

## IPEIO - Probabilidades e Estatística

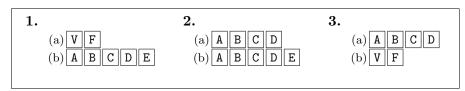
Ano Lectivo 2017/18

 $2^{\rm o}$ Teste - 9 de maio de 2018

Duração: 0h45

Nome completo:	
N.º aluno:	Curso:

Nas alíneas das perguntas 1–3 apenas uma das respostas está correta. Assinale a resposta com uma cruz no quadrado correspondente. Uma resposta incorreta desconta 0.1 valores e uma não resposta vale 0 valores.



- 1. Considere a amostra aleatória  $(X_1, X_2, \dots, X_n)$  de uma população com distribuição  $N(2\mu; 1)$ .
- (0.4) (a) O estimador  $\hat{\mu} = \frac{\overline{X}}{2}$  é centrado para  $\mu$ .
- (0.4) (b) Dada a amostra (0.5, 3.2, 1.8, 1.7, 2.8), uma estimativa pontual de  $\mu$  resultante de  $\hat{\mu} = \frac{\overline{X}}{2}$ , é?
  - (A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4 (E) Nenhuma das anteriores
  - 2. Considere-se uma população com distribuição normal de variância 36. Recolhida uma amostra de dimensão n=25 dessa população, obteve-se  $\bar{x}=50$ .
- (0.4) (a) O intervalo de 95% de confiança para o valor médio da população é (com valores arredondados a 3 casas decimais):
  - $\hbox{(A)} \ ] 48.026 \ ; \ 51.974 [ \qquad \hbox{(B)} \ ] 47.648 \ ; \ 52.352 [ \qquad \hbox{(C)} \ ] 47.947 \ ; \ 52.053 [ \qquad \hbox{(D)} \ ] 47.523 \ ; \ 52.477 [ \qquad ] 47.$
- (0.4) (b) Qual deve ser a dimensão da amostra para que a amplitude do intervalo de 95% de confiança para o valor médio da população seja inferior a 2:
  - (A) n = 54 (B) n = 98 (C) n = 106 (D) n = 139 (E) Nenhuma das anteriores
  - 3. As classificações do 2º teste de IPEIO têm distribuição normal de valor médio desconhecido. Recolhida uma amostra de dimensão n=20, obteve-se s=1.5.
- (0.4) (a) Para o teste de hipóteses  $H_0:\sigma\geq 2$  vs  $H_1:\sigma<2$ , a região de rejeição para um nível de 5% de significância é:
  - $\text{(A)} \ R_{0.05} = ]30.143; +\infty[ \qquad \text{(B)} \ R_{0.05} = ]0; \\ 30.143[ \qquad \text{(C)} \ R_{0.05} = ]0; \\ 10.117[ \qquad \text{(D)} \ R_{0.05} = ]10.117; \\ +\infty[ \qquad \text{(D)} \ R_{$
- (0.4) (b) Se num determinado teste de hipóteses a decisão é de rejeitar a hipótese nula para um nível de significância  $\alpha = 5\%$ , então também se rejeita a hipótese nula para um nível de significância  $\alpha = 10\%$ .

## Resolva a questão seguinte no espaço disponível e indicando todos os passos e justificações.

4. Num determinado curso de àgua, pretende-se modelar a concentração Y de um certo poluente (em  $gr/m^3$ ), em função da distância x à fonte poluidora, em Km. Para tal, registaram-se os dados relativos a 15 localizações.

Distância, x	1	2	3	4	6	8	10	12	14	16	18	20	22	25	30
Concentração, $Y$	53.4	46.2	48.6	43.5	44.8	42.0	41.4	37.6	39.2	33.2	34.4	29.0	26.1	24.2	15.2

Resolva as questões com base nos resultados do R:

Assumindo que existe uma relação linear entre as variáveis  $x \in Y$ :

- (0.4) (a) Escreva a expressão da reta de regressão linear estimada e comente a qualidade do ajustamento.
- (0.4) (b) Qual o valor estimado da variância dos erros do modelo de regressão linear simples?
- (0.4) (c) Qual prevê que seja a concentração de poluente a uma distância da fonte de poluição de 15Km? E a uma distância de 40Km?
- (0.4) (d) Teste para um nível de significância de 5%, a hipótese de o verdadeiro declive da recta de regressão ser nulo, indicando:
  - Hipóteses:
  - Decisão(justifique):



