



### **Informe de resultados Reto 3**

El objetivo del siguiente documento es la presentación de los resultados obtenidos en los diferentes modelos realizados, en los cuales se incluyen modelos de simulación epidemiológicos como lo son el SI y el SIR, y por último resultados obtenidos en la simulación del modelo depredador presa o lotka-volterra.

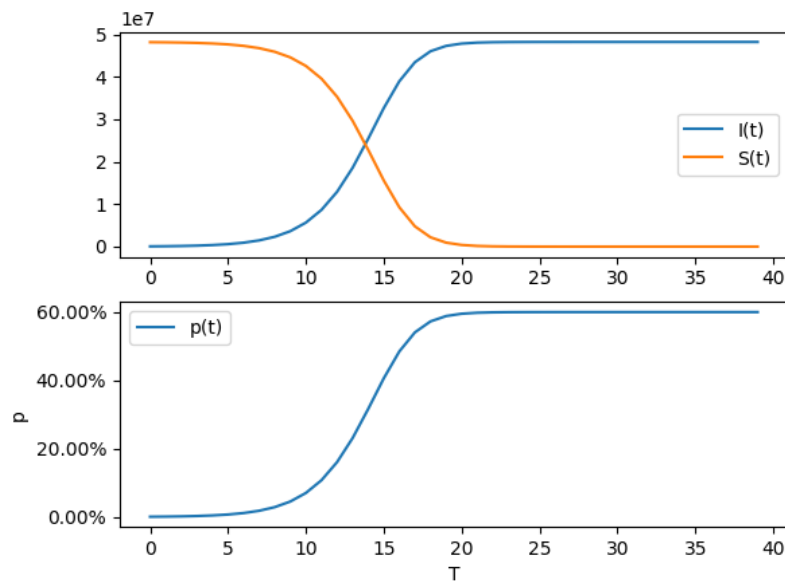
#### **MODELO SI:**

En este modelo se tiene en cuenta sólo la población que es susceptible a ser infectada y la población que ha sido infectada, como se puede observar en los resultados obtenidos se evidencia un aumento exponencial en el número de infectados, ya que al no tener en cuenta el número de recuperados estos seguirán aumentando hasta que la mayoría de la población sea afectada, en este modelo no se tiene en cuenta el factor de recuperación de los infectados por eso se observa que el número de infectados no disminuye en un punto ya que no hay población que se haya recuperado y generado defensas para dicha enfermedad para la obtención de los resultados en este modelo, se usó el método de euler para la solución de la ecuación diferencial.

Los datos utilizados fueron tomados de un estudio realizado en colombia para el virus del covid-19, estos pueden denotarse como:

- La población total colombiana (N): 48223786
- Los infectados iniciales (I): 34709
- Las personas susceptibles fueron sacadas del total de la población menos los infectados iniciales (S):  $48223786 - 34709$ .
- La tasa de contagios (beta): 0.6

Este modelo fue realizado por el método de euler utilizando vectores para tomar los comportamientos tanto de susceptibles como de contagiados, ya que funciona de manera cíclica y almacena las operaciones realizadas.



*Imagen 1. Resultados del modelo epidemiológico SI y Probabilidades de infección*

### ANÁLISIS DE RESULTADOS MODELO SI:

Como se puede observar en la imagen 1, el modelo al estar planteado únicamente con una tasa de infección nos muestra como con el transcurso del tiempo la población susceptible entrará completamente en un estado de infección. Por lo tanto este modelo solo nos simula en cuanto tiempo la población susceptible pasará a ser población infectada.

Por su parte, la gráfica de las probabilidades tiende a aumentar con respecto al tiempo, esto debido a que entre más infectados, la tasa de contagios tiende a aumentar en el tiempo, llegando así a tener cerca de un 60% de la tasa de contagio.

Por otro lado podemos decir que modificando los valores de ingreso iniciales, el cambio más significativo puede verse al reemplazar la tasa de contagio (beta), ya que al aumentar o disminuir provocará un cambio en el crecimiento en cuanto a el tiempo, además de la velocidad con la que se transmite el virus.

