

Investigação Operacional

Teoria da decisão

Manuel V.C. Vieira

13 de maio de 2023

Problema do vendedor de jornais

- ▶ José compra cada jornal a 20 c e vende a 25 c;

Problema do vendedor de jornais

- ▶ José compra cada jornal a 20 c e vende a 25 c;
- ▶ vende entre 6 e 10 jornais;

Problema do vendedor de jornais

- ▶ José compra cada jornal a 20 c e vende a 25 c;
- ▶ vende entre 6 e 10 jornais;
- ▶ quantos deve encomendar?

Problema do vendedor de jornais

- ▶ José compra cada jornal a 20 c e vende a 25 c;
- ▶ vende entre 6 e 10 jornais;
- ▶ quantos deve encomendar?

Tabela de benefícios

	Procura					
	benefício	6	7	8	9	10
Encomenda	6					
	7					
	8					
	9					
	10					

Problema do vendedor de jornais

- ▶ José compra cada jornal a 20 c e vende a 25 c;
- ▶ vende entre 6 e 10 jornais;
- ▶ quantos deve encomendar?

		Procura				
		6	7	8	9	10
Encomenda	benefício					

Problema do vendedor de jornais

- ▶ José compra cada jornal a 20 c e vende a 25 c;
- ▶ vende entre 6 e 10 jornais;
- ▶ quantos deve encomendar?

		Procura				
benefício		6	7	8	9	10
Encomenda	6	30	30	30	30	30

Problema do vendedor de jornais

- ▶ José compra cada jornal a 20 c e vende a 25 c;
- ▶ vende entre 6 e 10 jornais;
- ▶ quantos deve encomendar?

		Procura				
Encomenda	benefício	6	7	8	9	10
	6	30	30	30	30	30
	7	10	35	35	35	35

Problema do vendedor de jornais

- ▶ José compra cada jornal a 20 c e vende a 25 c;
- ▶ vende entre 6 e 10 jornais;
- ▶ quantos deve encomendar?

		Procura				
benefício		6	7	8	9	10
Encomenda	6	30	30	30	30	30
	7	10	35	35	35	35
	8	-10	15	40	40	40

Problema do vendedor de jornais

- ▶ José compra cada jornal a 20 c e vende a 25 c;
- ▶ vende entre 6 e 10 jornais;
- ▶ quantos deve encomendar?

		Procura				
Encomenda	benefício	6	7	8	9	10
	6	30	30	30	30	30
	7	10	35	35	35	35
	8	-10	15	40	40	40
	9	-30	-5	20	45	45

Problema do vendedor de jornais

- ▶ José compra cada jornal a 20 c e vende a 25 c;
- ▶ vende entre 6 e 10 jornais;
- ▶ quantos deve encomendar?

		Procura				
benefício		6	7	8	9	10
Encomenda	6	30	30	30	30	30
	7	10	35	35	35	35
	8	-10	15	40	40	40
	9	-30	-5	20	45	45
	10	-50	-25	0	25	50

Problema do vendedor de jornais

		Procura				
benefício		6	7	8	9	10
Encomenda	6	30	30	30	30	30
	7	10	35	35	35	35
	8	-10	15	40	40	40
	9	-30	-5	20	45	45
	10	-50	-25	0	25	50

- ▶ Ações (a_i) - encomendar $\{6, 7, 8, 9, 10\}$ jornais;

Problema do vendedor de jornais

		Procura				
benefício		6	7	8	9	10
Encomenda	6	30	30	30	30	30
	7	10	35	35	35	35
	8	-10	15	40	40	40
	9	-30	-5	20	45	45
	10	-50	-25	0	25	50

- ▶ Ações (a_i) - encomendar $\{6, 7, 8, 9, 10\}$ jornais;
- ▶ Estado da natureza (s_j) - procura $\{6, 7, 8, 9, 10\}$ jornais;

Problema do vendedor de jornais

		Procura				
benefício		6	7	8	9	10
Encomenda	6	30	30	30	30	30
	7	10	35	35	35	35
	8	-10	15	40	40	40
	9	-30	-5	20	45	45
	10	-50	-25	0	25	50

- ▶ Ações (a_i) - encomendar $\{6, 7, 8, 9, 10\}$ jornais;
- ▶ Estado da natureza (s_j) - procura $\{6, 7, 8, 9, 10\}$ jornais;
- ▶ b_{ij} benefício decorrente da ação a_i se o estado da natureza é s_j ;

Problema do vendedor de jornais

		Procura				
benefício		6	7	8	9	10
Encomenda	6	30	30	30	30	30
	7	10	35	35	35	35
	8	-10	15	40	40	40
	9	-30	-5	20	45	45
	10	-50	-25	0	25	50

- ▶ Ações (a_i) - encomendar $\{6, 7, 8, 9, 10\}$ jornais;
- ▶ Estado da natureza (s_j) - procura $\{6, 7, 8, 9, 10\}$ jornais;
- ▶ b_{ij} beneficio decorrente da ação a_i se o estado da natureza é s_j ;
- ▶ a_i é dominada por a_k se $b_{ij} \leq b_{kj}$, $j = 1, \dots, n$ e $b_{ij} < b_{kj}$, para algum j .

Decisão em situação de incerteza

Situação de incerteza

Quando se desconhece a probabilidade de ocorrer cada estado da natureza.

Decisão em situação de incerteza

Situação de incerteza

Quando se desconhece a probabilidade de ocorrer cada estado da natureza.

Critério MaxiMin

- Para cada ação identificar o pior benefício

benefício	6	7	8	9	10	Min
6	30	30	30	30	30	
7	10	35	35	35	35	
8	-10	15	40	40	40	
9	-30	-5	20	45	45	
10	-50	-25	0	25	50	

Decisão em situação de incerteza

Situação de incerteza

Quando se desconhece a probabilidade de ocorrer cada estado da natureza.

Critério MaxiMin

- ▶ Para cada ação identificar o pior benefício
- ▶ Escolher a ação com o melhor dos piores benefícios

benefício	6	7	8	9	10	Min
6	30	30	30	30	30	
7	10	35	35	35	35	
8	-10	15	40	40	40	
9	-30	-5	20	45	45	
10	-50	-25	0	25	50	

Decisão em situação de incerteza

Situação de incerteza

Quando se desconhece a probabilidade de ocorrer cada estado da natureza.

Critério MaxiMin

- ▶ Para cada ação identificar o pior benefício
- ▶ Escolher a ação com o melhor dos piores benefícios

benefício	6	7	8	9	10	Min
6	30	30	30	30	30	30
7	10	35	35	35	35	
8	-10	15	40	40	40	
9	-30	-5	20	45	45	
10	-50	-25	0	25	50	

Decisão em situação de incerteza

Situação de incerteza

Quando se desconhece a probabilidade de ocorrer cada estado da natureza.

Critério MaxiMin

- ▶ Para cada ação identificar o pior benefício
- ▶ Escolher a ação com o melhor dos piores benefícios

benefício	6	7	8	9	10	Min
6	30	30	30	30	30	30
7	10	35	35	35	35	10
8	-10	15	40	40	40	
9	-30	-5	20	45	45	
10	-50	-25	0	25	50	

Decisão em situação de incerteza

Situação de incerteza

Quando se desconhece a probabilidade de ocorrer cada estado da natureza.

Critério MaxiMin

- ▶ Para cada ação identificar o pior benefício
- ▶ Escolher a ação com o melhor dos piores benefícios

benefício	6	7	8	9	10	Min
6	30	30	30	30	30	30
7	10	35	35	35	35	10
8	-10	15	40	40	40	-10
9	-30	-5	20	45	45	
10	-50	-25	0	25	50	

Decisão em situação de incerteza

Situação de incerteza

Quando se desconhece a probabilidade de ocorrer cada estado da natureza.

Critério MaxiMin

- ▶ Para cada ação identificar o pior benefício
- ▶ Escolher a ação com o melhor dos piores benefícios

benefício	6	7	8	9	10	Min
6	30	30	30	30	30	30
7	10	35	35	35	35	10
8	-10	15	40	40	40	-10
9	-30	-5	20	45	45	-30
10	-50	-25	0	25	50	

Decisão em situação de incerteza

Situação de incerteza

Quando se desconhece a probabilidade de ocorrer cada estado da natureza.

Critério MaxiMin

- ▶ Para cada ação identificar o pior benefício
- ▶ Escolher a ação com o melhor dos piores benefícios

benefício	6	7	8	9	10	Min
6	30	30	30	30	30	30
7	10	35	35	35	35	10
8	-10	15	40	40	40	-10
9	-30	-5	20	45	45	-30
10	-50	-25	0	25	50	-50

Decisão em situação de incerteza

Critério MaxiMin

- ▶ Para cada ação identificar o pior benefício
- ▶ Escolher a ação com o melhor dos piores benefícios

benefício	6	7	8	9	10	Min
6	30	30	30	30	30	30
7	10	35	35	35	35	10
8	-10	15	40	40	40	-10
9	-30	-5	20	45	45	-30
10	-50	-25	0	25	50	-50

Decisão em situação de incerteza

Critério MaxiMax

- Para cada ação identificar o melhor benefício

benefício	6	7	8	9	10	Max
6	30	30	30	30	30	
7	10	35	35	35	35	
8	-10	15	40	40	40	
9	-30	-5	20	45	45	
10	-50	-25	0	25	50	

Decisão em situação de incerteza

Critério MaxiMax

- ▶ Para cada ação identificar o melhor benefício
- ▶ Escolher a ação com o melhor dos melhores benefícios

benefício	6	7	8	9	10	Max
6	30	30	30	30	30	
7	10	35	35	35	35	
8	-10	15	40	40	40	
9	-30	-5	20	45	45	
10	-50	-25	0	25	50	

Decisão em situação de incerteza

Critério MaxiMax

- ▶ Para cada ação identificar o melhor benefício
- ▶ Escolher a ação com o melhor dos melhores benefícios

benefício	6	7	8	9	10	Max
6	30	30	30	30	30	30
7	10	35	35	35	35	
8	-10	15	40	40	40	
9	-30	-5	20	45	45	
10	-50	-25	0	25	50	

Decisão em situação de incerteza

Critério MaxiMax

- ▶ Para cada ação identificar o melhor benefício
- ▶ Escolher a ação com o melhor dos melhores benefícios

benefício	6	7	8	9	10	Max
6	30	30	30	30	30	30
7	10	35	35	35	35	35
8	-10	15	40	40	40	
9	-30	-5	20	45	45	
10	-50	-25	0	25	50	

Decisão em situação de incerteza

Critério MaxiMax

- ▶ Para cada ação identificar o melhor benefício
- ▶ Escolher a ação com o melhor dos melhores benefícios

benefício	6	7	8	9	10	Max
6	30	30	30	30	30	30
7	10	35	35	35	35	35
8	-10	15	40	40	40	40
9	-30	-5	20	45	45	
10	-50	-25	0	25	50	

Decisão em situação de incerteza

Critério MaxiMax

- ▶ Para cada ação identificar o melhor benefício
- ▶ Escolher a ação com o melhor dos melhores benefícios

benefício	6	7	8	9	10	Max
6	30	30	30	30	30	30
7	10	35	35	35	35	35
8	-10	15	40	40	40	40
9	-30	-5	20	45	45	45
10	-50	-25	0	25	50	

