

# Conversão Eletromecânica de Energia II

**Prof. Victor Aguiar**

Modulo V – Máquinas de Indução Trifásicas

Parte 1



# Introdução as Máquinas de Indução

- Estator da Máquina
  - Igual ao estator da máquina síncrona
    - Enrolamento distribuído, simétrico e equilibrado

# Introdução as Máquinas de Indução

- Estator da Máquina
  - Igual ao estator da máquina síncrona
    - Enrolamento distribuído, simétrico e equilibrado
- Funcionamento
  - Em **modo motor**
    - Enrolamento do estator gera uma onda girante

# Introdução as Máquinas de Indução

## ■ Estator da Máquina

- Igual ao estator da máquina síncrona

  - Enrolamento distribuído, simétrico e equilibrado

## ■ Funcionamento

- Em **modo motor**

  - Enrolamento do estator gera uma onda girante

- Velocidade da onda girante do estator

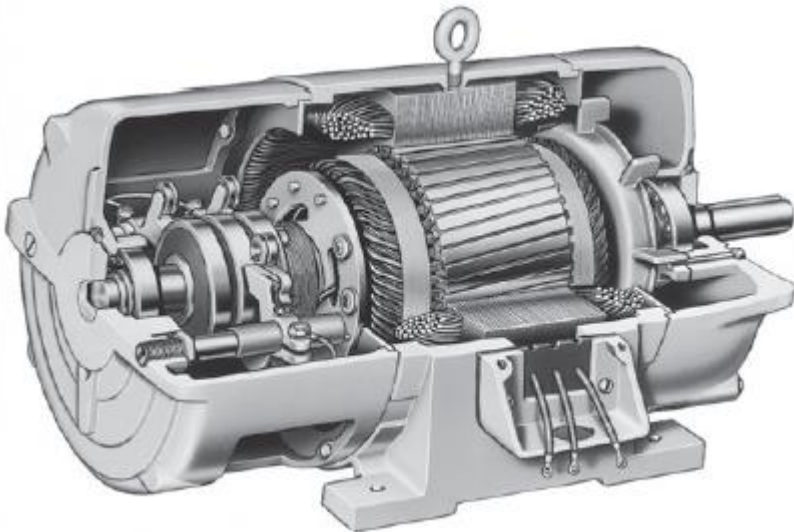
$$n_s = \frac{120}{P} \cdot f_e$$

# Introdução as Máquinas de Indução

- Rotor da Máquina
  - Enrolado ou Bobinado
    - Semelhante ao enrolamento do estator
      - Mesmo número de pólos

# Introdução as Máquinas de Indução

- Rotor da Máquina
  - Enrolado ou Bobinado
    - Semelhante ao enrolamento do estator
      - Mesmo número de pólos



Motor de indução com rotor bobinado

Adaptado de: Chapman, S. J. Fundamentos de máquinas elétricas. 5ª Ed. Porto Alegre: AMGH, 2013.

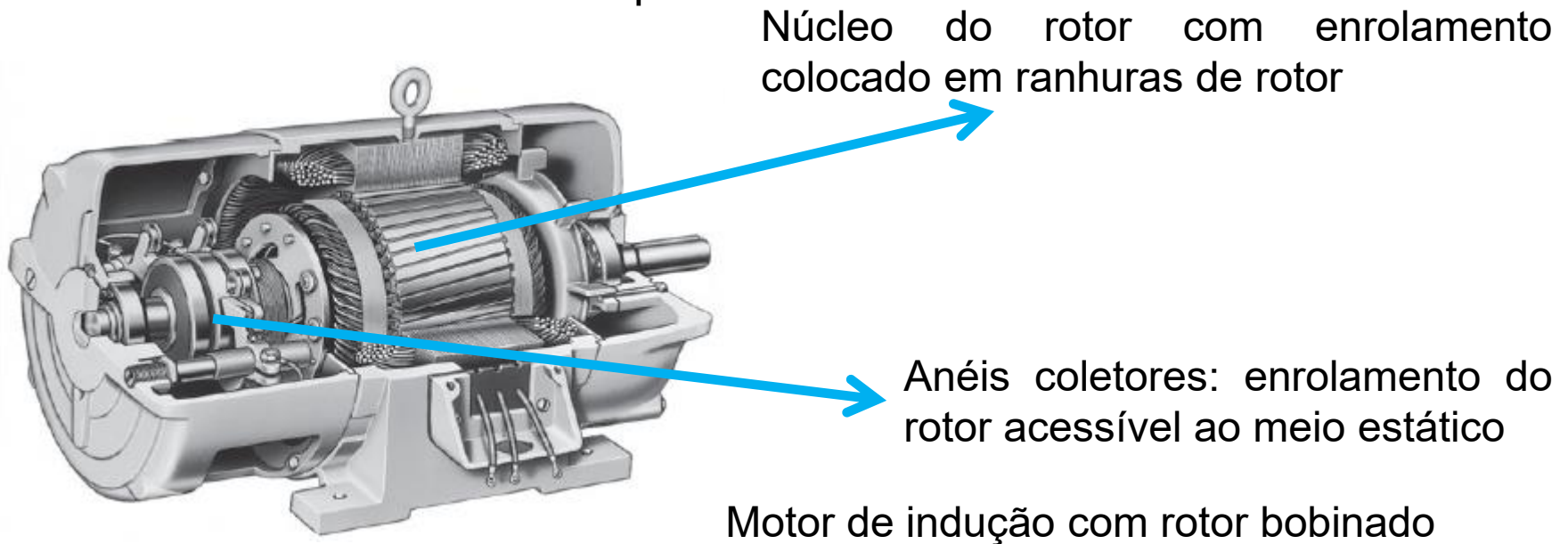
# Introdução as Máquinas de Indução

## ■ Rotor da Máquina

### □ Enrolado ou Bobinado

#### ■ Semelhante ao enrolamento do estator

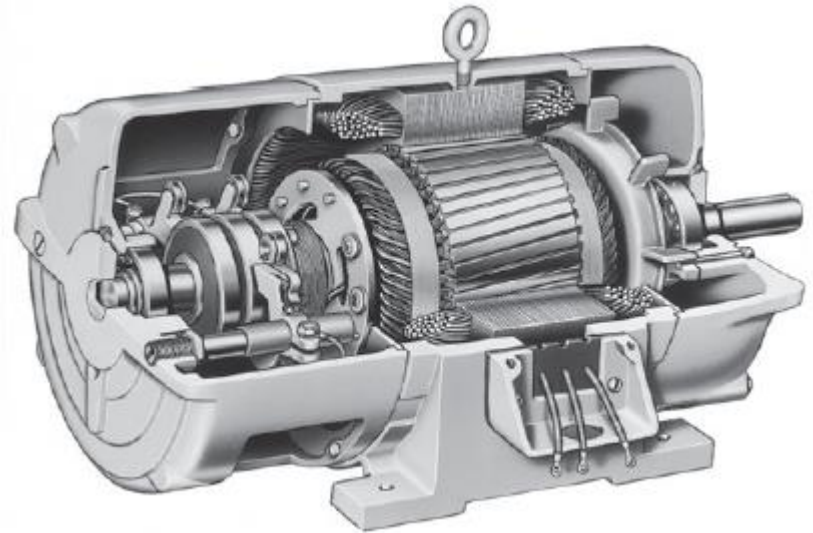
#### □ Mesmo número de pólos



Adaptado de: Chapman, S. J. Fundamentos de máquinas elétricas. 5ª Ed. Porto Alegre: AMGH, 2013.

# Introdução as Máquinas de Indução

- Rotor da Máquina
  - Enrolado ou Bobinado
    - Semelhante ao enrolamento do estator
      - Mesmo número de pólos
  - Geração de Energia Elétrica
    - Rotor Bobinado ou Gaiola de Esquilo?

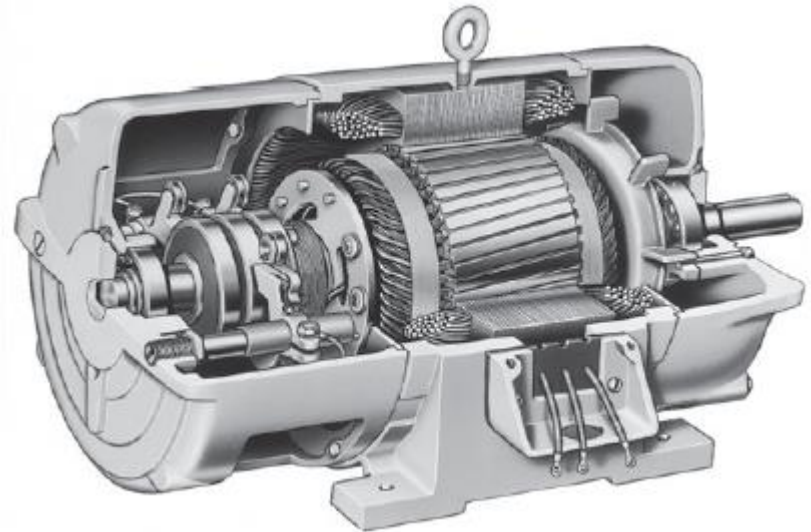


Adaptado de: Chapman, S. J. Fundamentos de máquinas elétricas. 5ª Ed. Porto Alegre: AMGH, 2013.



# Introdução as Máquinas de Indução

- Rotor da Máquina
  - Enrolado ou Bobinado
    - Semelhante ao enrolamento do estator
      - Mesmo número de pólos
  - Geração de Energia Elétrica
    - Rotor Bobinado ou Gaiola de Esquilo?
      - **BOBINADO**



Adaptado de: Chapman, S. J. Fundamentos de máquinas elétricas. 5ª Ed. Porto Alegre: AMGH, 2013.

# Introdução as Máquinas de Indução

## ■ Rotor da Máquina

### □ Gaiola de Esquilo

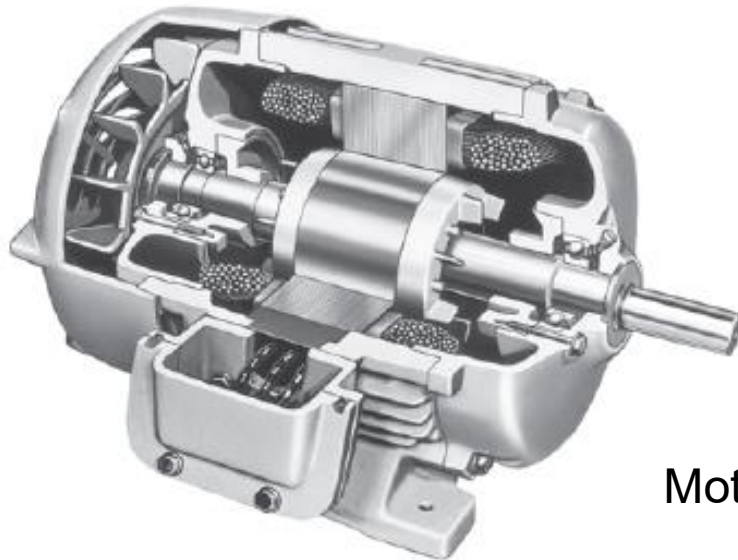
- Barras de cobre encaixadas em ranhuras no rotor
  - Curto-circuitadas nas extremidades
- Extrema simplicidade na construção e robustez

# Introdução as Máquinas de Indução

## ■ Rotor da Máquina

### □ Gaiola de Esquilo

- Barras de cobre encaixadas em ranhuras no rotor
  - Curto-circuitadas nas extremidades
- Extrema simplicidade na construção e robustez