### MODELO SIR:

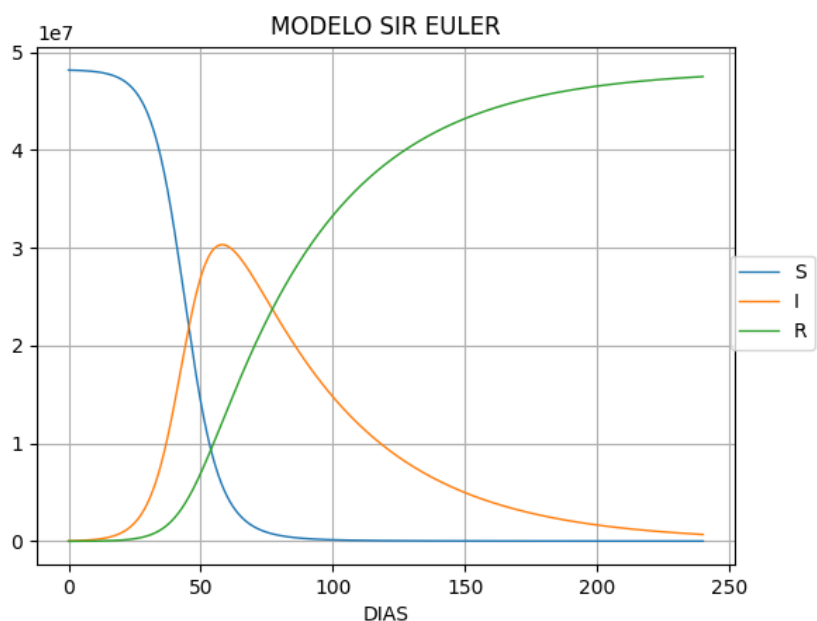
El modelo se basa en los susceptibles (**S**), infectados (**I**) y recuperados (**R**). En este modelo podemos observar como la tasa de recuperados es inversa a la tasa de susceptibles y la tasa de infectados llega a un pico aproximadamente donde la tasa de susceptibles es iguala la tasa de infectados. para poder diagramar esto, se debe tener en cuenta la tasa de infección (**Beta**) y la tasa de Recuperación (**Gamma**), las cuales dictan el comportamiento.

Este modelo fue implementado con dos métodos, mediante Runge Kutta y Euler. Utilizando datos encontrados en las referencias, asignando así los siguientes valores:

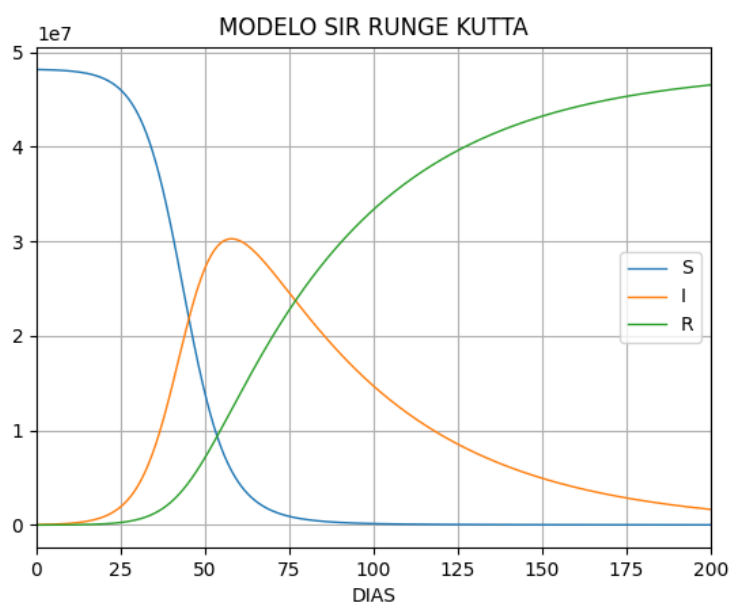
- Población total (N): 48223786



- Población infectada (I): 34709
- Población recuperada (R): 197
- Personas susceptibles al virus dados por la población total menos los infectados y los recuperados (S):  $48223786 - 34709 - 197$
- Tasa de contagios dada por 18.5 por ciento de contagio sobre el total de la población (beta):  $0.185/49223786$
- Tasa de recuperación (gamma): 0.022



**Imagen 2. Resultados modelo epidemiológico SIR por el método de Euler**



**Imagen 3. Resultados modelo epidemiológico SIR por el método de Runge Kutta**



## **ANÁLISIS DE RESULTADOS MODELO SIR:**

En las gráficas realizadas por cada simulación, podemos observar que en caso de ambos métodos encontramos resultados muy parecidos, teniendo en cuenta que los valores ingresados son los mismos, esto da un resultado positivo para la simulación.

