Transporte de uma propriedade (massa calor ou momento)

1º) Quando **não há geração** de propriedade no sistema em causa:

Fazendo um balanço da propriedade num elemento de volume dV:

$$velocidade_{entra}^{propriedade} + velocidade_{geração}^{propriedade} - velocidade_{sai}^{propriedade} = velocidade_{acumulação}^{propriedade}$$

Em estado estacionário (EE): velocidade acumulação =0

Se não há geração de propriedade: velocidade geração =0

$$velocidade_{entra}^{propriedade} = velocidade_{sai}^{propriedade}$$

$$Na\ notação\ geral\ vem: \quad \Psi_{entra}A = \Psi_{sai}A \quad e \quad \Psi_r \text{ é } constante$$

$$\tau_{r+dr}A = \tau_r A \quad e \quad \tau_r \text{ é } constante \qquad \tau = -\mu \frac{dv_r}{dr}$$

2º) Quando **há geração** de propriedade no sistema em causa:

$$velocidade_{entra}^{propriedade} + velocidade_{geração}^{propriedade} - velocidade_{sai}^{propriedade} = velocidade_{acumulação}^{propriedade}$$

Em estado estacionário (EE): velocidade acumulação =0

Como há geração de propriedade: velocidade geração

$$velocidade_{sai}^{propriedade} - velocidade_{entra}^{propriedade} = velocidade_{geração}^{propriedade}$$

Se G = velocidade geração/volume

$Na\ notação\ geral\ vem$: $\Psi_{saida}A - \Psi_{entrada}A = GdV$

Temos de entrar com G no balanço à propriedade:

- Transporte de massa é simples, G será velocidade de geração ou consume de massa por unidade de volume
- Transporte de calor é simples, G será a Velocidade de geração ou consume de calor por unidade de volume

Temos de entrar com G no balanço à propriedade:

