

# COMPUTAÇÃO GRÁFICA

LEI — Ano Lectivo 2006/07

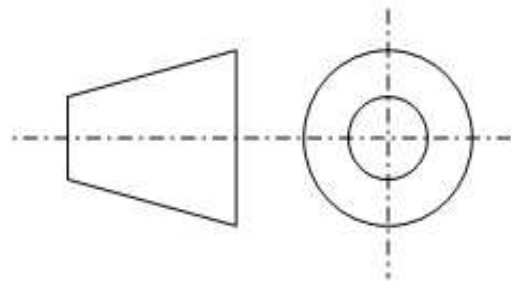
EXAME da ÉPOCA de RECURSO — 07/07/16

Atenção: Responda no próprio enunciado, que entregará. Em caso de engano, e se o espaço para a resposta já não for suficiente, poderá usar o verso das folhas desde que feitas as devidas referências. Não desagrafe as folhas! A prova de exame, com duração de 2H, é sem consulta.

1. (3 valores)

a) Preencha os espaços vazios de modo a completar correctamente a frase seguinte:

A Figura ao lado é usada como símbolo distintivo do método Europeu mostrando que, numa projecção Ortogonal múltipla, o alcado lateral esq. fica à direita d o alcado principal



b) Considere a Projectação Obliqua e o respectivo ângulo que as projectantes fazem com o plano de projecção.

- Apresente uma fórmula matemática que relacione esse ângulo com o factor de encurtamento:

$$\operatorname{tg} \beta = \frac{1}{l}$$

- E que relação matemática existe entre esse ângulo e o ângulo de fuga?

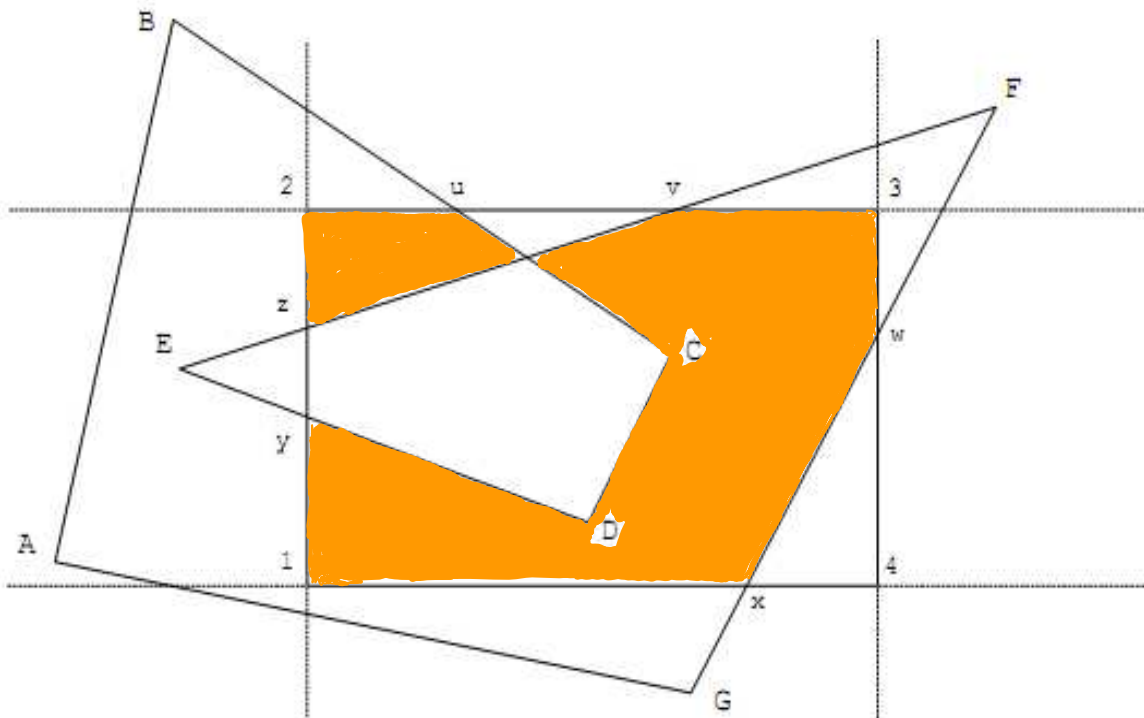
nenhuma pois não são relacionados.