Detallando en las gráficas podemos observar que las personas susceptibles, tienen una transición entre estar infectados y estar finalmente recuperados. Por lo cual al final de la simulación encontramos como resultado que en cierto punto entre los días 50 y 75 las personas infectadas encuentran el tope, a partir de ese momento empiezan a pasar al estado de recuperados, disminuyendo así su respectiva línea y aumentando la línea de recuperados. De esta manera con el transcurso de los días y respetando a los datos ingresados, tanto la población infectada como la población susceptible terminarán llegando a un inevitable valor de 0, siendo así solo una cuestión de tiempo, todo esto ya que no tenemos en cuenta casos como la mortalidad ejemplificados en otros métodos.

Cabe resaltar que al realizar estas mismas simulaciones en sistemas como geogebra o wolfram, los resultados encontrados no son satisfactorios por una cuestión de precisión de las herramientas. Geogebra por su parte permite un límite de tiempo bastante corto, lo que provoca un mal desarrollo en una población tan grande y Wolfram no permite ingresar una tasa de recuperación personalizada por lo cual la gráfica toma un valor inesperado acorde a la tasa por defecto de la simulación.

Para finalizar, los cambios más abruptos en el sistema se encuentran cuando uno reemplaza las tasas tanto de los contagios como de los recuperados, ya que dependiendo a este, el sistema mostrará los picos de los posibles estados de las personas, incluso podríamos decir que en caso de una tasa de recuperación muy baja en un tiempo muy corto, la población podría terminar no estando todos recuperados, esto sería dependiente a la cantidad de personas y la tasa de contagios. Incluso con una tasa de contagios muy baja y de recuperación muy alta podríamos tener el caso de que sigan existiendo personas susceptibles sin contagiarse al final del sistema.

