Convecção: Analogias

Carla Portugal

cmp@fct.unl.pt

Engenharia Química e Biológica

Fenómenos de Transferência II

Isabel Coelhoso

imrc@fct.unl.pt

Analogias

Semelhança entre mecanismos

Transf. da quantidade de movimento $\equiv$ Transf. de calor

Transf. da quantidade de movimento $\equiv$ Transf. de massa

Permite predizer o comportamento dos sistemas com informação limitada

Pressupostos:

- Propriedades físicas constantes
- Não há produção de massa ou energia no sistema
- Não há perda ou ganho de energia por radiação
- Perfil de velocidades não é afectado pela transferência de massa

Analogia de Reynolds

Na camada limite, junto à interface (y=0) o fluxo de massa é difusional

$$K_c\left(C_{As} - C_{A,\infty}\right) = -D_{AB}\left.\frac{d(C_A - C_{A,S})}{dy}\right|_{y=0}$$

Considerando fluxo laminar numa placa plana podemos correlacionar concentração de um composto A e velocidade da seguinte forma

$$\left.\frac{d}{dy}\left(\frac{C_A - C_{A,S}}{C_{A,\infty} - C_{A,S}}\right)\right|_{y=0} = \left.\frac{d}{dy}\left(\frac{v_x}{v_\infty}\right)\right|_{y=0}$$

$$K_c = \frac{D_{AB}}{(C_{A,\infty} - C_{A,s})}\left.\frac{d(C_A - C_{A,S})}{dy}\right|_{y=0}$$

Sendo Sc = 1 $\longrightarrow$ $\boldsymbol{D_{AB} = \frac{\mu}{\rho}}$

$$K_c = D_{AB}\left.\frac{d}{dy}\left(\frac{v_x}{v_\infty}\right)\right|_{y=0}$$

$$\boldsymbol{K_c = \frac{\mu}{\rho v_\infty}\frac{d}{dy}(v_x)|_{y=0}}$$

Analogia de Reynolds

$$\boldsymbol{K_c = \frac{\mu}{\rho v_\infty}\frac{d}{dy}(v_x)\Big|_{y=0}}$$

Factor de atrito, C_f

$$\frac{F}{A} = C_f\,\frac{1}{2}v_\infty^2\rho$$

$$C_f = \frac{2\tau_0}{v_\infty^2\rho}$$

$$C_f = \frac{2\mu\,\frac{dv_x}{dy}\Big|_{y=0}}{\rho v_\infty^2}$$

$$K_c = \frac{\tau_0}{\rho v_\infty} = \frac{C_f}{2}v_\infty$$

$$\boxed{\boldsymbol{\frac{K_c}{v_\infty} = \frac{C_f}{2}}}$$

Analogia de Reynolds

É um modelo desenvolvido com base experimental, no qual Reynolds considerou a turbulência como o único mecanismo determinante dos transportes de calor, massa e quantidade de movimento.

$$\boxed{\frac{h}{\rho u_m c_p} = St = \frac{C_f}{2}}$$

$$\boxed{\frac{k_c}{v_\infty} = \frac{C_f}{2}}$$

Reynolds (1874)

q. movimento $\longleftrightarrow$ calor

q. movimento $\longleftrightarrow$ massa

Analogias

O estudo dos escoamentos turbulentos é efetuado com base nos modelos de turbulência desenvolvidos na Mecânica dos Fluidos.
Os mecanismos moleculares (difusivos) e os associados à turbulência (p. e. difusividade turbilhonar) definem o transporte de massa em superfícies e interfaces.

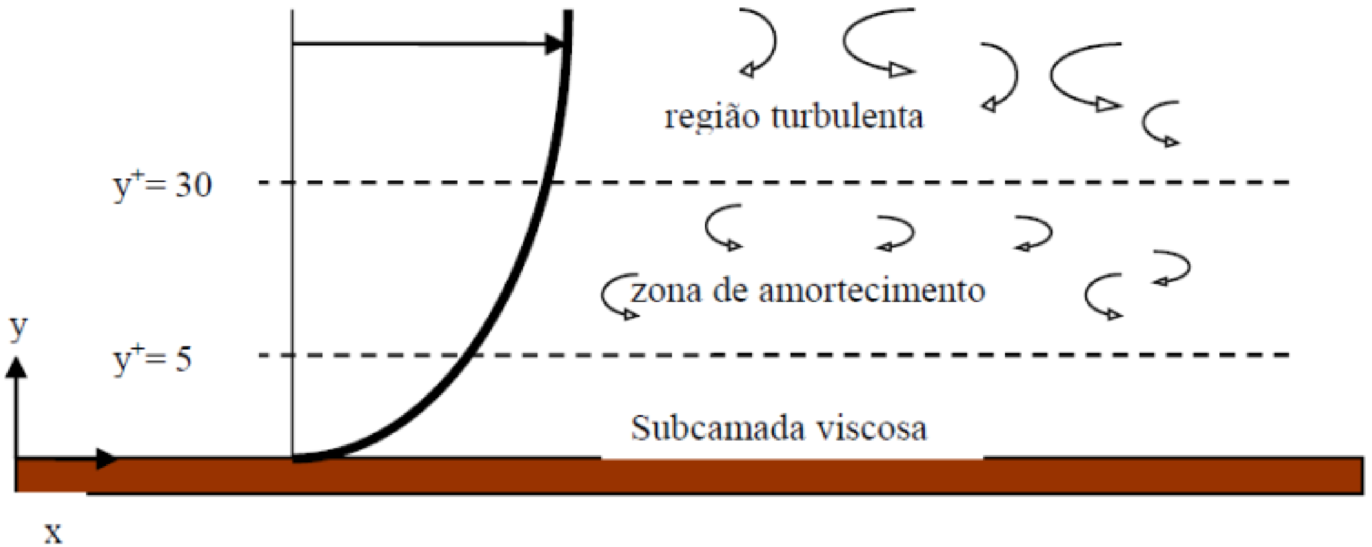

Figura 1 - Perfil de velocidades universal.