Decisão em situação de incerteza

Critério MaxiMax

- ▶ Para cada ação identificar o melhor benefício
- ▶ Escolher a ação com o melhor dos melhores benefícios

benefício	6	7	8	9	10	Max
6	30	30	30	30	30	30
7	10	35	35	35	35	35
8	-10	15	40	40	40	40
9	-30	-5	20	45	45	45
10	-50	-25	0	25	50	50

Decisão em situação de incerteza

Critério MaxiMax

- ▶ Para cada ação identificar o melhor benefício
- ▶ Escolher a ação com o melhor dos melhores benefícios

benefício	6	7	8	9	10	Max
6	30	30	30	30	30	30
7	10	35	35	35	35	35
8	-10	15	40	40	40	40
9	-30	-5	20	45	45	45
10	-50	-25	0	25	50	50

Decisão em situação de incerteza

Critério de Hurwicz

- Permite tomar a decisão em função do grau de otimismo (α)

Decisão	Critério		
	Min	Max	de Hurwicz
6	30	30	
7	10	35	
8	-10	40	
9	-30	45	
10	-50	50	

Decisão em situação de incerteza

Critério de Hurwicz

- ▶ Permite tomar a decisão em função do grau de otimismo (α)
- ▶ Totalmente otimista corresponde a $\alpha = 1$

Decisão	Critério	
	Min	Max
6	30	30
7	10	35
8	-10	40
9	-30	45
10	-50	50

Decisão em situação de incerteza

Critério de Hurwicz

- ▶ Permite tomar a decisão em função do grau de otimismo (α)
- ▶ Totalmente otimista corresponde a $\alpha = 1$
- ▶ Totalmente pessimista corresponde a $\alpha = 0$

Decisão	Critério		
	Min	Max	de Hurwicz
6	30	30	
7	10	35	
8	-10	40	
9	-30	45	
10	-50	50	

Decisão em situação de incerteza

Critério de Hurwicz

- ▶ Permite tomar a decisão em função do grau de otimismo (α)
- ▶ Totalmente otimista corresponde a $\alpha = 1$
- ▶ Totalmente pessimista corresponde a $\alpha = 0$

Decisão	Critério		
	Min	Max	de Hurwicz
6	30	30	$\alpha 30 + (1 - \alpha) 30$
7	10	35	
8	-10	40	
9	-30	45	
10	-50	50	

Decisão em situação de incerteza

Critério de Hurwicz

- ▶ Permite tomar a decisão em função do grau de otimismo (α)
- ▶ Totalmente otimista corresponde a $\alpha = 1$
- ▶ Totalmente pessimista corresponde a $\alpha = 0$

Decisão	Critério		
	Min	Max	de Hurwicz
6	30	30	$\alpha 30 + (1 - \alpha) 30$
7	10	35	$\alpha 35 + (1 - \alpha) 10$
8	-10	40	
9	-30	45	
10	-50	50	

Decisão em situação de incerteza

Critério de Hurwicz

- ▶ Permite tomar a decisão em função do grau de otimismo (α)
- ▶ Totalmente otimista corresponde a $\alpha = 1$
- ▶ Totalmente pessimista corresponde a $\alpha = 0$

Decisão	Min	Max	Critério
			de Hurwicz
6	30	30	$\alpha 30 + (1 - \alpha) 30$
7	10	35	$\alpha 35 + (1 - \alpha) 10$
8	-10	40	$\alpha 40 + (1 - \alpha) (-10)$
9	-30	45	
10	-50	50	

Decisão em situação de incerteza

Critério de Hurwicz

- ▶ Permite tomar a decisão em função do grau de otimismo (α)
- ▶ Totalmente otimista corresponde a $\alpha = 1$
- ▶ Totalmente pessimista corresponde a $\alpha = 0$

Decisão	Min	Max	Critério
			de Hurwicz
6	30	30	$\alpha 30 + (1 - \alpha) 30$
7	10	35	$\alpha 35 + (1 - \alpha) 10$
8	-10	40	$\alpha 40 + (1 - \alpha) (-10)$
9	-30	45	$\alpha 45 + (1 - \alpha) (-30)$
10	-50	50	

Decisão em situação de incerteza

Critério de Hurwicz

- ▶ Permite tomar a decisão em função do grau de otimismo (α)
- ▶ Totalmente otimista corresponde a $\alpha = 1$
- ▶ Totalmente pessimista corresponde a $\alpha = 0$

Decisão	Min	Max	Critério
			de Hurwicz
6	30	30	$\alpha 30 + (1 - \alpha) 30$
7	10	35	$\alpha 35 + (1 - \alpha) 10$
8	-10	40	$\alpha 40 + (1 - \alpha) (-10)$
9	-30	45	$\alpha 45 + (1 - \alpha) (-30)$
10	-50	50	$\alpha 50 + (1 - \alpha) (-50)$

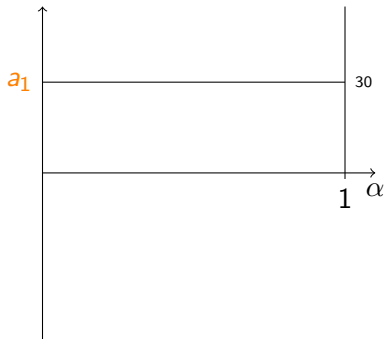
Critério de Savage

Decisão	Critério de Savage
$a_1: 6$	$\alpha 30 + (1 - \alpha)30$
$a_2: 7$	$\alpha 35 + (1 - \alpha)10$
$a_3: 8$	$\alpha 40 + (1 - \alpha)(-10)$
$a_4: 9$	$\alpha 45 + (1 - \alpha)(-30)$
$a_5: 10$	$\alpha 50 + (1 - \alpha)(-50)$

Critério de Savage

Decisão	Critério de Savage
$a_1: 6$	$\alpha 30 + (1 - \alpha)30$
$a_2: 7$	$\alpha 35 + (1 - \alpha)10$
$a_3: 8$	$\alpha 40 + (1 - \alpha)(-10)$
$a_4: 9$	$\alpha 45 + (1 - \alpha)(-30)$
$a_5: 10$	$\alpha 50 + (1 - \alpha)(-50)$

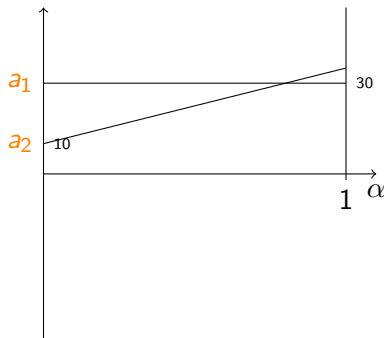
benefício



Critério de Savage

Decisão	Critério de Savage
$a_1: 6$	$\alpha 30 + (1 - \alpha)30$
$a_2: 7$	$\alpha 35 + (1 - \alpha)10$
$a_3: 8$	$\alpha 40 + (1 - \alpha)(-10)$
$a_4: 9$	$\alpha 45 + (1 - \alpha)(-30)$
$a_5: 10$	$\alpha 50 + (1 - \alpha)(-50)$

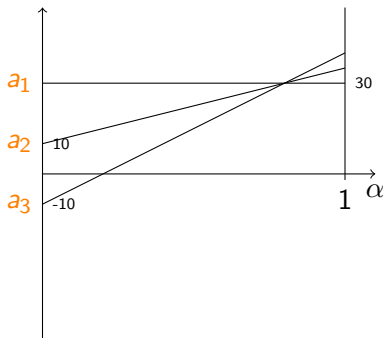
benefício



Critério de Savage

Decisão	Critério de Savage
$a_1: 6$	$\alpha 30 + (1 - \alpha)30$
$a_2: 7$	$\alpha 35 + (1 - \alpha)10$
$a_3: 8$	$\alpha 40 + (1 - \alpha)(-10)$
$a_4: 9$	$\alpha 45 + (1 - \alpha)(-30)$
$a_5: 10$	$\alpha 50 + (1 - \alpha)(-50)$

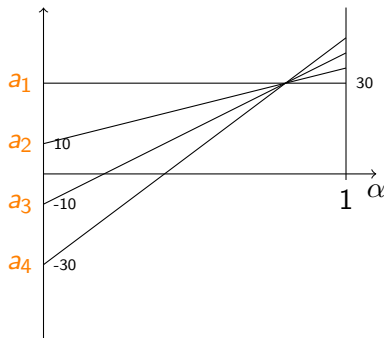
benefício



Critério de Savage

Decisão	Critério de Savage
$a_1: 6$	$\alpha 30 + (1 - \alpha)30$
$a_2: 7$	$\alpha 35 + (1 - \alpha)10$
$a_3: 8$	$\alpha 40 + (1 - \alpha)(-10)$
$a_4: 9$	$\alpha 45 + (1 - \alpha)(-30)$
$a_5: 10$	$\alpha 50 + (1 - \alpha)(-50)$

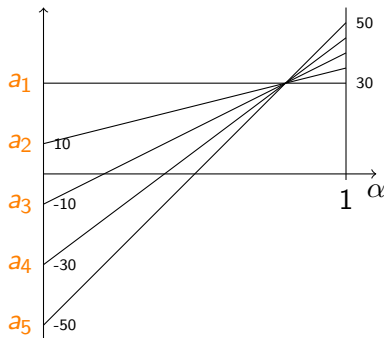
benefício



Critério de Savage

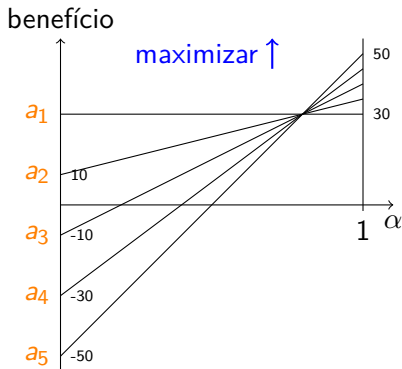
Decisão	Critério de Savage
$a_1: 6$	$\alpha 30 + (1 - \alpha)30$
$a_2: 7$	$\alpha 35 + (1 - \alpha)10$
$a_3: 8$	$\alpha 40 + (1 - \alpha)(-10)$
$a_4: 9$	$\alpha 45 + (1 - \alpha)(-30)$
$a_5: 10$	$\alpha 50 + (1 - \alpha)(-50)$

benefício



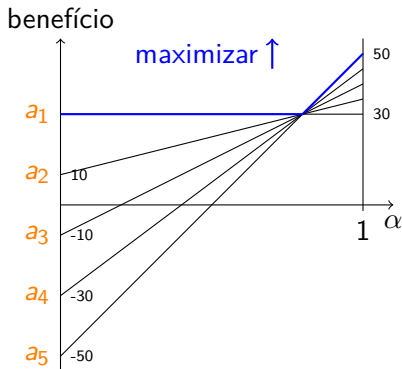
Critério de Savage

Decisão	Critério de Savage
$a_1: 6$	$\alpha 30 + (1 - \alpha)30$
$a_2: 7$	$\alpha 35 + (1 - \alpha)10$
$a_3: 8$	$\alpha 40 + (1 - \alpha)(-10)$
$a_4: 9$	$\alpha 45 + (1 - \alpha)(-30)$
$a_5: 10$	$\alpha 50 + (1 - \alpha)(-50)$