Motor de indução com rotor gaiola de esquilo

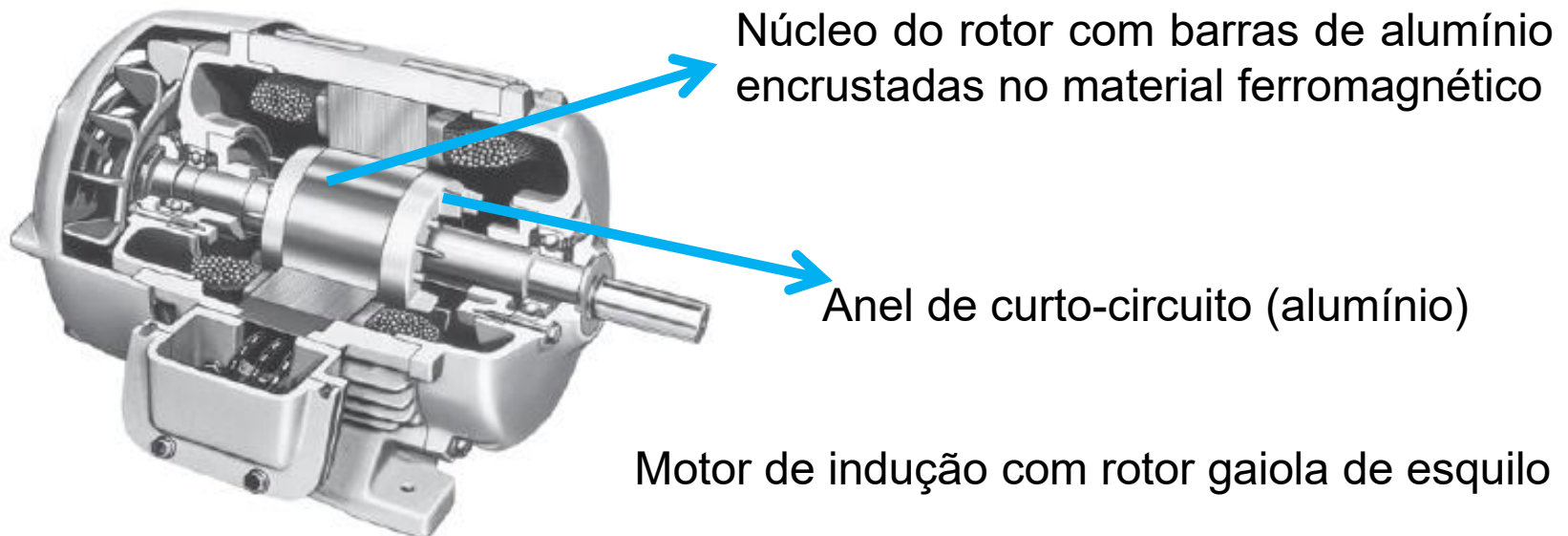
Adaptado de: Chapman, S. J. Fundamentos de máquinas elétricas. 5ª Ed. Porto Alegre: AMGH, 2013.

# Introdução as Máquinas de Indução

## ■ Rotor da Máquina

### □ Gaiola de Esquilo

- Barras de cobre encaixadas em ranhuras no rotor
  - Curto-circuitadas nas extremidades
- Extrema simplicidade na construção e robustez



Adaptado de: Chapman, S. J. Fundamentos de máquinas elétricas. 5ª Ed. Porto Alegre: AMGH, 2013.

# Introdução as Máquinas de Indução

## ■ Funcionamento do Motor de Indução

### □ Supondo

- Velocidade do rotor  $n$
- Velocidade síncrona do campo  $n_s$

# Introdução as Máquinas de Indução

## ■ Funcionamento do Motor de Indução

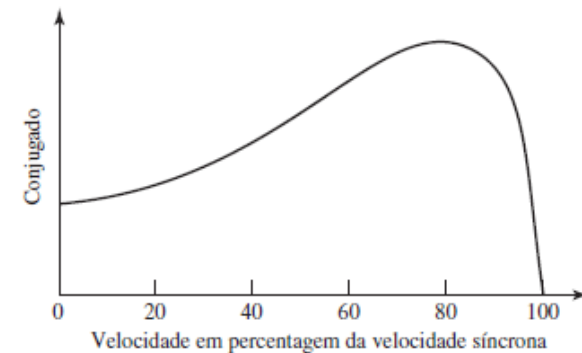
### □ Supondo

- Velocidade do rotor  $n$
- Velocidade síncrona do campo  $n_s$

### □ Escorregamento ( $s$ )

$$s = \frac{n_s - n}{n_s} \cdot 100\%$$

Fonte: Umans, S. D. Máquinas elétricas de Fitzgerald e Kingsley. 7ª Ed. Porto Alegre: AMGH, 2014.



# Introdução as Máquinas de Indução

## ■ Funcionamento do Motor de Indução

### □ Supondo

- Velocidade do rotor  $n$
- Velocidade síncrona do campo  $n_s$

### □ Escorregamento ( $s$ )

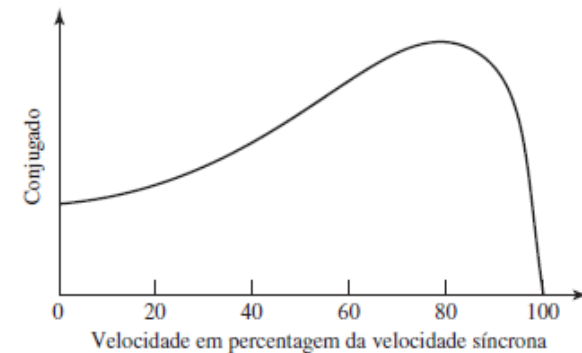
$$s = \frac{n_s - n}{n_s} \cdot 100\%$$

### □ Velocidade mecânica

$$n = (1 - s) \cdot n_s$$

$$\omega_m = (1 - s) \cdot \omega_s$$

Fonte: Umans, S. D. Máquinas elétricas de Fitzgerald e Kingsley. 7ª Ed. Porto Alegre: AMGH, 2014.



# Introdução as Máquinas de Indução

- Frequência de escorregamento
  - Frequência das correntes no rotor

$$f_r = s \cdot f_e$$



# Introdução as Máquinas de Indução

- Frequência de escorregamento

- Frequência das correntes no rotor

$$f_r = s \cdot f_e$$

- Velocidade do campo gerado pelo rotor:

$$\left(\frac{P}{120}\right)n_s = f_r + \left(\frac{P}{120}\right)n \rightarrow n_s = \left(\frac{120}{P}\right)f_r + n$$

# Introdução as Máquinas de Indução

## ■ Frequência de escorregamento

- Frequência das correntes no rotor

$$f_r = s \cdot f_e$$

- Velocidade do campo gerado pelo rotor:

$$\left(\frac{P}{120}\right)n_s = f_r + \left(\frac{P}{120}\right)n \rightarrow n_s = \left(\frac{120}{P}\right)f_r + n$$

## ■ Partida

$$n = 0 \rightarrow s = 1$$

# Introdução as Máquinas de Indução

## ■ Frequência de escorregamento

- Frequência das correntes no rotor

$$f_r = s \cdot f_e$$

- Velocidade do campo gerado pelo rotor:

$$\left(\frac{P}{120}\right)n_s = f_r + \left(\frac{P}{120}\right)n \rightarrow n_s = \left(\frac{120}{P}\right)f_r + n$$

## ■ Partida

- Campo produzido pelas correntes do rotor

$$n = 0 \rightarrow s = 1$$

$$f_r = f_e$$

# Introdução as Máquinas de Indução

## ■ Frequência de escorregamento

- Frequência das correntes no rotor

$$f_r = s \cdot f_e$$

- Velocidade do campo gerado pelo rotor:

$$\left(\frac{P}{120}\right)n_s = f_r + \left(\frac{P}{120}\right)n \rightarrow n_s = \left(\frac{120}{P}\right)f_r + n$$

## ■ Partida

$$n = 0 \rightarrow s = 1$$

- Campo produzido pelas correntes do rotor

- Mesma velocidade – **Produção de conjugado**  $f_r = f_e$

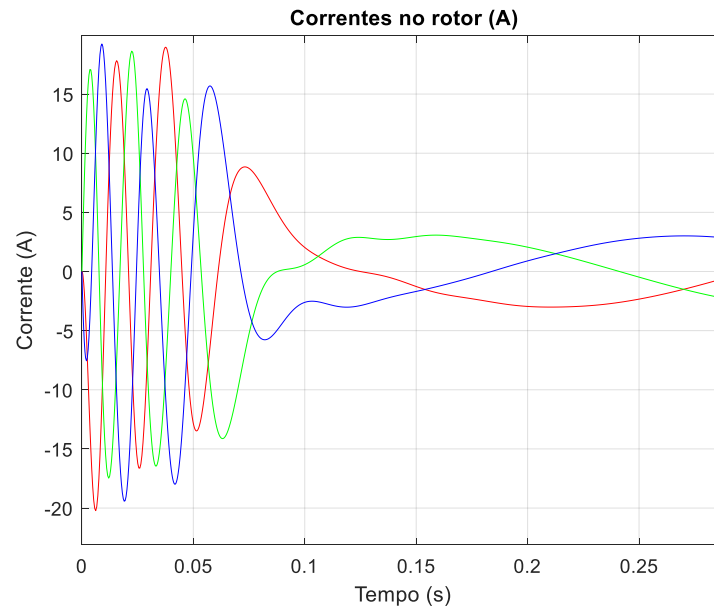
# Introdução as Máquinas de Indução

## ■ Partida

$$n = 0 \rightarrow s = 1$$

$$f_r = f_e$$

- Campo produzido pelas correntes do rotor
  - Mesma velocidade – Produção de conjugado



# Introdução as Máquinas de Indução

## ■ Partida

- Rotor tende a girar
  - Sentido de rotação dos campos girantes

# Introdução as Máquinas de Indução

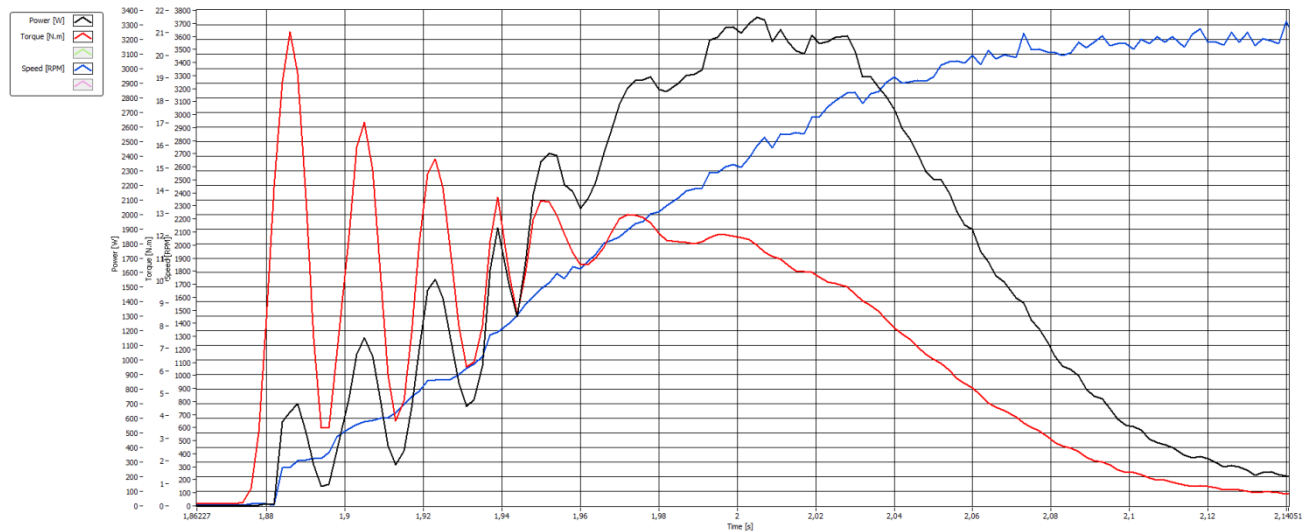
## ■ Partida

- Rotor tende a girar
  - Sentido de rotação dos campos girantes
- Se o conjugado eletromagnético for suficiente
  - Maior que o conjugado gerado pela carga no eixo

