FT II – Anotações: Difusão em estádo estacionário

Felipe B. Pinto 61387 – MIEQB

24 de julho de 2024

Conteúdo

1 Difusão em estado estacionário para todas as geometrias

Forma derivada:

$$\boldsymbol{N_{A,z} = y_A \sum N_i - C_{A,L}\, \mathscr{D}_{A,B}\, \frac{\mathrm{d}y_A}{\mathrm{d}z} = -\frac{C_{A,L}\, \mathscr{D}_{A,B}}{1 - \Theta\, y_A}\, \frac{\mathrm{d}y_A}{\mathrm{d}z}}$$

Forma integrada:

$$\boldsymbol{N_{A,z_1} = \frac{C_{A,L}\, D_{A,B}}{\Theta\, \eta_d\, z_1}\ \ln \frac{1 - \Theta\, y_{A,1}}{1 - \Theta\, y_{A,0}};} \qquad \begin{cases} \boldsymbol{\Theta = \sum \frac{N_{i,z}}{N_{A,z}}} \\ \boldsymbol{\Theta \neq 0 \iff N_A \neq -N_B} \end{cases}$$

Em termos de pressão

$$C_{A,L} = \frac{n}{V} = \frac{P}{RT}; \qquad y_{A,L} = P_{A,L}/P$$

z: Dimensão caracteristica

- z: espessura da película plana
- r para cilindros e esferas

η_d: Fator adimensional

- 1 para plano
- $\ln(r_2/r_1)$ para cilíndro
- $1 - r_2/r_1$ para esféra

Forma integrada (reduzida) considera:

- $N_A \neq -N_B$ (Difusão não equimolar)
- $N_{A,r} =$ constante em R (Estado estacionário)

Caracterização de um estado estacionário Transferencia de massa em estado estacionário através de um sistema simples no qual a concentração e o fluxo molar são funções de uma unica coordenada no espaço.

Equação de conservação

$$\boldsymbol{N_A\, S} = \text{constante}$$

$$\boldsymbol{S_{\text{cilindro}} = 2\,\pi\, r\, L; \quad S_{\text{esfera}} = 4\,\pi\, r^2}$$

1.1 Casos específicos em dif plana

Difusão através de componente estagnado

$$\boldsymbol{N_{A,z_1} = \frac{c\,\mathscr{D}_{A,B}}{z_1}\ln\frac{1-y_{A,1}}{1-y_{A,0}} \quad N_B = 0}$$

Contra Difusão Equimolar

$$\boldsymbol{N_{A,z_1} = -\frac{c\,\mathscr{D}_{A,B}}{z_1}(y_{A,1}-y_{A,0}); \quad N_B = -N_A}$$

Exemplo 1

Um componente A difunde-se através de uma camada em repouso de um componente B de espessura Z. A pressão parcial de A num dos lados da camada é $p_{A,1}$ e no outro lado $p_{A,2} < p_{A,1}$. Mostre que o fluxo máximo possível de A através dessa camada é dado por:

$$\boldsymbol{N_{A\ \mathrm{max}}} = \frac{\boldsymbol{\mathscr{D}\, P}}{\boldsymbol{R\,T\,Z}} \ln \frac{\boldsymbol{P}}{\boldsymbol{P - p_{A,1}}}$$

Resposta

$$N_{A,\mathrm{max},z} = \frac{C_{A,L}\,\mathscr{D}_{A,B}}{\Theta\,\eta_d\,z} \ln \frac{1 - \Theta\,y_{A,2}}{1 - \Theta\,y_{A,1}} = \frac{\frac{P}{RT}\,\mathscr{D}_{A,B}}{\Theta\,\eta_d\,z} \ln \frac{1 - \Theta\,P_{A,2}/P}{1 - \Theta\,P_{A,1}/P} =$$

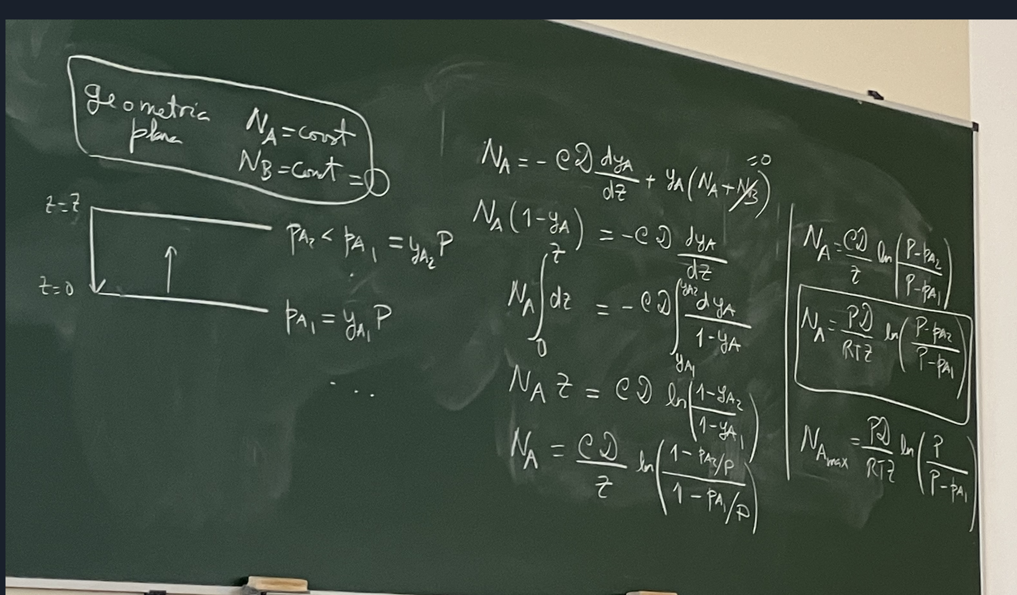
$$= \frac{\frac{P}{RT}\,\mathscr{D}_{A,B}}{1 * 1\,z} \ln \frac{1 - 0}{1 - 1 * P_{A,1}/P} = \frac{P\,\mathscr{D}_{A,B}}{R\,T\,z} \ln \frac{P}{P - P_{A,1}};$$