c) Dados os pontos  $P_1(5, -4, -5, -1)$  e  $P_2(-15, -12, 0, 3)$ , algum deles poderá ser a imagem do outro numa Projectação Perspectiva no plano XY e com centro de projecção em  $C(0, 0, -36, -4)$ ? não  
Justifique, sucintamente, a resposta:

os pontos  $P_1'(-5, 4, 5)$  e  $P_2'(-5, -4, 0)$   
não são colineares com  $C'(0, 0, 9)$   
logo não é possível algum dos  
P ser projecção do outro

2. (3,5 valores)

É dado o polígono  $P=[A, B, C, D, E, F, G]$ , ao qual irá ser aplicado o algoritmo de recorte de Sutherland-Hodgman no polígono  $Q=[1, 2, 3, 4]$ . As convenções quanto à orientação dos eixos cartesianos são as mesmas que se usaram nas aulas teóricas.



Não renomeie pontos que já estejam identificados na Figura.

- a) Quantas arestas irá ter o polígono  $P$  após ter sido totalmente recortado em  $Q$ ? 11

Complete a especificação desse resultado, sabendo que se inicia com o vértice  $D$ :

$P_{\text{recortado}} = [D, y, z, v, 3, w, u, 1, 2, u, e]$

- b) O polígono  $P$  recortado por  $Q$  poderia ser usado como exemplo da existência de aspectos negativos da aplicação do algoritmo de Sutherland-Hodgman? Sim Justifique a resposta:

o aparecimento de segmentos de recta estranhos, caso do segmento  $\overline{yz}$  que se sobrepõe com o segmento  $\overline{12}$

- c) Na figura dada, pinte as regiões que ficariam preenchidas pela aplicação do algoritmo de FILL AREA (par-ímpar) ao polígono  $P$  recortado em  $Q$ .



### 3. (3 valores)

Uma determinada aplicação gráfica é executada num equipamento que possui um ecrã com a resolução de 800x600, no qual foi criado um visor em que se mostra todo o conteúdo de uma janela definida em coordenadas universais (WC). Um ponto genérico  $P(x,y)$  pertencerá a essa janela se  $x_1 \leq x \leq x_2$  e  $y_1 \leq y \leq y_2$ , em WC. Pretende-se imprimir, em papel, os gráficos visualizados no visor. Todavia, como eles são vectoriais, optou-se pela criação de um programa em PostScript, garantindo assim uma boa qualidade do resultado. A cena gráfica deverá ter imagem completa numa página de papel A4 ao alto, de modo a ocupar a maior área possível do papel e ficar encostada ao canto superior direito, em posição não invertida e sem deformação.

Ainda como especificação do problema admita que:

- diferentemente de um ecrã, a origem do referencial na página A4 é o canto inferior esquerdo;
- expressas nas unidades (pontos) utilizadas para desenhar no papel, as dimensões duma folha A4 são 594x842.

Em função dos dados acima indicados, especifique a necessária transformação de enquadramento, de WC para pontos no papel, por uma matriz  $M$  (para usar na forma  $P'=M.P$ ) deduzida e apresentada em termos da mais simples composição de transformações geométricas elementares (S, R, ou T) em 2D, com a instanciação apropriada de todos os parâmetros, quer literais, quer numéricos. Considere os dois cenários distintos nas alíneas a) e b), mas devendo ter soluções o mais idênticas possível.

a) Se o formato (*aspect ratio*) da janela for superior ao de uma página A4:

$$M = \begin{pmatrix} 594 & 842 \end{pmatrix} \times S \left( \frac{594}{x_2 - x_1}, \frac{594}{y_2 - y_1} \right) \times T(-x_2, -y_2)$$

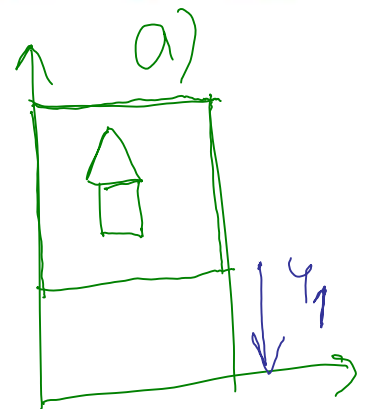
b) Se o formato (*aspect ratio*) da janela for inferior ao de uma página A4:

$$M = \begin{pmatrix} 594 & 842 \end{pmatrix} \times S \left( \frac{842}{y_2 - y_1}, \frac{842}{x_2 - x_1} \right) \times T(-x_2, -y_2)$$