Analogias

Analogia de Prandtl-Taylor

A partir da analogia de Reynolds, Prandtl considerou os mecanismos de transporte referentes à subcamada viscosa, definidos pela difusão molecular, e a região turbulenta , segundo a analogia de Reynolds.

$$\boxed{\mathrm{Sh} = \frac{(f/2)\,\mathrm{Re}\,\mathrm{Sc}}{1 + 5\sqrt{f/2}\,(Sc - 1))}}$$

$$\Downarrow$$

$$\frac{k_c}{v_\infty} = \frac{f/_2}{1 + 5\sqrt{f/_2}\,(Sc - 1))}$$

Analogia de Von Karman

Von Karman, por sua vez, estendeu a analogia de Prandtl, incluindo a zona de amortecimento no modelo

$$\boxed{\mathrm{Sh} = \frac{(f/2)\,\mathrm{Re}\,\mathrm{Sc}}{1 + 5\sqrt{f/2}\,\{Sc - 1 + \ln[(1 + 5Sc)/6]\}}}$$

$$\Downarrow$$

$$\frac{k_c}{v_\infty} = \frac{f/_2}{1 + 5\sqrt{f/_2}\,(Sc - 1 + Ln[(1 + 5Sc)/6])}$$

Analogia de Chilton- Colburn

Colburn desenvolveu um analogia semi-empírica a partir da de Prandtl e de dados experimentais de transferência de calor e massa, por forma a que não ficasse dependente de Sc =1 e Pr = 1.

É a analogia mais conhecida e expressa-se em termos dos fatores j_H (transferência de calor) e j_D (transferência de massa)

Desenvolvimento empírico dos factores j para transf. de calor e de massa

$$j_H = \frac{h}{\rho v_\infty C_p} Pr^{2/3}$$

$$j_D = \frac{k_c}{v_\infty} Sc^{2/3}$$

$$\boxed{j_H = j_D = \frac{C_f}{2}}$$

gases e líquidos

$0.6 < Sc < 2500$

$$\boxed{\frac{h}{\rho v_\infty C_p} Pr^{2/3} = \frac{K_c}{v_\infty} Sc^{2/3} = \frac{C_f}{2}}$$

Problemas -Analogias

1. Experiências de transferência de calor permitiram obter uma correlação para o coeficiente de transferência de calor, h, para um cilindro colocado numa corrente de água.

$$Nu = \left(0.506\,Re^{0.5} + 0.00141\,Re\right)Pr^{1/3}$$

a) Utilizando a analogia de Chilton-Colburn calcule o coeficiente de transferência de massa para um cilindro de NaCl com 1.5cm de diâmetro e 10cm de comprimento. A água a 300K tem uma velocidade de 10m/s.

b) A velocidade de dissolução do cilindro.

c) Seria possível usar a analogia de Reynolds neste caso? Justifique a sua resposta.

d) A velocidade de dissolução se usar um prisma com uma secção quadrada com 1.5 cm de lado e 10cm de comprimento.

Dados:

Solubilidade NaCl = 6 mol/L $\rho_{água} = 1000\ kg\ m^{-3}$ $\mu_{água} = 1x\ 10^{-3}\ N\ s\ m^{-2}$ $D=1.6X10^{-9} m^2/s$

$$Nu = \frac{hd}{k} \qquad Pr = \frac{\mu Cp}{k} \qquad Sc = \frac{\mu}{\rho D} \qquad Re = \frac{\rho u d}{\mu}$$

Analogia de Chilton-Colburn $j_H = j_D$

$$\frac{h}{\rho u Cp} Pr^{2/3} = \frac{k_c}{u} Sc^{2/3}$$

2. Foram obtidas as seguintes correlações para o coeficiente de transferência de calor em condutas cilíndricas:

$$Nu = 0.023\ Re^{0.8}\ Pr^{0.33}, \text{ para } Re > 10\,000 \qquad \text{e} \qquad Nu = 4.1, \text{ para } Re\,Pr\frac{d}{L} < 17$$

Faz-se passar ar a 20ºC a uma velocidade média igual a 30 m/s por uma conduta com 2.5 cm de diâmetro (d) e 2 m de comprimento (L), cuja superfície interna está revestida com um componente A. Utilizando a analogia de Chilton-Colburn, determine:

a) O coeficiente de transferência de massa.

b) A velocidade de sublimação e a concentração de A à saída da conduta.

c) Seria possível usar a analogia de Reynolds neste caso? Justifique a sua resposta.

d) A velocidade de sublimação se a conduta tiver uma secção quadrada com 2.5 cm de lado. Indique todos os passos necessários.

Dados: P* de A a 20ºC = 4.0 mm Hg
μ_{ar} (20ºC) = 1.74×10^{-5} N s m^{-2}
ρ_{ar} (20ºC) = 1.164 kg m^{-3}
$D_{A\text{-}ar} = 6.2 \times 10^{-6}$ m^2 s^{-1}
c_p do ar (20ºC) = 1012 J kg^{-1} K^{-1}
k^T do ar (20ºC) = 0.0251 J s^{-1} m^{-1} K^{-1}

$$\frac{h}{\rho\, u\, c_p}\, Pr^{2/3} = \frac{k_c}{u}\, Sc^{2/3} \qquad Re = \frac{\rho\, d\, u}{\mu} \qquad Sc = \frac{\mu}{\rho\, D_{AB}}$$

$$Pr = \frac{\mu\, c_p}{k^T} \qquad Nu = \frac{hd}{k^T}$$