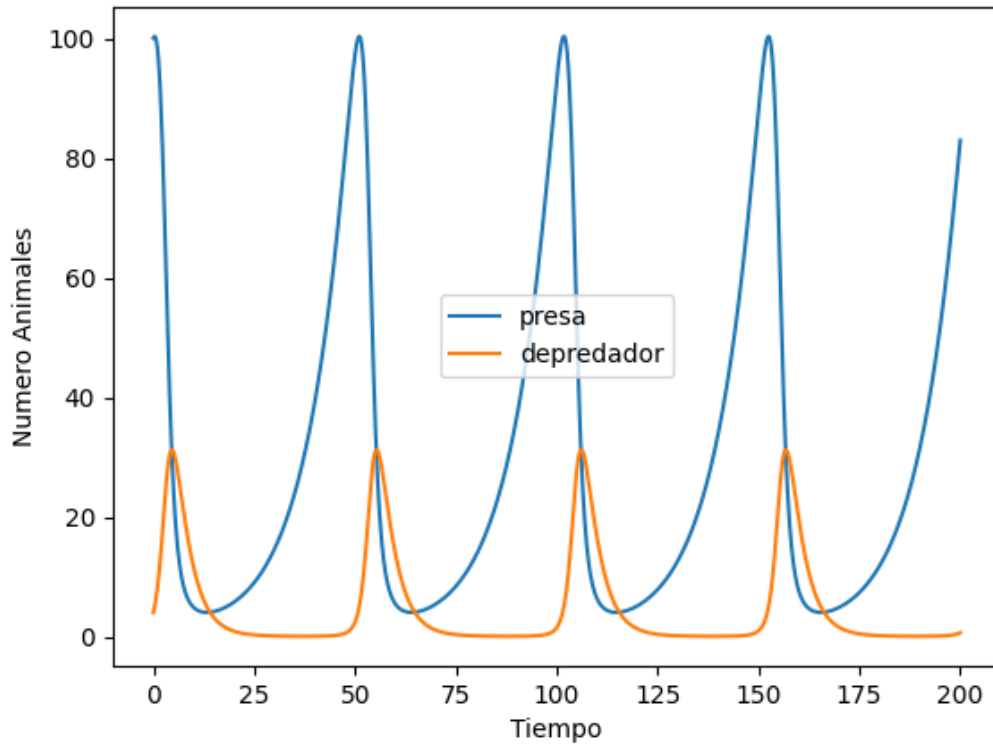
## **MODELO Depredador Presa:**

En el modelo depredador presa se realiza una simulación de un ambiente en el cual conviven dos especies distintas, una de presas y otra de depredadores. Al momento de realizar la simulación, solo se tuvo en cuenta factores como la natalidad de las presas ( $\alpha$ ), la interacción entre especies ( $\beta$ ), la mortalidad de depredadores ( $\gamma$ ) y el éxito en capturar a una presa por parte del depredador ( $\delta$ ). Otras variables posibles no fueron tenidas en cuenta y se asume que la cantidad de comida en esta simulación es infinita. Por último los parámetros usados para realizar la simulación son los siguientes:

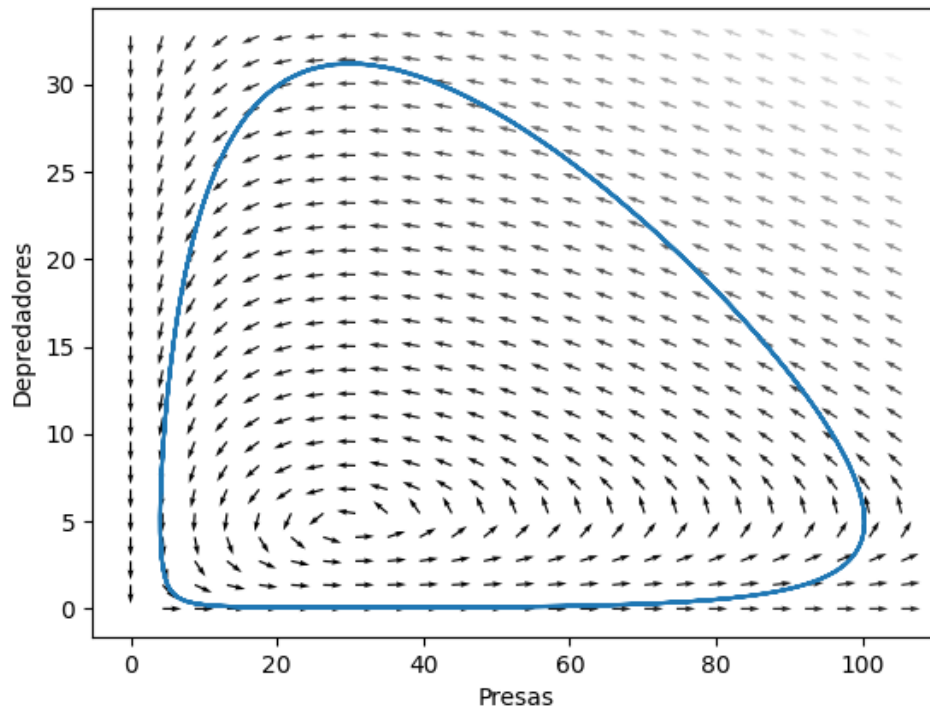
- Número de presas ( $x_0$ ): 100



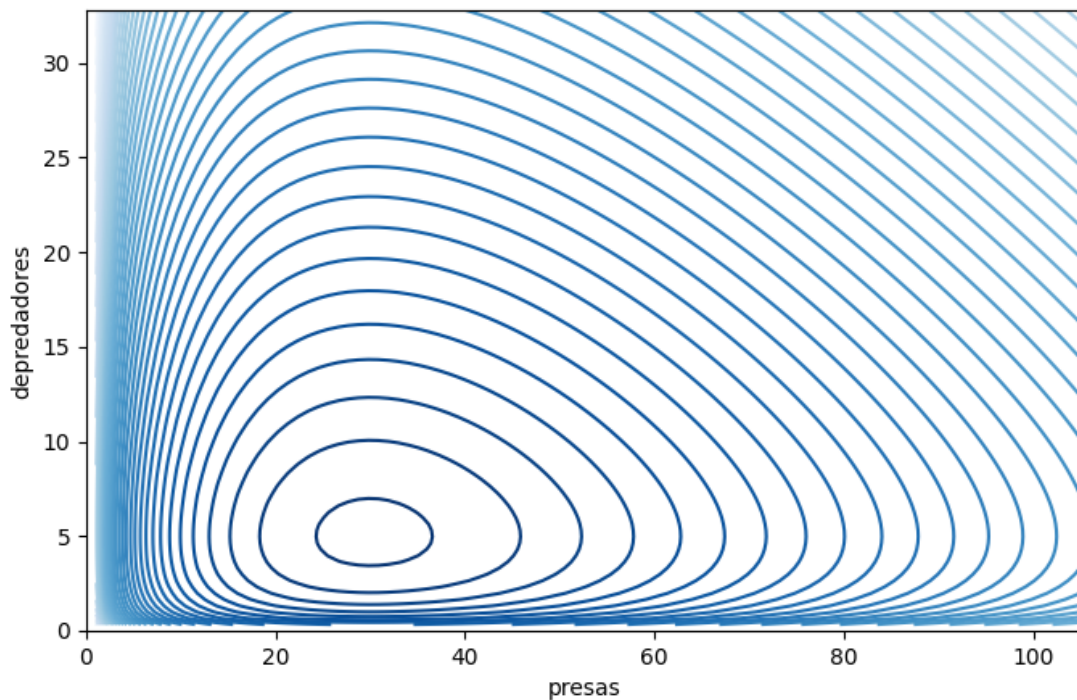
- Número de depredadores: 4
- Alpha: 0.1
- Beta: 0.02
- Gamma: 0.3
- Delta: 0.01