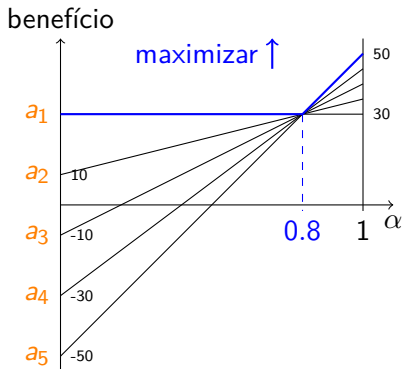
Critério de Savage

Decisão	Critério de Savage
$a_1: 6$	$\alpha 30 + (1 - \alpha)30$
$a_2: 7$	$\alpha 35 + (1 - \alpha)10$
$a_3: 8$	$\alpha 40 + (1 - \alpha)(-10)$
$a_4: 9$	$\alpha 45 + (1 - \alpha)(-30)$
$a_5: 10$	$\alpha 50 + (1 - \alpha)(-50)$



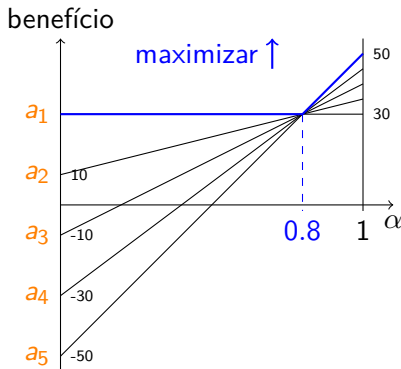
Critério de Savage

Decisão	Critério de Savage
$a_1: 6$	$\alpha 30 + (1 - \alpha)30$
$a_2: 7$	$\alpha 35 + (1 - \alpha)10$
$a_3: 8$	$\alpha 40 + (1 - \alpha)(-10)$
$a_4: 9$	$\alpha 45 + (1 - \alpha)(-30)$
$a_5: 10$	$\alpha 50 + (1 - \alpha)(-50)$



Critério de Savage

Decisão	Critério de Savage
$a_1: 6$	$\alpha 30 + (1 - \alpha)30$
$a_2: 7$	$\alpha 35 + (1 - \alpha)10$
$a_3: 8$	$\alpha 40 + (1 - \alpha)(-10)$
$a_4: 9$	$\alpha 45 + (1 - \alpha)(-30)$
$a_5: 10$	$\alpha 50 + (1 - \alpha)(-50)$



Decisão:

- ▶ Se $\alpha < 0.8$ optamos pela decisão a_1 ;
- ▶ Se $\alpha > 0.8$ optamos pela decisão a_5 ;
- ▶ Se $\alpha = 0.8$ é indiferente optar pela decisões a_1 ou a_5 .

Decisão em situação de risco

Situação de Risco

Quando conhecemos a probabilidade de ocorrer cada estado da natureza.

Decisão em situação de risco

Situação de Risco

Quando conhecemos a probabilidade de ocorrer cada estado da natureza.

Crítério do valor esperado

Determina-se o valor esperado do benefício (ou prejuízo) associado a cada decisão, e escolhe-se a decisão que corresponde ao maior (menor) valor esperado.

Decisão em situação de risco

Situação de Risco

Quando conhecemos a probabilidade de ocorrer cada estado da natureza.

Crítério do valor esperado

Determina-se o valor esperado do benefício (ou prejuízo) associado a cada decisão, e escolhe-se a decisão que corresponde ao maior (menor) valor esperado.

Valor esperado do benefício

Para a ação a_i e estado da natureza s_j com benefício b_{ij} , tem-se

$$E(a_i) = \sum_j \text{Prob}(s_j) b_{ij}$$

Decisão em situação de risco

Exemplo vendedor de jornais

Assuma que as probabilidades de vender 6, 7, 8, 9 e 10 jornais são 0.1, 0.3, 0.3, 0.2 e 0.1, respetivamente.

Decisão em situação de risco

Exemplo vendedor de jornais

Assuma que as probabilidades de vender 6, 7, 8, 9 e 10 jornais são 0.1, 0.3, 0.3, 0.2 e 0.1, respetivamente.

		Estados da natureza						
		Benefício	6	7	8	9	10	Benefício esperado
Ação	6	30	30	30	30	30	30	30
	7	10	35	35	35	35	35	32.5
	8	-10	15	40	40	40	40	27.5
	9	-30	-5	20	45	45	45	15
	10	-50	-25	0	25	50	50	-2.5

Decisão em situação de risco

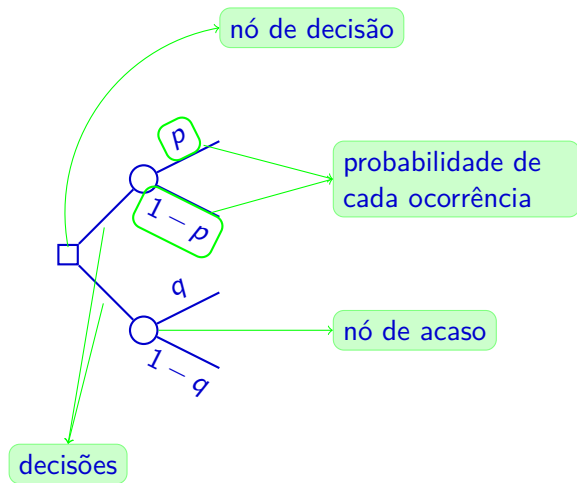
Exemplo vendedor de jornais

Assuma que as probabilidades de vender 6, 7, 8, 9 e 10 jornais são 0.1, 0.3, 0.3, 0.2 e 0.1, respetivamente.

		Estados da natureza						
		Benefício	6	7	8	9	10	Benefício esperado
Ação	6	30	30	30	30	30	30	30
	7	10	35	35	35	35	35	32.5
	8	-10	15	40	40	40	40	27.5
	9	-30	-5	20	45	45	45	15
	10	-50	-25	0	25	50	50	-2.5

Decisão: Encomendar 7 jornais.

Árvore



Árvores de decisão

Construção da árvore

1. Para cada nó final da árvore (folha da árvore), calculamos o benefício que se obtém pela sequência de decisões e eventos desde a raiz da árvore;

Árvores de decisão

Construção da árvore

1. Para cada nó final da árvore (folha da árvore), calculamos o benefício que se obtém pela sequência de decisões e eventos desde a raiz da árvore;
2. em cada momento, partindo dos nós imediatamente anteriores às folhas e recuando até à raiz, calculamos:

Árvores de decisão

Construção da árvore

1. Para cada nó final da árvore (folha da árvore), calculamos o benefício que se obtem pela sequência de decisões e eventos desde a raiz da árvore;
2. em cada momento, partindo dos nós imediatamente anteriores às folhas e recuando até à raiz, calculamos:
 - ▶ para cada nó de acaso, o valor esperado do benefício;

Árvores de decisão

Construção da árvore

1. Para cada nó final da árvore (folha da árvore), calculamos o benefício que se obtém pela sequência de decisões e eventos desde a raiz da árvore;
2. em cada momento, partindo dos nós imediatamente anteriores às folhas e recuando até à raiz, calculamos:
 - ▶ para cada nó de acaso, o valor esperado do benefício;
 - ▶ para cada nó de decisão, escolhe-se a ação que corresponde ao melhor benefício;

Árvores de decisão

Construção da árvore

1. Para cada nó final da árvore (folha da árvore), calculamos o benefício que se obtém pela sequência de decisões e eventos desde a raiz da árvore;
2. em cada momento, partindo dos nós imediatamente anteriores às folhas e recuando até à raiz, calculamos:
 - ▶ para cada nó de acaso, o valor esperado do benefício;
 - ▶ para cada nó de decisão, escolhe-se a ação que corresponde ao melhor benefício;
 - ▶ termina quando se obtém os benefícios esperados das decisões que correspondem à raiz da árvore;

Árvores de decisão

Construção da árvore

1. Para cada nó final da árvore (folha da árvore), calculamos o benefício que se obtém pela sequência de decisões e eventos desde a raiz da árvore;
2. em cada momento, partindo dos nós imediatamente anteriores às folhas e recuando até à raiz, calculamos:
 - ▶ para cada nó de acaso, o valor esperado do benefício;
 - ▶ para cada nó de decisão, escolhe-se a ação que corresponde ao melhor benefício;
 - ▶ termina quando se obtém os benefícios esperados das decisões que correspondem à raiz da árvore;
3. escolhe-se a decisão inicial (na raiz da árvore) que corresponde ao melhor benefício esperado;

Exemplo

Uma empresa é proprietária de um terreno que pode ter petróleo no seu subsolo. Um consultor geológico estima que à possibilidade de 1 em 4 de haver petróleo. Por causa desta possibilidade uma outra companhia ofereceu-se para comprar o terreno por 90 000 euros. Em vez de vender, a empresa pode optar por perfurar com um custo de 100 000 euros. Se for encontrado petróleo a receita esperada é de 800 000 euros. Contudo, antes de decidir vender ou perfurar a empresa pode realizar uma pesquisa sísmica do terreno (por 30 000 euros) para obter uma melhor estimativa da probabilidade de encontrar petróleo. Sabe-se que com a probabilidade de 0.7 o relatório será desfavorável e 0.3 o relatório será favorável. No caso de o relatório ser desfavorável sabemos que a probabilidade de encontrar petróleo baixa para 0.15. Caso o relatório seja favorável a probabilidade de encontrar petróleo sobe para 0.5.