- Transporte de momento, não é fácil medir $G_{momento}$

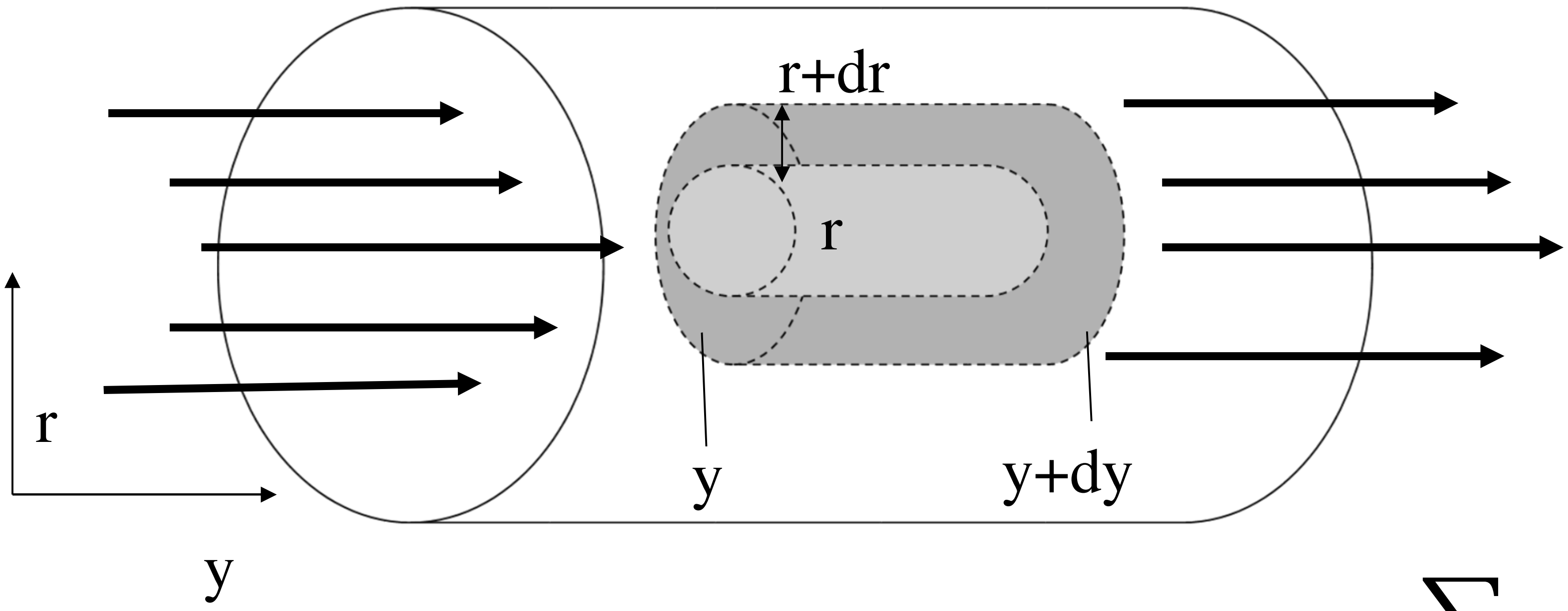
↓

Tenho de relacioná-la com uma grandeza fácilmente mensurável
Ex: Pressão

Como a pressão é uma força (aplicada a uma área, força e área em planos perpendiculares) e a tensão de corte (= fluxo de momento) também é uma força aplicada a uma área (força e área em planos paralelos), vamos fazer um balanço de forças a um elemento de volume para relacionar o transporte de momento com a pressão

Quando um fluido incompressível se movimenta através de uma conduta transfere momento para a parede ⇒ Fluido perde pressão ao longo da tubagem

$$Em\ estado\ estacionário\ \sum F = 0$$



$$\sum F = 0$$

balanço de forças a um elemento de volume dV numa conduta (entre r e r+dr e y e y+dy

$plano\ y: Forças\ de\ pressão = P_y S$ $\quad$ $plano\ y + dy: Forças\ de\ pressão = P_{y+dy} S$

$plano\ r: Forças\ de\ tensão: \tau_r A$ $\quad$ $plano\ r + dr: Forças\ de\ tensão: \tau_{r+dr} A$

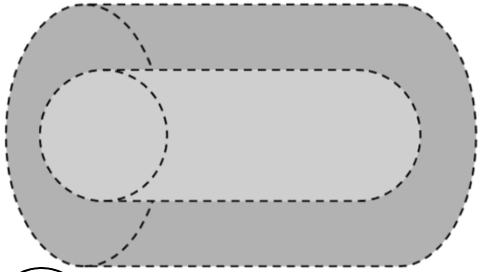
$$Balanço: \qquad P_y S + \tau_r A = P_{y+dy} S + \tau_{r+dr} A$$

$$\tau_{r+dr} A - \tau_r A = -(P_{y+dy} S - P_y S)$$

$$\boxed{\mathrm{d}(\tau A) = -\mathrm{d}(PS)}$$

A variação na força de corte na direção y = transporte de momento na direção r = alteração da força de pressão na direção y

$$\boxed{\mathrm{d}(\tau A) = -\mathrm{d}(PS)}$$



Se S for constante:

$$\mathrm{d}(\tau A) = -\underbrace{S.\,dy}_{\mathrm{dV}}.\frac{dP}{dy} \quad \Leftrightarrow \mathrm{d}(\tau A) = \underbrace{-\frac{dP}{dy}}_{\text{G (velocidade de geração de momento /Volume}}dV$$

2º) Substituindo τ pela equação de transporte molecular de momento:

$$\Leftrightarrow \mathrm{d}\left(-\mu.\,A.\frac{dv}{dr}\right) = -\frac{dP}{dy}dV$$

$em\ fluidos\ incompressíveis\ \frac{dP}{dy}\ é\ constante = \frac{\Delta P}{\Delta y}$

$$\mathrm{d}\left(-\mu.\,A.\frac{dv}{dr}\right) = -\frac{\Delta P}{\Delta y}dV$$

3º) Substituir A = f (r) e V = f(r) na equação:

$A = 2\pi rL$ V= πr^2L dV= $2\pi rL.dr$

$$\text{d-}\underbrace{\left(\mu.2\pi rL.\frac{dv}{dr}\right)}_{x} = -\frac{\Delta P}{\Delta y}2\pi rLdr$$