*Imagen 4. Resultados del modelo depredador-presa*



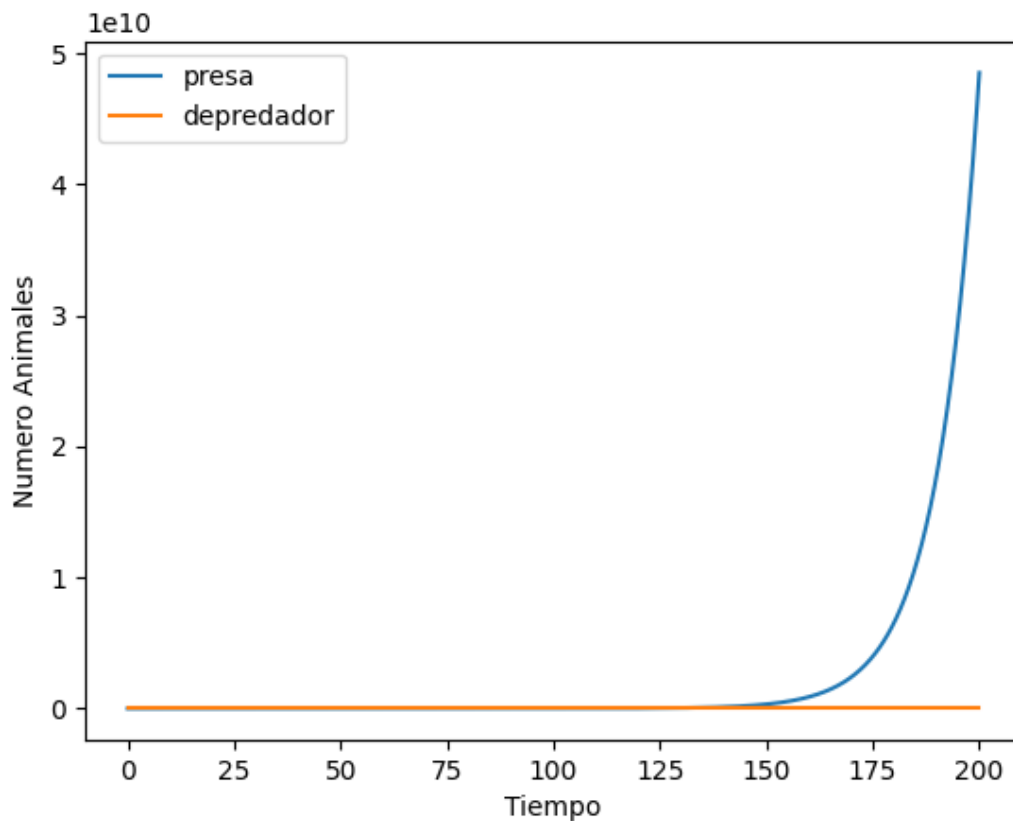
*Imagen 5. Campo direccional del modelo depredador-presa*