# Introdução as Máquinas de Indução

## ■ Partida

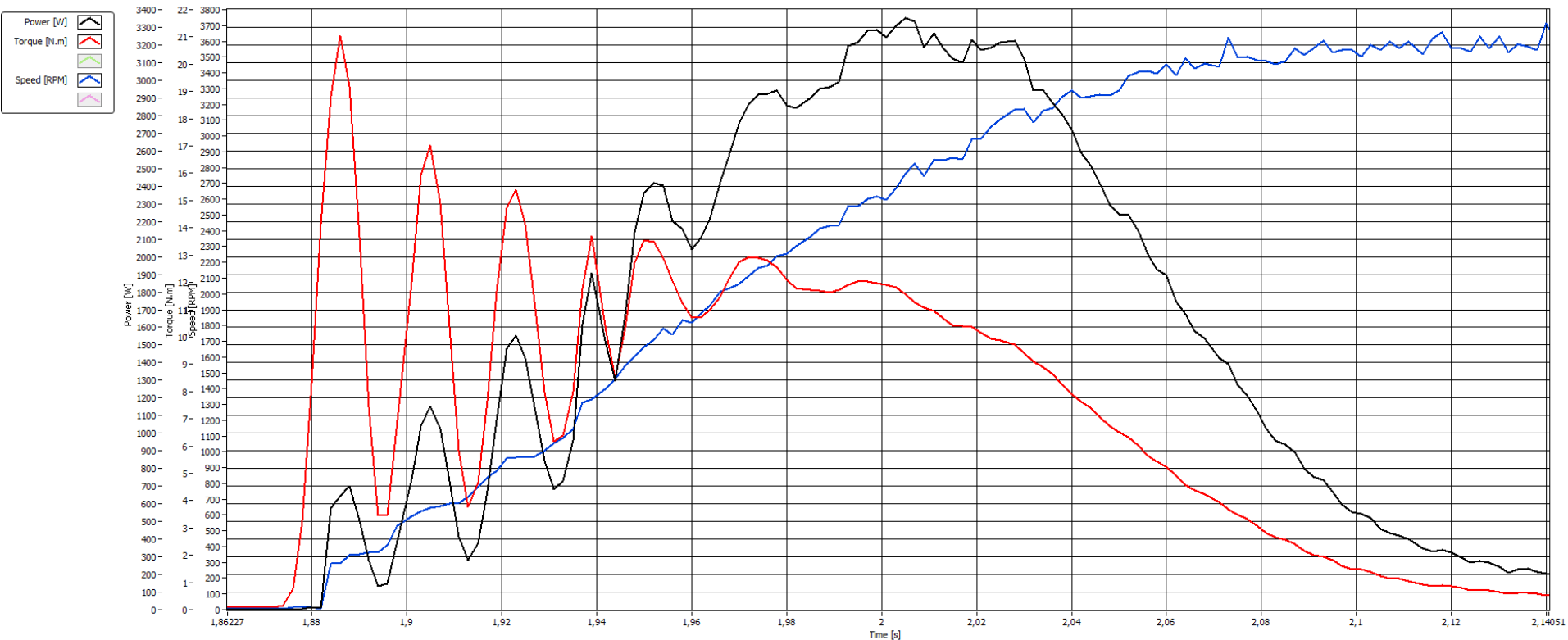
- Rotor tende a girar
  - Sentido de rotação dos campos girantes
- Se o conjugado eletromagnético for suficiente
  - Maior que o conjugado gerado pela carga no eixo
- A partida acontece – até regime nominal





# Introdução as Máquinas de Indução

## ■ Mais detalhes:



# Introdução as Máquinas de Indução

- Velocidade mecânica igual a Velocidade síncrona
  - Condutores do rotor estacionários
    - Em relação ao campo do estator – sem correntes induzidas

# Introdução as Máquinas de Indução

- Velocidade mecânica igual a Velocidade síncrona
  - Condutores do rotor estacionários
    - Em relação ao campo do estator – sem correntes induzidas
  - Não há produção de conjugado!

$$T = -\frac{P}{8} L_{sr} I_s I_r \left\{ \begin{aligned} &\text{sen} \left[ \left( \omega'_m - \omega + \omega_r \right) t + \delta' \right] + \text{sen} \left[ \left( \omega'_m + \omega - \omega_r \right) t + \delta' \right] + \dots \\ &\dots + \text{sen} \left[ \left( \omega'_m - \omega - \omega_r \right) t + \delta' \right] + \text{sen} \left[ \left( \omega'_m + \omega + \omega_r \right) t + \delta' \right] \end{aligned} \right\}$$

$$\omega = \omega_r$$

# Introdução as Máquinas de Indução

- Após partida

- Correntes no rotor – onda girante no rotor

$$s \cdot f_e \rightarrow s \cdot n_s$$

# Introdução as Máquinas de Indução

## ■ Após partida

- Correntes no rotor – onda girante no rotor

$$s \cdot f_e \rightarrow s \cdot n_s$$

- Velocidade mecânica

- Inicia o crescimento (n)

- Campo girante do rotor, em relação ao estator

$$s \cdot n_s + n = s \cdot n_s + n_s \cdot (1 - s) = n_s$$

# Introdução as Máquinas de Indução

## ■ Após partida

- Correntes no rotor – onda girante no rotor

$$s \cdot f_e \rightarrow s \cdot n_s$$

- Velocidade mecânica

- Inicia o crescimento (n)

- Campo girante do rotor, em relação ao estator

$$s \cdot n_s + n = s \cdot n_s + n_s \cdot (1 - s) = n_s$$

- Campo girante do rotor e do estator giram de forma síncrona

- **Geram conjugado efetivo**

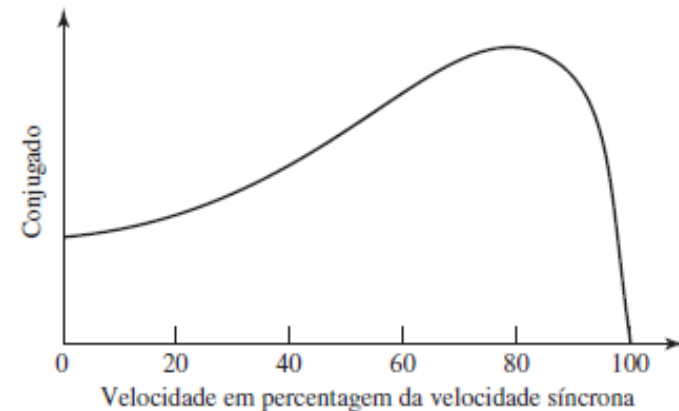
# Introdução as Máquinas de Indução

- Curva típica conjugado x velocidade
  - Expressão do conjugado

$$T = -K \cdot I_r \cdot \text{sen}(\delta_r)$$

- Corrente do rotor — desmagnetiza o entreferro
  - Secundário do MIT próximo do secundário do Trafo
- Escorregamento a plena carga de 2 a 10% (1 a 6 Hz).

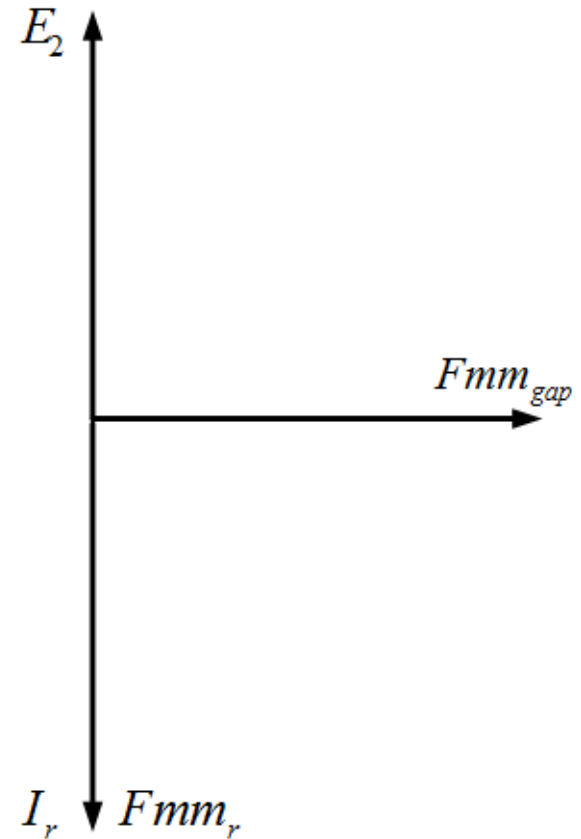
Fonte: Umans, S. D. Máquinas elétricas de Fitzgerald e Kingsley. 7ª Ed. Porto Alegre: AMGH, 2014.



# Introdução as Máquinas de Indução

- Curva típica conjugado x velocidade
  - Expressão do conjugado

$$T = -K \cdot I_r \cdot \text{sen}(\delta_r)$$





# Introdução as Máquinas de Indução

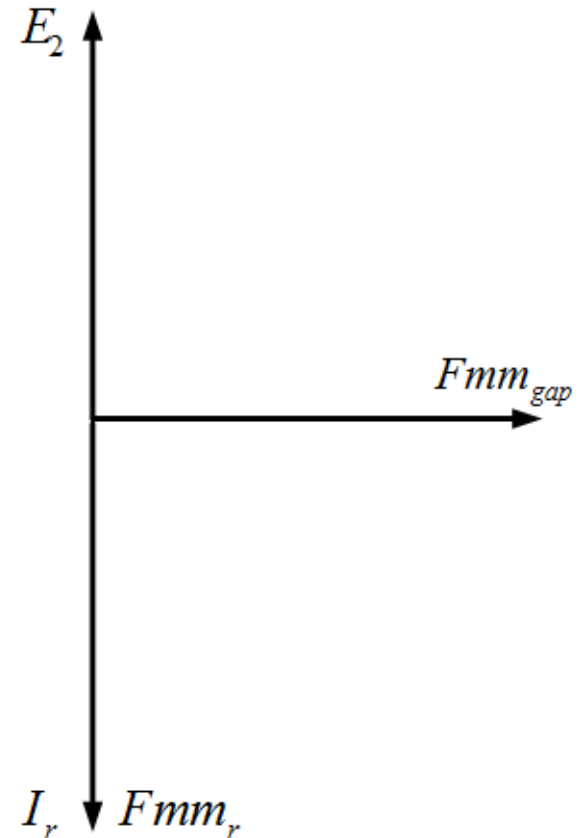
## ■ Curva típica conjugado x velocidade

### □ Expressão do conjugado

$$T = -K \cdot I_r \cdot \text{sen}(\delta_r)$$

### □ Tensão induzida

$$E \propto f \rightarrow E_2 \propto (s \cdot f_e)$$



# Introdução as Máquinas de Indução

## ■ Curva típica conjugado x velocidade

### □ Expressão do conjugado

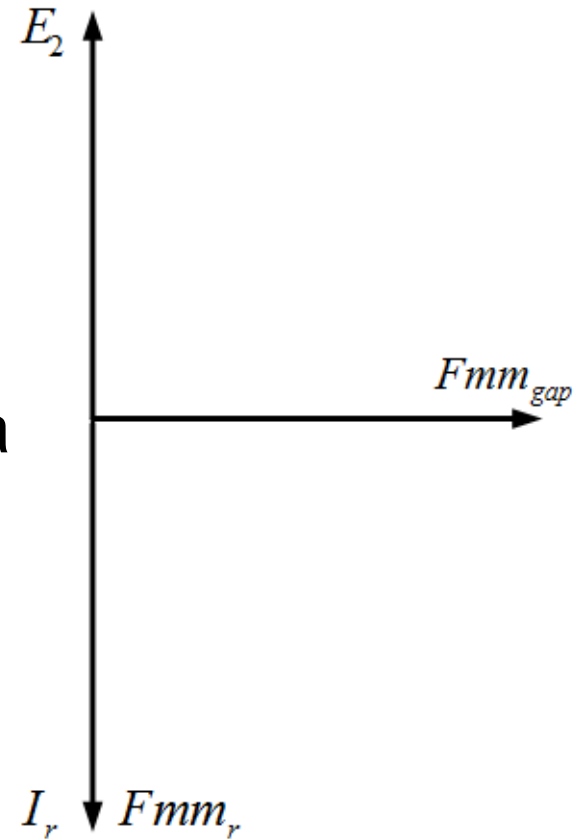
$$T = -K \cdot I_r \cdot \text{sen}(\delta_r)$$