$$N_{A,\mathrm{max},z} \implies y_{A,2} = P_{A,2} = 0;$$

$$\Theta = 1 + N_{B,z}/N_{A,z} = 1 + 0/N_{A,z} = 1;$$

$$\eta_{d,\mathrm{plano}} = 1$$

Resposta



Exemplo 2

Moldou-se naftaleno sob a forma de um cilindro de raio R_1 que se deixou sublimar no ar em repouso. Mostre que a velocidade de sublimação é dada por:

$$\boldsymbol{Q = \frac{2\,\pi\,L\,\mathscr{D}\,P}{R\,T\,\ln(R_2/R_1)}\ln\frac{1-y_{A,2}}{1-y_A^*}}$$

Sendo y_A^* a fracção molar correspondente à pressão de vapor do naftaleno e $y_{A,2}$ a fracção molar correspondente a R_2.
Explique o que sucede à velocidade de sublimação quando R_2 se torna muito grande.

Resposta

$$Q = N_{A,R_1}\,S_{R_1} = \left(\frac{C_{A,L}\,\mathscr{D}_{A,B}}{\Theta\,\eta_d\,R_1}\ln\frac{1-\Theta\,y_{A,2}}{1-\Theta\,y_{A,1}}\right)(2\,\pi\,R_1\,L) =$$

$$= \frac{\frac{P}{RT}\,\mathscr{D}_{A,B}\,2\,\pi\,R_1\,L}{1*\ln(R_2/R_1)\,R_1}\ln\frac{1-1*y_{A,2}}{1-1*y_A^*} =$$

$$= \frac{2\,\pi\,L\,\mathscr{D}_{A,B}\,P}{R\,T\,\ln(R_2/R_1)}\ln\frac{1-y_{A,2}}{1-y_A^*};$$

$$\Theta = 1 + N_B/N_A = 1 + 0/N_A = 1;$$

$$\eta_{d,\text{cilindro}} = \ln(R_2/R_1)$$

E2 a)

E se a geometria for esférica

Resposta

$$Q = N_{A,R_1}\, S_{R_1} = \left(\frac{C_{A,L}\,\mathscr{D}_{A,B}}{\Theta\,\eta_d\,R_1}\ln\frac{1-\Theta\,y_{A,2}}{1-\Theta\,y_{A,1}}\right)\left(4\,\pi\,R_1^2\right) =$$
$$= \frac{\frac{P}{RT}\,\mathscr{D}_{A,B}\,4\,\pi\,R_1^2}{1*(1-R_1/R_2)\,R_1}\ln\frac{1-1*y_{A,2}}{1-1*y_A^*} =$$
$$= \frac{P\,\mathscr{D}_{A,B}\,4\,\pi}{R\,T\,(R_1^{-1}-R_2^{-1})}\ln\frac{1-y_{A,2}}{1-y_A^*};$$

$\eta_{d,\text{esfera}} = 1 - R_1/R_2;$

Quando R_2 for muito grande

$$\lim_{R_2\to\infty} Q = \lim_{R_2\to\infty}\frac{P\,\mathscr{D}_{A,B}\,4\,\pi}{R\,T\,(R_1^{-1}-R_2^{-1})}\ln\frac{1-y_{A,2}}{1-y_A^*} =$$
$$= \frac{P\,\mathscr{D}_{A,B}\,4\,\pi}{R\,T\,\lim_{R_2\to\infty}(R_1^{-1}-R_2^{-1})}\ln\frac{1-y_{A,2}}{1-y_A^*} =$$
$$= \frac{P\,\mathscr{D}_{A,B}\,4\,\pi}{R\,T(R_1^{-1})}\ln\frac{1-y_{A,2}}{1-y_A^*} = \frac{P\,\mathscr{D}_{A,B}\,4\,\pi\,R_1}{R\,T}\ln\frac{1-y_{A,2}}{1-y_A^*}$$

Resposta