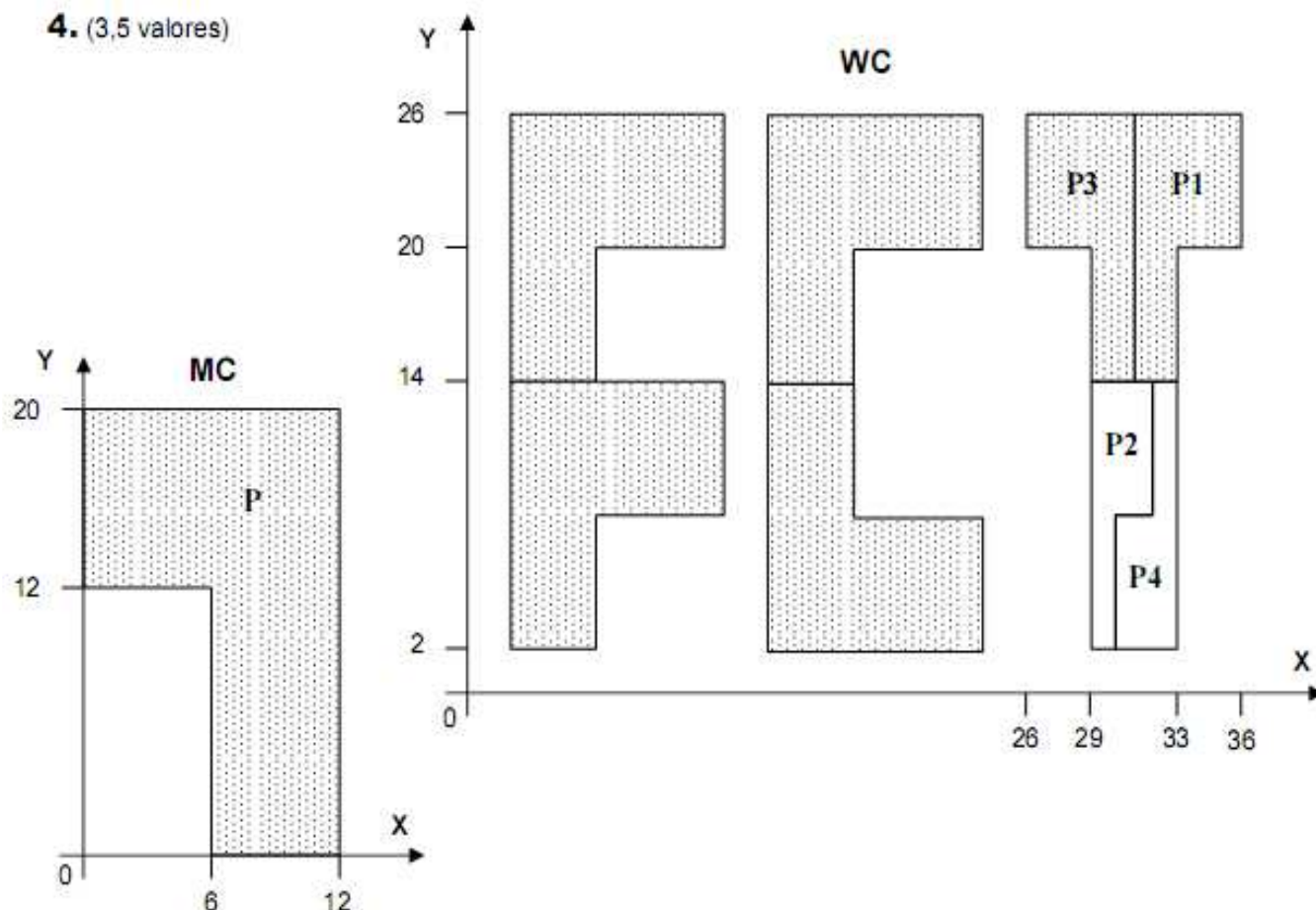
c) Pretende-se preencher toda a página A4 ao alto, nas condições da alínea a), alterando apenas o valor mínimo de uma das coordenadas da janela. Que coordenada (abscissa ou ordenada) será a escolhida para modificação e qual será a expressão matemática a usar para se efectuar o cálculo do seu novo valor?