### □ Tensão induzida

$$E \propto f \rightarrow E_2 \propto (s \cdot f_e)$$

### □ Impedância, praticamente, resistiva

$$Z_2 = R_2 + jsX_2 \rightarrow Z_2 \approx R_2$$



# Introdução as Máquinas de Indução

## ■ Curva típica conjugado x velocidade

### □ Expressão do conjugado

$$T = -K \cdot I_r \cdot \text{sen}(\delta_r)$$

### □ Tensão induzida

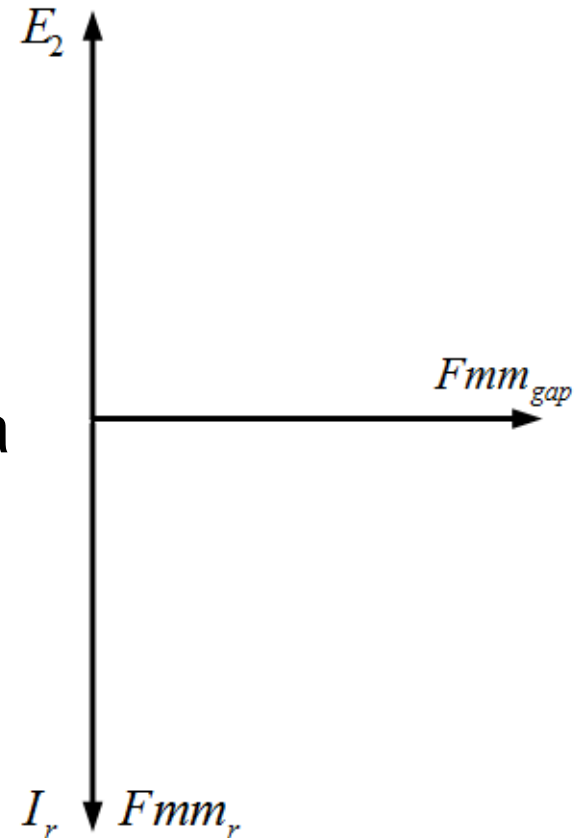
$$E \propto f \rightarrow E_2 \propto (s \cdot f_e)$$

### □ Impedância, praticamente, resistiva

$$Z_2 = R_2 + jsX_2 \rightarrow Z_2 \approx R_2$$

### □ Comportamento da corrente

$$I_r \propto s$$



# Introdução as Máquinas de Indução

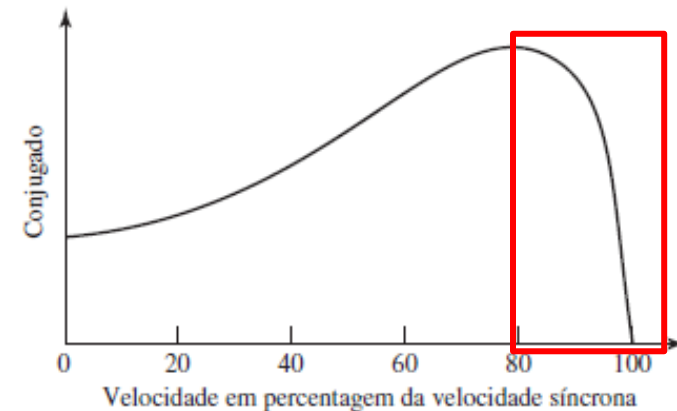
## ■ Característica do Conjugado

### □ Variação linear

#### ■ Conjugado x escorregamento

#### □ Próximo aos valores nominais

Fonte: Umans, S. D. Máquinas elétricas de Fitzgerald e Kingsley. 7ª Ed. Porto Alegre: AMGH, 2014.



# Introdução as Máquinas de Indução

## ■ Característica do Conjugado

### □ Variação linear

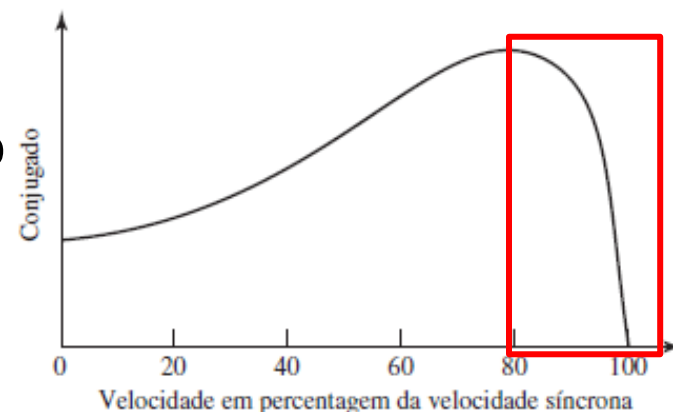
#### ■ Conjugado x escorregamento

##### □ Próximo aos valores nominais

### □ Conjugado máximo ou de ruptura

#### ■ Tipicamente, maior que o conjugado nominal

Fonte: Umans, S. D. Máquinas elétricas de Fitzgerald e Kingsley. 7ª Ed. Porto Alegre: AMGH, 2014.



# Introdução as Máquinas de Indução

## ■ Característica do Conjugado

### □ Variação linear

#### ■ Conjugado x escorregamento

##### □ Próximo aos valores nominais

### □ Conjugado máximo ou de ruptura

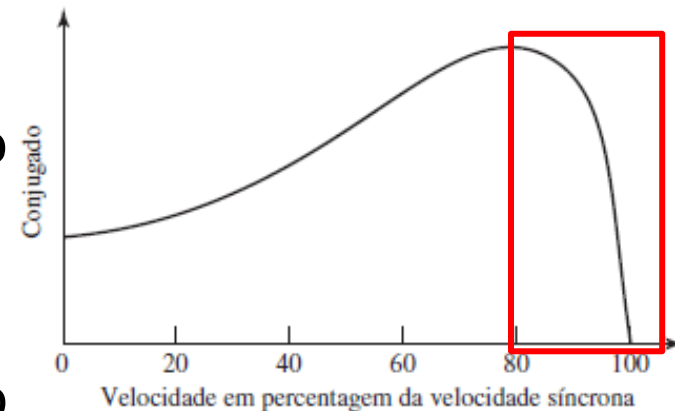
#### ■ Tipicamente, maior que o conjugado nominal

### □ Motor de “velocidade constante”

#### ■ Queda de velocidade com aumento de conjugado

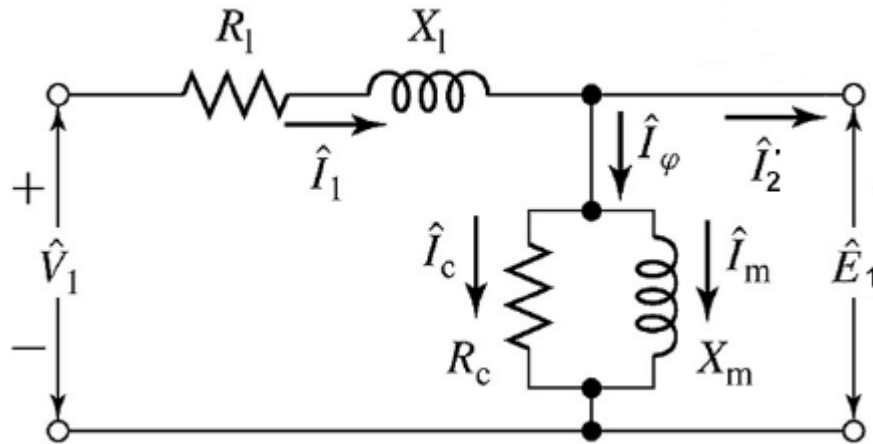
##### □ Queda de velocidade pequena

Fonte: Umans, S. D. Máquinas elétricas de Fitzgerald e Kingsley. 7ª Ed. Porto Alegre: AMGH, 2014.



# Circuito Equivalente do Motor de Indução

- Circuito base do estator
  - Sem referenciamento:



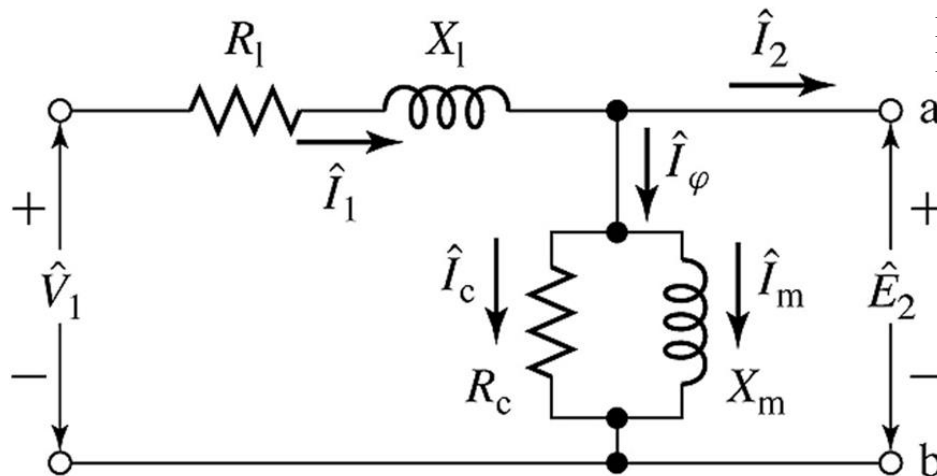
$$\hat{V}_1 = \hat{E}_1 + \hat{I}_1 \cdot (R_1 + jX_1)$$

$$a = \frac{N_1}{N_2} = \frac{E_1}{E_2}$$

# Circuito Equivalente do Motor de Indução

- Circuito base do estator
  - Referenciado ao estator

$$E_2 = \frac{E_1}{a}$$



Fonte: Umans, S. D. Máquinas elétricas de Fitzgerald e Kingsley. 7ª Ed. Porto Alegre: AMGH, 2014.

$$V_1 = E_2 + I_1 \cdot (R_1 + jX_1)$$



# Circuito Equivalente do Motor de Indução

- Ainda estudando pelo lado do estator
  - Referenciado ao estator

$$Z_2 = \frac{\hat{E}_2}{\hat{I}_2}$$

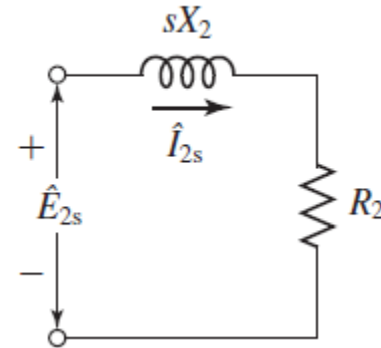
- Sendo o enrolamento do rotor curto-circuitado

$$Z_{2s} = \frac{\hat{E}_{2s}}{\hat{I}_{2s}} = N_{eq}^2 \cdot \left( \frac{\hat{E}_{rotor}}{\hat{I}_{rotor}} \right) = N_{eq}^2 \cdot Z_{rotor}$$

# Circuito Equivalente do Motor de Indução

- Rotor na frequência do rotor:
  - Grandezas referidas na frequência de escorregamento

$$Z_{2s} = \frac{\hat{E}_{2s}}{\hat{I}_{2s}} = R_2 + jsX_s$$



Fonte: Umans, S. D. Máquinas elétricas de Fitzgerald e Kingsley. 7ª Ed. Porto Alegre: AMGH, 2014.