N.º aluno: \_\_\_\_\_ Curso:

## IPEIO - Probabilidades e Estatística

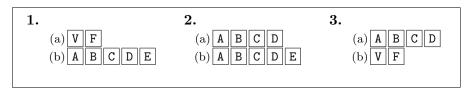
Ano Lectivo 2017/18

 $2^{\rm o}$ Teste - 9 de maio de 2018

Duração: 0h45

Nome completo:			

Nas alíneas das perguntas 1–3 apenas uma das respostas está correta. Assinale a resposta com uma cruz no quadrado correspondente. Uma resposta incorreta desconta 0.1 valores e uma não resposta vale 0 valores.



- 1. Considere a amostra aleatória  $(X_1, X_2, \dots, X_n)$  de uma população com distribuição  $N(4\mu; 16)$ .
- (0.4) (a) O estimador  $\hat{\mu} = \frac{\overline{X}}{4}$  é centrado para  $\mu$ .
- (0.4) (b) Dada a amostra (2.0, 12.8, 7.2, 6.8, 11.2), uma estimativa pontual de  $\mu$  resultante de  $\hat{\mu} = \frac{\overline{X}}{4}$ , é?
  - (A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4 (E) Nenhuma das anteriores
  - 2. Considere-se uma população com distribuição normal de variância 25. Recolhida uma amostra de dimensão n=25 dessa população, obteve-se  $\bar{x}=50$ .
- (0.4) (a) O intervalo de 95% de confiança para o valor médio da população é (com valores arredondados a 3 casas decimais):
  - (A) ]47.936; 52.064[ (B) ]48.289; 51.711[ (C) ]48.355; 51.645[ (D) ]48.040; 51.960[
- (0.4) (b) Qual deve ser a dimensão da amostra para que a amplitude do intervalo de 95% de confiança para o valor médio da população seja inferior a 2:
  - (A) n = 54 (B) n = 68 (C) n = 74 (D) n = 97 (E) Nenhuma das anteriores
  - 3. As classificações do 2º teste de IPEIO têm distribuição normal de valor médio desconhecido. Recolhida uma amostra de dimensão n=20, obteve-se s=3.5.
- (0.4) (a) Para o teste de hipóteses  $H_0:\sigma\leq 3$  vs  $H_1:\sigma>3$ , a região de rejeição para um nível de 5% de significância é:
  - $\text{(A)} \ R_{0.05} = ]30.143; +\infty[ \qquad \text{(B)} \ R_{0.05} = ]0; \\ 30.143[ \qquad \text{(C)} \ R_{0.05} = ]0; \\ 10.117[ \qquad \text{(D)} \ R_{0.05} = ]10.117; \\ +\infty[ \qquad \text{(D)} \ R_{$
- (0.4) (b) Se num determinado teste de hipóteses a decisão é de não rejeitar a hipótese nula para um nível de significância  $\alpha=5\%$ , então também não se rejeita a hipótese nula para um nível de significância  $\alpha=1\%$ .

## Resolva a questão seguinte no espaço disponível e indicando todos os passos e justificações.

4. Num determinado curso de àgua, pretende-se modelar a concentração Y de um certo poluente (em  $gr/m^3$ ), em função da distância x à fonte poluidora, em Km. Para tal, registaram-se os dados relativos a 15 localizações.

Distância, x	1	2	3	4	6	8	10	12	14	16	18	20	22	25	30
Concentração, $Y$	53.4	46.2	48.6	43.5	44.8	42.0	41.4	37.6	39.2	33.2	34.4	29.0	26.1	24.2	15.2

Resolva as questões com base nos resultados do R:

Assumindo que existe uma relação linear entre as variáveis  $x \in Y$ :

- (0.4) (a) Escreva a expressão da reta de regressão linear estimada e comente a qualidade do ajustamento.
- (0.4) (b) Qual o valor estimado da variância dos erros do modelo de regressão linear simples?
- (0.4) (c) Qual prevê que seja a concentração de poluente a uma distância da fonte de poluição de 15Km? E a uma distância de 40Km?
- (0.4) (d) Teste para um nível de significância de 5%, a hipótese de o verdadeiro declive da recta de regressão ser nulo, indicando:
  - Hipóteses:
  - Decisão(justifique):