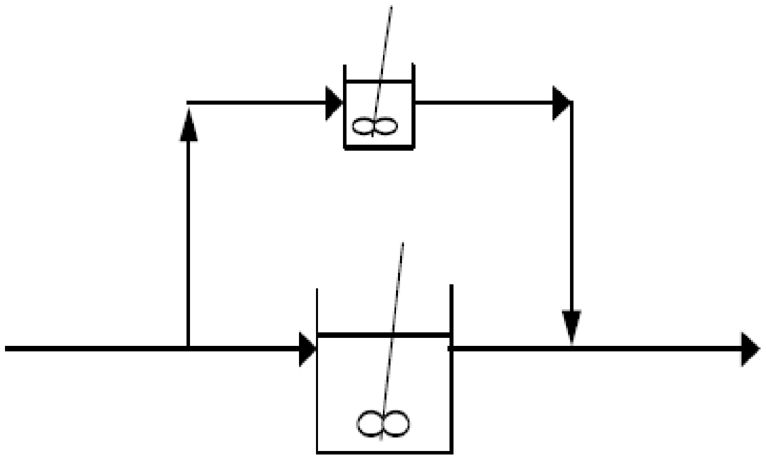
Problema 2

Considere um reactor CSTR cujo comportamento não ideal pode ser modelado pela associação de reactores ideais em “by-pass”, esquematizada na figura.



a) Escreva as equações do modelo que representa o escoamento no reactor.

b) Deduza a expressão da distribuição de tempos de residência.

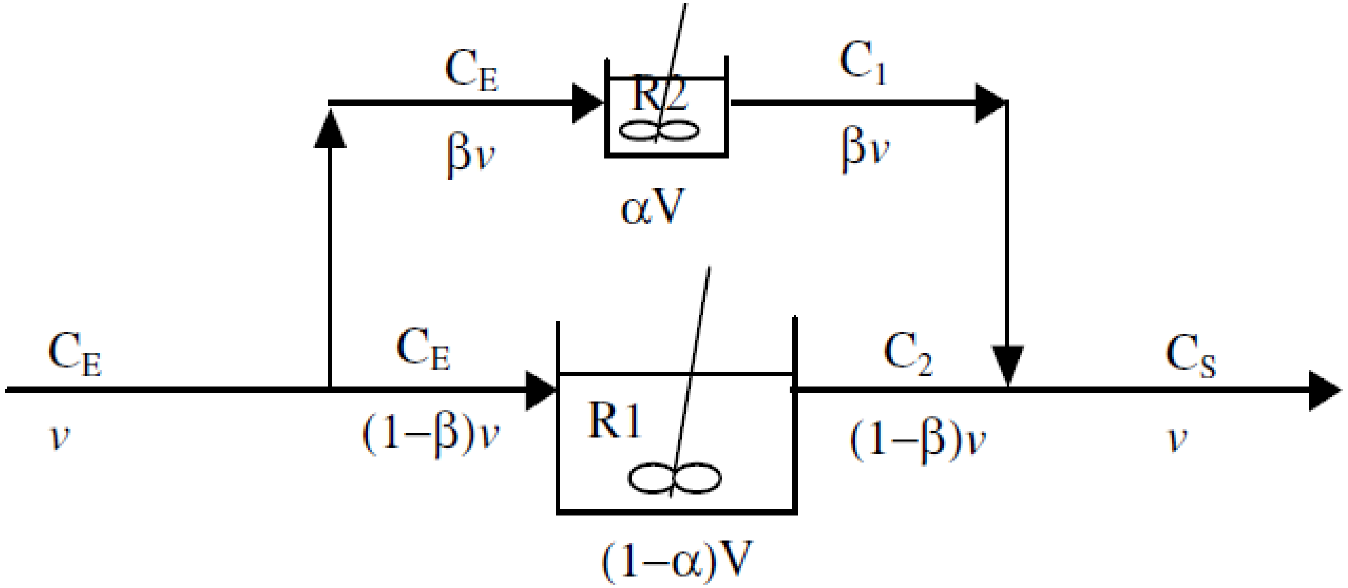
c) Deduza a expressão da função cumulativa.

d) Sabendo que no reactor é introduzido um traçador, por degrau, com uma concentração à entrada do reactor $C_0 = 0.1$ M, a um caudal volumétrico 10 dm^3/min, calcule o tempo ao fim do qual a concentração de traçador à saída é 95% da concentração à entrada. Volume do reactor: 1 m^3; caudal de by-pass: 10% do caudal volumétrico à entrada; volume do by-pass: 20% do volume do reactor.

Transformadas de Laplace:

$f(s)$	$F(t)$
$\dfrac{1}{s-a}$	$e^{a \cdot t}$

a)



R1

$$(1-\beta)v\,C_E = (1-\beta)v\,C_2 + (1-\alpha)V\,\frac{dC_2}{dt}$$

R2

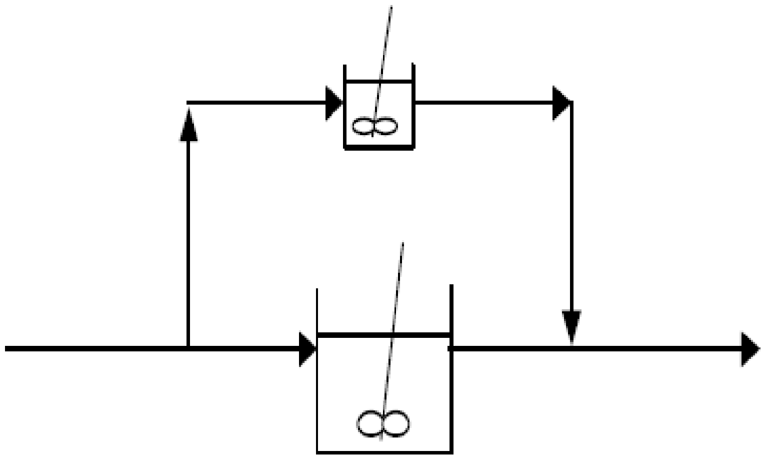
$$\beta v\,C_E = \beta v\,C_1 + \alpha V\,\frac{dC_1}{dt}$$

Nó

$$\beta v\,C_1 + (1-\beta)v\,C_2 = vC_S$$

Problema 2

Considere um reactor CSTR cujo comportamento não ideal pode ser modelado pela associação de reactores ideais em "by-pass", esquematizada na figura.



a) Escreva as equações do modelo que representa o escoamento no reactor.

b) Deduza a expressão da distribuição de tempos de residência.

c) Deduza a expressão da função cumulativa.

d) Sabendo que no reactor é introduzido um traçador, por degrau, com uma concentração à entrada do reactor $C_0 = 0.1$ M, a um caudal volumétrico 10 dm^3/min, calcule o tempo ao fim do qual a concentração de traçador à saída é 95% da concentração à entrada. Volume do reactor: 1 m^3; caudal de by-pass: 10% do caudal volumétrico à entrada; volume do by-pass: 20% do volume do reactor.