Árvore de decisão



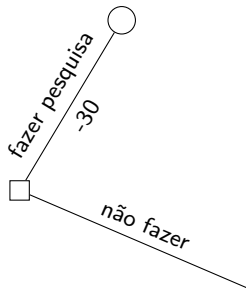
Árvore de decisão



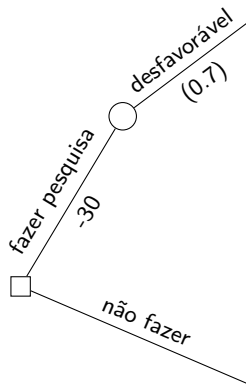
Árvore de decisão



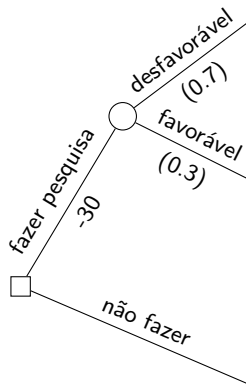
Árvore de decisão



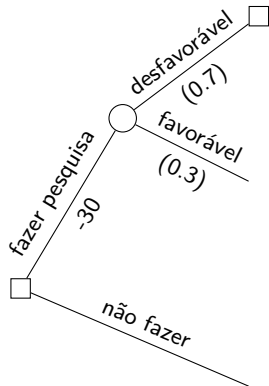
Árvore de decisão



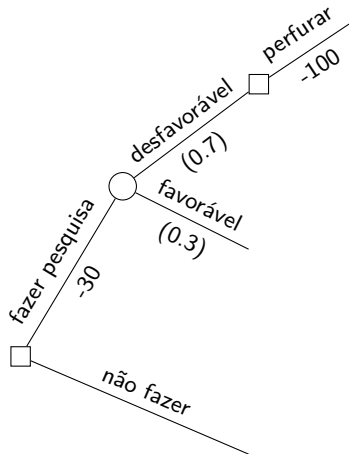
Árvore de decisão



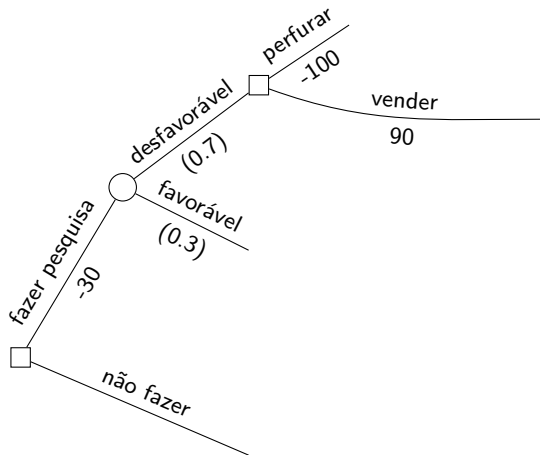
Árvore de decisão



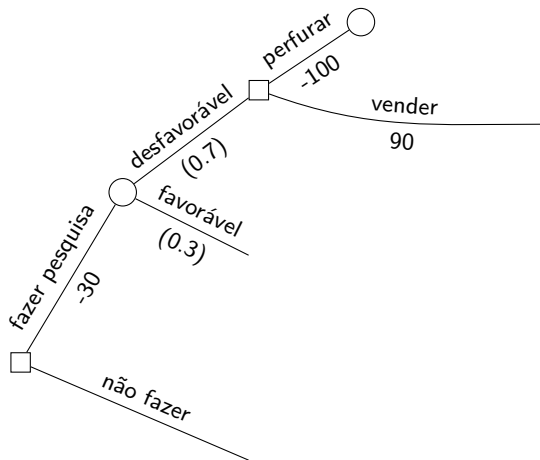
Árvore de decisão



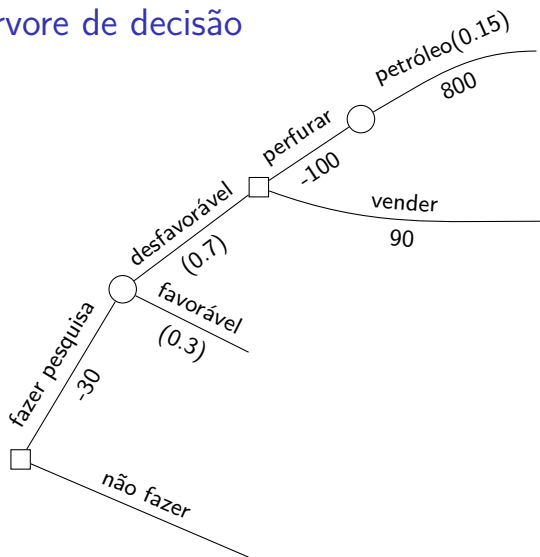
Árvore de decisão



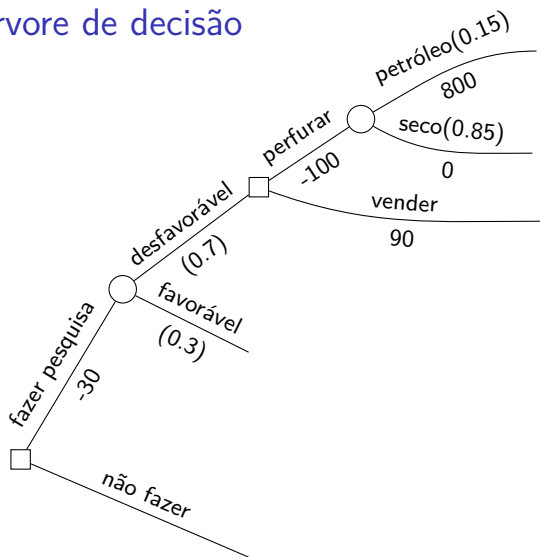
Árvore de decisão



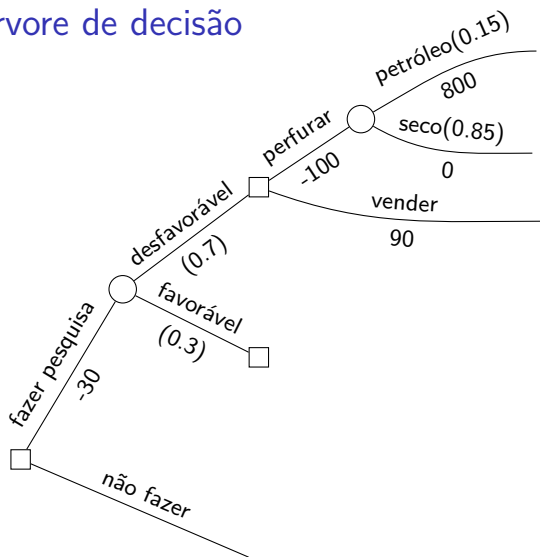
Árvore de decisão



