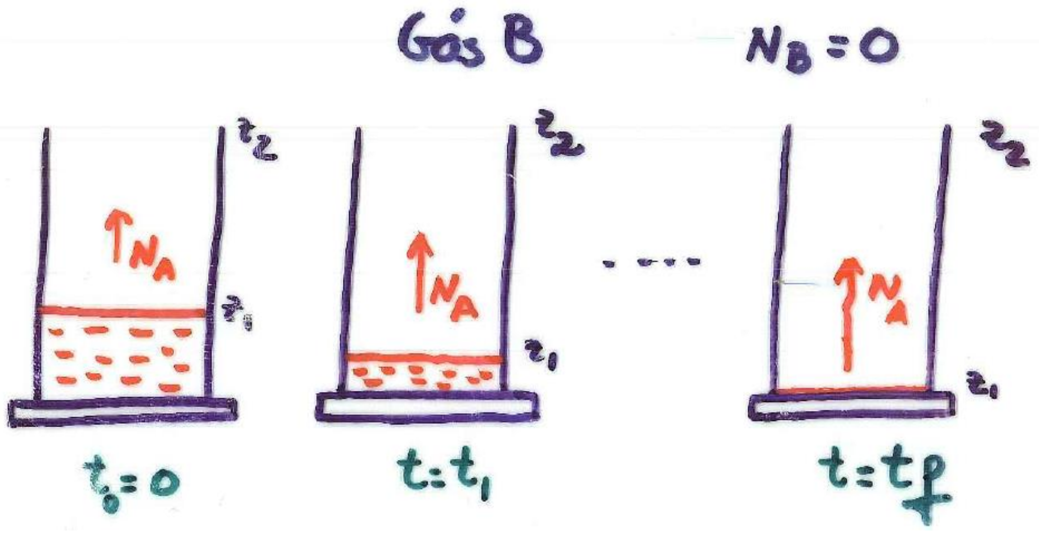
Difusão em Estado Pseudo-Estacionário

Isabel Coelhoso e João Crespo

Engenharia Química e Biológica

Fenómenos de Transferência II

Difusão em Estado Pseudo-Estacionário



$z = z_2 - z_1$ $z = f(t)$

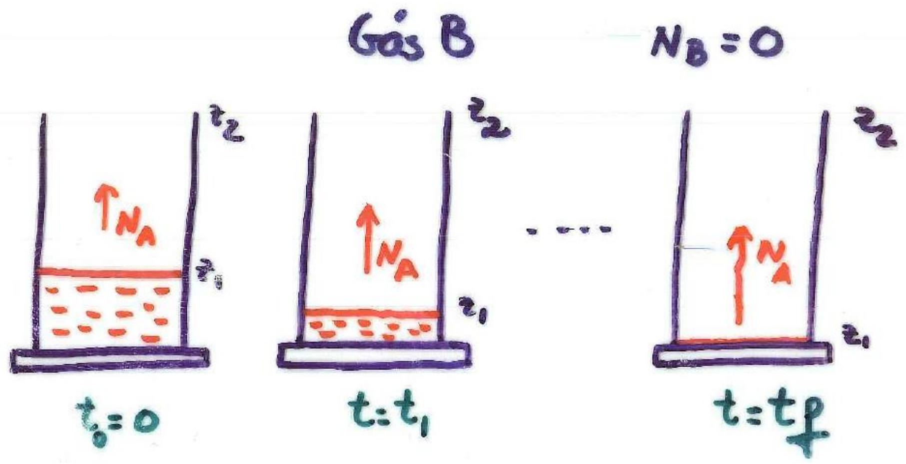
$N_A = f(z) \Rightarrow N_A = f(t)$

$$Q_A = -C_{AL}\frac{dV}{dt}$$

$$\boxed{N_A = C_{AL}\frac{dz}{dt}}$$

$t = 0$ $z = z_{t0}$ $t = t$ $z = z_t$

Difusão em Estado Pseudo-Estacionário



$$N_A = C_{AL}\frac{dz}{dt}$$

$$C_{AL}\frac{dz}{dt} = \frac{D\,C}{z}\ln\left(\frac{1-y_{A2}}{1-y_{A1}}\right)$$

$t = 0 \quad z = z_{t0} \qquad t = t \quad z = z_t$

$$t = \frac{C_{AL}}{2\,D\,C\,\ln\left(\frac{1-y_{A2}}{1-y_{A1}}\right)}\left(z_t^2 - z_{t0}^2\right)$$