Transformadas de Laplace:

$f(s)$	$F(t)$
$\dfrac{1}{s-a}$	$e^{a \cdot t}$

b)

$$\begin{cases} (1-\beta)\nu C_E = (1-\beta)\nu C_2 + (1-\alpha)V\dfrac{dC_2}{dt} \\ \beta \nu C_E = \beta \nu C_1 + \alpha V\dfrac{dC_1}{dt} \\ \beta \nu C_1 + (1-\beta)\nu C_2 = \nu C_S \end{cases}$$

$$\begin{cases} (1-\beta)C_E = (1-\beta)C_2 + (1-\alpha)\tau\dfrac{dC_2}{dt} \\ \beta C_E = \beta C_1 + \alpha\tau\dfrac{dC_1}{dt} \\ \beta C_1 + (1-\beta)C_2 = C_S \end{cases}$$

$\tau = \dfrac{V}{\nu}$ Tempo espacial

$$\begin{cases} (1-\beta)\overline{C}_E = (1-\beta)\overline{C}_2 + (1-\alpha)\tau s\overline{C}_2 \\ \beta\,\overline{C}_E = \beta\overline{C}_1 + \alpha\tau s\overline{C}_1 \\ \beta\overline{C}_1 + (1-\beta)\overline{C}_2 = \overline{C}_S \end{cases}$$

$$\begin{cases} \overline{C}_2 = \dfrac{(1-\beta)\overline{C}_E}{(1-\beta)+(1-\alpha)\tau s} \\ \overline{C}_1 = \dfrac{\beta\,\overline{C}_E}{\beta+\alpha\tau s} \\ \beta\dfrac{\beta\,\overline{C}_E}{\beta+\alpha\tau s} + (1-\beta)\dfrac{(1-\beta)\overline{C}_E}{(1-\beta)+(1-\alpha)\tau s} = \overline{C}_S \end{cases}$$

$$\frac{\beta^2}{\beta+\alpha\tau s}+\frac{(1-\beta)^2}{(1-\beta)+(1-\alpha)\tau s}=\frac{\overline{C}_S}{\overline{C}_E}=g(s)$$

$$g(s)=\frac{\beta^2}{\alpha\tau}\frac{1}{\frac{\beta}{\alpha\tau}+s}+\frac{(1-\beta)^2}{(1-\alpha)\tau}\frac{1}{\frac{(1-\beta)}{(1-\alpha)\tau}+s}$$

Temos de pôr em forma (*s*-a)

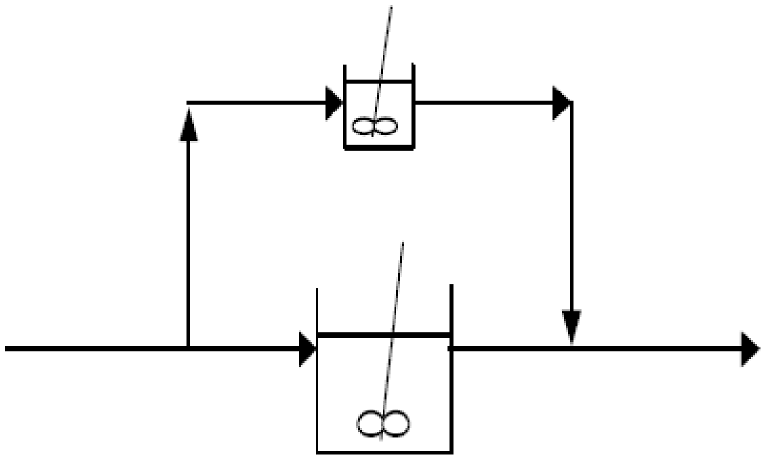
Função Transferência

$f(s)$	$F(t)$
$\frac{1}{s-a}$	$e^{a\cdot t}$

$$E(t)=\frac{\beta^2}{\alpha\tau}e^{-\frac{\beta}{\alpha\tau}t}+\frac{(1-\beta)^2}{(1-\alpha)\tau}e^{-\frac{(1-\beta)}{(1-\alpha)\tau}t}$$

Problema 2

Considere um reactor CSTR cujo comportamento não ideal pode ser modelado pela associação de reactores ideais em "by-pass", esquematizada na figura.



a) Escreva as equações do modelo que representa o escoamento no reactor.

b) Deduza a expressão da distribuição de tempos de residência.

c) Deduza a expressão da função cumulativa.

d) Sabendo que no reactor é introduzido um traçador, por degrau, com uma concentração à entrada do reactor $C_0 = 0.1$ M, a um caudal volumétrico 10 dm^3/min, calcule o tempo ao fim do qual a concentração de traçador à saída é 95% da concentração à entrada. Volume do reactor: 1 m^3; caudal de by-pass: 10% do caudal volumétrico à entrada; volume do by-pass: 20% do volume do reactor.

<u>Transformadas de Laplace:</u>

$f(s)$	$F(t)$
$\frac{1}{s-a}$	$e^{a \cdot t}$

Resolução dos integrais aplicados no problema da aula teórica de 30 março)

c) $$E(t)=\frac{\beta^2}{\alpha\tau}e^{-\frac{\beta}{\alpha\tau}t}+\frac{(1-\beta)^2}{(1-\alpha)\tau}e^{-\frac{(1-\beta)}{(1-\alpha)\tau}t}$$

$$F(t)=\int_0^t E(t)dt=\frac{\beta^2}{\alpha\tau}\int_0^t e^{-\frac{\beta}{\alpha\tau}t}dt+\frac{(1-\beta)^2}{(1-\alpha)\tau}\int_0^t e^{-\frac{(1-\beta)}{(1-\alpha)\tau}t}dt$$

1 2

A primitiva é a própria função vezes o inverso da derivada do expoente

1 $$-\frac{\cancel{\beta^2}}{\cancel{\alpha\tau}}\frac{\cancel{\alpha\tau}}{\cancel{\beta}}=-\beta$$

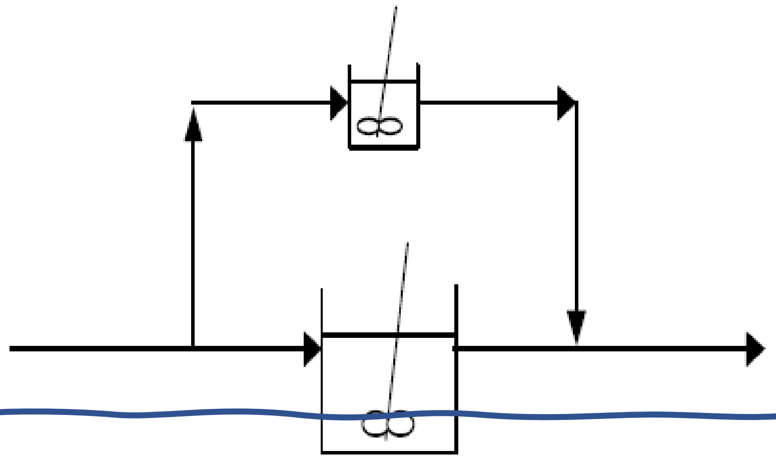
2 $$-\frac{\cancel{(1-\beta)^2}}{\cancel{(1-\alpha)\tau}}\frac{\cancel{(1-\alpha)\tau}}{\cancel{1-\beta}}=-(1-\beta)$$

$$F(t)=\int_0^t E(t)dt=\beta e^{-\frac{\beta}{\alpha\tau}t}\Big|_t^0+(1-\beta)e^{-\frac{(1-\beta)}{(1-\alpha)\tau}t}\Big|_t^0$$

$$F(t)=\beta\cdot\left(1-e^{-\frac{\beta}{\alpha\tau}t}\right)+(1-\beta)\cdot\left(1-e^{-\frac{(1-\beta)}{(1-\alpha)\tau}t}\right)$$

Problema 2

Considere um reactor CSTR cujo comportamento não ideal pode ser modelado pela associação de reactores ideais em "by-pass", esquematizada na figura.



a) Escreva as equações do modelo que representa o escoamento no reactor.

b) Deduza a expressão da distribuição de tempos de residência.

c) Deduza a expressão da função cumulativa.

d) Sabendo que no reactor é introduzido um traçador, por degrau, com uma concentração à entrada do reactor $C_0 = 0.1$ M, a um caudal volumétrico 10 dm^3/min, calcule o tempo ao fim do qual a concentração de traçador à saída é 95% da concentração à entrada. Volume do reactor: 1 m^3; caudal de by-pass: 10% do caudal volumétrico à entrada; volume do by-pass: 20% do volume do reactor.