*Imagen 6. Resultados variación de presas y depredadores*

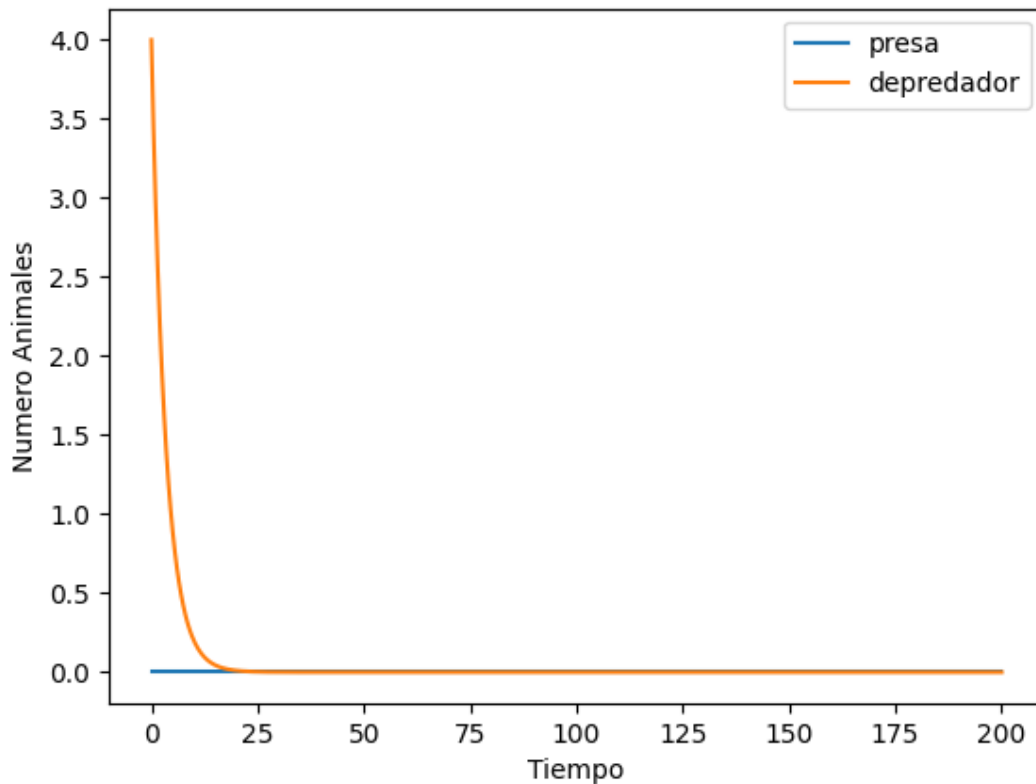


Como se puede observar en los resultados obtenidos el sistema se encuentra en equilibrio donde el número de presas y depredadores no varía y son iguales a lo largo del tiempo significando que nuestro sistema no evoluciona como se puede observar tanto en la imagen 4 y en la imagen 6, esta última nos muestra los puntos críticos cuando el número de presas y depredadores varían. En caso de que en los parámetros iniciales el número de depredadores sea 0, se observaría un crecimiento exponencial por parte de las presas ya que estas no poseen algún depredador que controle sus números como se puede observar en la siguiente imagen.



**Imagen 7. Resultados de presas sin presencia de depredadores**

Este comportamiento también se puede evidenciar en caso de que solo hayan depredadores y ninguna presa, estos morirán ya que no habrá presencia de una fuente de alimento para ellos.