Difusão em Estado Pseudo-estacionário

$$Q_A = -C_{AL}\frac{dV}{dt} \quad (\text{moles/s})$$

Geometria plana

$$\frac{dV}{dt} = -S\frac{dz}{dt}$$

$$N_{A_z} = \frac{Q_A}{S} = -\frac{1}{S}C_{AL}\times(-S)\frac{dz}{dt}$$

$$N_{A_z} = C_{AL}\frac{dz}{dt}$$

$$N_{A_z} = y_A\left(N_{A_z} + \cancel{N_{B_z}}\right) - \frac{C D_{AB}}{\cancel{RT}}\frac{dy_A}{dz}$$

0

Difusão num filme estagnado

$$N_{A_z}(1-y_A) = -\frac{C D_{AB}}{\cancel{RT}}\frac{dy_A}{dz}$$

$$N_{A_z}\int_0^z = -\frac{C D_{AB}}{\cancel{RT}}\int_{y_{A_1}}^{y_{A_2}}\frac{dy_A}{(1-y_A)}$$

$z=0 \quad y_A = y_{A_1}$

$z=z \quad y_A = y_{A_2}$

$$N_{A_z} = \frac{C D_{AB}}{z}\ln\left(\frac{1-y_{A_2}}{1-y_{A_1}}\right)$$

$$C_{AL}\frac{dz}{dt} = \frac{C D_{AB}}{z}\ln\left(\frac{1-y_{A_2}}{1-y_{A_1}}\right)$$

$t=0 \quad z=z_{t_0}$

$t=t \quad z=z_t$

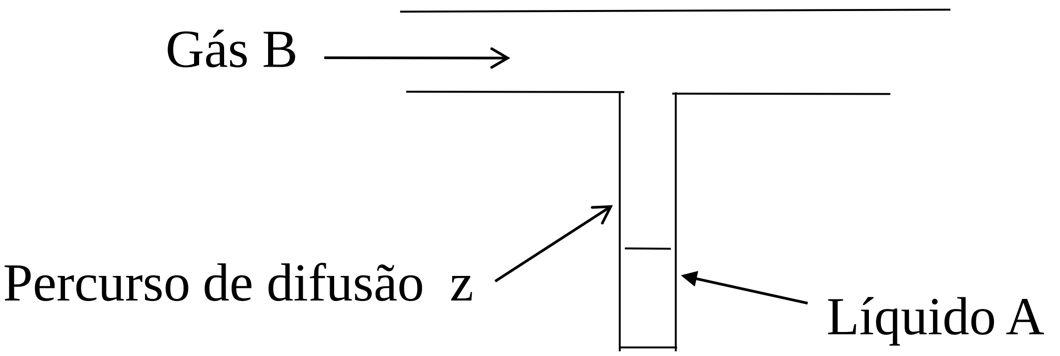
$$C_{A_L}\int_{z_{t_0}}^{z_t} z\,dz = C D_{AB}\ln\left(\frac{1-y_{A_2}}{1-y_{A_1}}\right)\int_{t=0}^{t=t} dt$$

$$C_{AL}\left(\frac{z^2}{2}\right)_{z_{t_0}}^{z_t} = C D_{AB}\ln\left(\frac{1-y_{A_2}}{1-y_{A_1}}\right)\times t$$

$$\boxed{t = C_{AL}\left(z_t^2 - z_{t_0}^2\right) / 2\,C D_{AB}\ln\left(\frac{1-y_{A_2}}{1-y_{A_1}}\right)}$$

Difusão em Estado Pseudo-Estacionário

Célula de Arnold



Condições fronteira:

$z = 0 \quad y_A = y_A^*$ $\qquad z = z \quad y_A = 0$

$$D = \frac{C_{AL}}{2\,t\,C\,\ln\left(\frac{1}{1-y_A^*}\right)}\left(z_t^2 - z_{t0}^2\right)$$

Permite obter D

Difusão em Estado Pseudo-Estacionário

Geometria Esférica

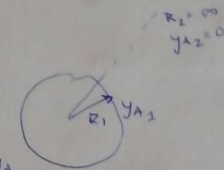
$$Q_A = -C_{AL}\frac{dV}{dt}$$

Se r_2 = infinito e y_{A2}=0

$$-C_{AL}\,4\pi r_1^2\frac{dr_1}{dt} = \frac{4\pi D\,C}{1/r_1}\ln\left(\frac{1}{1-y_{A1}}\right)$$

$$\boxed{t = \frac{C_{AL}}{2\,D\,C\,\ln\left(\frac{1}{1-y_{A1}}\right)}\left(r_{1_{t0}}^2 - r_{1_t}^2\right)}$$