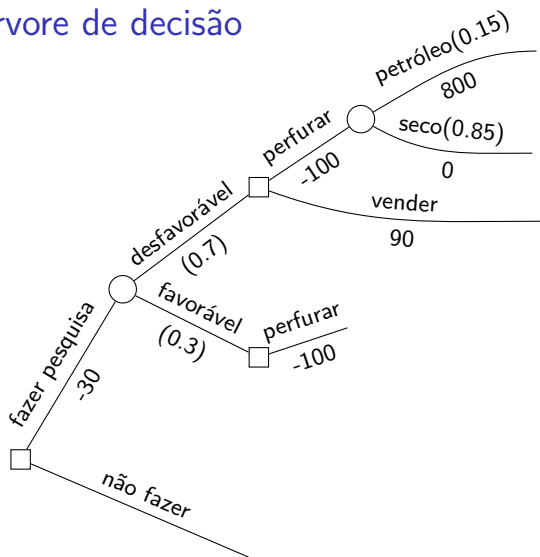
Árvore de decisão



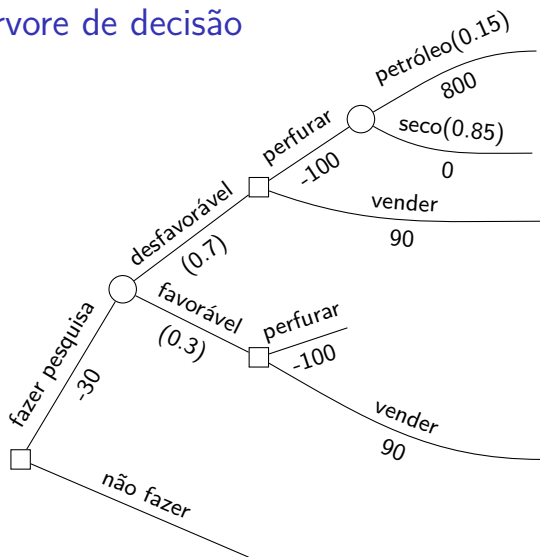
Árvore de decisão



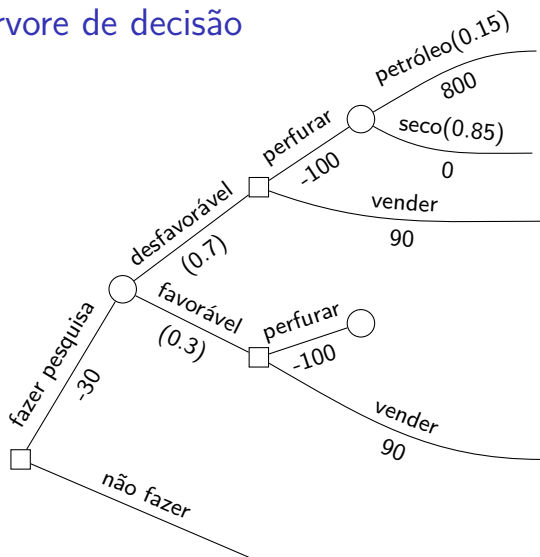
Árvore de decisão



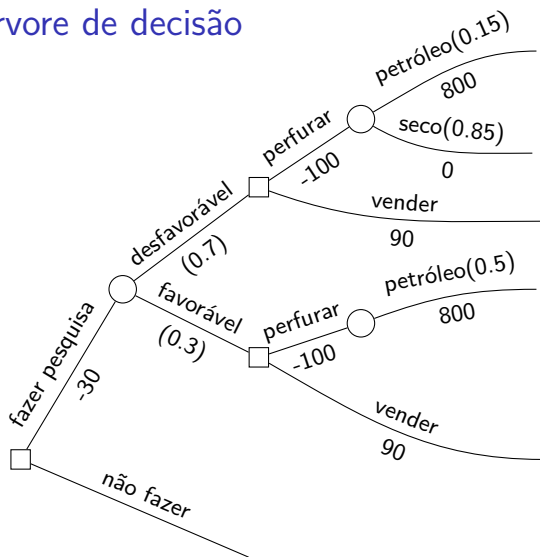
Árvore de decisão



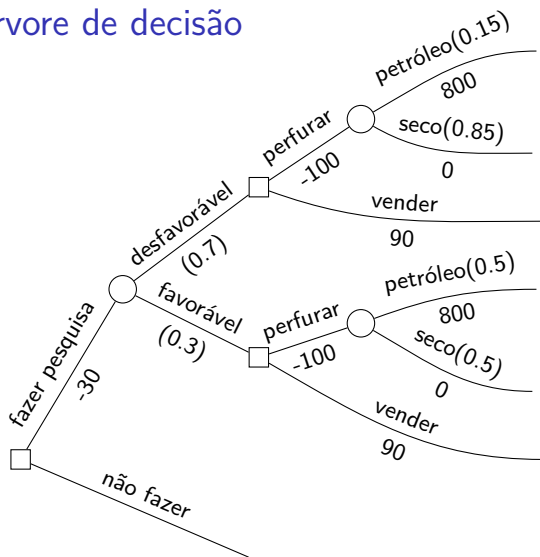
Árvore de decisão



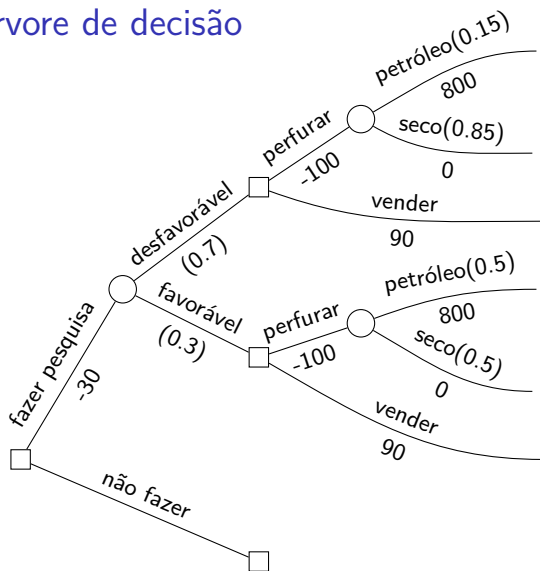
Árvore de decisão



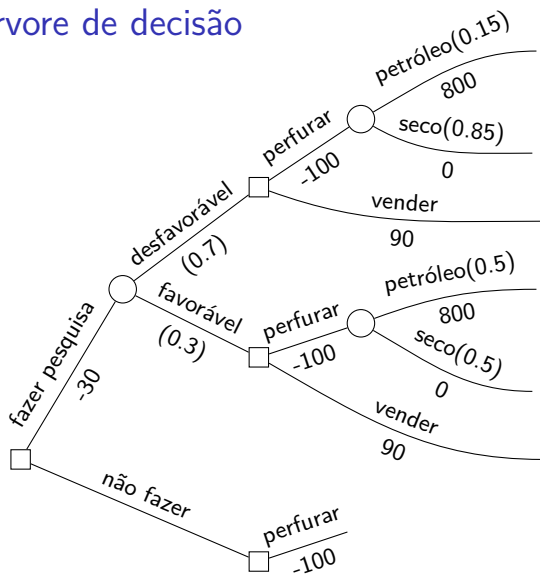
Árvore de decisão



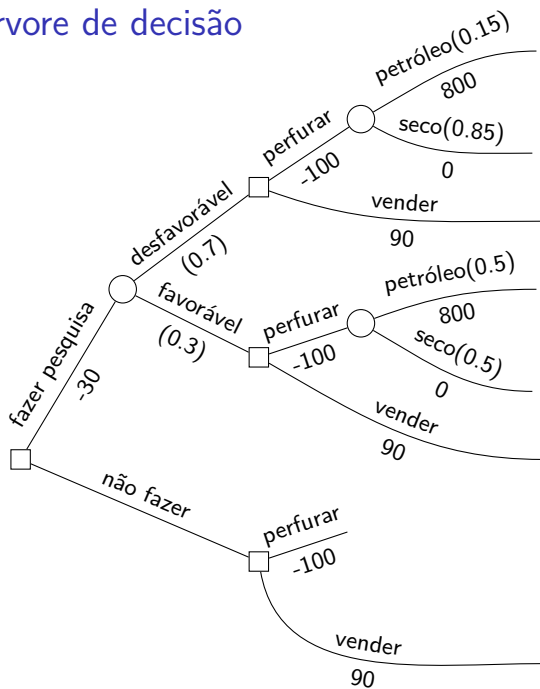
Árvore de decisão



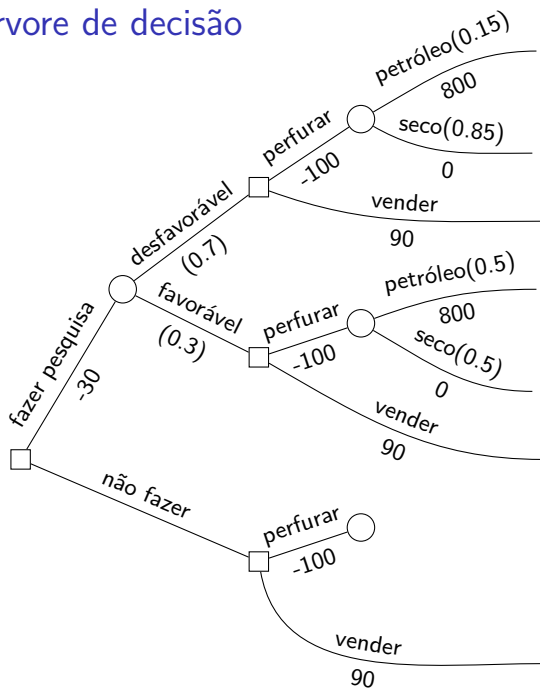
Árvore de decisão



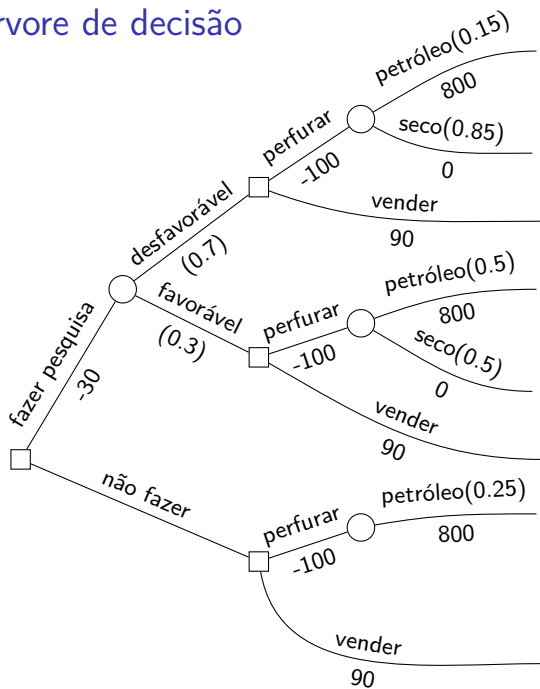
Árvore de decisão



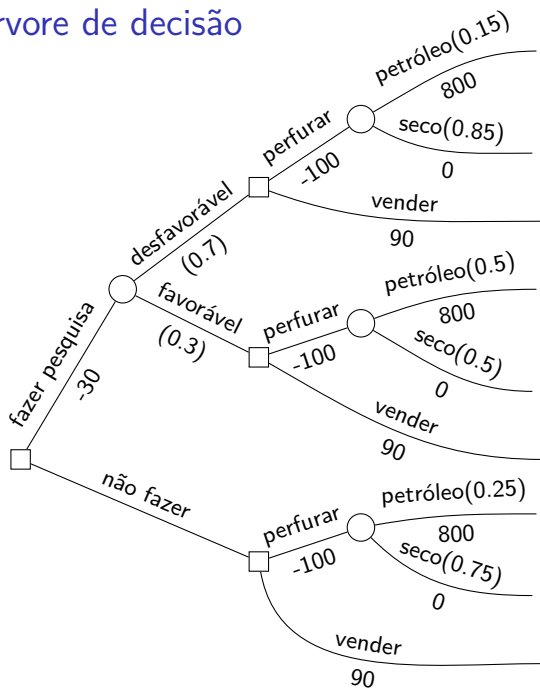
