FACULDADE DE CIÊNCIAS E TECNOLOGIA
UNIVERSIDADE NOVA DE LISBOA
Departamento de Matemática

IPEIO - Probabilidades e Estatística
Ano Lectivo 2021/22
Teste A - 23 de abril de 2022
Duração: 1h30m

Nome completo: ______________________________

N.º Aluno: ____________ Curso: ____________

1. Durante a travessia do Canal da Mancha, a probabilidade de um velejador apanhar mau tempo é de $\frac{2}{3}$. Sabe-se ainda que, se estiver mau tempo, tem $\frac{1}{4}$ de probabilidade de ter uma colisão com um petroleiro mas, não estando mau tempo, a probabilidade de atravessar o Canal da Mancha sem colidir é de $\frac{5}{6}$. Face a uma viagem de um velejador:

(0.6) (a) determine a probabilidade, p, de um velejador atravessar o Canal da Mancha sem colidir com um petroleiro?

A $\frac{2}{9}$ B $\frac{2}{3}$ C $\frac{7}{9}$ D $\frac{5}{12}$ E Nenhuma das outras opções

(0.6) (b) sabe-se que um velejador colidiu com um petroleiro, indique qual é a probabilidade de não ter estado mau tempo? (Note que p é a probabilidade de um velejador atravessar o Canal da Mancha sem colidir com um petroleiro)

A $\frac{\frac{1}{6}}{1-p}$ B $\frac{\frac{1}{18}}{1-p}$ C $\frac{1}{18}$ D $\frac{\frac{1}{18}}{p}$ E Nenhuma das outras opções

---

2. Seja X uma variável aleatória discreta com função distribuição dada por:

$$F(x) = \begin{cases} 0 & , \quad x < 1 \\ \frac{1}{4} & , \quad 1 \leq x < 2 \\ \frac{1}{2} & , \quad 2 \leq x < 3 \\ \frac{3}{4} & , \quad 3 \leq x < 4 \\ 1 & , \quad x \geq 4 \end{cases}$$

(0.6) (a) Indique o valor de $P(X > 3)$:

A $\frac{1}{4}$ B $\frac{3}{4}$ C $\frac{1}{2}$ D 1 E Nenhuma das outras opções

(b) Considere agora que a variável aleatória X tem função de probabilidade dada por:

$$\begin{cases} 1 & 2 & 3 & 4 \\ \frac{1}{4} & \frac{1}{8} & \frac{3}{8} & \frac{1}{4} \end{cases}.$$

(0.6) i. Sabendo que $E(X) = \frac{21}{8}$, indique o valor de $V(2X+1)$:

A $\frac{79}{64}$ B $\frac{79}{16}$ C $\frac{79}{32}$ D $\frac{95}{16}$ E Nenhuma das outras opções

(0.6) ii. Indique o valor de $P(X < 3 | X > 1)$:

A $\frac{1}{8}$ B $\frac{1}{5}$ C 1 D $\frac{1}{6}$ E Nenhuma das outras opções

---

3. Numa loja é atribuído um prémio aos clientes que fazem uma despesa superior a 50 euros, sendo 0.1 a probabilidade disto acontecer, independentemente do cliente. Numa amostra casual de 20 clientes indique:

(0.6) (a) a probabilidade de 2 clientes <u>não terem recebido</u> o prémio:

A $\binom{20}{2} \times 0.1^2 \times 0.9^{18}$ B $\binom{20}{18} \times 0.1^{18} \times 0.9^2$ C 0.9×0.9 D 0.1×0.1 E Nenhuma das outras opções

(0.4) (b) o número de clientes a quem a loja espera ter que pagar o prémio nesta amostra de 20 clientes:

A 10 B 18 C 2 D 5 E Nenhuma das outras opções

(0.4) 4. Suponha que o número de ambulâncias, X, que chegam a um serviço de urgências, numa hora, segue uma distribuição Poisson de parâmetro $\lambda = 3$, ou seja $X \sim P(3)$. Indique a probabilidade de chegarem 4 ambulâncias ao serviço de urgências em duas horas:

A $\dfrac{e^{-3}3^4}{4!}$ B $2 \times \dfrac{e^{-3}3^4}{4!}$ C $\dfrac{e^{-6}6^4}{4!}$ D $\dfrac{e^{-6}4^6}{6!}$ E Nenhuma das outras opções

---

5. Seja X uma variável aleatória com distribuição Normal com valor médio igual a 255 e variância igual a 7^2, ou seja $X \sim N(255, 7^2)$.