Transformadas de Laplace:

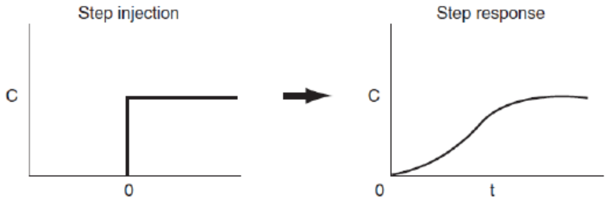
$f(s)$	$F(t)$
$\dfrac{1}{s-a}$	$e^{a \cdot t}$

d)

$$F(t) = \beta \cdot \left(1 - e^{-\frac{\beta}{\alpha\tau}t}\right) + (1-\beta)\cdot\left(1 - e^{-\frac{(1-\beta)}{(1-\alpha)\tau}t}\right)$$

$$\frac{C(t)}{C_0} = \beta \cdot \left(1 - e^{-\frac{\beta}{\alpha\tau}t}\right) + (1-\beta)\cdot\left(1 - e^{-\frac{(1-\beta)}{(1-\alpha)\tau}t}\right)$$

$$\frac{0.95C_0}{C_0} = 0.1\times\left(1 - e^{-\frac{0.1}{0.2\frac{1000}{10}}t}\right) + 0.9\times\left(1 - e^{-\frac{(1-0.1)}{(1-0.2)\frac{1000}{10}}t}\right)$$



$$F(t) = \frac{C_A(t)}{C_{A0}(t)}$$

Injecção em degrau (alimentação contínua)- a curva C tem o andamento da função cumulativa. F(t) obtem-se dividindo $C_s(t)$ por C_E

α = 0,2
β = 0,1

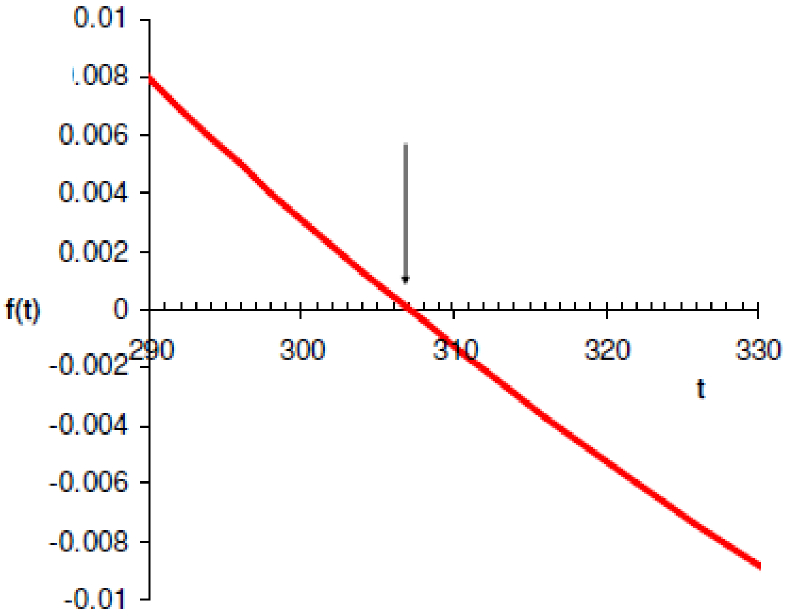
$$0.95 = 0.1 \times \left(1 - e^{-0.005t}\right) + 0.9 \times \left(1 - e^{-0.01125t}\right)$$

Resolvemos em ordem a t, determinando os zeros da função

$$0.1e^{-0.005t} + 0.9e^{-0.01125t} = 0.05$$

Determinam-se os zeros da função:

$$f(t) = 0.1e^{-0.005t} + 0.9e^{-0.01125t} - 0.05$$

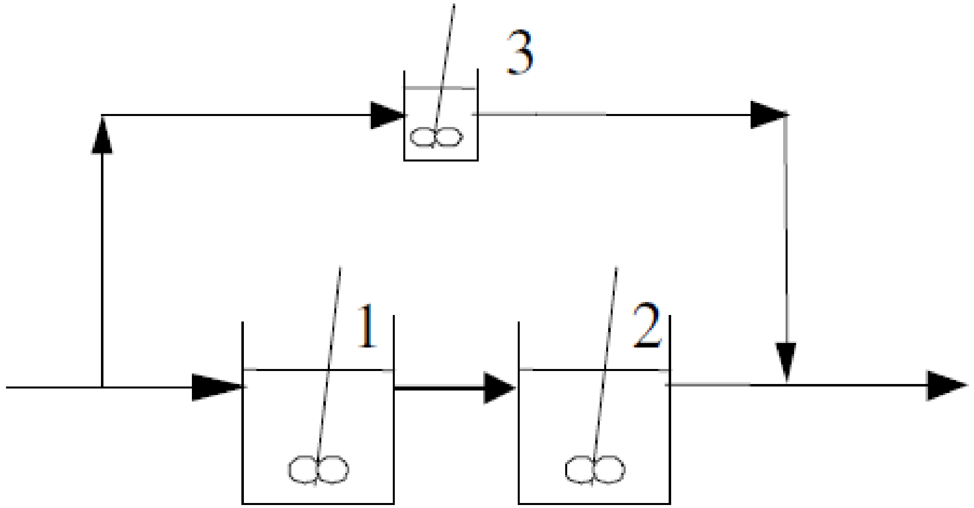


Graficamente é fácil.
-Podem fazer na máquina.
-Se não tiverem máquina gráfica dão alguns valores a t para ver quando a função se anula

Portanto t = 307 min.

Problema 4

Considere um reactor contínuo cujo comportamento não ideal pode ser modelado pela associação de reactores ideais esquematizada na figura.



a) Escreva as equações do modelo que representa o escoamento no reactor, tendo em conta que os tanques 1 e 2 são iguais.

b) Deduza a expressão da distribuição de tempos de residência.

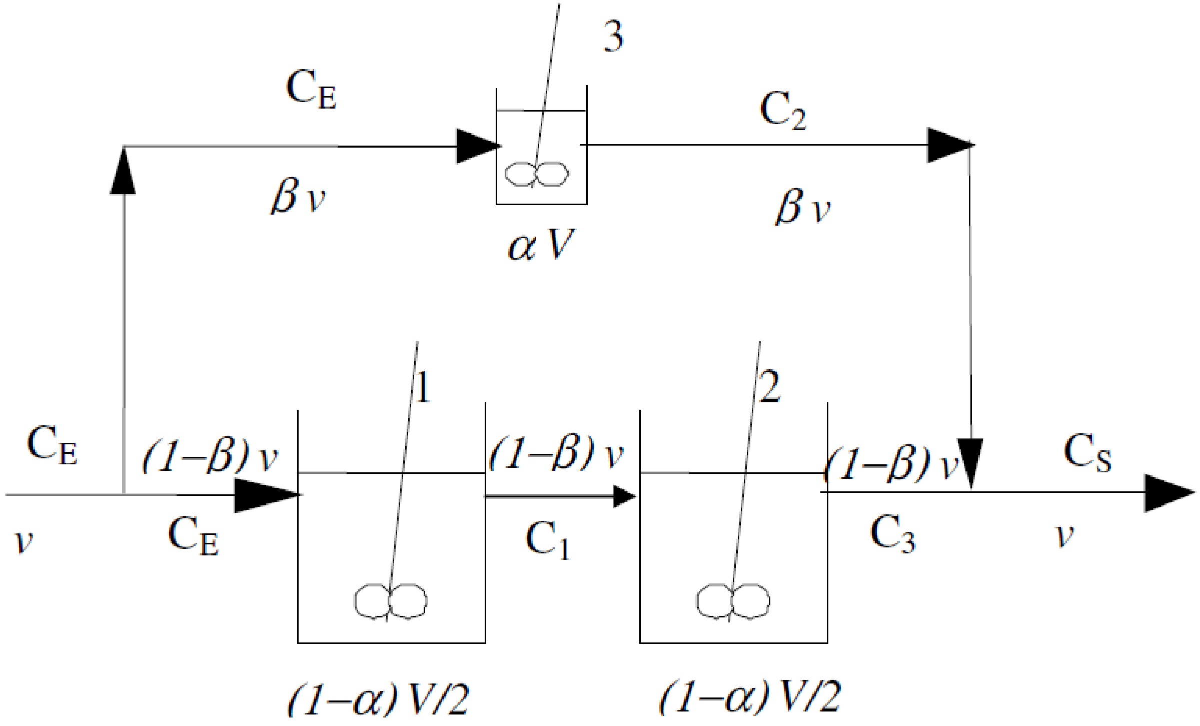
c) Deduza e expressão da função cumulativa.

d) Sabendo que o reactor real tem um volume de 1 m^3 e que são introduzidos, por impulso, 6 moles de um traçador, determine o valor da concentração máxima de traçador, à saída do reactor. Caudal volumétrico da alimentacão: 20 dm^3/min; caudal de by-pass: 5 % do caudal volumétrico à entrada; volume do by-pass. 8 % do volume volumes mortos: 12% do volume do reactor.

