que se deixou sublimar no ar em repouso. Mostre que a velocidade de sublimação é dada por:

$$Q = \frac{2\pi L D P}{R T} \ln\left(\frac{1 - y_{A2}}{1 - y_A^*}\right) / \ln\left(\frac{R_2}{R_1}\right)$$

Sendo y_A^* a fracção molar correspondente à pressão de vapor do naftaleno e y_{A2} a fracção molar correspondente a R_2.

Explique o que sucede à velocidade de sublimação quando R_2 se torna muito grande.

2. E se a geometria for esférica?