$$\frac{x_2 - x_1}{y_2 - y_1} = \frac{594}{842}$$

$$y_1 = y_2 - (x_2 - x_1) \frac{842}{594}$$

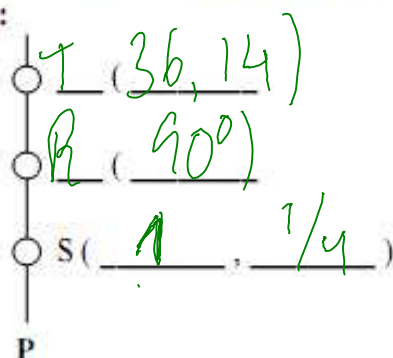


4. (3,5 valores)

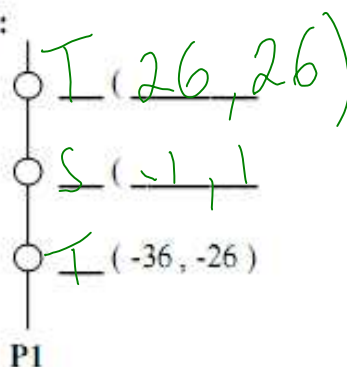


Com a primitiva **P**, definida na Figura em coordenadas locais (MC), construiu-se o conjunto de letras que se pode ver, à direita, em coordenadas do mundo real (WC). De entre estas, considere a letra **T**, em cuja representação gráfica se mostra cada uma das partes constituintes **P1**, **P2**, **P3** e **P4**. Pretende-se obter, para cada uma delas, a sequência de transformações geométricas 2D que originem a sua imagem em WC (conforme Figura). Complete a informação nos seguintes grafos de cena parciais, tendo em atenção que **P1** e **P2**, uma vez definidos em função de **P**, servirão de primitivas para **P3** e **P4**, respectivamente:

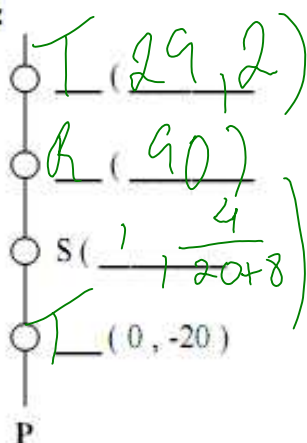
**P1:**



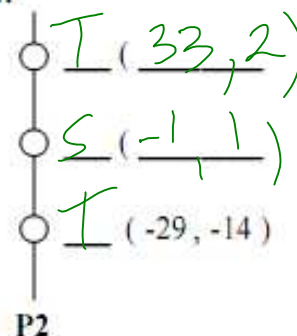
**P3:**



**P2:**



**P4:**



5. (4 valores)