# Circuito Equivalente do Motor de Indução

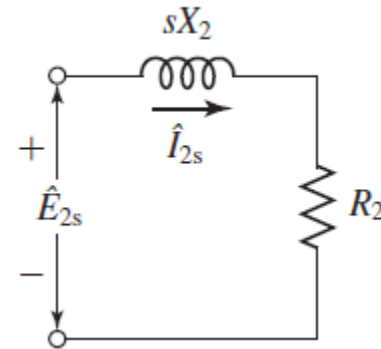
## ■ Rotor na frequência do rotor:

- Grandezas referidas na frequência de escorregamento

$$Z_{2s} = \frac{\hat{E}_{2s}}{\hat{I}_{2s}} = R_2 + jsX_s$$

## ■ Rotor na frequência do rotor:

- Corrente do rotor (?)
- Último passo!

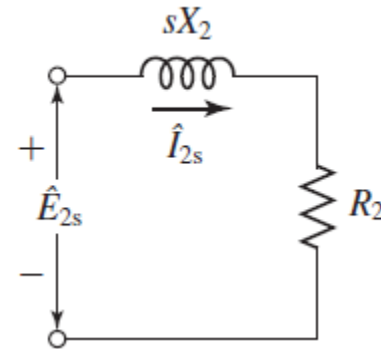


Fonte: Umans, S. D. Máquinas elétricas de Fitzgerald e Kingsley. 7ª Ed. Porto Alegre: AMGH, 2014.

# Circuito Equivalente do Motor de Indução

- Rotor na frequência do rotor:
  - Tensões geradas

$$\hat{E}_{2s} (f_r = sf_e) = s \cdot \hat{E}_2 (f_e)$$



Fonte: Umans, S. D. Máquinas elétricas de Fitzgerald e Kingsley. 7ª Ed. Porto Alegre: AMGH, 2014.

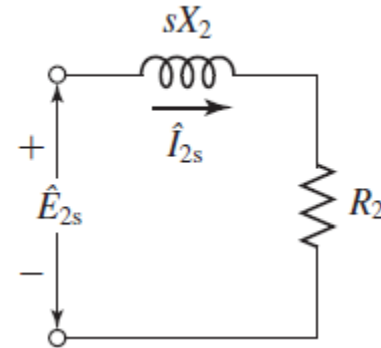
# Circuito Equivalente do Motor de Indução

- Rotor na frequência do rotor:
  - Tensões geradas

$$\hat{E}_{2s} (f_r = sf_e) = s \cdot \hat{E}_2 (f_e)$$

$$\frac{\hat{E}_{2s}}{\hat{I}_{2s}} = \frac{s\hat{E}_2}{\hat{I}_{2s}} = R_2 + jsX_2$$

$$\hat{I}_{2s} = \frac{s\hat{E}_2}{R_2 + jsX_2}$$



Fonte: Umans, S. D. Máquinas elétricas de Fitzgerald e Kingsley. 7ª Ed. Porto Alegre: AMGH, 2014.

# Circuito Equivalente do Motor de Indução

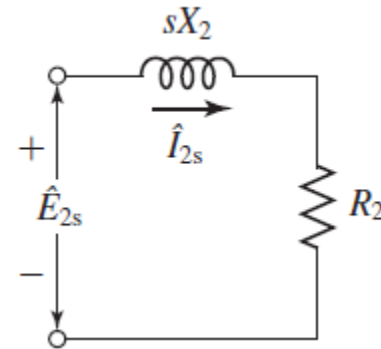
- Rotor na frequência do rotor:
  - Tensões geradas

$$\hat{E}_{2s} (f_r = sf_e) = s \cdot \hat{E}_2 (f_e)$$

$$\frac{\hat{E}_{2s}}{\hat{I}_{2s}} = \frac{s\hat{E}_2}{\hat{I}_{2s}} = R_2 + jsX_2$$

$$\hat{I}_{2s} = \frac{s\hat{E}_2}{R_2 + jsX_2}$$

$$\hat{I}_{2s} = \frac{s\hat{E}_2}{R_2 + jsX_2} = \frac{s}{s} \cdot \frac{\hat{E}_2}{\frac{R_2}{s} + jX_2}$$



Fonte: Umans, S. D. Máquinas elétricas de Fitzgerald e Kingsley. 7ª Ed. Porto Alegre: AMGH, 2014.

# Circuito Equivalente do Motor de Indução

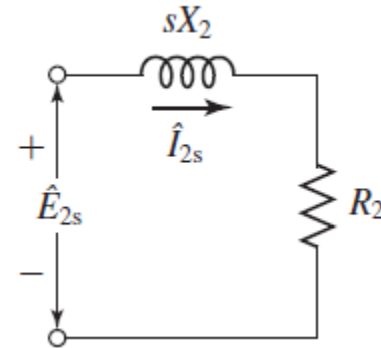
- Rotor na frequência do rotor:
  - Tensões geradas

$$\hat{E}_{2s} (f_r = sf_e) = s \cdot \hat{E}_2 (f_e)$$

$$\frac{\hat{E}_{2s}}{\hat{I}_{2s}} = \frac{s\hat{E}_2}{\hat{I}_{2s}} = R_2 + jsX_2$$

$$\hat{I}_{2s} = \frac{s\hat{E}_2}{R_2 + jsX_2}$$

$$\hat{I}_{2s} = \frac{s\hat{E}_2}{R_2 + jsX_2} = \cancel{s} \cdot \frac{\hat{E}_2}{\frac{R_2}{s} + jX_2}$$



Fonte: Umans, S. D. Máquinas elétricas de Fitzgerald e Kingsley. 7ª Ed. Porto Alegre: AMGH, 2014.

# Circuito Equivalente do Motor de Indução

- Rotor na frequência do rotor:
  - Tensões geradas

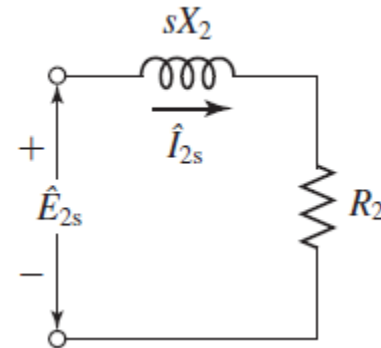
$$\hat{E}_{2s} (f_r = sf_e) = s \cdot \hat{E}_2 (f_e)$$

$$\frac{\hat{E}_{2s}}{\hat{I}_{2s}} = \frac{s\hat{E}_2}{\hat{I}_{2s}} = R_2 + jsX_2$$

$$\hat{I}_{2s} = \frac{s\hat{E}_2}{R_2 + jsX_2}$$

$$\hat{I}_{2s} = \frac{s\hat{E}_2}{R_2 + jsX_2} = \frac{s}{s} \cdot \frac{\hat{E}_2}{\frac{R_2}{s} + jX_2}$$

$$\hat{I}_{2s} = \hat{I}_2 = \frac{\hat{E}_2}{\frac{R_2}{s} + jX_2}$$

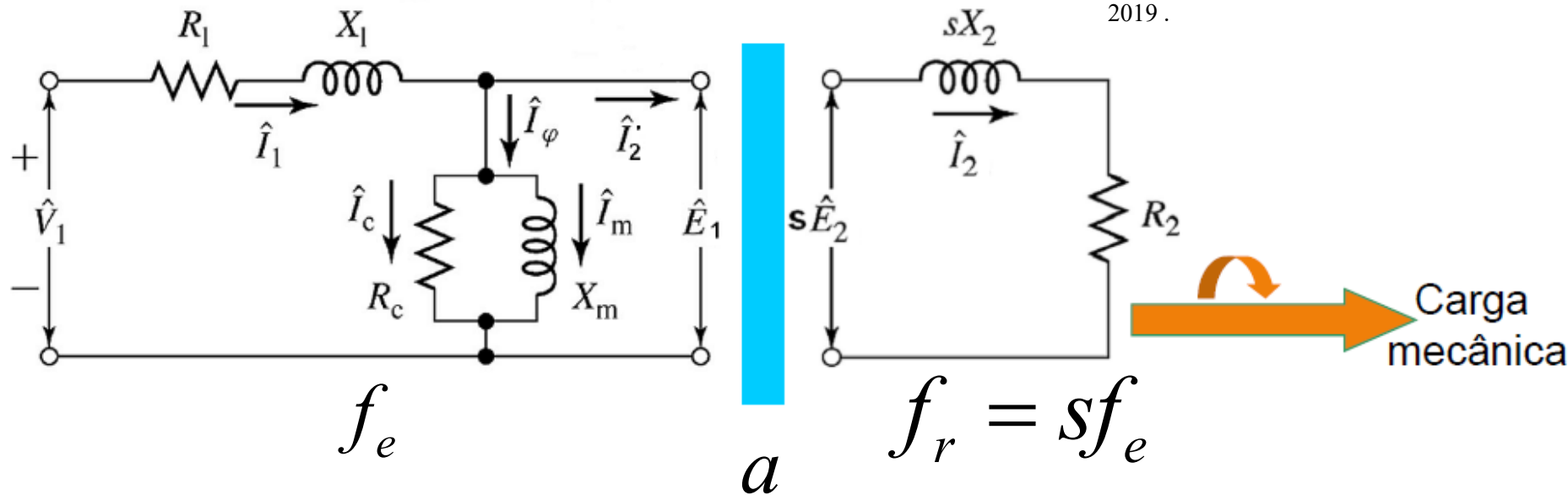


Fonte: Umans, S. D. Máquinas elétricas de Fitzgerald e Kingsley. 7ª Ed. Porto Alegre: AMGH, 2014.



# Circuito Equivalente do Motor de Indução

- Esboço de circuito inicial com os efeitos do rotor inclusos:



Fonte: VIEIRA Jr., J. C. M. Aulas 09 e 10 curso SEL-0437 Eficiência Energética, USP, 2019.

# Circuito Equivalente do Motor de Indução

- Esboço de circuito inicial com os efeitos do rotor inclusos:

- Após:

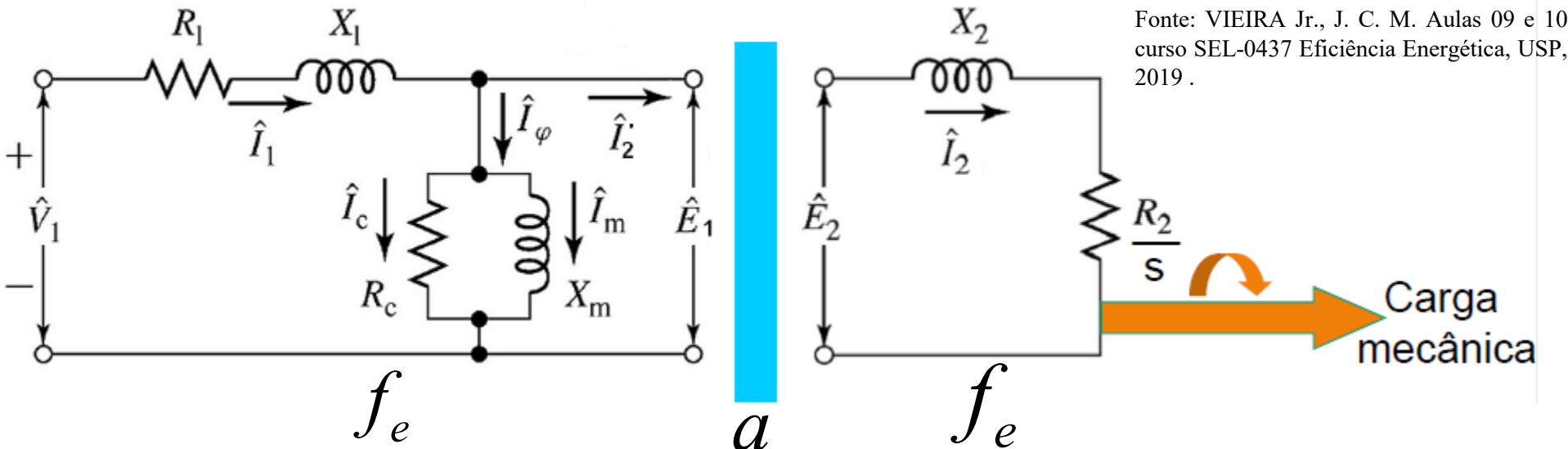
$$\hat{I}_2 = \frac{\hat{E}_2}{\frac{R_2}{s} + jX_2}$$