Derivada de derivada ⇒ para integrar usar o método de substituição

$$\int_0^x -dx = \int_0^r -\frac{\Delta P}{\Delta y}2\pi\, rLdr$$

Condições fronteira:

r = 0 (eixo do tubo) onde velocidade é máxima e dv/dr = 0 e x = 0

$$[-x]_0^x = 2\pi L\left(-\frac{\Delta P}{\Delta y}\right)\left[\frac{r^2}{2}\right]_0^r$$

$$\text{-x} = 2\pi L\left(-\frac{\Delta P}{\Delta y}\right)\frac{r^2}{2} \qquad -\mu.2\pi rL.\frac{dv}{dr} = 2\pi L\left(-\frac{\Delta P}{\Delta y}\right)\frac{r^2}{2}$$

$$\boxed{\Leftrightarrow -\underbrace{\mu.\frac{dv}{dr}}_{=\tau} = \left(-\frac{\Delta P}{\Delta y}\right)\frac{r}{2}}$$

$$\boxed{\tau = \left(-\frac{\Delta P}{\Delta y}\right)\frac{r}{2}}$$

τ varia linearmente com r (há geração de momento)

r = 0	$\tau = 0$
r = R1 (parede)	$\tau = \tau_1$

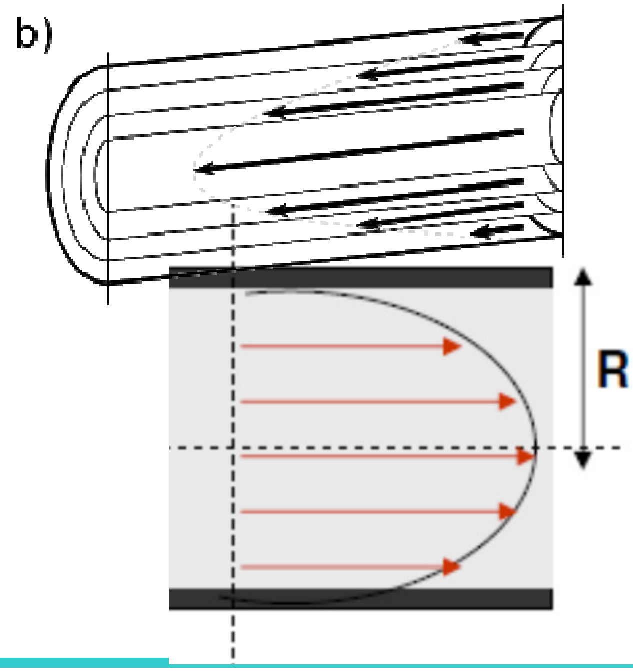
4º) Integrando:

$$\Leftrightarrow -\int_0^v \mu.dv = \frac{1}{2}\left(-\frac{\Delta P}{\Delta y}\right)\int_{R1}^{r} r dr$$

$$-\mu.[v]_0^v = \frac{1}{2}\left(-\frac{\Delta P}{\Delta y}\right)\left[\frac{r^2}{2}\right]_{R1}^{r}$$

Condições fronteira:

r = R1 (parede) v = 0



$$\boxed{v_r = \frac{1}{4.\mu}\left(-\frac{\Delta P}{\Delta y}\right)(R1^2 - r^2)}$$

Perfil de velocidades: parabólico: dá a velocidade em cada posição r

r = 0	V = V max
r = R1 (parede)	V = 0

r = 0 V = V max

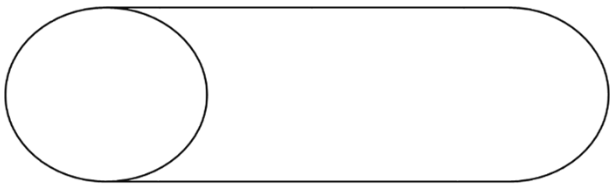
$$\boxed{v_{max} = \frac{1}{4.\mu}\left(-\frac{\Delta P}{\Delta y}\right)R1^2}$$

$$v_r = \frac{1}{4.\mu}\left(-\frac{\Delta P}{\Delta y}\right)R1^2\left(1-\left(\frac{r}{R1}\right)^2\right)$$

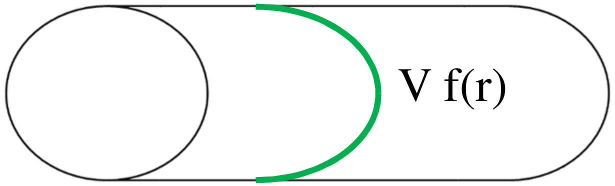
$$\boxed{v_r = v_{max}\left(1-\left(\frac{r}{R1}\right)^2\right)}$$