*Imagen 8. Resultados de depredadores sin presencia de presas*

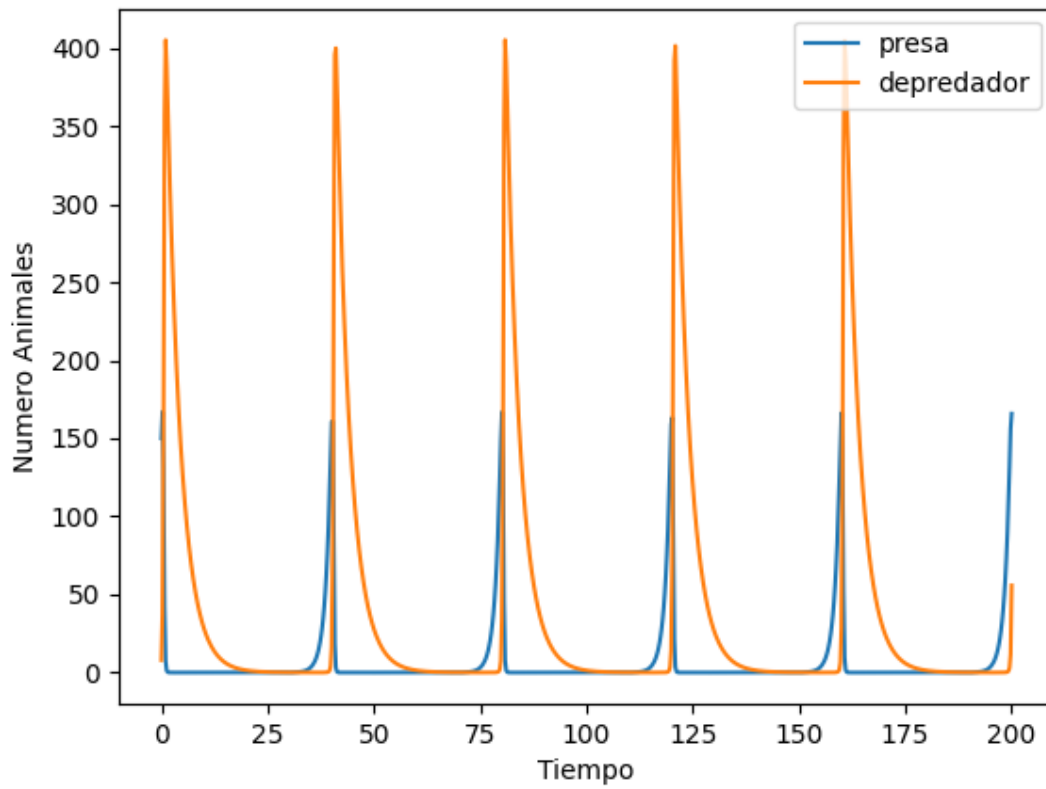
### Comparativa con diferentes parámetros:

Por último se realizó cambio en los parámetros para poder observar el comportamiento del sistema en dado caso que las tasas cambian y el número de animales tanto presas como depredadores cambien, los parámetros nuevos son los siguientes.

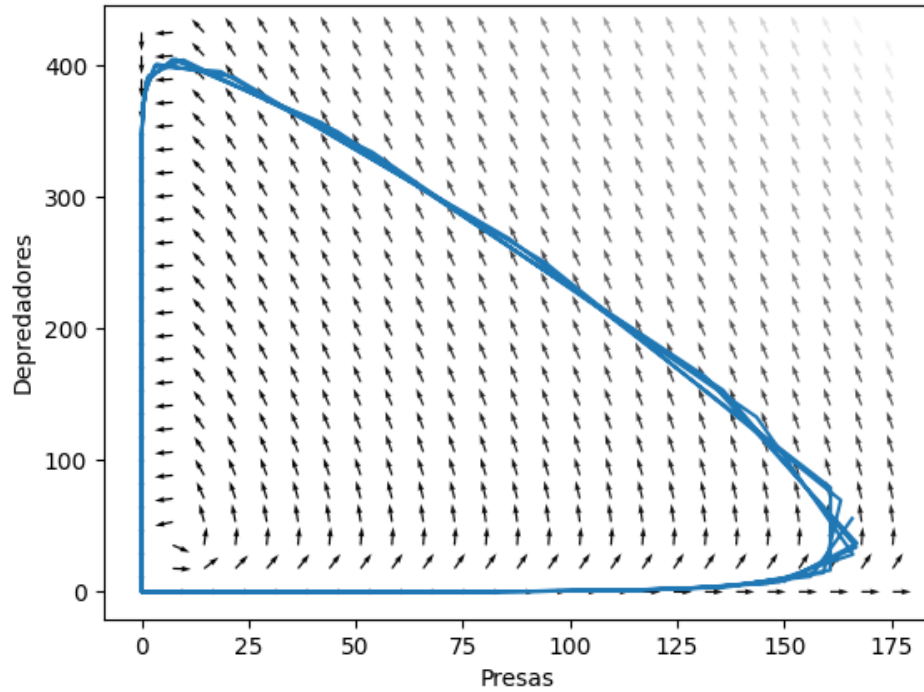
- Número de presas: 150
- Número de depredadores: 8
- Alpha: 0.8
- Beta: 0.02
- Gamma: 0.3
- Delta: 0.04

Los resultados obtenidos con estos cambios de parámetros son los siguientes.

