AM 1 - Ficha 6 Resolução Teoremas da Continuidade e Função Inversa

Felipe Pinto - 61387

26/04 - 2021.1

Conteúdo

Parte I
Questões

Questão 1

Q1 - c) $\cos(1/x)\, x/(x+1) = \sin(x)/x \quad x \in (0, \infty)$ Refazer

$\iff f_{(x)} = \dfrac{x}{x+1}\cos(1/x) - \dfrac{\sin(x)}{x} \implies$
$\implies \lim_{x\to 0^+} f_{(x)} = 0 - 1 = -1 < 0;$
$\lim_{x\to\infty} f_{(x)} = 1 - 0 = 1 > 0$
$\ldots$

Questão 3

Q3 - a)

Não, como o ontradomionio é $\mathbb{R}\backslash\{0\}$ para quaisquer $a < 0 < b$ existem $\{a', b\} \in \mathbb{R}$:

$$f_{(a')} = a \quad \text{e} \quad f_{(b')} = b$$

Portanto $f_{(a')} < 0 < f_{(b')}$
Não existe pois ela possui termos maiores e menores que zero, e como é continua zero deve ser incluso.

Q3 - b)

Q3 - c) $\exists\, f_{(x)} \in \mathbb{R} : f_{(x)} \in \mathbb{I} \quad \forall\, x \in \mathbb{Q}$

sim:

$c_{(x)} = x + \sqrt{2}$
$\ldots$

Q3 - d) $f_{(x)} \in \mathbb{R} : \cdots$

sim,

$$d_{(x)} = \begin{cases} 1 & x \in \mathbb{Q} \\ 0 & x \in \mathbb{R} \backslash \mathbb{Q} \end{cases}$$

Questão 7

Q7 - a) $h_{(x)} = \ln(\sqrt{x-1}+1) \quad : [1, \infty) \mapsto \mathbb{R}$

(i) $h_{(x)}$ **é injetiva**

$$\iff x_1 = x_2 \quad \forall \{x_1, x_2\} \in [1, \infty) : h_{(x_1)} = h_{(x_2)} \implies$$
$$\implies \ln(\sqrt{x_1 - 1}+1) = \ln(\sqrt{x_2 - 1}+1) \implies |x_1 - 1| = |x_2 - 1|;$$
$\{x_1, x_2\} \in [1, \infty) \implies x_1 = x_2$

(ii) $I = \mathbf{CD}_{h_{(x)}}$

(iii) h^{-1}

$$\iff x = \ln\left(\sqrt{h^{-1}_{(x)} - 1} + 1\right) \implies h^{-1}_{(x)} = (e^x - 1)^2 - 1$$
$\therefore h^{-1}_{(x)} = (e^x - 1)^2 - 1 : [0, \infty) \mapsto [1, \infty)$