FT II – Exercicios – Difusão em estado estacionário

Felipe B. Pinto 61387 – MIEQB

22 de julho de 2024

Conteúdo

Questão 1

Um componente A difunde-se através de uma camada em repouso de um componente B de espessura Z. A pressão parcial de A num dos lados da camada é $p_{A,1}$ e no outro lado $p_{A,2} < p_{A,1}$.

Mostre que o fluxo máximo possível de A através dessa camada é dado por:

$$\boldsymbol{N_{A,\max} = \frac{\mathcal{D}\,P}{R\,T\,Z}\ln\frac{P}{P - p_{A,1}}};\qquad \boldsymbol{P}: \textbf{Pressão total}$$

Resposta

$$N_{A,z} = y_A(N_{A,z} + N_{B,z}) - \frac{P\,\mathcal{D}_{A,B}}{RT}\frac{\mathrm{d}y_A}{\mathrm{d}z} = y_A\,N_{A,z} - \frac{P\,\mathscr{D}_{\mathcal{A},\mathcal{B}}}{RT}\frac{\mathrm{d}y_A}{\mathrm{d}z} \implies$$

$$\implies y_A\,N_{A,z} - N_{A,z} = N_{A,z}(y_A - 1) = \frac{P\,\mathscr{D}_{\mathcal{A},\mathcal{B}}}{RT}\frac{\mathrm{d}y_A}{\mathrm{d}z} \implies$$

$$\implies \int_0^z N_{A,z}\,\mathrm{d}z = N_{A,z}\int_0^z \mathrm{d}z = N_{A,z}\,\Delta z\big|_0^z = N_{A,z}\,z =$$

$$= \int_{y_{A,1}}^{y_{A,2}} \frac{P\,\mathscr{D}_{\mathcal{A},\mathcal{B}}}{RT}\frac{\mathrm{d}y_A}{y_A - 1} = \frac{P\,\mathscr{D}_{\mathcal{A},\mathcal{B}}}{RT}\int_{y_{A,1}}^{y_{A,2}} \frac{\mathrm{d}y_A}{y_A - 1} = \frac{P\,\mathscr{D}_{\mathcal{A},\mathcal{B}}}{RT}\int_{y_{A,1}}^{y_{A,2}} \frac{\mathrm{d}(y_A - 1)}{y_A - 1} =$$

$$= \frac{P\,\mathscr{D}_{\mathcal{A},\mathcal{B}}}{RT}\Delta\left(\ln(y_A - 1)\right)\big|_{y_{A,1}}^{y_{A,2}} = \frac{P\,\mathscr{D}_{\mathcal{A},\mathcal{B}}}{RT}\ln\frac{y_{A,2} - 1}{y_{A,1} - 1} = \frac{P\,\mathscr{D}_{\mathcal{A},\mathcal{B}}}{RT}\ln\frac{p_{A,2}/P - 1}{p_{A,1}/P - 1} =$$

$$= \frac{P\,\mathscr{D}_{\mathcal{A},\mathcal{B}}}{RT}\ln\frac{p_{A,2} - P}{p_{A,1} - P} \implies$$

$$\implies N_{a,z} = \frac{P\,\mathscr{D}_{\mathcal{A},\mathcal{B}}}{RT\,z}\ln\frac{p_{A,2} - P}{p_{A,1} - P} \underset{p_{A,2}=0}{=} \frac{P\,\mathscr{D}_{\mathcal{A},\mathcal{B}}}{RT\,z}\ln\frac{-P}{p_{A,1} - P} = \frac{P\,\mathscr{D}_{\mathcal{A},\mathcal{B}}}{RT\,z}\ln\frac{P}{P - p_{A,1}}$$

O fluxo é maximo quando $p_{A,2} = 0$

Questão 2

Moldou-se naftaleno sob a forma de um cilindro de raio r_1 que se deixou sublimar no ar em repouso. Mostre que a velocidade de sublimação é dada por:

$$\boldsymbol{Q = \frac{2\,\pi\,L\,\mathcal{D}\,P}{R\,T}\,\frac{\ln\left(\frac{1-y_{A,2}}{1-y_{A,*}}\right)}{\ln(r_2/r_1)}}$$

$y_{A,*}$ Fração molar correspondente a pressão de vapor do naftaleno

$y_{A,2}$ Fração molar correspondente a r_2

(i) Explique o que sucede à velocidade de sublimação quando r_2 se torna muito grande

