

CN A – Integração

Felipe B. Pinto 61387 – MIEQB

25 de outubro de 2024

Conteúdo

Questão 8	2	Questão 13	4
-----------	---	------------	---

Questão 8

$$I = \int_0^4 f(x) \, dx, \quad f(x) \in C^n([0, 4])$$
$$\left| f_{(x)}^n \right| \leq \frac{2^n}{n!} \quad \forall x \in [0, 4] \wedge n \in \mathbb{N}$$

Resposta

$$\begin{aligned} \left| I - \hat{I}_S \right| &\leq \left| -n \frac{h^5}{90} f_{(\theta)}^4 \right| \leq \left| -n \frac{\left(\frac{b-a}{2n} \right)^5}{90} \frac{2^4}{4!} \right| = \\ &= n \frac{\left(\frac{4-0}{2n} \right)^5}{90} \frac{2^4}{4!} = \frac{4^4}{2 * n^4 * 3! * 90} \leq 0.5 \text{ E } -4 \implies \\ &\implies n = \lceil 8.2978 \rceil = 9 \end{aligned}$$

\therefore 18 Numero de aplicações da regra de Simpson

Seja $I = \int_{-1}^1 f(x) \, dx$, $\hat{I}_{PM,2} = 5.85$ sua aproximação de I dada pela regra do ponto médio com $n = 2$ e $\hat{I}_{T,2} = 6.45$ a aproximação do I pela regra de trapézios com $n = 3$. Qual o valor da aproximação por I dadaa pela regrad e simpson com $n = 2$

Resposta

$$\begin{aligned}\hat{I}_S &= \frac{h}{3} (f(x_0) + 4(f(x_1) + f(x_3)) + 2f(x_2) + f(x_4)) = \\ &= \frac{0.5}{3} (f(-1) + 4(f(-0.5) + f(0.5)) + 2f(0) + f(1)) = \\ &= \frac{0.5}{3} (4(5.85) + (12.90)) \cong 6.05;\end{aligned}$$

$$x_i = -1 + h * i = \{-1.0, -0.5, 0.0, 0.5, 1.0\};$$

$$h = \frac{b - a}{2n} = \frac{1 - (-1)}{2 * 2} = 0.5;$$

$$\hat{I}_{PM,2} = h \left(f\left(\frac{-1+0}{2}\right) + f\left(\frac{0+1}{2}\right) \right) = f\left(\frac{-1}{2}\right) + f\left(\frac{1}{2}\right) = 5.85;$$

$$\begin{aligned}\hat{I}_{T,2} &= \frac{h}{2} (f(-1) + 2f(0) + f(1)) = \frac{1}{2} (f(-1) + 2f(0) + f(1)) = 6.45 \implies \\ &\implies f(-1) + 2f(0) + f(1) = 12.90\end{aligned}$$

Questão 13

Cosidere a seguinte tabela para a função f :

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
$f(x)$	40	21	8	1	0	5	16

Resposta

$$h = \frac{b-a}{n} = \frac{3 - (-3)}{n} < 3 \implies n > 2 \wedge n < 4 \implies n = 3 \wedge h = 2$$

Q13 a.

Utilizando a regra dos trapézios composta, obtenha uma aproximação de \hat{I}_T de

$$I = \int_{-3}^3 f(x) \, dx, \quad h < 3 \wedge n < 4$$

Resposta

$$\hat{I}_T = \frac{h}{2} (f_{(x_0)} + 2 f_{(x_2)} + 2 f_{(x_4)} + f_{(x_6)}) = \frac{2}{2} (f_{-3} + 2 f_{-1} + 2 f_1 + f_3) = (40 + 2 * 8 + 2 * ($$

Q13 b.

Resposta

$$\begin{aligned}\hat{I}_{pm} &= 2 \left(f\left(\frac{-1+x_0}{2}\right) + f\left(\frac{-1+x_4}{2}\right) + f\left(\frac{1+x_6}{2}\right) \right) = \\ &= 2 \left(f_{(-3)} + f_{(0)} + f_{(2)} \right) = 2(21 + 1 + 5) = 54\end{aligned}$$

Q13 c.

Resposta

$$I - \hat{I}_{pm} = n \frac{h^3}{24} f''(\theta) = 3 \frac{2^3}{24} k = 6 \implies k = 6;$$

$$I - \hat{I}_T = -n \frac{h^3}{12} f''(\theta) = -3 \frac{2^3}{12} k = -3 \frac{2^3}{12} 6 = -12$$