Árvore de decisão



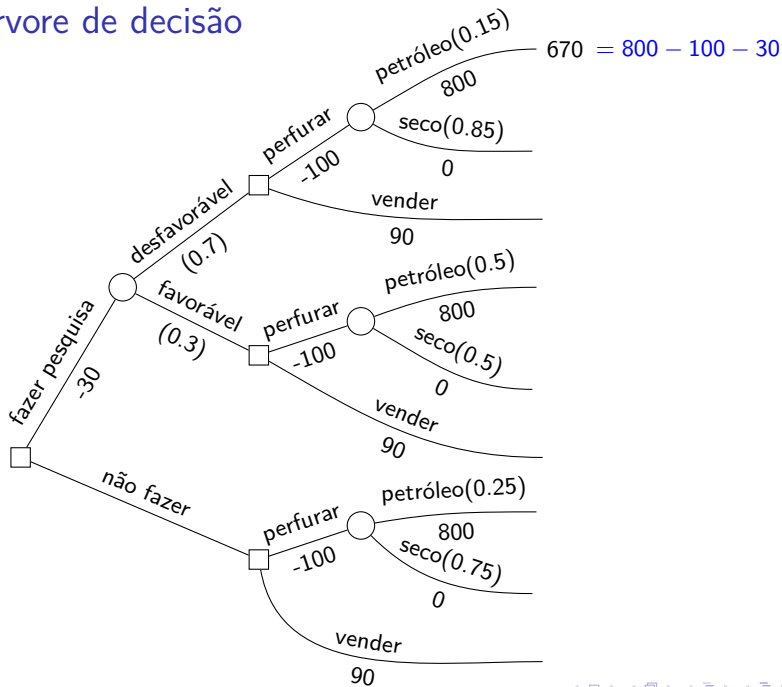
Árvore de decisão



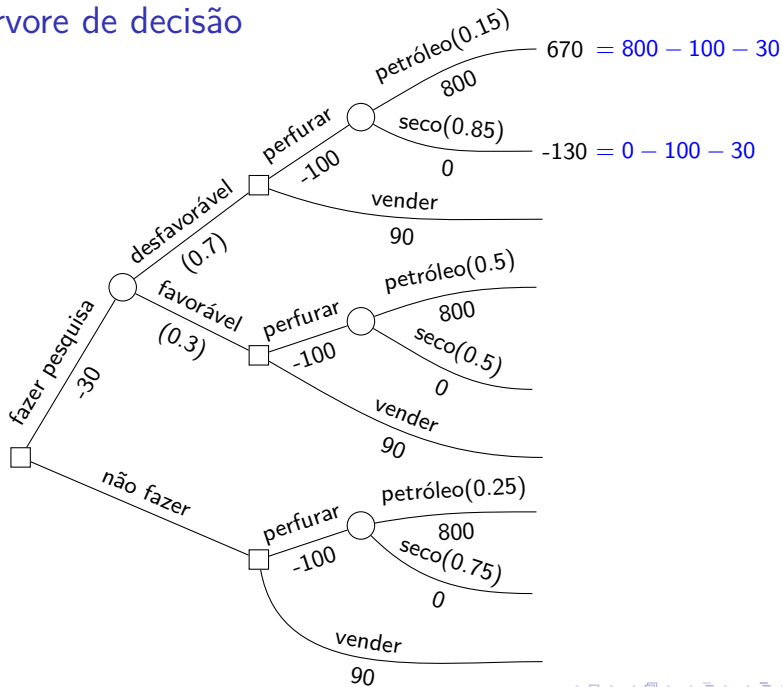
Árvore de decisão



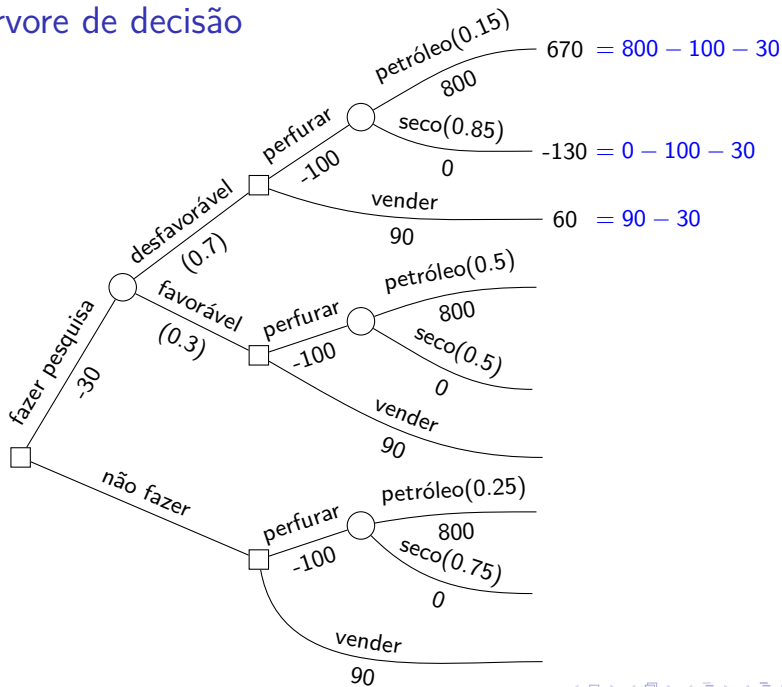
Árvore de decisão



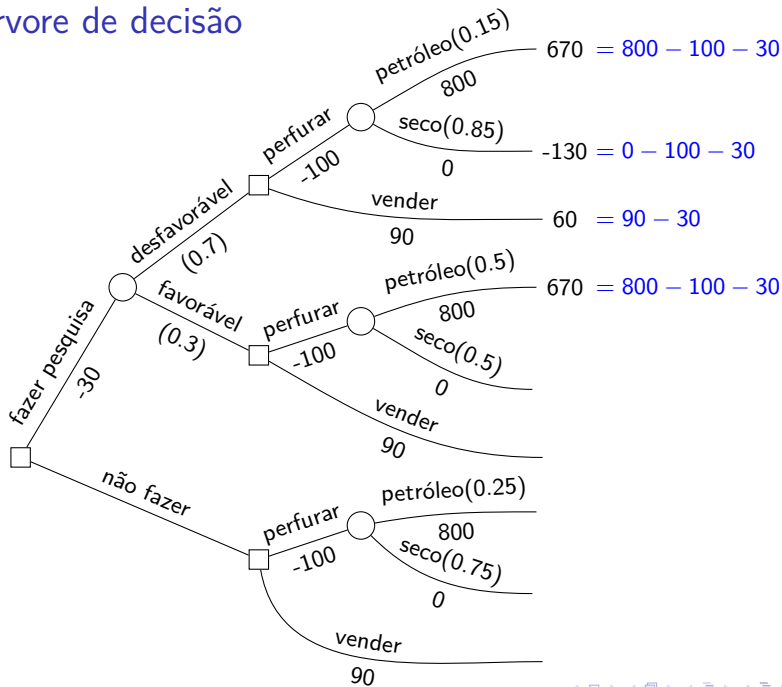
Árvore de decisão



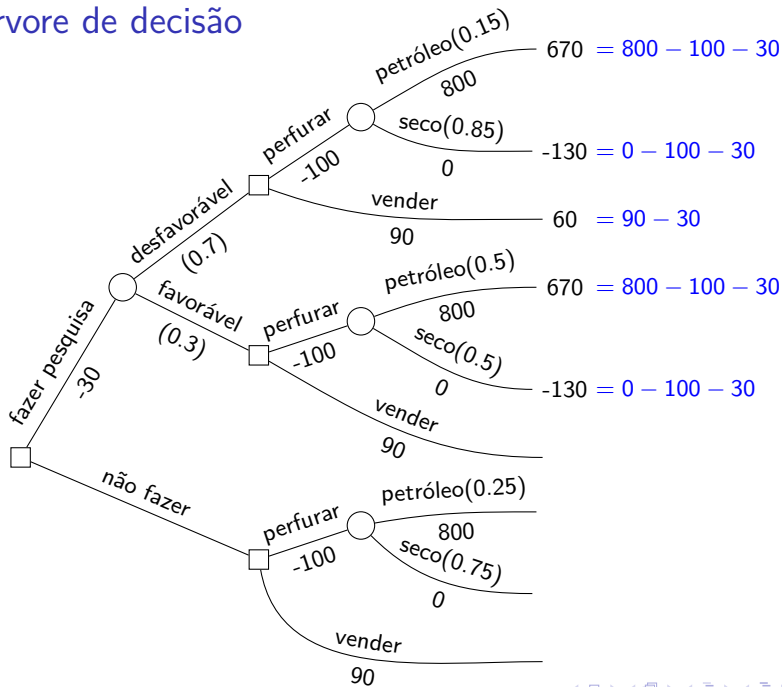
Árvore de decisão



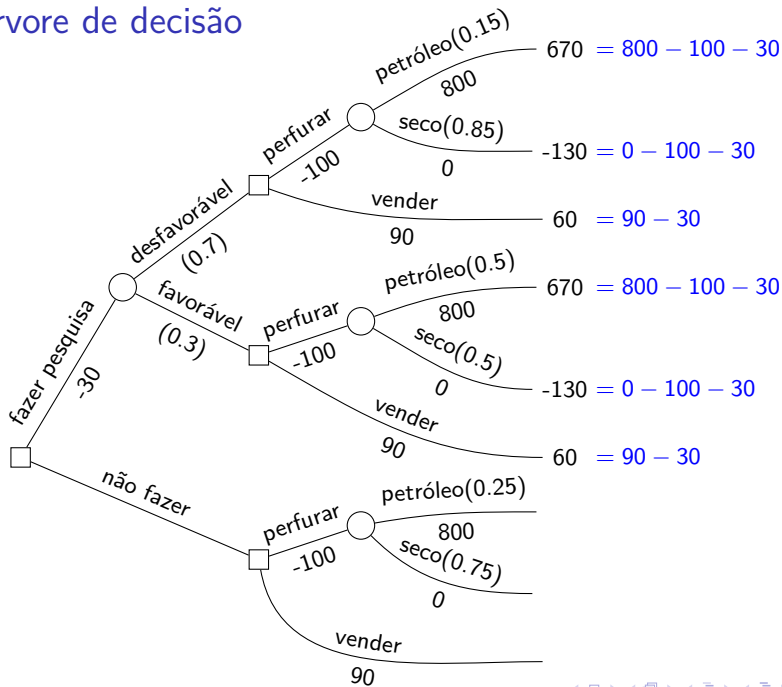
Árvore de decisão



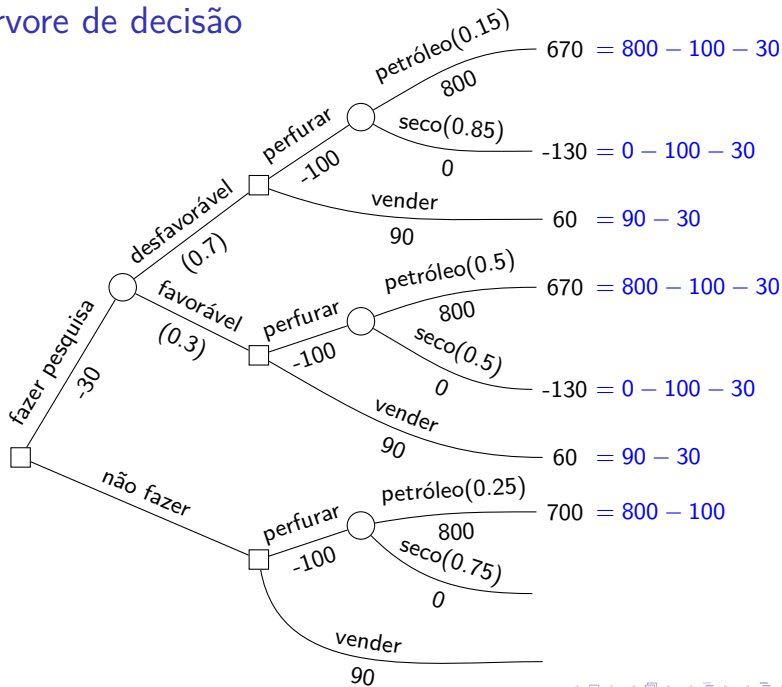
Árvore de decisão



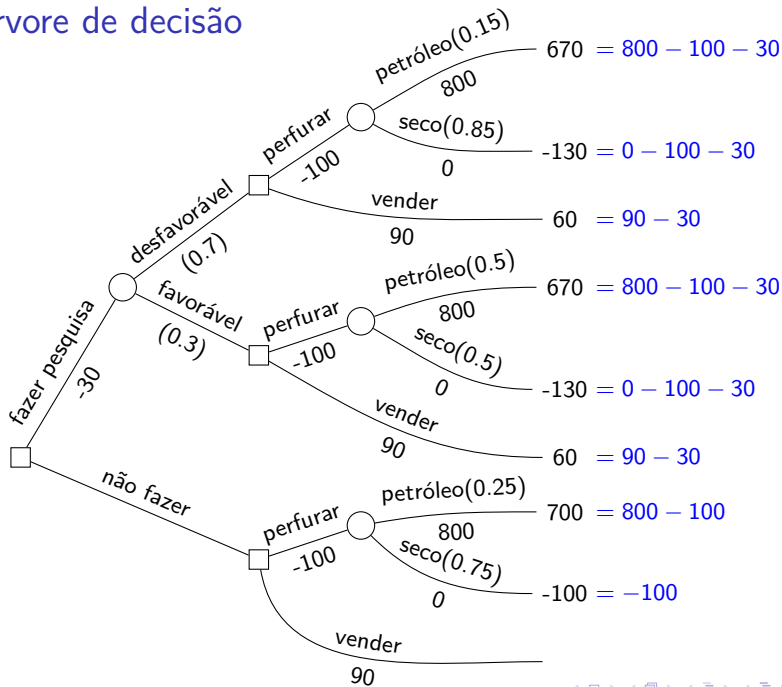
Árvore de decisão



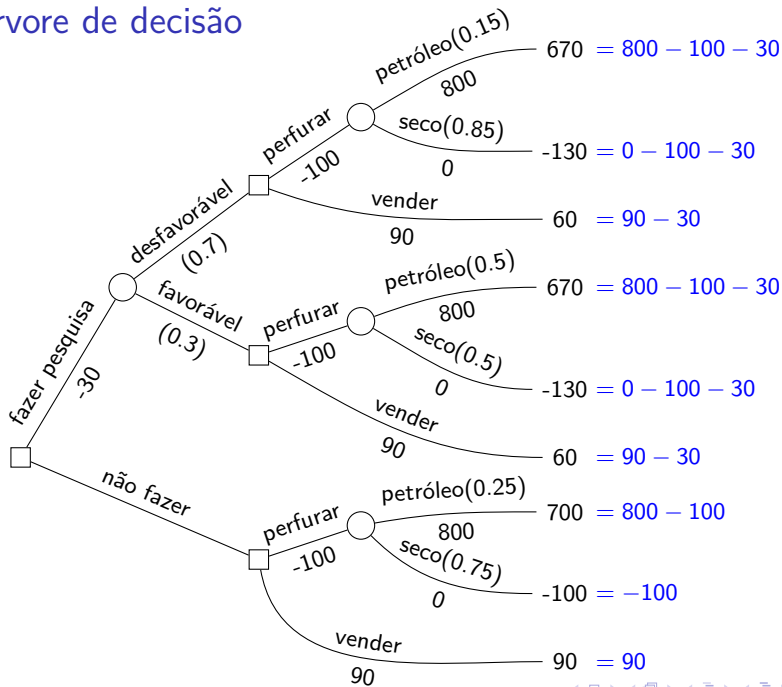
Árvore de decisão



Árvore de decisão

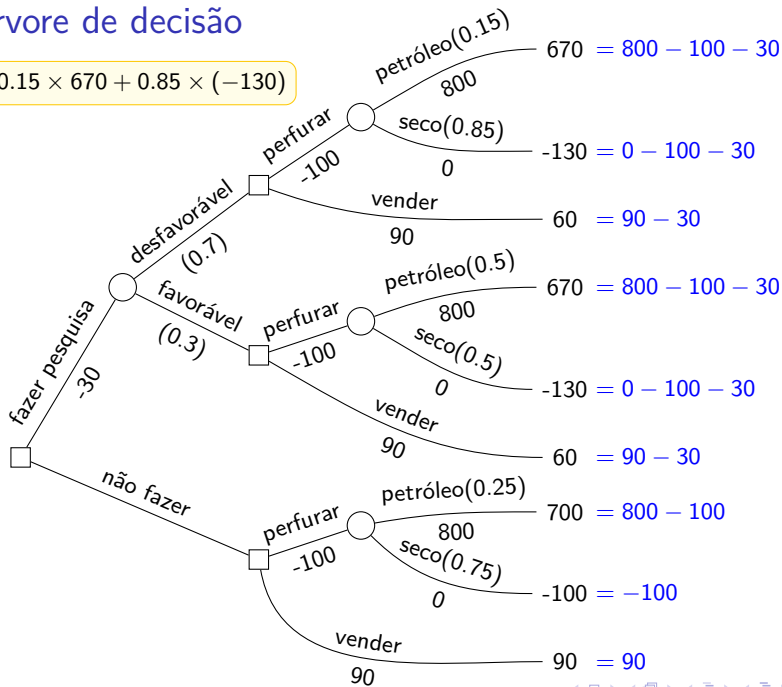