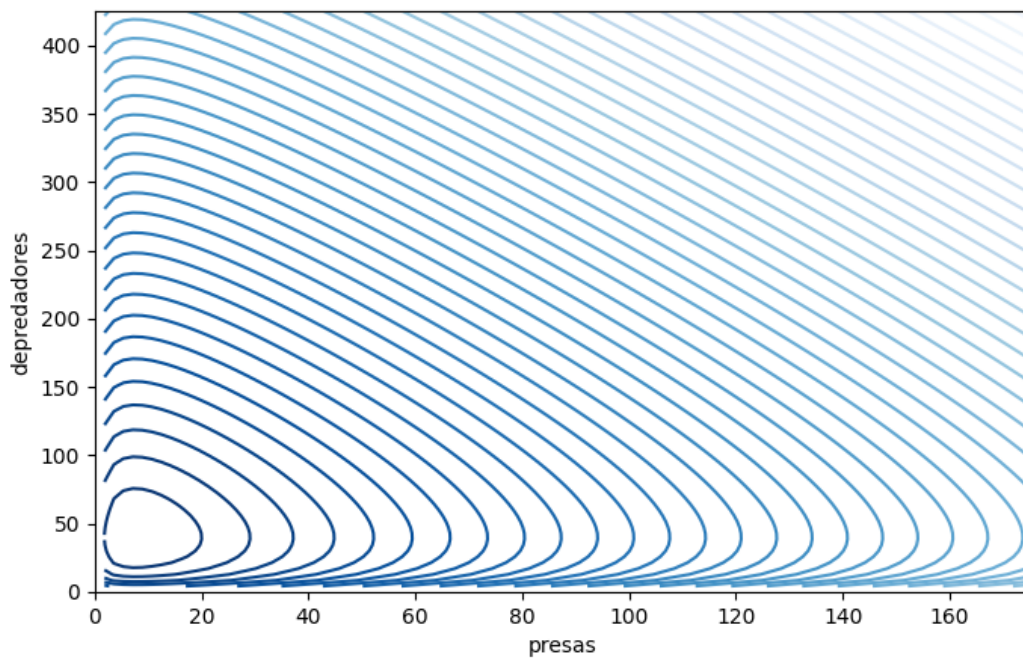




*Imagen 9. Resultados del modelo depredador-presa con nuevos parámetros*



*Imagen 10. Campo direccional del modelo depredador-presa con nuevos parámetros*



*Imagen 11. Resultados variación de presas y depredadores nuevos parámetros*



Como se puede observar con las gráficas nuevas obtenidas, al realizar cambios en los parámetros, en especial en Alpha y en Delta evidencia un aumento grande en el número de depredadores sobre el número de presas ya que Alpha al representar la natalidad de presas y Delta al ser el éxito en la cacería provoca que aumente el número de depredadores ya que hay una presencia más grande de comida para ellos, pero también se puede evidenciar un reducción acelerada en el número de depredadores, ya que al acabar con las presas en un corto periodo de tiempo y al ser sus números muy altos, provoca que muchos depredadores mueran en un espacio de tiempo muy corto, por último, el crecimiento tan acelerado que presentan los depredadores genera un problema en el crecimiento de las presas, ya que no les permiten crecer lo suficiente para lograr una estabilidad adecuada en el sistema y por ende el número muy alto de depredadores rompe con la estabilidad del sistema.

### **Bibliografía:**

1. Libro “Pattern Formations and Oscillatory Phenomena”, Autor SHUICHI KINOSHITA, Disponible en:  
<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/B9780123970145000018>
2. PDF “Introduction to nonequilibrium phenomena”, 2013, Autor Shuichi Kinoshita, Disponible en:  
<https://www.sciencedirect.com/topics/mathematics/lotka-volterra-model>
3. Artículo de revista “Modelo SIR de la pandemia de COVID-19 en Colombia”, 2020, Autor Fred G. Manrique, Carlos A. Agudelo, Victor M. Gonzales, Oscar Gutierrez, Cristian F. Téllez, Giomar Herrera. Disponible en:  
[http://www.scielo.org.co/scielo.php?script=sci\\_arttext&pid=S0124-00642020000200202](http://www.scielo.org.co/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S0124-00642020000200202)