Difusão em Estado Pseudo-Estacionário



$$N_{Ar} = y_A \left(N_{Ar} + \cancel{N_{Br}}^{\,0}\right) - C D_{AB} \frac{dy_A}{dr}$$

$$N_{Ar} (1 - y_A) = - C D_{AB} \frac{dy_A}{dr}$$

$$N_{Ar}\, dr = - C D_{AB} \frac{dy_A}{1 - y_A}$$

$$N_{Ar} \times r^2 = N_{A_1} \times r_1^2$$

$$N_{Ar} = N_{A_1} \times R_1^2 \times \frac{1}{r^2}$$

$$N_{A_1} \times R_1^2 \int_{r=R_1}^{r=\infty} \frac{1}{r^2}\, dr = - C D_{AB} \int_{y_A = y_{A_1}}^{y_A = 0} \frac{dy_A}{1 - y_A}$$

$$N_{A_1} \times R_1^2 \left[-\frac{1}{R}\right]_{R_1}^{\infty} = + C D_{AB} \left[\ln (1 - y_A)\right]_{y_{A_1}}^{0}$$

$$N_{A_1} \times R_1^2 \left[0 + \frac{1}{R_1}\right] = + C D_{AB} \ln \frac{1}{1 - y_{A_1}}$$

$$N_{A_1} \times R_1 = + C D_{AB} \ln \frac{1}{1 - y_{A_1}}$$

$$\frac{Q_A \times \cancel{4\pi R_1^2}}{4\pi R_1^2} \times R_1 = + C D_{AB} \ln \frac{1}{1 - y_{A_1}}$$

$$- \frac{C_{AL} \times 4\pi R_1^2}{4\pi R_1^2} \times R_1 \times \frac{dr}{dt} = + C D_{AB} \ln \frac{1}{1 - y_{A_1}}$$

$$- C_{AL} \int_{R_{1t_0}}^{R_{1t}} R_1\, dR = + C D_{AB} \ln \frac{1}{1 - y_{A_1}} \int_{t=0}^{t=t} dt$$

$$- C_{AL} \left[\frac{R^2}{2}\right]_{R_{1t_0}}^{R_{1t}} = + C D_{AB} \ln \left(\frac{1}{1 - y_{A_1}}\right) \times t$$

Geometria Esférica

$$Q_A = - C_{AL} \frac{dV}{dt}$$

$$V = \frac{4}{3} \pi R^3$$

$$\frac{dV}{dt} = + \frac{dV}{dr} \cdot \frac{dr}{dt}$$

$$\frac{dV}{dr} = 3 R^2 \frac{4}{3} \pi = 4 \pi R^2$$

$$\boxed{\frac{dV}{dt} = + 4\pi R^2 \frac{dR}{dt}}$$

Condições fronteira

$$\begin{cases} r = R_1 & y_A = y_{A_1} \\ r = \infty & y_A = 0 \end{cases}$$

$$\cancel{Q_A = N_{A_1} \cdot S = N_{A_1} \cdot 4\pi R^2}$$

$$N_{A_1} = Q_A / 4\pi R_1^2$$

$$Q_A = - C_{AL} \times (+4\pi R^2) \frac{dR}{dt}$$

$$\begin{cases} t = 0 & R = R_{1t_0} \\ t = t & r = R_{1t} \end{cases}$$

$$- C_{AL} \left(\frac{R_{1t}^2 - R_{1t_0}^2}{2}\right) = + C D_{AB} \ln \left(\frac{1}{1 - y_{A_1}}\right) t$$

$$\frac{C_{AL}}{2} \left(R_{1t_0}^2 - R_{1t}^2\right) = + C D_{AB} \ln \left(\frac{1}{1 - y_{A_1}}\right) \times t$$

$$t = C_{AL} \times \left(R_{1t_0}^2 - R_{1t}^2\right) / \left(2 C D_{AB} \ln \left(\frac{1}{1 - y_{A_1}}\right)\right)$$

Difusão em Estado Pseudo-Estacionário

Uma camada de água com 1 mm de espessura é mantida a 20 °C em contacto com o ar seco a 1 atm. Admitindo que a evaporação se dá por difusão molecular através de uma camada de ar estagnado com 5 mm de espessura, calcule o tempo necessário para que a água evapore completamente. O coeficiente de difusão de água no ar é 0.26 cm^2/s e a pressão de vapor da água a 20°C é 0.0234 atm.