Árvore de decisão



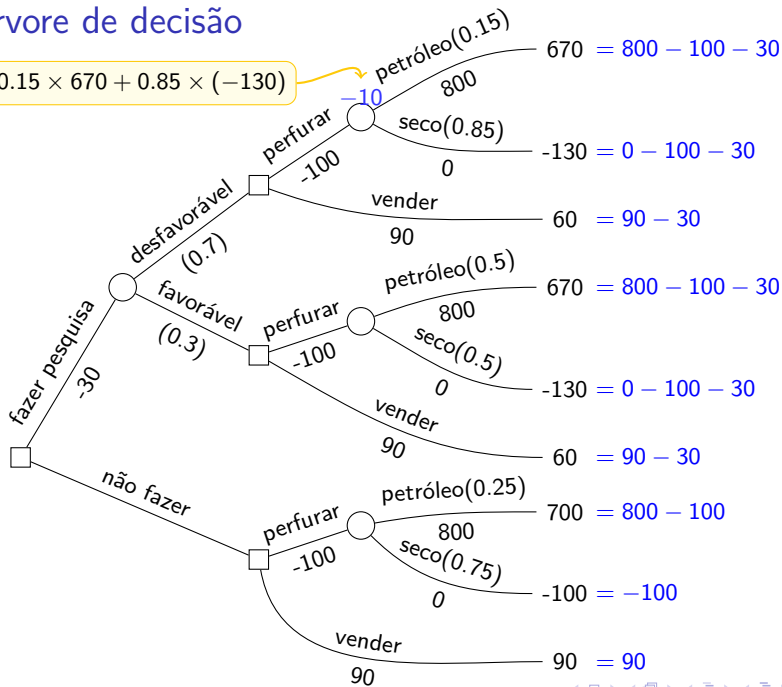
Árvore de decisão

$$0.15 \times 670 + 0.85 \times (-130)$$



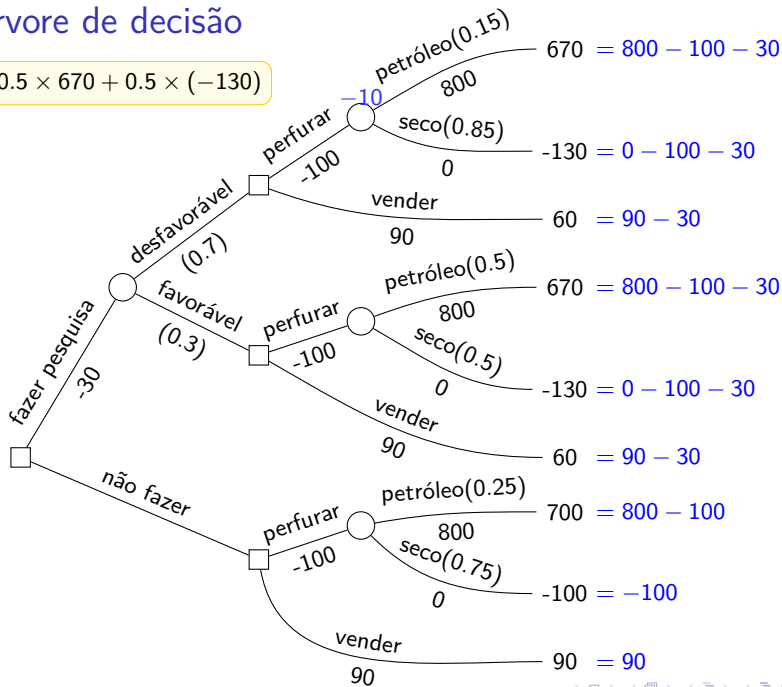
Árvore de decisão

$$0.15 \times 670 + 0.85 \times (-130)$$



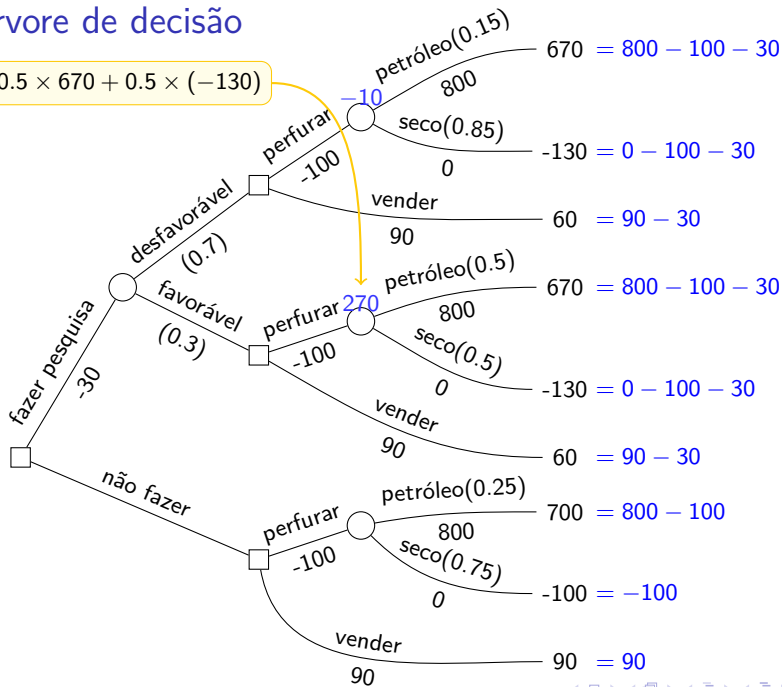
Árvore de decisão

$$0.5 \times 670 + 0.5 \times (-130)$$



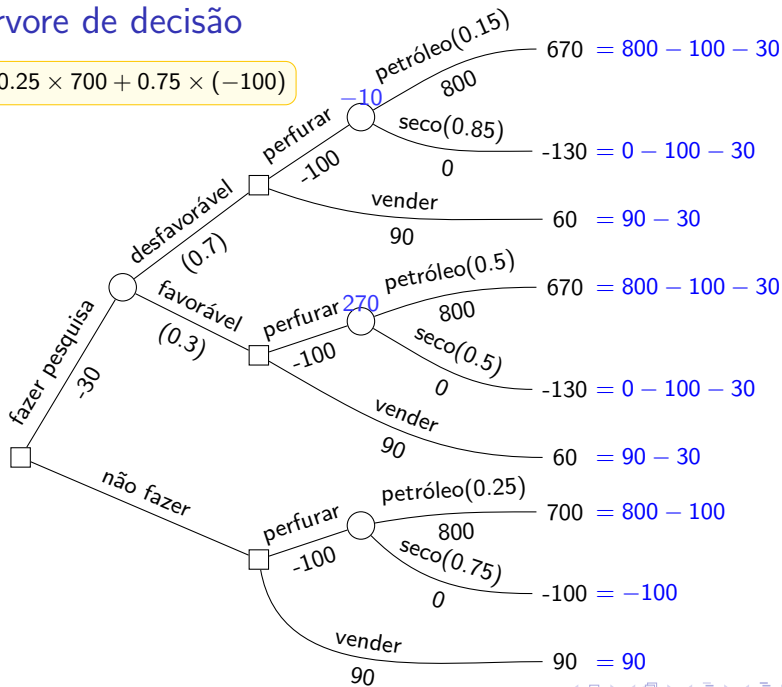
Árvore de decisão

$$0.5 \times 670 + 0.5 \times (-130)$$



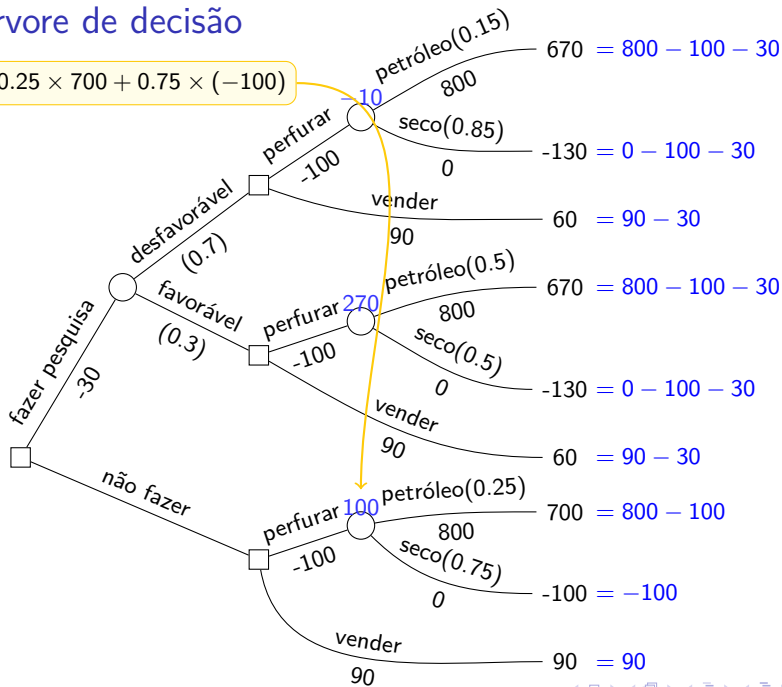
Árvore de decisão

$$0.25 \times 700 + 0.75 \times (-100)$$

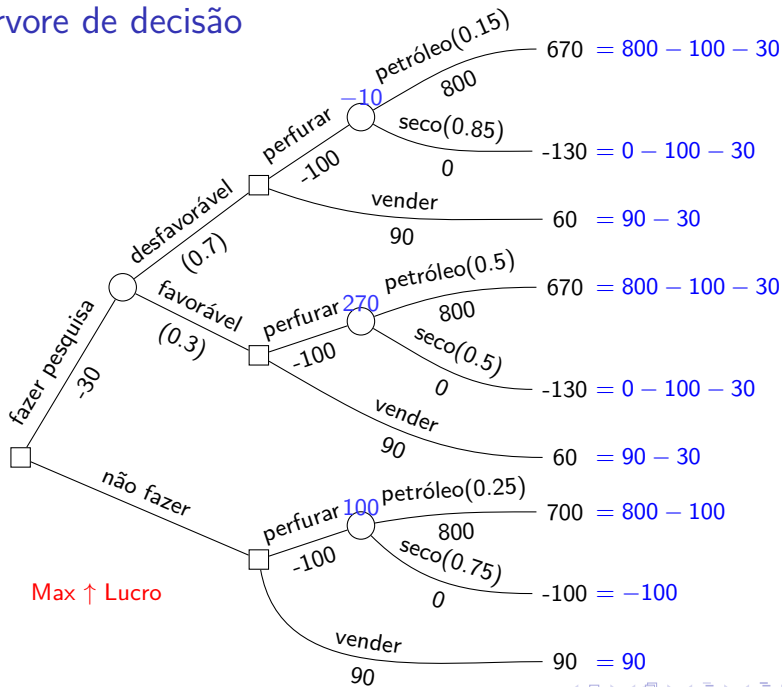


Árvore de decisão

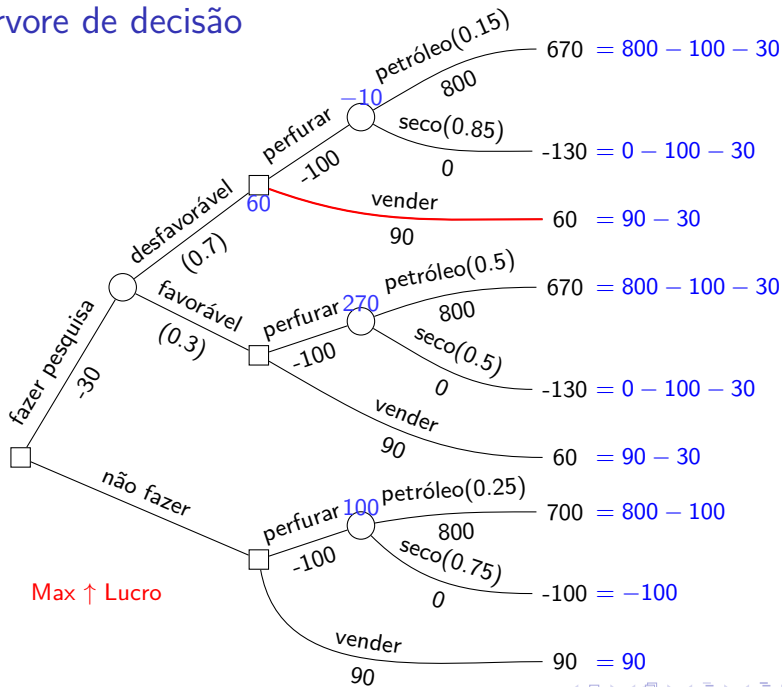