Transformadas de Laplace:

$f(s)$	$F(t)$
$\frac{1}{s-a}$	$e^{a \cdot t}$
$\frac{1}{(s-a)^2}$	$t \; e^{a \cdot t}$

a)



CSTR1 $$(1-\beta)\,v\,C_E = (1-\beta)\,v\,C_1 + \frac{(1-\alpha)\,V}{2}\,\frac{dC_1}{dt}$$

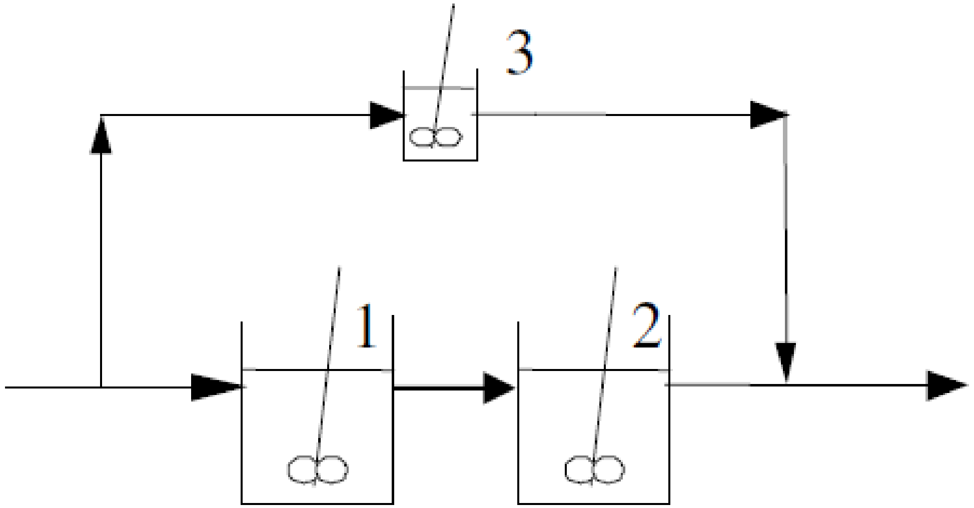
CSTR2 $$(1-\beta)\,v\,C_1 = (1-\beta)\,v\,C_3 + \frac{(1-\alpha)\,V}{2}\,\frac{dC_3}{dt}$$

CSTR3 $$\beta\,v\,C_E = \beta\,v\,C_2 + \alpha\,V\,\frac{dC_2}{dt}$$

Nó $$(1-\beta)\,v\,C_3 + \beta\,v\,C_2 = v\,C_S$$

Problema 4

Considere um reactor contínuo cujo comportamento não ideal pode ser modelado pela associação de reactores ideais esquematizada na figura.



a) Escreva as equações do modelo que representa o escoamento no reactor, tendo em conta que os tanques 1 e 2 são iguais.

b) Deduza a expressão da distribuição de tempos de residência.

c) Deduza e expressão da função cumulativa.

d) Sabendo que o reactor real tem um volume de 1 m^3 e que são introduzidos, por impulso, 6 moles de um traçador, determine o valor da concentração máxima de traçador, à saída do reactor. Caudal volumétrico da alimentacão: 20 dm^3/min; caudal de by-pass: 5 % do caudal volumétrico à entrada; volume do reciclo: 8 % do volume activo; volumes mortos: 12% do volume do reactor.

Transformadas de Laplace:

$f(s)$	$F(t)$
$\frac{1}{s-a}$	$e^{a \cdot t}$
$\frac{1}{(s-a)^2}$	$t\ e^{a \cdot t}$

b)

$$\begin{cases} (1-\beta)\, v\, C_E = (1-\beta)\, v\, C_1 + \dfrac{(1-\alpha)\, V}{2} \dfrac{dC_1}{dt} \\ (1-\beta)\, v\, C_1 = (1-\beta)\, v\, C_3 + \dfrac{(1-\alpha)\, V}{2} \dfrac{dC_3}{dt} \\ \beta\, v\, C_E = \beta\, v\, C_2 + \alpha\, V \dfrac{dC_2}{dt} \\ (1-\beta)\, v\, C_3 + \beta\, v\, C_2 = v\, C_S \end{cases}$$

$$\begin{cases} (1-\beta)\, C_E = (1-\beta)\, C_1 + \dfrac{(1-\alpha)\, \tau}{2} \dfrac{dC_1}{dt} \\ (1-\beta)\, C_1 = (1-\beta)\, C_3 + \dfrac{(1-\alpha)\, \tau}{2} \dfrac{dC_3}{dt} \\ \beta\, C_E = \beta\, C_2 + \alpha\, \tau \dfrac{dC_2}{dt} \\ (1-\beta)\, C_3 + \beta\, C_2 = C_S \end{cases}$$

$$\tau = \frac{V}{\nu}$$ Tempo espacial

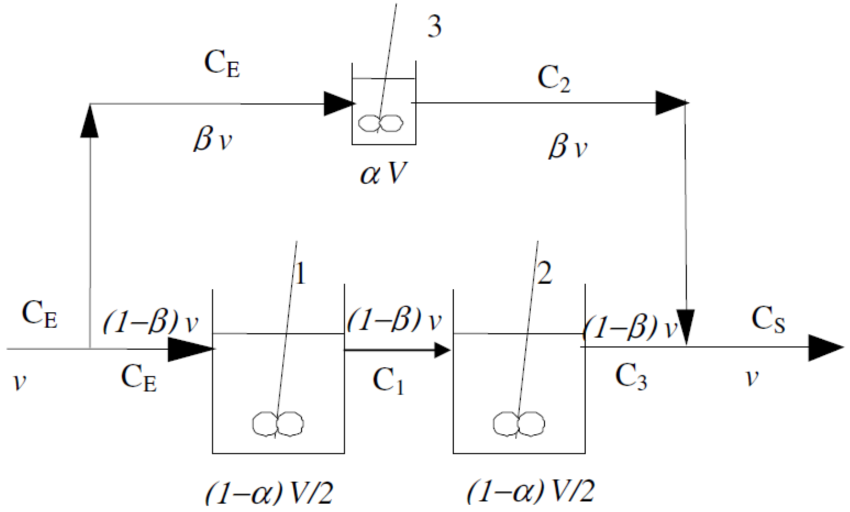
$$\begin{cases} (1-\beta)\, \overline{C_E} = (1-\beta)\, \overline{C_1} + \dfrac{(1-\alpha)\, \tau}{2}\, s\, \overline{C_1} \\ (1-\beta)\, \overline{C_1} = (1-\beta)\, \overline{C_3} + \dfrac{(1-\alpha)\, \tau}{2}\, s\, \overline{C_3} \\ \beta\, \overline{C_E} = \beta\, \overline{C_2} + \alpha\, \tau\, s\, \overline{C_2} \\ (1-\beta)\, \overline{C_3} + \beta\, \overline{C_2} = \overline{C_S} \end{cases}$$

