

# AM 1 - Ficha 5 Resolução

## Limites e Continuidade de funções

Felipe Pinto - 61387

21/04 - 2021.1

### Conteúdo

<b>I</b>	<b>Questões</b>	<b>2</b>
	<b>Questão 4</b>	<b>2</b>
	Q4 - a) . . . . .	2
	Q4 - b) Incompleta . . . . .	2
	(i) $H_{(x-1)}$ . . . . .	2
	(ii) $(H_{(x)} - H_{(x-1)})x$ . . . . .	2
	<b>Questão 7</b>	<b>2</b>
	Q7 - a) $f_{(x)} = \sin(x^2)/x, \quad x \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$ . . . . .	2
	Q7 - b) $g_{(x)} = e^{-1/(1-x^2)}, \quad x \in (-1, 1)$ . . . . .	3
	Q7 - c) $h_{(x)} = e^{\tan(x)}, \quad x \in (-\pi/2, \pi/2)$ . . . . .	3
<b>II</b>	<b>Extras</b>	<b>3</b>
	<b>Extra 1</b> $\lim_{x \rightarrow 0} x / \tan(x)$	<b>3</b>
	<b>Extra 2</b> $\lim_{x \rightarrow 0} \sin(x) / \sqrt{x^2}$	<b>3</b>
	<b>Extra 3</b> $\lim_{x \rightarrow 0} \sin^2(x) / \sqrt{x^4}$	<b>4</b>

## Parte I

# Questões

### Questão 4

$$H_{(x)} = \begin{cases} 0 & x < 0 \\ 1 & x \geq 0 \end{cases}$$

Q4 - a)

$$\Longleftrightarrow \lim_{x \rightarrow 0^-} H_{(x)} = 0 \neq \lim_{x \rightarrow 0^+} H_{(x)} = 1$$

Q4 - b) Incompleta

(i)  $H_{(x-1)}$

(ii)  $(H_{(x)} - H_{(x-1)})x$

$$y \in \mathbb{R} : \lim_{x \rightarrow y^-} H_{(x-1)} \neq$$

$$y \in \mathbb{R} : \lim_{x \rightarrow y^+} (H_{(x)} - H_{(x-1)})x \neq$$

$$\neq \lim_{x \rightarrow y^+} H_{(x-1)} \Longleftrightarrow y - 1 = 0 \Longleftrightarrow \neq \lim_{x \rightarrow y^-} (H_{(x)} - H_{(x-1)})x \Longrightarrow$$

$$\Longleftrightarrow y = 1$$

$$\Longrightarrow y - 1 = 0 \Longrightarrow y = 1$$

### Questão 7

Q7 - a)  $f_{(x)} = \sin(x^2)/x, \quad x \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} f_{(x)} = 0 = \lim_{x \rightarrow 0^+} f_{(x)} = 0 \quad \therefore \bar{f}_{(x)} = \begin{cases} \sin(x^2)/x & x \neq 0 \\ 0 & x = 0 \end{cases}$$

**Q7 - b)**  $g_{(x)} = e^{-1/(1-x^2)}, \quad x \in (-1, 1)$

$$\lim_{x \rightarrow -1^+} g_{(x)} = e^{\lim_{x \rightarrow -1^+} \left( \frac{-1}{1-x^2} \right)} = e^{-\infty} = 0;$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} g_{(x)} = e^{\lim_{x \rightarrow 1^-} \left( \frac{-1}{1-x^2} \right)} = e^{-\infty} = 0$$

$$\therefore \bar{g}_{(x)} = \begin{cases} e^{-1/(1-x^2)} & x \in (-1, 1) \\ 0 & x = \{-1, 1\} \end{cases}$$

**Q7 - c)**  $h_{(x)} = e^{\tan(x)}, \quad x \in (-\pi/2, \pi/2)$

$$\lim_{x \rightarrow (-\pi/2)^+} h_{(x)} = e^{\lim_{x \rightarrow (-\pi/2)^+} (\tan(x))} = e^{-\infty} = 0;$$

$$\lim_{x \rightarrow (\pi/2)^-} h_{(x)} = e^{\lim_{x \rightarrow (\pi/2)^-} (\tan(x))} = e^{\infty} = \infty$$

$\therefore \nexists \bar{h}_{(x)}$  pois função não é prolongavel por continuidade em  $\pi/2$

## Parte II

## Extras

**Extra 1**  $\lim_{x \rightarrow 0} x / \tan(x)$

$$= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{\sin(x)} \lim_{x \rightarrow 0} \cos(x) = 1$$

**Extra 2**  $\lim_{x \rightarrow 0} \sin(x) / \sqrt{x^2}$

$$= \lim_{x \rightarrow 0} = \sin(x)/|x|; \quad \lim_{x \rightarrow 0^+} \sin(x)/x = 1 \neq \lim_{x \rightarrow 0^+} \sin(x)/(-x) = -1$$

$$\therefore \nexists \lim_{x \rightarrow 0} \sin(x) / \sqrt{x^2}$$

**Extra 3**    $\lim_{x \rightarrow 0} \sin^2(x)/\sqrt{x^4}$

$$= \lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{\sin(x)}{x} \right)^2 = 1$$