$$0.25 \times 700 + 0.75 \times (-100)$$



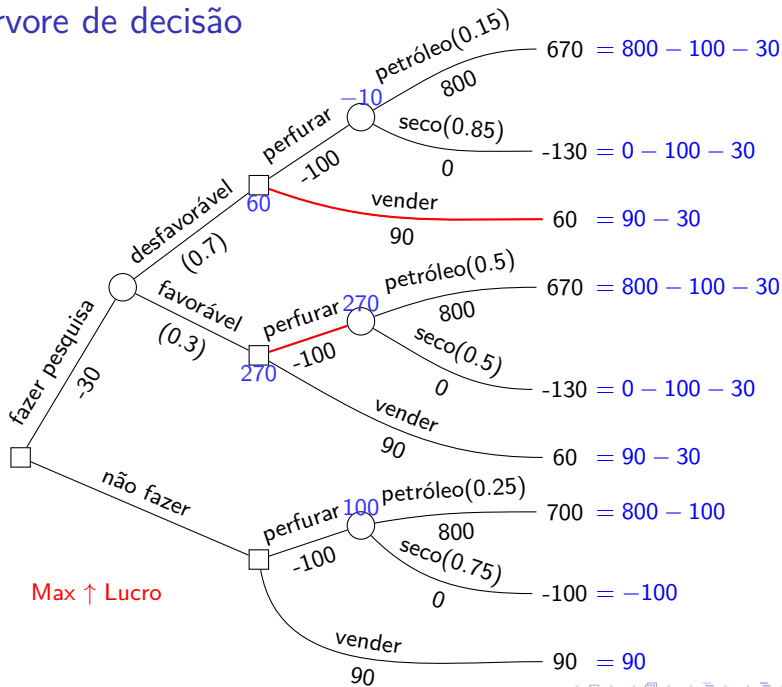
Árvore de decisão



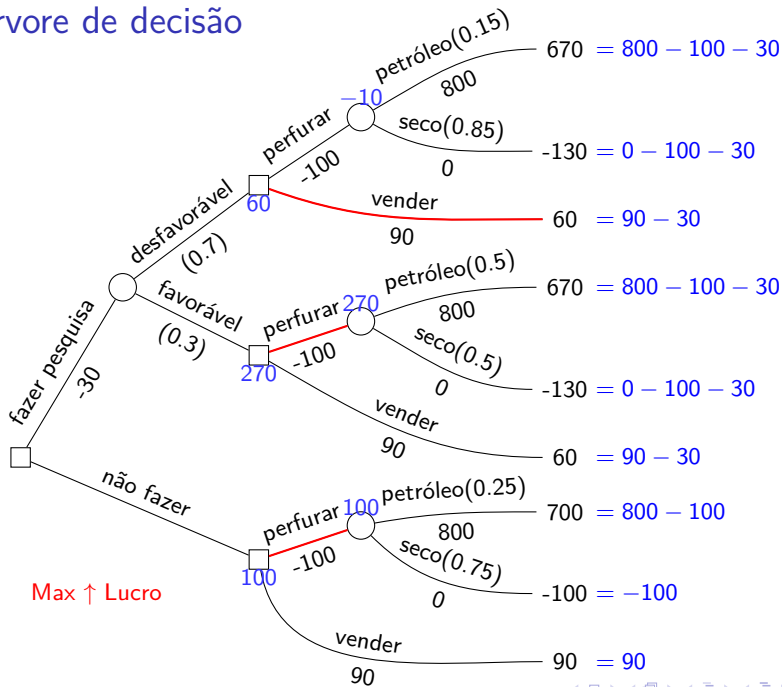
Árvore de decisão



Árvore de decisão

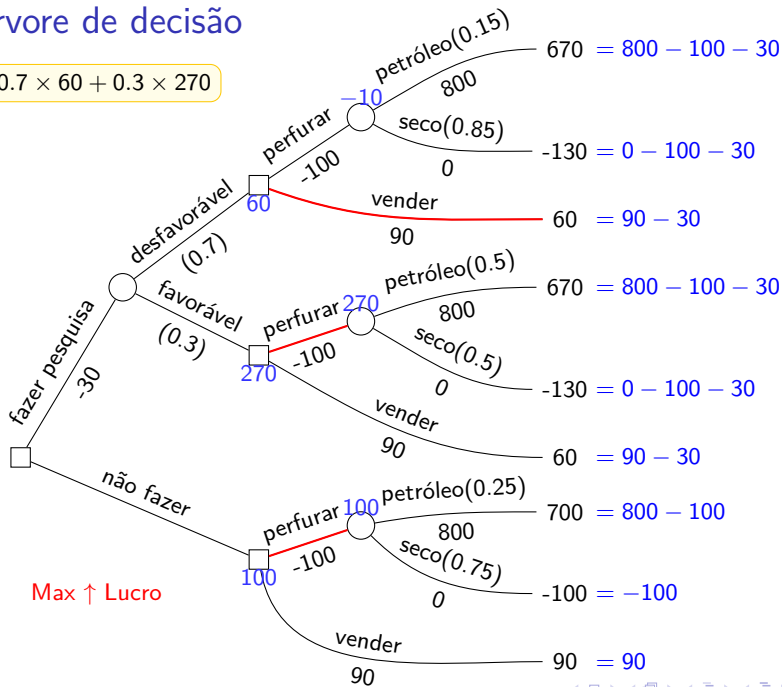


Árvore de decisão



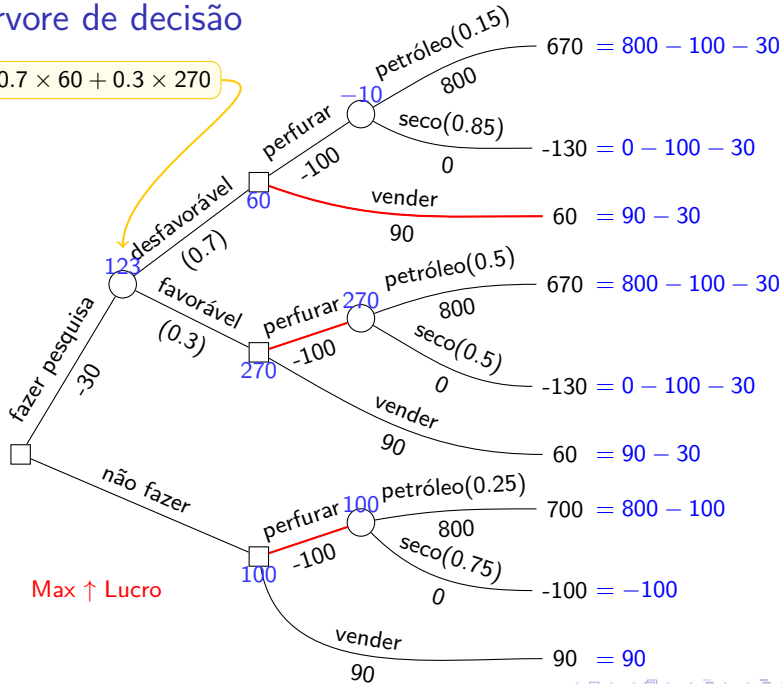
Árvore de decisão

$$0.7 \times 60 + 0.3 \times 270$$

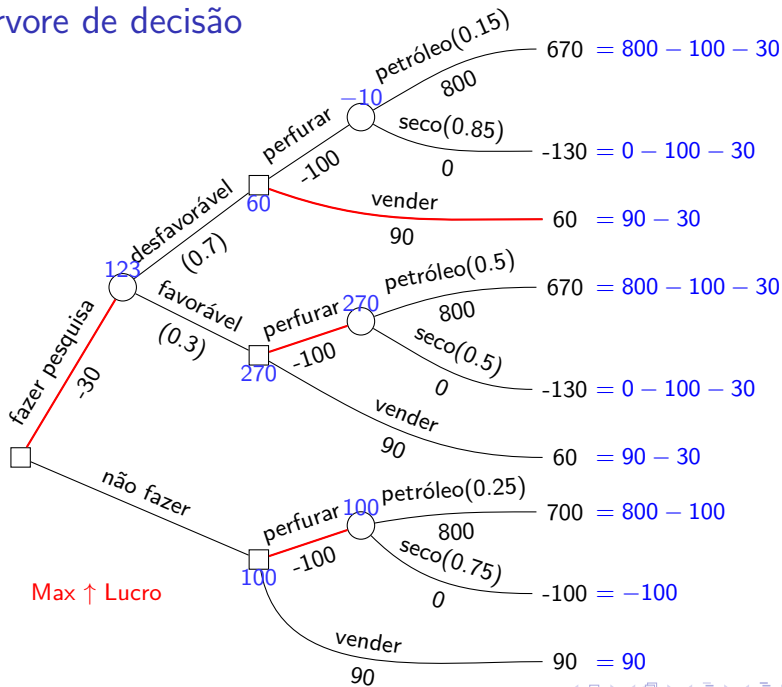


Árvore de decisão

$$0.7 \times 60 + 0.3 \times 270$$



Árvore de decisão



Exemplo

Decisão

A decisão aconselhada é fazer a pesquisa sísmica. Caso o parecer seja desfavorável, aconselha-se a vender o terreno se o parecer for favorável, aconselha-se perfurar.