Transformada de Laplace

$$\mathcal{L}\left\{\frac{dC_1}{dt}\right\} = s\overline{C_1} - f(0)$$

No t=0, C1=0 logo f(0)=0

$$\left\{\begin{aligned}
\overline{C_1} &= \frac{(1-\beta)\,\overline{C_E}}{(1-\beta)+\dfrac{(1-\alpha)\,\tau}{2}\,s} \\
\overline{C_3} &= \frac{(1-\beta)\,\overline{C_1}}{(1-\beta)+\dfrac{(1-\alpha)\,\tau}{2}\,s} \\
\overline{C_2} &= \frac{\beta\,\overline{C_E}}{\beta+\alpha\,\tau\,s} \\
(1-\beta)\,\overline{C_3}+\beta\,\overline{C_2} &= \overline{C_S}
\end{aligned}\right.$$



$$(1-\beta)\,\frac{(1-\beta)\,\dfrac{(1-\beta)\,\overline{C_E}}{(1-\beta)+\dfrac{(1-\alpha)\,\tau}{2}\,s}}{(1-\beta)+\dfrac{(1-\alpha)\,\tau}{2}\,s}+\beta\,\frac{\beta\,\overline{C_E}}{\beta+\alpha\,\tau\,s}=\overline{C_S}$$

$$\frac{(1-\beta)^3\,\overline{C_E}}{\left[(1-\beta)+\dfrac{(1-\alpha)\,\tau}{2}\,s\right]^2}+\frac{\beta^2\,\overline{C_E}}{\beta+\alpha\,\tau\,s}=\overline{C_S}$$

$$\frac{\overline{C_S}}{\overline{C_E}} = g(s) = \frac{(1-\beta)^3}{\left[(1-\beta) + \frac{(1-\alpha)\,\tau}{2}\;s\right]^2} + \frac{\beta^2}{\beta\; +\; \alpha\,\tau\, s}$$

Função Transferência

Temos de pôr em forma (s-a)

$$g(s) = \frac{4\,(1-\beta)^3}{(1-\alpha)^2\,\tau^2} \cdot \frac{1}{\left[\frac{2\,(1-\beta)}{(1-\alpha)\,\tau} + s\right]^2} + \frac{\beta^2}{\alpha\,\tau} \cdot \frac{1}{\frac{\beta}{\alpha\,\tau}\; +\; s}$$

$f(s)$	$F(t)$
$\frac{1}{s-a}$	$e^{a\cdot t}$
$\frac{1}{(s-a)^2}$	$t\;\; e^{a\cdot t}$

A transformada de Laplace inversa da Função Transferência dá a Função de Distribuição dos tempos de residência

$$E(t) = L^{-1}\{g(s)\} = \frac{4\,(1-\beta)^3}{(1-\alpha)^2\,\tau^2}\; t\, e^{-\frac{2\,(1-\beta)\,t}{(1-\alpha)\,\tau}} + \frac{\beta^2}{\alpha\,\tau} e^{-\frac{\beta\, t}{\alpha\,\tau}}$$

Função Transferência   Problema 4 b)

$$g(s) = \frac{(1-\beta)^3}{\left[(1-\beta) + \frac{(1-\alpha)\tau}{2} s\right]^2} + \frac{\beta^2}{\beta + \alpha\tau s}$$

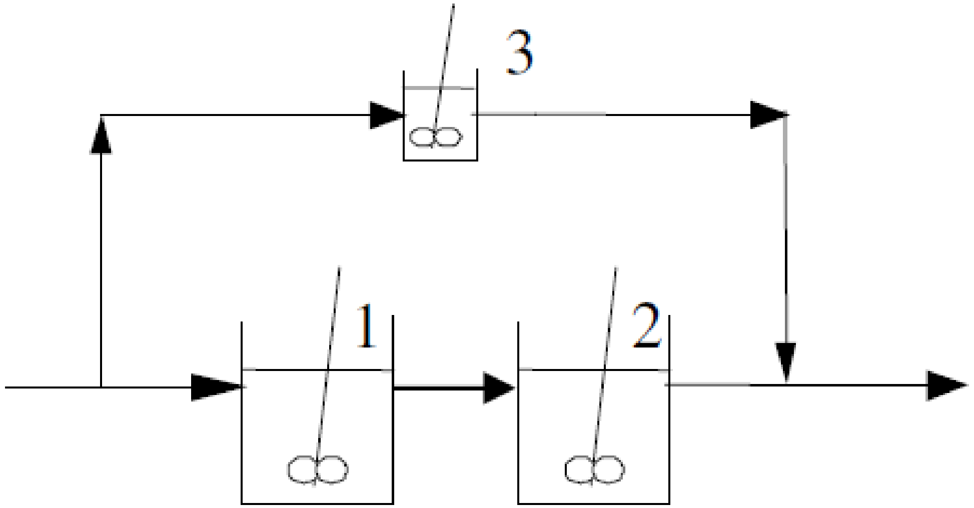
$$\boxed{\left[\frac{(1-\alpha)\tau}{2}\left[\frac{(1-\beta)}{\frac{(1-\alpha)\tau}{2}} + s\right]\right]^2 \qquad \left[\frac{(1-\alpha)\tau}{2}\right]^2\left[\frac{2(1-\beta)}{(1-\alpha)\tau} + s\right]^2}$$

$$\boxed{\alpha\tau\left(\frac{\beta}{\alpha\tau} + s\right)}$$

$$g(s) = \frac{(1-\beta)^3}{\frac{(1-\alpha)^2\tau^2}{4}} \cdot \underbrace{\frac{1}{\left[\frac{2(1-\beta)}{(1-\alpha)\tau} + s\right]^2}}_{\frac{1}{(s-a)^2} \text{ em que } a = -\frac{2(1-\beta)}{(1-\alpha)\tau}} + \frac{\beta^2}{\alpha\tau}\,\underbrace{\frac{1}{\frac{\beta}{\alpha\tau} + s}}_{\frac{1}{s-a} \text{ em que } a = -\frac{\beta}{\alpha\tau}}$$

Problema 4

Considere um reactor contínuo cujo comportamento não ideal pode ser modelado pela associação de reactores ideais esquematizada na figura.



a) Escreva as equações do modelo que representa o escoamento no reactor, tendo em conta que os tanques 1 e 2 são iguais.

b) Deduza a expressão da distribuição de tempos de residência.

c) Deduza e expressão da função cumulativa.

d) Sabendo que o reactor real tem um volume de 1 m^3 e que são introduzidos, por impulso, 6 moles de um traçador, determine o valor da concentração máxima de traçador, à saída do reactor. Caudal volumétrico da alimentação: 20 dm^3/min; caudal de by-pass: 5 % do caudal volumétrico à entrada; volume do reciclo: 8 % do volume activo; volumes mortos: 12% do volume do reactor.