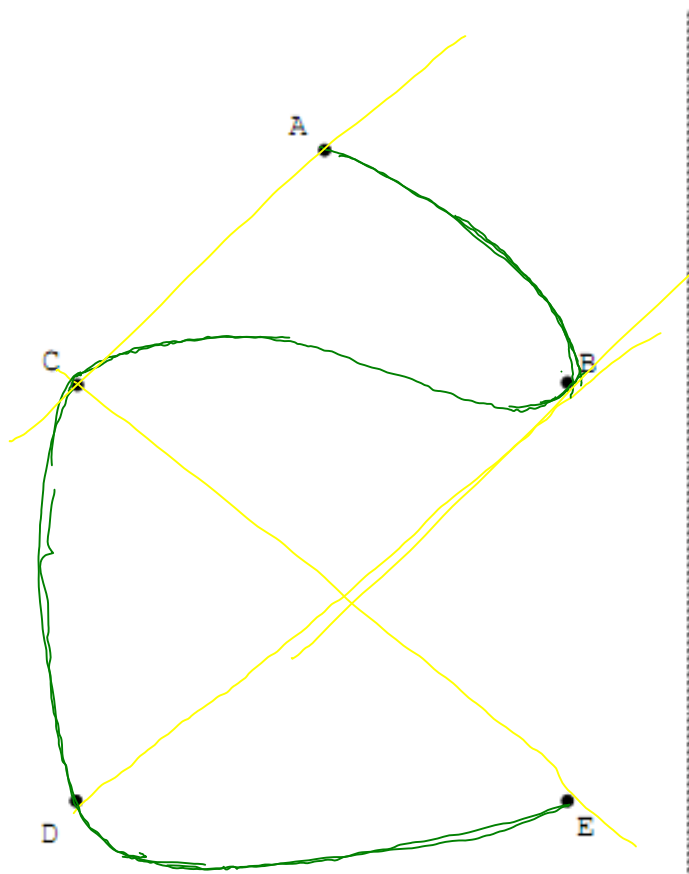


Figura 5.1



Figura 5.2

Nas alíneas que se seguem não use pontos de controlo para além dos pontos mostrados nas Figuras.

- a) Construa a curva cúbica de Catmull-Rom mais suave possível e com o número mínimo de troços para interpolar todos os 5 pontos da Figura 5.1, seguindo a ordem alfabética de A a E. A interpolação das extremidades da curva deverá ser feita com base na escolha apropriada do valor do grau de multiplicidade de pontos de controlo. A resposta a esta questão consistirá na enumeração dos vectores de geometria  $G_i$ , identificando claramente cada um dos troços correspondentes no esboço da curva que realizará na Figura 5.1:

$$\begin{bmatrix} A \\ A \\ B \\ C \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A \\ B \\ C \\ D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} B \\ C \\ D \\ E \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C \\ D \\ E \\ E \end{bmatrix}$$

- b) Esboce, na Figura 5.2, a curva B-spline cúbica que resultaria dos mesmos vectores de geometria encontrados na alínea a), identificando também cada um dos respectivos troços. Complete essa curva com o número mínimo de troços adicionais com que ela possa interpolar, de forma contínua, os pontos A e E. Enumere os correspondentes vectores de geometria desses troços adicionais, esboçados e identificados na Figura 5.2:

$$\begin{bmatrix} A \\ A \\ A \\ B \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A \\ B \\ B \\ C \end{bmatrix} \begin{bmatrix} B \\ C \\ C \\ D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C \\ D \\ E \\ E \end{bmatrix} \begin{bmatrix} D \\ E \\ E \\ E \end{bmatrix}$$



- c) Refira se existe ou não e, em caso afirmativo, indique um ponto de junção de troços em que se verifique continuidade paramétrica...

... da 2.ª derivada, na Figura 5.1: não existe

... da 2.ª derivada, na Figura 5.2: QQ ponto

... da 1.ª derivada mas não da 2.ª, na Figura 5.1: b ou c ou d

... da 1.ª derivada mas não da 2.ª, na Figura 5.2: não existe

... da 2.ª derivada mas em que a continuidade geométrica seja apenas da 1.ª derivada, na Figura 5.1: não existe

... da 2.ª derivada mas em que a continuidade geométrica seja apenas da 1.ª derivada, na Figura 5.2: troço 0 ou 1

## 6. (3 valores)

Considere os métodos por replicação de pixels e forma do aparo, usados para modificar a grossura de linhas. Para todas as alíneas seguintes, suponha uma determinada aplicação cujo resultado final pretendido é a produção de uma imagem impressa em papel, mas em que apenas existem figuras geométricas construídas com segmentos de recta e estes exclusivamente verticais ou horizontais.

- a) Para cada um dos dois métodos, nas condições do problema, apresente uma desvantagem que possa não se verificar com o outro.

Desvantagem da replicação de pixels:

A aplicação da replicação em 2 segmentos de recta que se interceptam poderia apresentar um espaço vazio

Desvantagem da forma do aparo:

na Intercepção de ambos altera o comprimento real do segmento.

- b) Nas condições referidas, que problema de *alias* pode ser comum a ambos os métodos?

decidir se os pixels pintam se a grossura for par

- c) Suponha que, antes da impressão final, se aplica aos gráficos um filtro 3x3 para *antialiasing*. Para além da própria grossura do traço, que outra diferença poderia ser visualmente notória na comparação de segmentos de recta genéricos de grossura 1 com segmentos de recta de grossura 3, na hipótese de terem todos eles a mesma cor antes da aplicação desse filtro?

Grossura 1 - perderia a cor inicial se seria misturada com as cores de fundo

Grossura 3 - mantém a cor nos pixels contíguos.