Normalmente define-se velocidade de fluido média e não pontual. Como é que se relacionam?

$$\boxed{\bar{v}(ms^{-1}) = \frac{\text{caudal volumétrico}\ (\text{m}^3 s^{-1})}{\text{área de passagem}(m^2)} = \frac{Gv}{\pi R^2}}$$



$$Gv = \bar{v}.S_1 = \int_0^{S_1} v(r).dS$$



$$Gv = \bar{v}.\Pi R_1^2 = \int_0^{R_1} v(r).2\pi r dr$$

Re=ro*D*V/miu

Re < 2100

Re> 3200

Substituindo a expressão de v(r) a que chegámos no integral e integrando entre r=0 e r=R1, obtemos:

$$\boxed{\bar{v} = \frac{R_1^2}{8\mu}\left(-\frac{\Delta P}{\Delta y}\right)}$$

$$\boxed{\bar{v} = \frac{D_1^2}{32\mu}\left(-\frac{\Delta P}{\Delta y}\right)}$$

Para fluxo laminar (t molecular de momento), EE e geração de momento. É útil para:

1) Calcular ou prever (-ΔP)
2) Determinar μ em viscosímetros

Equação de Hagen-Poiseuille: relaciona a queda de pressão de um fluido incompressível num tubo, com velocidade média de passagem, comprimento do tubo e viscosidade do fluido (obtida por balanço de forças a um tubo e eq. transporte de momento moleluar)

$$\frac{v_r}{\bar{v}} = \frac{\frac{1}{4.\mu}\left(-\frac{\Delta P}{\Delta y}\right)(R1^2 - r^2)}{\frac{R_1^2}{8\mu}\left(-\frac{\Delta P}{\Delta y}\right)} = 2 \times \left(1 - \left(\frac{r}{R_1}\right)^2\right)$$

$$\boxed{v_r = 2\bar{v} \times \left(1 - \left(\frac{r}{R_1}\right)^2\right)}$$

2-4- Um óleo flui laminarmente num tubo com diâmetro interno de 1.27 cm e um caudal de 4.55e-4 $m^3\ s^{-1}$. Sendo μ = 300 cP e a densidade de 959.8 $Kg\ m^{-3}$, calcular:

a) A queda de pressão por metro de comprimento do tubo.

b) A tensão de corte nas paredes.

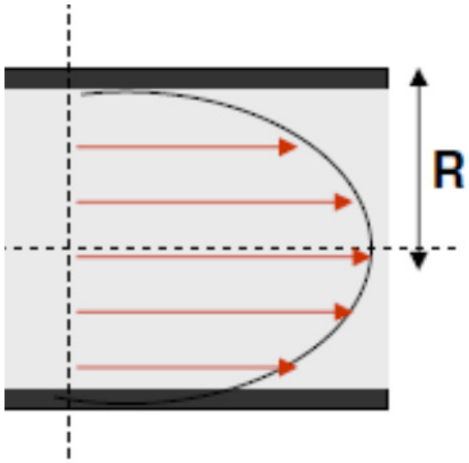
c) A velocidade no eixo do tubo.

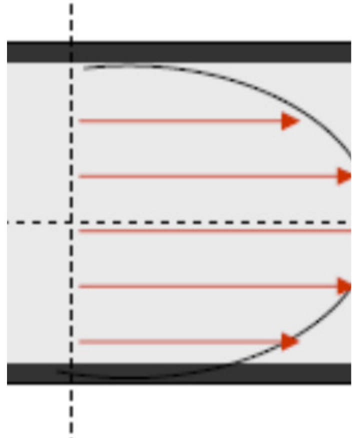
d) A posição radial do ponto no qual a velocidade é igual à velocidade média.

e) Quais os valores (-DP/Dy), (–DP), t1, v (r=o) e r quando v = Vmédia? Para

Tubos com L = 5 m, L = 7 m e L = 10 m.

Tubo com L = 5 m e u = 400 cP, 500cP e 600 cP





	(-ΔP/ΔL) Pa.m-1	(-ΔP) Pa	τ1 Pa	V(r=0) ms-1	r = (m)
μ=300 cP L= 5 m					
μ=300 cP L= 7 m					
μ=300 cP L= 10 m					
μ= 400 cP L= 5 m					
μ= 500 cP L= 5m					