Transformadas de Laplace:

$f(s)$	$F(t)$
$\frac{1}{s-a}$	$e^{a \cdot t}$
$\frac{1}{(s-a)^2}$	$t\ e^{a \cdot t}$

c)

$$E(t) = L^{-1}\{g(s)\} = \frac{4\,(1-\beta)^3}{(1-\alpha)^2\,\tau^2}\,t\,e^{-\frac{2\,(1-\beta)\,t}{(1-\alpha)\,\tau}} + \frac{\beta^2}{\alpha\,\tau}e^{-\frac{\beta\,t}{\alpha\,\tau}}$$

$$F(t) = \int_0^t E(t)dt = \frac{4\,(1-\beta)^3}{(1-\alpha)^2\,\tau^2}\int_0^t t\,e^{-\frac{2\,(1-\beta)\,t}{(1-\alpha)\,\tau}}dt + \frac{\beta^2}{\alpha\,\tau}\int_0^t e^{-\frac{\beta\,t}{\alpha\,\tau}}\,dt$$

Resolução dos integrais fazendo a Primitiva da Derivada

$$F(t) = \frac{4\,(1-\beta)^3}{(1-\alpha)^2\,\tau^2}\,\frac{(1-\alpha)\,\tau}{2\,(1-\beta)}\left[t\,e^{-\frac{2\,(1-\beta)\,t}{(1-\alpha)\,\tau}} + \frac{(1-\alpha)\,\tau}{2\,(1-\beta)}\,e^{-\frac{2\,(1-\beta)\,t}{(1-\alpha)\,\tau}}\right]_t^0 +$$

$$+\frac{\beta^2}{\alpha\,\tau}\,\frac{\alpha\,\tau}{\beta}\left[e^{-\frac{\beta\,t}{\alpha\,\tau}}\right]_t^0$$

Resolução dos integrais fazendo a Primitiva da Derivada

$$F(t) = \int_0^t E(t)dt = \frac{4\,(1-\beta)^3}{(1-\alpha)^2\,\tau^2}\int_0^t t\,e^{-\frac{2\,(1-\beta)\,t}{(1-\alpha)\,\tau}}dt + \frac{\beta^2}{\alpha\,\tau}\int_0^t e^{-\frac{\beta\,t}{\alpha\,\tau}}dt$$

$$F(t) = \underbrace{\frac{4(1-\beta)^3}{(1-\alpha)^2\tau^2}\int_0^t t\,e^{-\frac{2(1-\beta)t}{(1-\alpha)\tau}}dt}\, + \underbrace{\frac{\beta^2}{\alpha\tau}\int_0^t e^{-\frac{\beta t}{\alpha\tau}}dt}$$

$$\left(t\,e^{-\frac{2(1-\beta)t}{(1-\alpha)\tau}}\right)' = e^{-\frac{2(1-\beta)t}{(1-\alpha)\tau}} - \frac{2(1-\beta)t}{(1-\alpha)\tau}e^{-\frac{2(1-\beta)t}{(1-\alpha)\tau}}$$

$$P\left(e^{-\frac{\beta t}{\alpha\tau}}\right) = \boxed{-\frac{\alpha\tau}{\beta}e^{-\frac{\beta t}{\alpha\tau}}}$$

$$P\left(t\,e^{-\frac{2(1-\beta)t}{(1-\alpha)\tau}}\right) = P\left(e^{-\frac{2(1-\beta)t}{(1-\alpha)\tau}}\right) - \frac{2(1-\beta)}{(1-\alpha)\tau}P\left(t\,e^{-\frac{2(1-\beta)t}{(1-\alpha)\tau}}\right)$$

$$t\,e^{-\frac{2(1-\beta)t}{(1-\alpha)\tau}} = -\frac{(1-\alpha)\tau}{2(1-\beta)}e^{-\frac{2(1-\beta)t}{(1-\alpha)\tau}} - \frac{2(1-\beta)}{(1-\alpha)\tau}P\left(t\,e^{-\frac{2(1-\beta)t}{(1-\alpha)\tau}}\right)$$

em ordem à primitiva vem

$$P\left(t\,e^{-\frac{2(1-\beta)t}{(1-\alpha)\tau}}\right) = -\frac{(1-\alpha)\tau}{2(1-\beta)}\left[\left(\frac{(1-\alpha)\tau}{2(1-\beta)} + t\right)e^{-\frac{2(1-\beta)t}{(1-\alpha)\tau}}\right]_0^t$$

invertendo os limites para retirar o sinal (−) vem

$$P\left(t\,e^{-\frac{2(1-\beta)t}{(1-\alpha)\tau}}\right) = \boxed{\frac{(1-\alpha)\tau}{2(1-\beta)}\left[\left(\frac{(1-\alpha)\tau}{2(1-\beta)} + t\right)e^{-\frac{2(1-\beta)t}{(1-\alpha)\tau}}\right]_t^0}$$

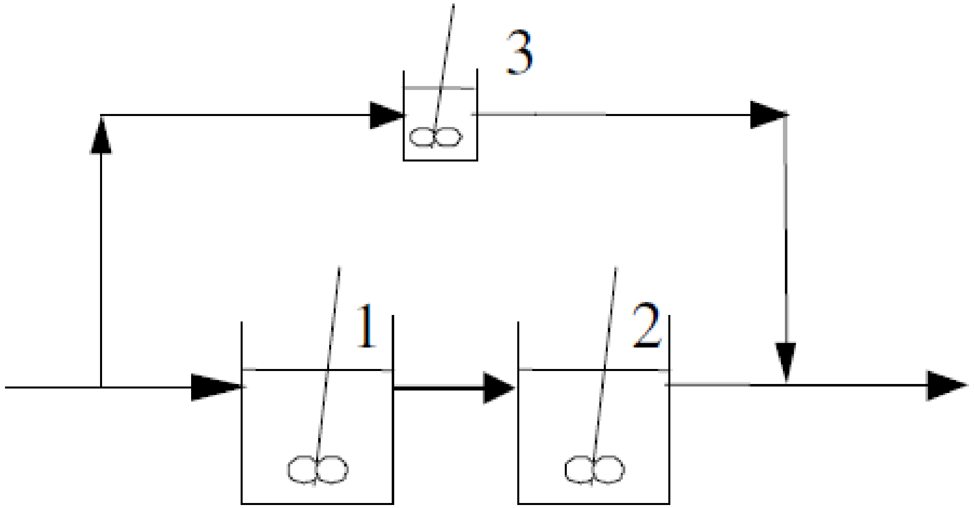
$$F(t) = \frac{2\,(1-\beta)^2}{(1-\alpha)\,\tau}\left[\frac{(1-\alpha)\,\tau}{2\,(1-\beta)} - t\,e^{-\frac{2\,(1-\beta)\,t}{(1-\alpha)\,\tau}} - \frac{(1-\alpha)\,\tau}{2\,(1-\beta)}\,e^{-\frac{2\,(1-\beta)\,t}{(1-\alpha)\,\tau}}\right] +$$

$$+\,\beta\left(1 - e^{-\frac{\beta\,t}{\alpha\,\tau}}\right)$$

$$F(t) = (1-\beta)\left[1 - \left(\frac{2\,(1-\beta)}{(1-\alpha)\,\tau}t - 1\right) e^{-\frac{2\,(1-\beta)\,t}{(1-\alpha)\,\tau}}\right] +$$

$$+\,\beta\left(1 - e^{-\frac{\beta\,t}{\alpha\,\tau}}\right)$$

Problema 4



Considere um reactor contínuo cujo comportamento não ideal pode ser modelado pela associação de reactores ideais esquematizada na figura.

a) Escreva as equações do modelo que representa o escoamento no reactor, tendo em conta que os tanques 1 e 2 são iguais.

b) Deduza a expressão da distribuição de tempos de residência.

c) Deduza e expressão da função cumulativa.

d) Sabendo que o reactor real tem um volume de 1 m^3 e que são introduzidos, por impulso, 6 moles de um traçador, determine o valor da concentração máxima de traçador, à saída do reactor. Caudal volumétrico da alimentacão: 20 dm^3/min; caudal de by-pass: 5 % do caudal volumétrico à entrada; volume do reciclo: 8 % do volume activo; volumes mortos: 12% do volume do reactor.