Difusão em Estado Pseudo-Estacionário

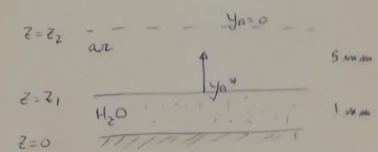
$T = 20°C$

$P = 1\ atm = 1{,}013 \times 10^5\ Pa$

$D_{H_2O/ar} = 0{,}26\ cm^2/s = 2{,}6 \times 10^{-5}\ m^2/s$

$P_{v_{H_2O}}^{20°C} = 0{,}0234\ atm$

$t = ?$



$N_B = 0$

$$N_A = y_A(N_A + \cancel{N_B}) - \frac{P D_{AB}}{RT}\frac{dy_A}{dz}$$

condição fronteira
$$\begin{cases} z = z_1 & y_A = y_A^* \\ z = z_2 & y_A = 0 \end{cases}$$

$$N_A(1 - y_A) = -\frac{P D_{AB}}{RT}\frac{dy_A}{dz}$$

$$y_A^* = \frac{P_v}{P} = \frac{0{,}0234}{1} = 0{,}0234$$

$$N_A \int_{z_1}^{z_2} dz = -\frac{P D_{AB}}{RT}\int_{y_A^*}^{y_A=0}\frac{dy_A}{1-y_A}$$

$$\boxed{Q_A = -C_{A_L}\frac{dV}{dt}}$$

$$N_A(z_2 - z_1) = -\frac{P D_{AB}}{RT} \times (-1)\left[\ln(1-y_A)\right]_{y_A^*}^{0}$$

fazendo $z_2 - z_1 = \delta$

$$N_A = \frac{P D_{AB}}{RT(z_2 - z_1)} \times \ln\left(\frac{1}{1-y_A^*}\right)$$

$$\frac{dV}{dt} = -S\frac{d\delta}{dt}$$

logo,

$$Q_A = +C_{A_L} \cdot S \times \frac{d\delta}{dt}$$

$$C_{A_L}\frac{d\delta}{dt} = \frac{P D_{AB}}{RT\delta} \times \ln\left(\frac{1}{1-y_A^*}\right)$$

como

$$N_A = Q_A / S$$

$$\delta\, d\delta = \frac{P D_{AB}}{C_{A_L} \times RT} \times \ln\left(\frac{1}{1-y_A^*}\right) dt$$

vem $\boxed{N_A = +C_{A_L}\frac{d\delta}{dt}}$

Condição fronteira
$$\begin{cases} t = t_0 & \delta_0 = 5 \times 10^{-3}\ m \\ t = t & \delta_t = 6 \times 10^{-3}\ m \end{cases}$$

C_{AL} são moles H_2O por unidade volume

$1\ m^3\ H_2O = 1000\ kg_{H_2O} = 55{,}55 \times 10^3\ moles_{H_2O}/m^3$

$$\int_{\delta_0}^{\delta_t} \delta\, d\delta = \frac{P D_{AB}}{C_{A_L} RT}\ln\left(\frac{1}{1-y_A^*}\right)\int_{t=0}^{t=t} dt$$

$$t = \frac{C_{A_L} \cdot RT}{P D_{AB}} \times \left(\frac{\delta_t^2 - \delta_{t_0}^2}{2}\right) \Big/ \ln\left(\frac{1}{1-y_A^*}\right)$$

$$\left[\frac{\delta^2}{2}\right]_{\delta_0}^{\delta_t} = \frac{P D_{AB}}{C_{A_L} RT}\ln\left(\frac{1}{1-y_A^*}\right) \times t$$

$$t = \frac{55{,}55 \times 10^3 \times 8{,}3145 \times 293}{1{,}013 \times 10^5 \times 2{,}6 \times 10^{-5}} \times \left(\frac{(6 \times 10^{-3})^2 - (5 \times 10^{-3})^2}{2}\right) \Big/ \ln\left(\frac{1}{1-0{,}0234}\right)$$

$t = 11\,935{,}9\ s$

$t = 3{,}32\ h \Leftrightarrow \boxed{t = 3\ h\ 19\ min}$

Calcule o tempo necessário para sublimar completamente uma esfera de naftleno ($C_{10}H_8$) cujo diâmetro inicial é 1 cm. A esfera está colocada numa quantidade "infinita" de ar a 318 K.

P^*(naftaleno) = 0.106 atm ρ (naftaleno) = 1140 kg/m^3 $D_{naft\text{-}ar} = 6.9\times10^{-7}$ m^2/s