(0.6) (a) Indique o valor de $P(X > 260)$:

A 0.1527 B 0.2577 C 0.3878 D 0.2389 E Nenhuma das outras opções

(0.6) (b) Determine o valor de c tal que $P(X > c) = 0.025$:

A 0.9750 B 261.825 C 351.040 D 268.720 E Nenhuma das outras opções

(0.6) (c) Considere agora as variáveis aleatórias $X_1, X_2, \ldots, X_{10}$, independentes e todas com distribuição Normal com valor médio igual a 255 e variância igual a 7^2, ou seja $X_i \sim N(255, 7^2)$ com $i = 1, \ldots, 10$. Seja $S_{10} = \sum_{i=1}^{10} X_i$. Indique o valor de $P(S_{10} < 2600)$.

A 0.7931 B 0.8371 C 0.9881 D 0.2521 E Nenhuma das outras opções

---

(0.6) 6. Considere a amostra aleatória $(X_1, X_2, \ldots, X_n)$ de uma população X de valor médio $\theta/2$ e variância $\theta^2/12$ onde $\theta > 0$ é desconhecido. Seja $\hat{\theta} = \overline{X}/2$ um estimador para θ. Indique a opção **VERDADEIRA**.

A $\hat{\theta}$ é um estimador centrado para θ

B $V(\hat{\theta}) = \frac{\theta^2}{48n}$

C $EQM(\hat{\theta}) = \frac{\theta^2}{12}$

D $bias(\hat{\theta}) = \frac{\theta}{4}$

E Nenhuma das outras opções

Nome completo: ______________________________

N.º Aluno: ____________ Curso: ____________

7. Um Engenheiro necessita que um certo catalisador, que vai usar numa reação química, tenha pH médio de 6.5. Assim, foram analisadas 31 amostras ($n = 31$) distintas (de um catalisador) onde se observou $\overline{x} = 6.570$ e $s^2 = 0.995/30$. Assuma que o pH do catalisador tem distribuição Normal de valor médio μ e variância σ^2.

(0.4) (a) Com base na amostra, indique uma estimativa pontual para o valor médio populacional, μ (valores arredondados com 3 casas decimais):

A 0.033 B 0.182 C 6.570 D 6.500 E Nenhuma das outras opções

(0.6) (b) O intervalo de confiança 95% para o valor médio, μ, do pH do catalisador é (valores arredondados com 3 casas decimais):

A $]6.433, 6.567[$ B $]6.558, 6.582[$ C $]6.514, 6.626[$ D $]6.503, 6.637[$ E Nenhuma das outras opções

(0.6) (c) O intervalo de confiança 99% para a variância, σ^2, do pH do catalisador é (valores arredondados com 4 casas decimais):

A $]0.1361, 0.2685[$ B $]0.0227, 0.0538[$ C $]0.0004, 0.0044[$ D $]0.0185, 0.0721[$ E Nenhuma das outras opções

(0.6) (d) Para o teste das hipóteses

$$H_0 : \mu \leq 6.5 \text{ vs } H_1 : \mu > 6.5$$

a região de critica (ou de rejeição) para um nível de 5% de significância é:

A $]1.697, +\infty[$ B $]1.645, +\infty[$ C $]2.042, +\infty[$ D $]-\infty, -1.697[$ E Nenhuma das outras opções

(0.4) (e) O valor observado da estatística de teste utilizada para testar as hipóteses

$$H_0 : \mu = 6.6 \text{ vs } H_1 : \mu \neq 6.6$$

é (valores arredondados com 3 casas decimais):

A -0.917 B -5.036 C 2.140 D 6.570 E Nenhuma das outras opções

(0.6) (f) Considere nesta alínea que o desvio padrão populacional é conhecido e igual a 0.2, ou seja $\sigma = 0.2$, e que no seguinte teste de hipóteses

$$H_0 : \mu \geq 6.6 \text{ vs } H_1 : \mu < 6.6$$

com base numa nova dada amostra observada, o valor observado da estatística de teste foi igual a -0.84, então o valor $-p$ do teste é:

A 0.2038 B 0.2005 C 0.4010 D 0.7995 E Nenhuma das outras opções