Transformadas de Laplace:

$f(s)$	$F(t)$
$\frac{1}{s-a}$	$e^{a\cdot t}$
$\frac{1}{(s-a)^2}$	$t\ e^{a\cdot t}$

d)

$$E(t) = \frac{4\,(1-\beta)^3}{(1-\alpha)^2\,\tau^2}\,t\,e^{-\frac{2\,(1-\beta)\,t}{(1-\alpha)\,\tau}} + \frac{\beta^2}{\alpha\,\tau}e^{-\frac{\beta\,t}{\alpha\,\tau}}$$

A condição de máximo é a 1ª derivada nula, ou seja no máximo da inflexão da curva

[f(t)g(t)]'= f'(t)g(t)+f(t)g'(t)

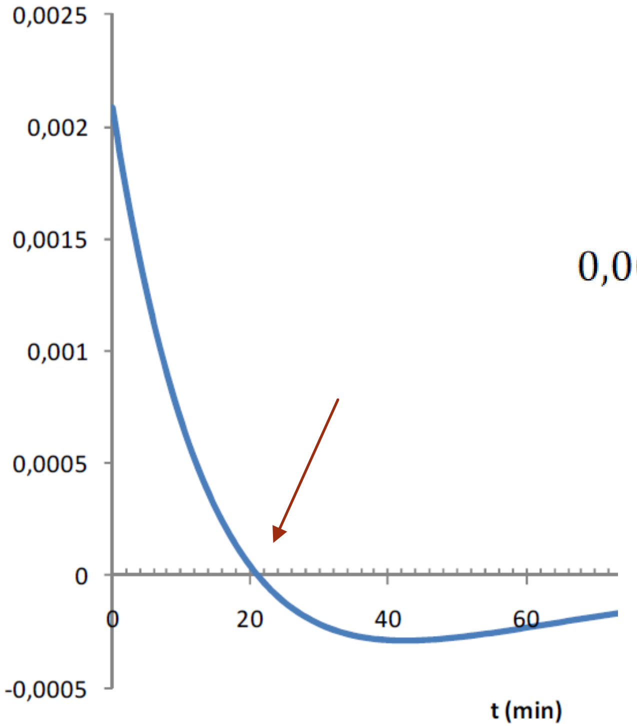
$$\frac{dC}{dt} = \frac{N}{v}\frac{d}{dt}E(t) =$$

$$= \frac{N}{v}\left\{\frac{4\,(1-\beta)^3}{(1-\alpha)^2\,\tau^2}\left[1 - \frac{2\,(1-\beta)}{(1-\alpha)\,\tau}t\right]e^{-\frac{2\,(1-\beta)\,t}{(1-\alpha)\,\tau}} - \frac{\beta^3}{\alpha^2\,\tau^2}e^{-\frac{\beta\,t}{\alpha\,\tau}}\right\} = 0$$

$$\frac{4\times 0{,}95^3}{0{,}92^2\times\left(\frac{880}{20}\right)^2}\left[1 - \frac{2\times 0{,}95}{0{,}92\times\frac{880}{20}}t\right]e^{-\frac{2\times 0{,}95\,t}{0{,}92\times\frac{880}{20}}} - \frac{0{,}05^3}{0{,}08^2\times\left(\frac{880}{20}\right)^2}e^{-\frac{0{,}05\,t}{0{,}08\times\frac{880}{20}}} = 0$$

$$0{,}002093\,[1 - 0{,}046937\,t]\,e^{-0{,}046937\,t} - 1{,}0089\times 10^{-5}\,e^{-0{,}01421\,t} = 0$$

α = 0,08
B = 0,05
Vm = 0,12*1000 = 120 dm^3
V = 1000 -120 = 880 dm^3
ν = 20 dm^3/min
N = 6 mol
T = 21 min



Resolve-se em ordem a t determinando os zeros da função, graficamente ou atribuindo valores de t.

$$0{,}002093\,[1 - 0{,}046937\,t]\,e^{-0{,}046937\,t} - 1{,}0089 \times 10^{-5}\,e^{-0{,}01421\,t} = 0$$

$$\boxed{t = 21 \text{ min}}$$

$$C = \frac{N}{v}E(t) = \frac{N}{v}\left[\frac{4\,(1-\beta)^3}{(1-\alpha)^2\,\tau^2}\,t\,e^{-\frac{2\,(1-\beta)\,t}{(1-\alpha)\,\tau}} + \frac{\beta^2}{\alpha\,\tau}e^{-\frac{\beta\,t}{\alpha\,\tau}}\right] =$$

$$= \frac{6}{20} \times \left[\frac{4 \times 0{,}95^3}{0{,}92^2 \times \left(\frac{880}{20}\right)^2} \times 21 \times e^{-\frac{2\times 0{,}95\times 21}{0{,}92\times\frac{880}{20}}} + \frac{0{,}05^2}{0{,}08 \times \frac{880}{20}}e^{-\frac{0{,}05\times 21}{0{,}08\times\frac{880}{20}}}\right]$$

$$= 0{,}00545\ M$$

α = 0,08
B = 0,05
Vm = 0,12*1000 = 120 dm^3
V = 1000 -120 = 880 dm^3
ν = 20 dm^3/min
N = 6 mol
T = 21 min

Problema 6

A curva de distribuição de tempos de residência, obtida pela introdução por impulso de um traçador, para um reactor tubular com o comprimento de 350 cm e o diâmetro interno de 20 cm, atinge o máximo 12 minutos após o início da experiência. O escoamento do reactor pode ser modelado pela associação em série de três reactores CSTR ideais, de igual volume.

a) Deduza a expressão da distribuição de tempos de residência.

b) Deduza a expressão da função cumulativa

c) Calcule o caudal volumétrico da alimentação.

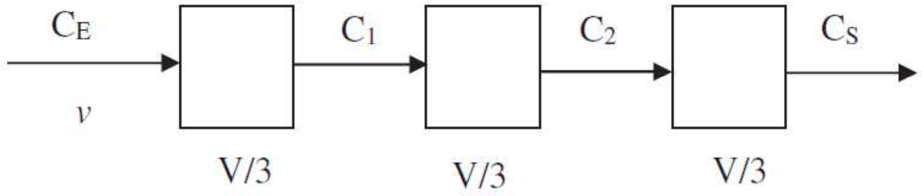
d) Considere agora que um traçador é alimentado continuamente ao reactor. Sabendo que 15 minutos após o início da experiência a concentração do traçador à saída é de 0,05 M, determine o valor da concentração da alimentação. Use o caudal volumétrico calculado em c).

e) Considerando as condições do cabeçalho do problema, determine a fracção das moléculas de traçador que residem no reactor um tempo inferior a 15 minutos.

<u>Transformadas de Laplace:</u>

$f(s)$	$F(t)$
$\dfrac{1}{(s-a)^n}$	$\dfrac{1}{(n-1)!}\cdot t^{n-1}\cdot e^{a\cdot t}$

a) Deduza a expressão da distribuição de tempos de residência.



$$v\,C_E = v\,C_1 + \frac{V}{3}\frac{dC_1}{dt} \qquad C_E = C_1 + \frac{\tau}{3}\frac{dC_1}{dt} \qquad \overline{C_E} = \overline{C_1} + \frac{\tau}{3}s\overline{C_1}$$

$$v\,C_1 = v\,C_2 + \frac{V}{3}\frac{dC_2}{dt} \qquad C_1 = C_2 + \frac{\tau}{3}\frac{dC_2}{dt} \qquad \overline{C_1} = \overline{C_2} + \frac{\tau}{3}s\overline{C_2}$$

$$v\,C_2 = v\,C_S + \frac{V}{3}\frac{dC_S}{dt} \qquad C_2 = C_S + \frac{\tau}{3}\frac{dC_S}{dt} \qquad \overline{C_2} = \overline{C_S} + \frac{\tau}{3}s\overline{C_S}$$

$$\overline{C_1} = \frac{\overline{C_E}}{1 + \frac{\tau}{3}s}$$

$$\overline{C_2} = \frac{\overline{C_E}}{\left(1 + \frac{\tau}{3}s\right)^2}$$

$$g(s) = \frac{\overline{C_S}}{\overline{C_E}} = \frac{1}{\left(1 + \frac{\tau}{3}s\right)^3} = \frac{27}{\tau^3}\frac{1}{\left(s + \frac{3}{\tau}\right)^3}$$