# Circuito Equivalente do Motor de Indução

- Esboço de circuito inicial com os efeitos do rotor inclusos:

- Após:

$$\hat{I}_2 = \frac{\hat{E}_2}{\frac{R_2}{s} + jX_2}$$



# Circuito Equivalente do Motor de Indução

## ■ Considerações:

$$E_2' = aE_2$$

$$I_2' = \frac{I_2}{a}$$

$$X_2' = a^2 X_2$$

$$R_2' = a^2 R_2$$

# Circuito Equivalente do Motor de Indução

## ■ Considerações:

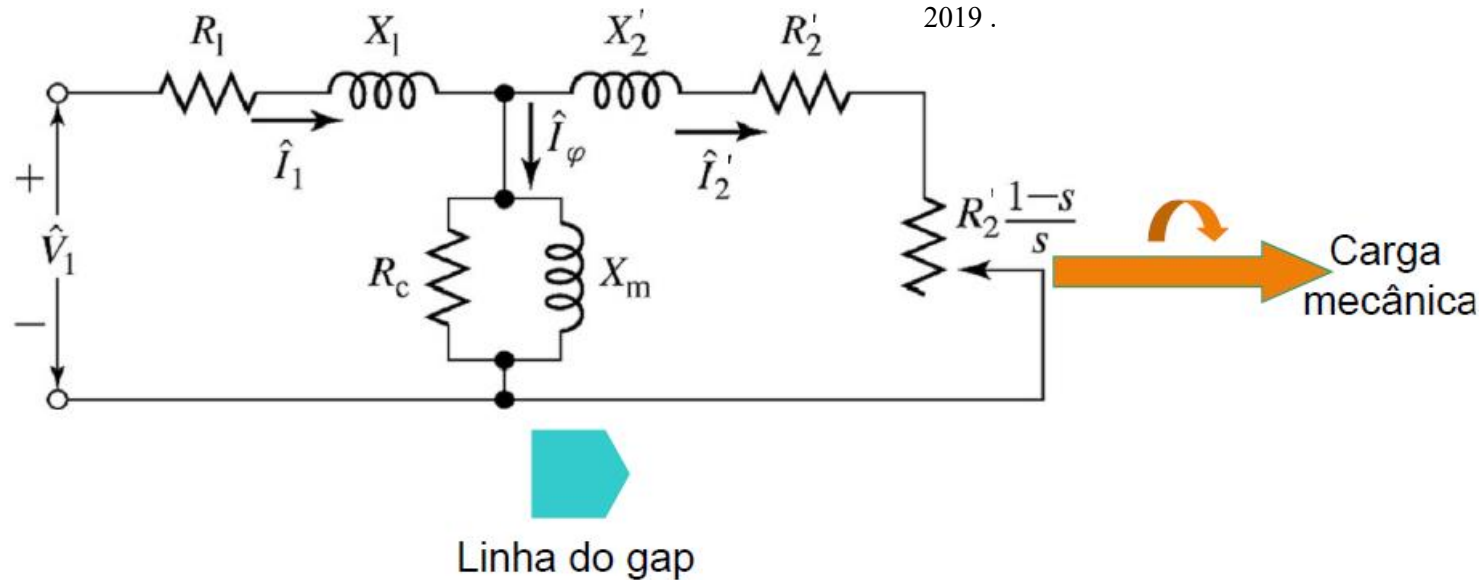
$$E_2' = aE_2$$

$$I_2' = \frac{I_2}{a}$$

$$X_2' = a^2 X_2$$

$$R_2' = a^2 R_2$$

Fonte: VIEIRA Jr., J. C. M. Aulas 09 e 10 curso SEL-0437 Eficiência Energética, USP, 2019 .



# Circuito Equivalente do Motor de Indução

## ■ Considerações:

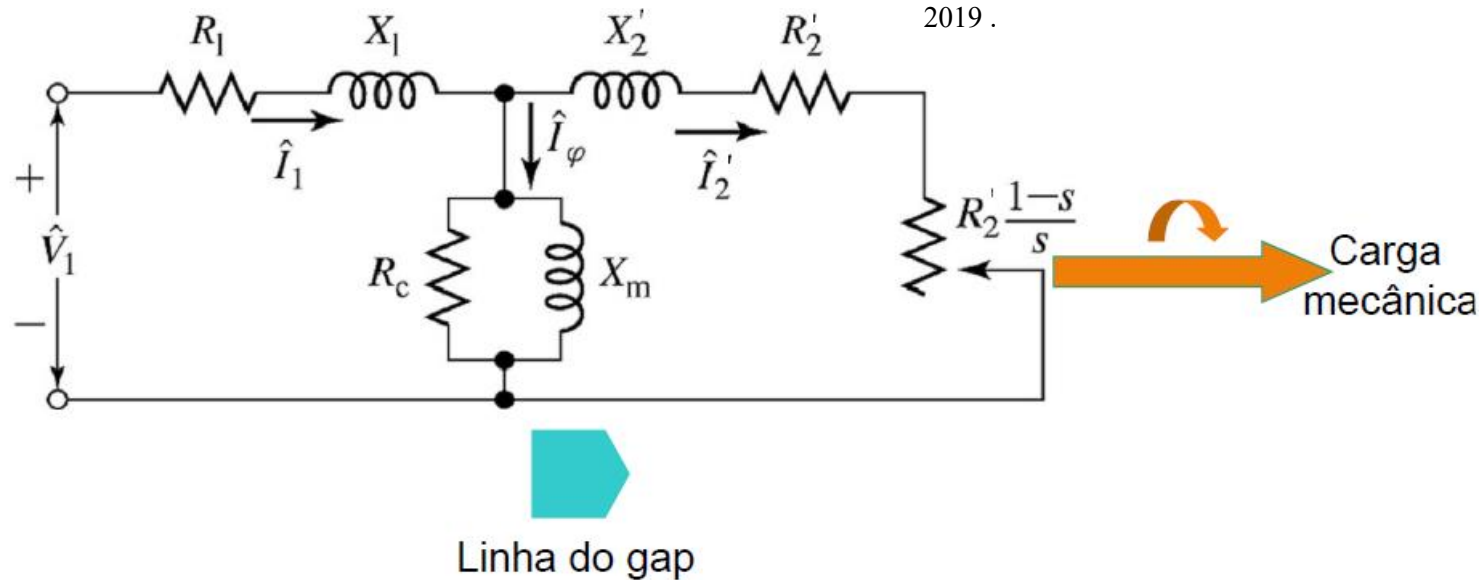
$$E_2' = aE_2$$

$$I_2' = \frac{I_2}{a}$$

$$X_2' = a^2 X_2$$

$$R_2' = a^2 R_2$$

Fonte: VIEIRA Jr., J. C. M. Aulas 09 e 10 curso SEL-0437 Eficiência Energética, USP, 2019 .



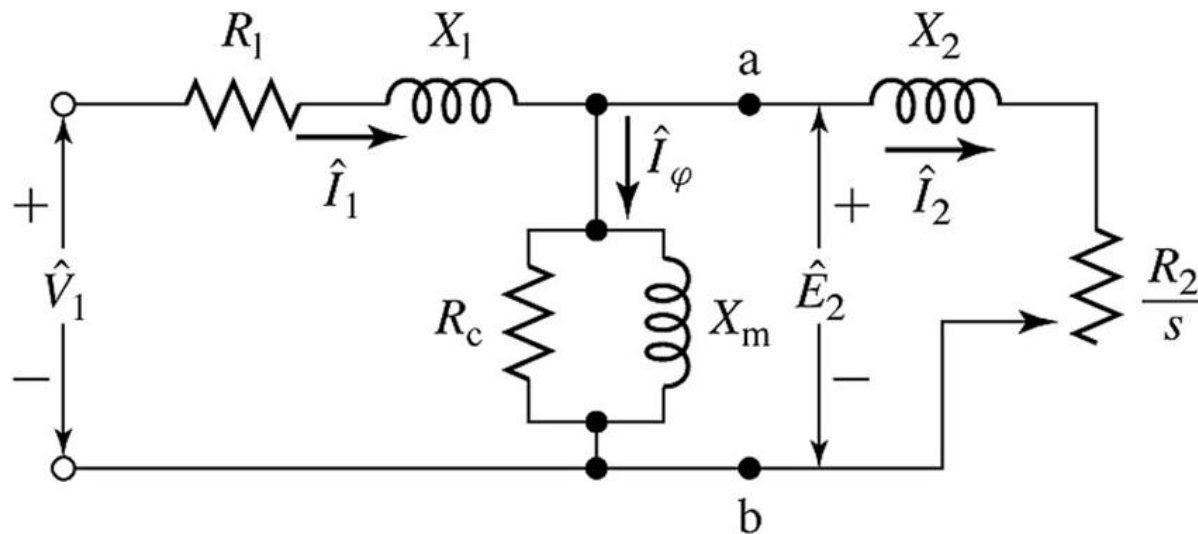
- Com isso, o circuito fica na mesma frequência e refletido para o lado do estator

# Circuito Equivalente do Motor de Indução

## ■ Circuito Equivalente

### □ Circuito monofásico de um MIT

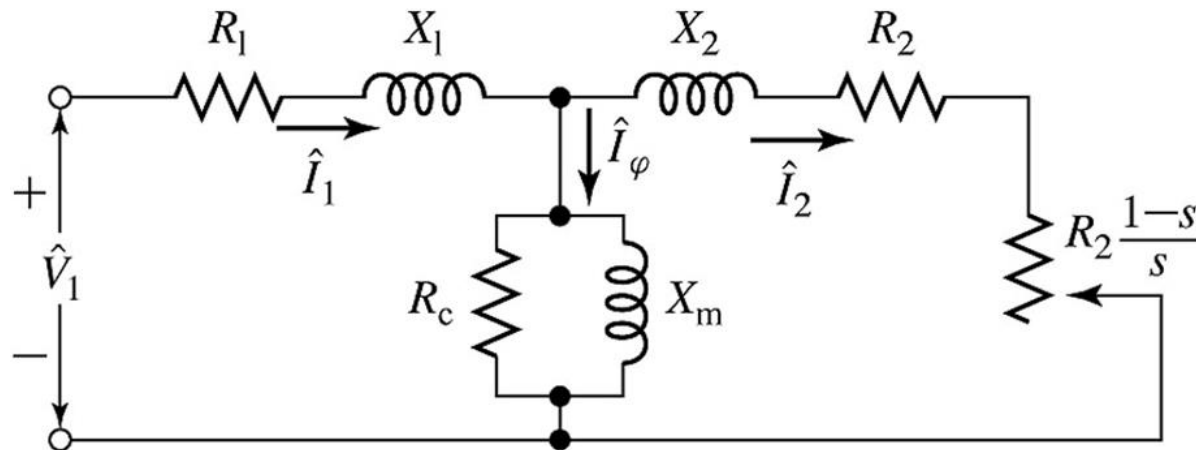
- Terminais  $ab$  – nível energético importante: linha do *gap* ou linha do entreferro



Fonte: Umans, S. D. Máquinas elétricas de Fitzgerald e Kingsley. 7ª Ed. Porto Alegre: AMGH, 2014.

