
Proyecto N°1:
”Particle in cell”
Física computacional II

Felipe Ahumada Silva [2020430411]
Profesor: Roberto Navarro.
Ayudante: Lorena Sepulveda.

FACULTAD DE CS. FÍSICAS Y MATEMÁTICAS,
UNIVERSIDAD DE CONCEPCIÓN

03 de octubre de 2021

1. Particle in cell

Tienes una cierta caja en una dimensión, en una dimension uno tiene un espacio en una direccion x, y uno dice que empieza desde 0 hasta un cierto L (tamaño caja), uno dice que las particulas solo se pueden mover en esta caja y en esa caja uno tiene particulas dispersas por toda la caja, en el método particle in cell uno dice que va a dividir un espacio en varias celdas y a cada celda se le conoce cierto campo electrico (E_1, E_2, \dots, E_n) y uno solo conoce el campo electrico en la mitad de la celda, en esta celda uno va contando cuantas partículas hay en cada celda y por lo tanto en cada celda uno conoce cierta densidad (n_0, n_1, \dots), por ejemplo uno dice, 'en una caja hay 3 partículas y la densidad en esa caja sería $n_0 = \frac{3}{\Delta x}$ ', al final uno tiene un n_i que va a representar la densidad en cierta posición x_i ($n_i = n(x_i)$) el x_i sería las mitades de las celdas.

2. Campo eléctrico

El campo eléctrico se calcula con la ecuación de Gauss:

$$\nabla \cdot \vec{E} = n - n_0$$

La divergencia del campo eléctrico es igual a la densidad, donde n es la densidad de electrones ($n(x_i)$) y el n_0 es un background, es la cantidad de protones y uno dice que $n_0 = 1$, uno dice eso porque los protones son masivos en comparación que los electrones (son como moscas moviendose alrededor de un auto, por lo tanto, simplemente los protones no se mueven).

En una dimensión la divergencia del campo eléctrico viene dada por:

$$\nabla \cdot \vec{E} = \frac{\partial E_x}{\partial x}$$

así nuestra ecuación a resolver es:

$$\nabla \cdot \vec{E} = n - 1$$

Notemos que n depende del espacio ya que nos preguntamos cual es la densidad en cada celda. Así, podemos realizar una aproximación:

$$\frac{E_x(x_{i+1}) - E_x(x_{i-1}))}{2\Delta x} = n(x_i) - 1$$

Acá podemos despejar el primer término

$$E_x(x_{i+1}) = E_x(x_{i-1}) - 2\Delta x(n(x_i) - 1)$$

Esto nos dice que si uno conoce E_0 puedes conocer E_2 por ejemplo, esto es el método conocido como el salto de la rana

3. Las partículas

Podemos escribir nuestras partículas como:

$$\frac{dx}{dt} = v$$

$$\frac{dv}{dt} = E$$

Usando el método del salto de la rana:

$$\begin{aligned}x(t_{i+1}) &= x(t_i) + \Delta t v(t_{i+1/2}) \\v(t_{i+1/2}) &= v(t_{i-1/2}) + \Delta t E(t_i)\end{aligned}$$

Notemos que el campo depende del tiempo y del espacio, entonces, E_x significa el campo eléctrico en cada una de las celdas al mismo tiempo.

4. Detalles

Eso de que pasa si el campo empuja una partícula fuera del espacio