Função Transferência

Função Distribuição de Tempos de Residência

$f(s)$	$F(t)$
$\frac{1}{(s-a)^n}$	$\frac{1}{(n-1)!} \cdot t^{n-1} \cdot e^{a \cdot t}$

$$\therefore E(t) = \mathcal{L}^{-1}\{g(s)\} = \frac{27}{\tau^3}\frac{1}{(3-1)!}t^{3-1}e^{-\frac{3}{\tau}t} = \frac{27}{2\tau^3}t^2 e^{-\frac{3}{\tau}t}$$

b) $F(\tau) = \int_0^{\tau} E(\tau)\,d\tau = \frac{27}{2\vartheta^3}\int_0^{\tau} \tau^2 e^{-\frac{3}{\vartheta}\tau}\,d\tau$

$$\left(t^2 e^{-\frac{3}{\vartheta}\tau}\right)' = 2\tau e^{-\frac{3}{\vartheta}t} - t^2\frac{3}{\vartheta}e^{-\frac{3}{\vartheta}\tau}$$

$$t^2 e^{-\frac{3}{\vartheta}\tau} = 2P\left(\tau e^{-\frac{3}{\vartheta}t}\right) - \frac{3}{\vartheta}P\left(\tau^2 e^{-\frac{3}{\vartheta}\tau}\right)$$

$$P\left(\tau^2 e^{-\frac{3}{\vartheta}\tau}\right) = \frac{\vartheta}{3}\left[2\underbrace{P\left(\tau e^{-\frac{3}{\vartheta}t}\right)} - \tau^2 e^{-\frac{3}{\vartheta}\tau}\right]$$

$$\boxed{\begin{aligned}
&\left(\tau e^{-\frac{3}{\vartheta}\tau}\right)' = e^{-\frac{3}{\vartheta}\tau} - \frac{3}{\vartheta}t\, e^{-\frac{3}{\vartheta}\tau}\\
&P\left(\tau e^{-\frac{3}{\vartheta}\tau}\right)' = -\frac{\vartheta}{3}e^{-\frac{3}{\vartheta}\tau} - \frac{3}{\vartheta}P\left(\tau e^{-\frac{3}{\vartheta}t}\right)\\
&t e^{-\frac{3}{\vartheta}\tau} = -\frac{\vartheta}{3}e^{-\frac{3}{\vartheta}\tau} - \frac{3}{\vartheta}P\left(\tau e^{-\frac{3}{\vartheta}\tau}\right)\\
&P\left(\tau e^{-\frac{3}{\vartheta}\tau}\right) = -\frac{\vartheta}{3}\left[\left(\tau+\frac{\vartheta}{3}\right)e^{-\frac{3}{\vartheta}t}\right]
\end{aligned}}$$

$$P\left(\tau^2 e^{-\frac{3}{\vartheta}t}\right) = \frac{\vartheta}{3}\left[2\left(-\frac{\vartheta}{3}\left(t+\frac{\vartheta}{3}\right)e^{-\frac{3}{\vartheta}\tau}\right) - \tau^2 e^{-\frac{3}{\vartheta}t}\right]$$

$$= -\frac{\vartheta}{3}\left[2\frac{\vartheta}{3}\left(\tau+\frac{\vartheta}{3}\right)e^{-\frac{3}{\vartheta}\tau} + \tau^2 e^{-\frac{3}{\vartheta}\tau}\right]$$

$$= -\frac{\vartheta}{3}\left[2\frac{\vartheta}{3}\left(\tau+\frac{\vartheta}{3}\right)+\tau^2\right]e^{-\frac{3}{\vartheta}\tau}$$

$$F(\tau) = -\frac{27}{2\vartheta^3}\left[\frac{\vartheta}{3}\left(2\frac{\vartheta}{3}\left(\tau+\frac{\vartheta}{3}\right)+\tau^2\right)e^{-\frac{3}{\vartheta}\tau}\right]_0^{\tau}$$

$$F(\tau) = \frac{27}{2\vartheta^3}\left[\frac{\vartheta}{3}\left(2\frac{\vartheta}{3}\left(t+\frac{\vartheta}{3}\right)+\tau^2\right)e^{-\frac{3}{\vartheta}t}\right]_{\tau}^{0}$$

$$F(t) = -\frac{27}{2\tau^3}\left[\frac{\tau}{3}\left(2\frac{\tau}{3}\left(\frac{\tau}{3}+t\right)+\ t^2\right)e^{-\frac{3}{\tau}t}\right]_0^t = \frac{27}{2\tau^3}\left[\frac{\tau}{3}\left(2\frac{\tau}{3}\left(\frac{\tau}{3}+t\right)+\ t^2\right)e^{-\frac{3}{\tau}t}\right]_t^0$$
$$= \frac{27}{2\tau^3}\left[2\frac{\tau^3}{27}-\frac{\tau}{3}\left(2\frac{\tau}{3}\left(\frac{\tau}{3}+t\right)+\ t^2\right)e^{-\frac{3}{\tau}t}\right]$$

c) Calcule o caudal volumétrico da alimentação.

$$\frac{dE(t)}{dt} = \frac{27}{2\tau^3}\frac{d}{dt}\left(t^2 e^{-\frac{3}{\tau}t}\right) = \frac{27}{2\tau^3}\left(2t - \frac{3}{\tau}t^2\right)e^{-\frac{3}{\tau}t} = 0$$

$$2t - \frac{3}{\tau}t^2 = 0 \quad \therefore \left(2 - \frac{3}{\tau}t\right)t = 0$$

$$\therefore\ 2 - \frac{3}{\tau}t = 0 \quad \therefore\ \tau = \frac{3}{2}t = \frac{3}{2} \times 12 = 18\ min$$

Máximo de E(t)
t=12 min

$$V = \frac{\pi D^2}{4}L = \frac{\pi \times 20^2}{4} \times 350 = 109956\ mL \equiv 109{,}956\ L$$

$$\tau = \frac{V}{v} \quad \therefore v = \frac{V}{\tau} = \frac{109{,}956}{18} = 6{,}109\ L/min$$

d) Considere agora que um traçador é alimentado continuamente ao reactor. Sabendo que 15 minutos após o início da experiência a concentração do traçador à saída é de 0,05 M, determine o valor da concentração da alimentação. Use o caudal volumétrico calculado em c).

$$F(t) = \frac{C_S}{C_E} = \frac{27}{2\tau^3}\left[2\frac{\tau^3}{27} - \frac{\tau}{3}\left(2\frac{\tau}{3}\left(\frac{\tau}{3} + t\right) + t^2\right)e^{-\frac{3}{\tau}t}\right]$$

$$C_E = \frac{C_S}{\frac{27}{2\tau^3}\left[2\frac{\tau^3}{27} - \frac{\tau}{3}\left(2\frac{\tau}{3}\left(\frac{\tau}{3} + t\right) + t^2\right)e^{-\frac{3}{\tau}t}\right]}$$

$$= \frac{0.05}{\frac{27}{2 \times 18^3}\left[2\frac{18^3}{27} - \frac{18}{3}\left(2\frac{18}{3}\left(\frac{18}{3} + 15\right) + 15^2\right)e^{-\frac{3}{18}\times 15}\right]} = 0.1096\ M$$

e) Considerando as condições do cabeçalho do problema, determine a fracção das moléculas de traçador que residem no reactor um tempo inferior a 15 minutos.

$$F(15) = \frac{27}{2 \times 18^3}\left[2\frac{18^3}{27} - \frac{18}{3}\left(2\frac{18}{3}\left(\frac{18}{3} + 15\right) + 15^2\right)e^{-\frac{3}{18}\times 15}\right] = 0.456$$