# Análise do Circuito Equivalente

- Forma alternativa e mais completa do circuito equivalente



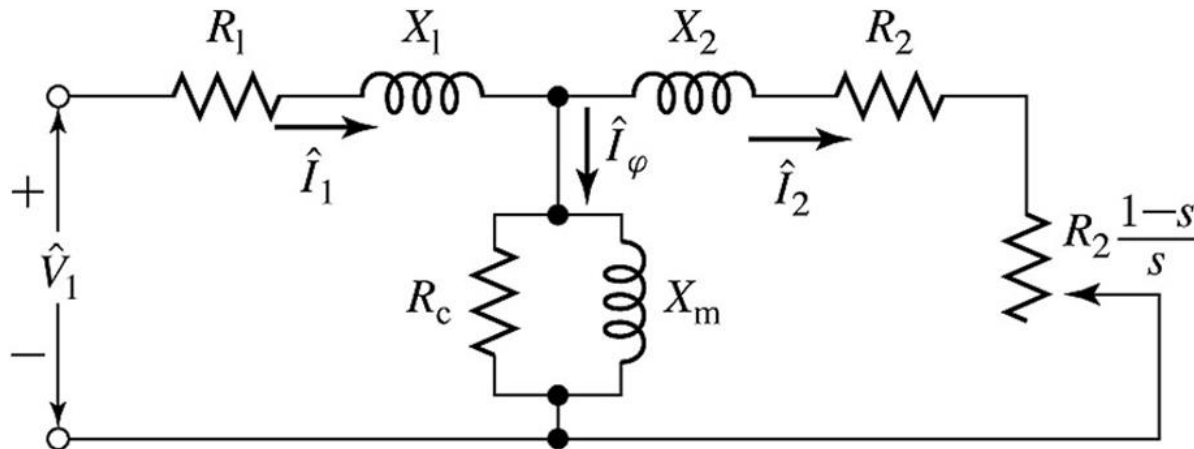
Fonte: Umans, S. D. Máquinas elétricas de Fitzgerald e Kingsley. 7ª Ed. Porto Alegre: AMGH, 2014.

$$\begin{aligned} R_2 + \frac{R_2 (1-s)}{s} &= \\ &= R_2 + \frac{R_2}{s} - R_2 = \frac{R_2}{s} \end{aligned}$$



# Análise do Circuito Equivalente

- Forma alternativa e mais completa do circuito equivalente



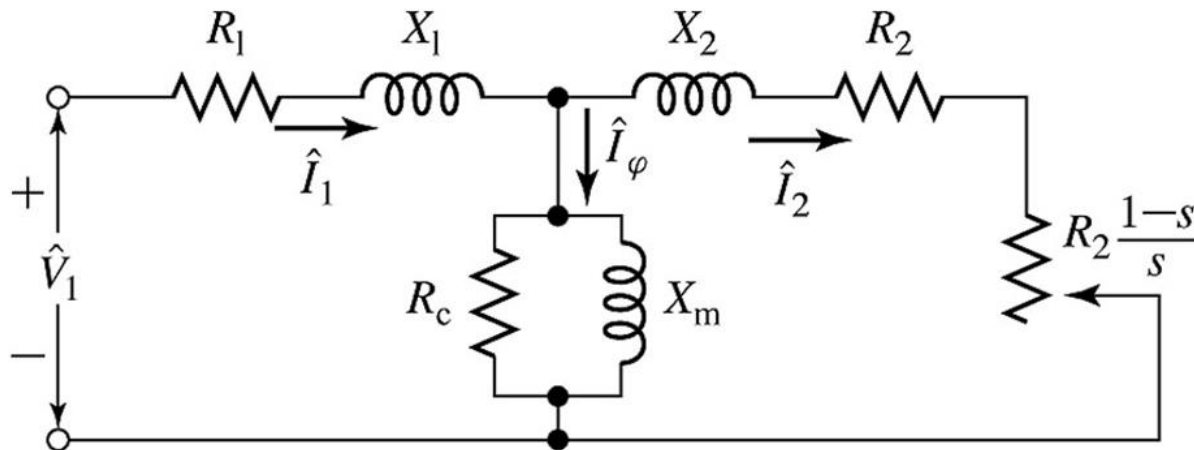
Fonte: Umans, S. D. Máquinas elétricas de Fitzgerald e Kingsley. 7ª Ed. Porto Alegre: AMGH, 2014.

$$P_g = 3 \cdot I_2^2 \cdot \left( \frac{R_2}{s} \right)$$

Potência entregue ao entreferro

# Análise do Circuito Equivalente

- Forma alternativa e mais completa do circuito equivalente



Fonte: Umans, S. D. Máquinas elétricas de Fitzgerald e Kingsley. 7ª Ed. Porto Alegre: AMGH, 2014.

$$P_g = 3 \cdot I_2^2 \cdot \left( \frac{R_2}{s} \right)$$

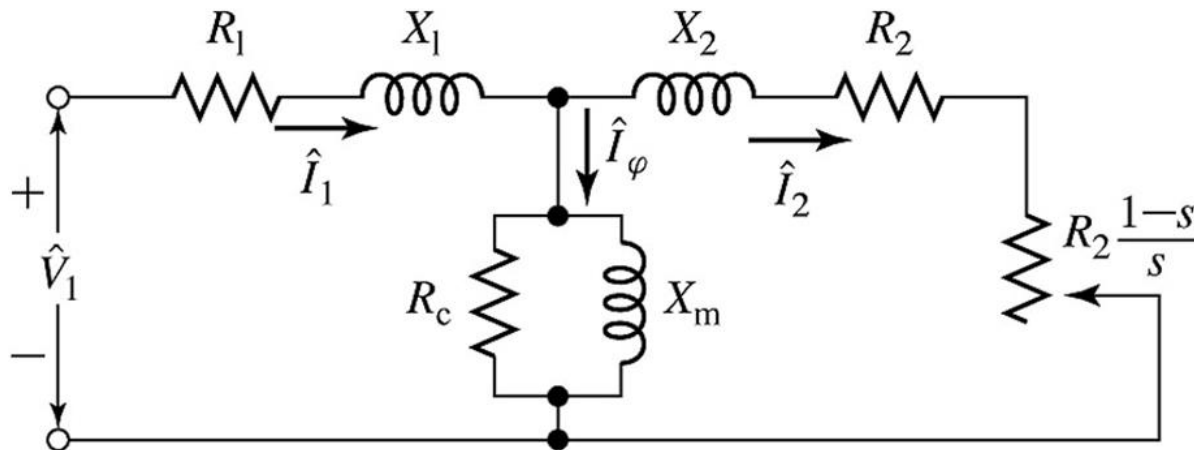
Potência entregue ao entreferro

$$P_{rotor} = 3 \cdot I_2^2 \cdot R_2$$

Perdas no rotor

# Análise do Circuito Equivalente

- Forma alternativa e mais completa do circuito equivalente

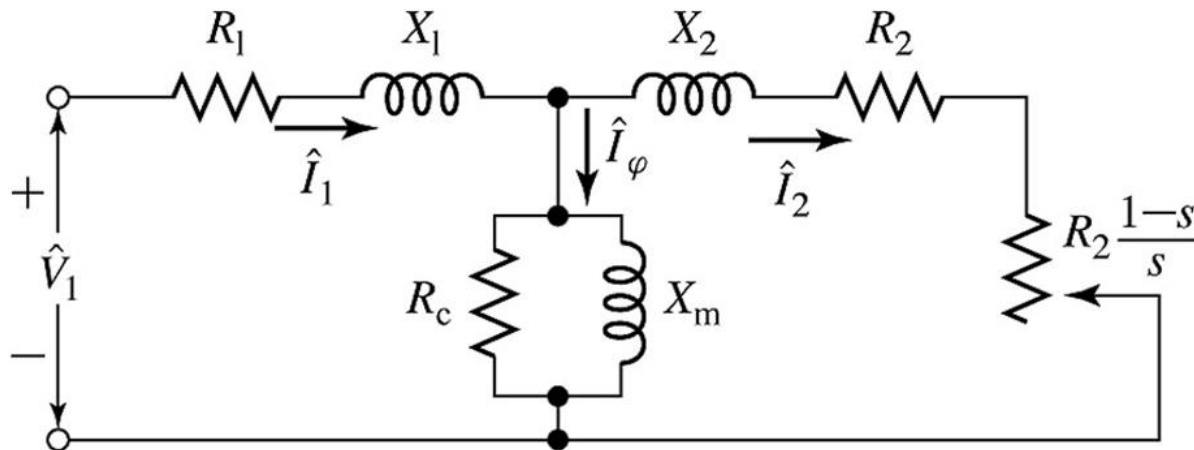


Fonte: Umans, S. D. Máquinas elétricas de Fitzgerald e Kingsley. 7ª Ed. Porto Alegre: AMGH, 2014.

$$P_{mec} = P_g - P_{rotor} = 3 \cdot I_2^2 \cdot \left( \frac{R_2}{s} \right) - 3 \cdot I_2^2 \cdot R_2 = 3 \cdot I_2^2 \cdot R_2 \left( \frac{1}{s} - 1 \right)$$

# Análise do Circuito Equivalente

- Forma alternativa e mais completa do circuito equivalente



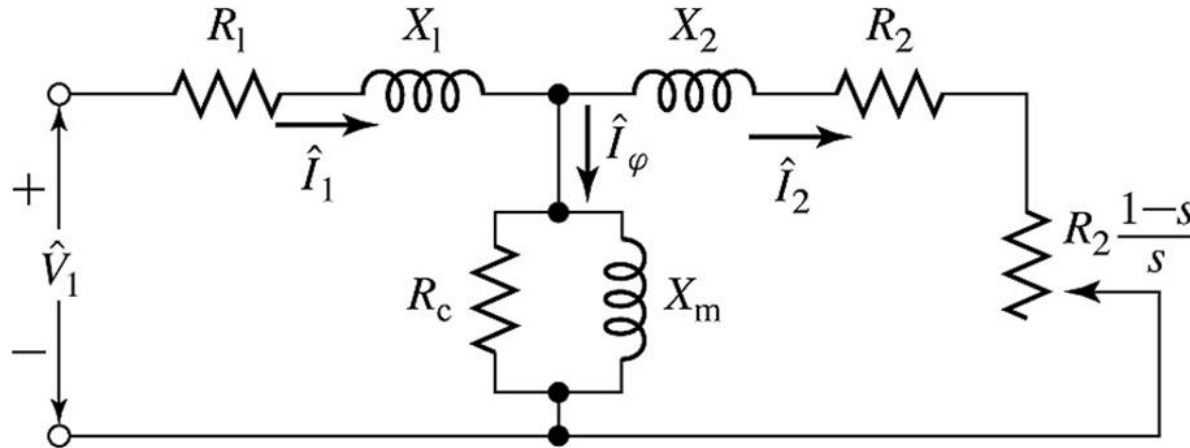
Fonte: Umans, S. D. Máquinas elétricas de Fitzgerald e Kingsley. 7ª Ed. Porto Alegre: AMGH, 2014.

$$P_{mec} = P_g - P_{rotor} = 3 \cdot I_2^2 \cdot \left( \frac{R_2}{s} \right) - 3 \cdot I_2^2 \cdot R_2 = 3 \cdot I_2^2 \cdot R_2 \left( \frac{1}{s} - 1 \right)$$

$$P_{mec} = 3 \cdot I_2^2 \cdot R_2 \left( \frac{1-s}{s} \right) \rightarrow P_{mec} = P_{rotor} \left( \frac{1-s}{s} \right)$$