Resposta

ar em repouso $\iff \bar{N}_{B,r} = 0$

$$N_{A,r} = y_A(N_{A,r} + N_{B,r}) - \frac{P\,\mathscr{D}_{\mathcal{A},\mathcal{B}}}{R\,T}\,\frac{\mathrm{d}y_{A,r}}{\mathrm{d}r} = y_A N_{A,r} - \frac{P\,\mathscr{D}_{\mathcal{A},\mathcal{B}}}{R\,T}\,\frac{\mathrm{d}y_A}{\mathrm{d}r} \implies$$

$$\implies N_{A,r}(y_{A,r}-1) = \frac{P\,\mathscr{D}_{\mathcal{A},\mathcal{B}}}{R\,T}\,\frac{\mathrm{d}y_{A,r}}{\mathrm{d}r} \implies \frac{N_{A,1}\,r_1}{r} = \frac{P\,\mathscr{D}_{\mathcal{A},\mathcal{B}}}{R\,T}\,\frac{1}{y_{A,r}-1}\,\frac{\mathrm{d}y_{A,r}}{\mathrm{d}r} \implies$$

$$\implies \int_{r_1}^{r_2} N_{A,1}\,r_1 \frac{\mathrm{d}r}{r} = N_{A,1}\,r_1 \int_{r_1}^{r_2} \frac{\mathrm{d}r}{r} = N_{A,1}\,r_1\,\Delta \ln(r)\big|_{r_1}^{r_2} = N_{A,1}\,r_1 \ln\frac{r_2}{r_1} =$$

$$= \int_{y_{A,1}}^{y_{A,2}} \frac{P\,\mathscr{D}_{\mathcal{A},\mathcal{B}}}{R\,T}\,\frac{\mathrm{d}y_{A,r}}{y_{A,r}-1} = \frac{P\,\mathscr{D}_{\mathcal{A},\mathcal{B}}}{R\,T}\int_{y_{A,1}}^{y_{A,2}} \frac{\mathrm{d}y_{A,r}}{y_{A,r}-1} = \frac{P\,\mathscr{D}_{\mathcal{A},\mathcal{B}}}{R\,T}\int_{y_{A,1}}^{y_{A,2}} \frac{\mathrm{d}(y_{A,r}-1)}{y_{A,r}-1} =$$

$$= \frac{P\,\mathscr{D}_{\mathcal{A},\mathcal{B}}}{R\,T}\,\Delta \ln(y_{A,r}-1)\big|_{y_{A,1}}^{y_{A,2}} = \frac{P\,\mathscr{D}_{\mathcal{A},\mathcal{B}}}{R\,T}\ln\frac{y_{A,2}-1}{y_{A,1}-1};$$

$$Q = N_{A,S}\,S = N_{A,1}\,2\,\pi\,r_1\,L \implies N_{A,1}\,r_1 = \frac{Q}{2\,\pi\,L} \implies$$

$$\implies \frac{Q}{2\,\pi\,L}\ln\frac{r_2}{r_1} = \frac{P\,\mathscr{D}_{\mathcal{A},\mathcal{B}}}{R\,T}\ln\frac{y_{A,2}-1}{y_{A,1}-1} \implies$$

$$\implies Q = \frac{P\,\mathscr{D}_{\mathcal{A},\mathcal{B}}\,2\,\pi\,L}{R\,T}\,\frac{\ln\left(\frac{y_{A,2}-1}{y_{A,1}-1}\right)}{\ln(r_2/r_1)} = \frac{2\,\pi\,L\,\mathscr{D}_{\mathcal{A},\mathcal{B}}\,P}{R\,T}\,\frac{\ln\left(\frac{1-y_{A,2}}{1-y_{A,1}}\right)}{\ln(r_2/r_1)}$$

Resposta (i)

A velocidade de sublimação é constante por se tratar de um cilindro.

Questão 3

Um tubo com 1 cm de diâmetro e 20 cm de comprimento está cheio com uma mistura de CO_2 e H_2 a uma pressão total de 2 atm e a uma temperatura de 0 °C. O coeficiente de difusão do CO_2-H_2 nestas condições é $0.275\,\mathrm{cm^2\,s^{-1}}$. Se a pressão parcial do CO_2 for 1.5 atm num dos lados do tubo e 0.5 atm no outro extremo

Q3 a.

calcule a velocidade de difusão para Contradifusão equimolar

$$N_{CO_2} = -N_{H_2}$$

Q3 b.

calcule a velocidade de difusão para A seguinte relação entre os fluxos

$$N_{H_2} = -0.75\,N_{CO_2}$$