# Análise do Circuito Equivalente

## ■ Forma alternativa do circuito equivalente

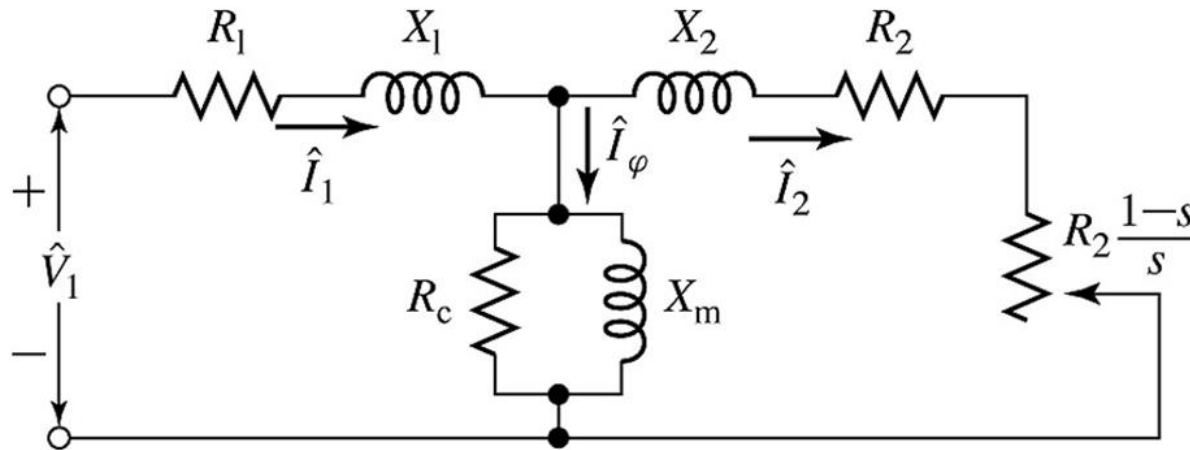


Fonte: Umans, S. D. Máquinas elétricas de Fitzgerald e Kingsley. 7ª Ed. Porto Alegre: AMGH, 2014.

$$P_{mec} = P_g - P_{rotor} = 3 \cdot I_2^2 \cdot \left( \frac{R_2}{s} \right) - 3 \cdot I_2^2 \cdot R_2 = 3 \cdot I_2^2 \cdot R_2 \cdot \left( \frac{1-s}{s} \right)$$

# Análise do Circuito Equivalente

## ■ Forma alternativa do circuito equivalente



Fonte: Umans, S. D. Máquinas elétricas de Fitzgerald e Kingsley. 7ª Ed. Porto Alegre: AMGH, 2014.

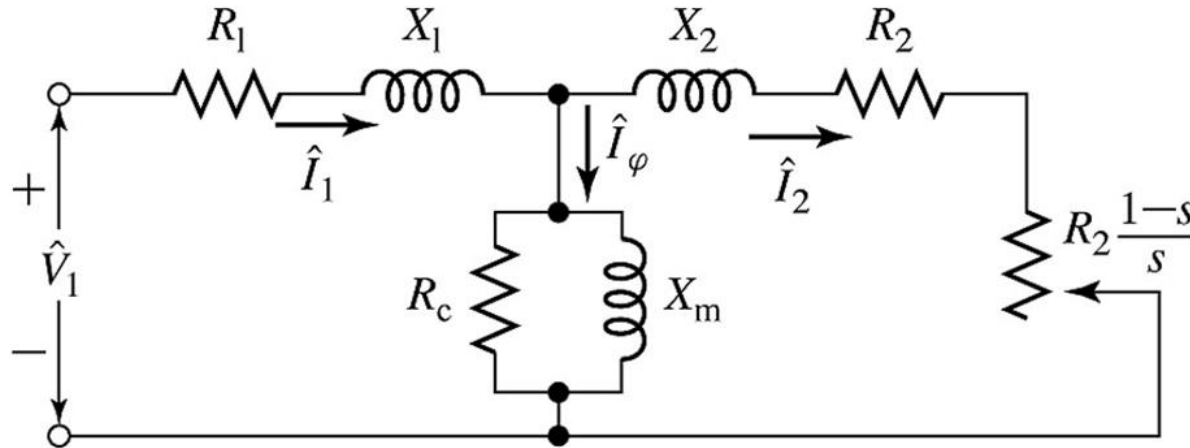
$$P_{mec} = P_g - P_{rotor} = 3 \cdot I_2^2 \cdot \left( \frac{R_2}{s} \right) - 3 \cdot I_2^2 \cdot R_2 = 3 \cdot I_2^2 \cdot R_2 \cdot \left( \frac{1-s}{s} \right)$$

$$P_{mec} = (1-s) P_g$$

$$P_{rotor} = s P_g$$

# Análise do Circuito Equivalente

## ■ Forma alternativa do circuito equivalente

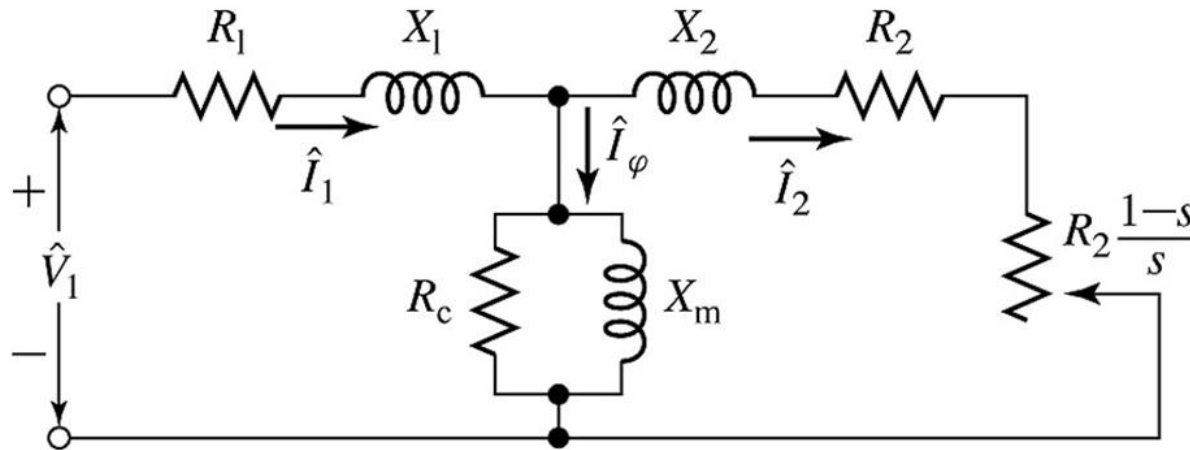


Fonte: Umans, S. D. Máquinas elétricas de Fitzgerald e Kingsley. 7ª Ed. Porto Alegre: AMGH, 2014.

$$P_{estator} = 3 \cdot I_1^2 \cdot R_1$$

# Análise do Circuito Equivalente

## ■ Forma alternativa do circuito equivalente



Fonte: Umans, S. D. Máquinas elétricas de Fitzgerald e Kingsley. 7ª Ed. Porto Alegre: AMGH, 2014.

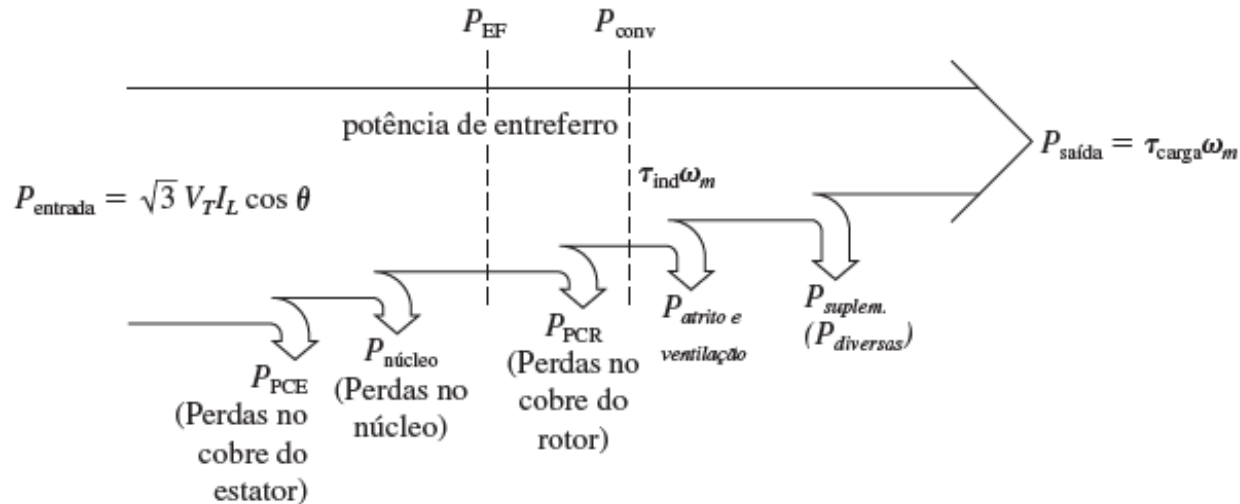
$$P_{estator} = 3 \cdot I_1^2 \cdot R_1$$

$$P_{ent} - P_{estator} - P_{fe} = P_g$$



# Análise do Circuito Equivalente

## ■ Diagrama de fluxo de potência



$$\tau_{\text{ind}} = \tau_{\text{mec}} = \tau_{\text{eletromag}} \rightarrow P_{\text{conv}} = P_{\text{mec}} \rightarrow P_{\text{EF}} = P_g$$

$$\tau_{\text{carga}} = \tau_{\text{eixo}}$$

# Exercício 1

Observa-se que um motor de indução trifásico de dois pólos e 60 Hz está operando com uma velocidade de 3502 RPM com uma potência de entrada de 15,7 KW e uma corrente de terminal de 22,6 A. A resistência de enrolamento do estator é 0,2 ohms/fase. Calcule a potência  $I^2R$  dissipada no rotor se as perdas no ferro totalizam 1 kW.

# Resol. Exercício 1

Observa-se que um motor de indução trifásico de dois pólos e 60 Hz está operando com uma velocidade de 3502 RPM com uma potência de entrada de 15,7 KW e uma corrente de terminal de 22,6 A. A resistência de enrolamento do estator é 0,2 ohms/fase. Calcule a potência  $I^2R$  dissipada no rotor se as perdas no ferro totalizam 1 kW.

$$P_{estator} = 3 \cdot (22,6)^2 \cdot 0,2 = 306 \text{ W}$$

$$P_g = P_{in} - P_{estator} - P_{fe} = 15,7 - 0,3 - 1 = 14,4 \text{ kW}$$

# Resol. Exercício 1

Observa-se que um motor de indução trifásico de dois pólos e 60 Hz está operando com uma velocidade de 3502 RPM com uma potência de entrada de 15,7 KW e uma corrente de terminal de 22,6 A. A resistência de enrolamento do estator é 0,2 ohms/fase. Calcule a potência  $I^2R$  dissipada no rotor se as perdas no ferro totalizam 1 kW.

$$P_{estator} = 3 \cdot (22,6)^2 \cdot 0,2 = 306 \text{ W}$$

$$P_g = P_{in} - P_{estator} - P_{fe} = 15,7 - 0,3 - 1 = 14,4 \text{ kW}$$

$$n_s = \frac{120 \cdot 60}{2} = 3600 \text{ rpm}$$

$$s = \frac{3600 - 3502}{3600} = 0,0272$$

# Resol. Exercício 1

Observa-se que um motor de indução trifásico de dois pólos e 60 Hz está operando com uma velocidade de 3502 RPM com uma potência de entrada de 15,7 KW e uma corrente de terminal de 22,6 A. A resistência de enrolamento do estator é 0,2 ohms/fase. Calcule a potência  $I^2R$  dissipada no rotor se as perdas no ferro totalizam 1 kW.

$$P_{rotor} = s \cdot P_g = 0,0272 \cdot 14,4 = 391,7 \text{ W}$$

## Exercício 2

Calcule a potência dissipada do rotor de um motor trifásico de 4 pólos, 460 V e 60 Hz com uma resistência de armadura de  $0,056 \, \Omega$  operando na velocidade de 1738 rpm, com uma potência de entrada de 47,4 kW, corrente de terminal de 76,2 A e as perdas no ferro totalizando 2 kW.

## Resol. Exercício 2

Calcule a potência dissipada do rotor de um motor trifásico de 4 pólos, 460 V e 60 Hz com uma resistência de armadura de  $0,056 \, \Omega$  operando na velocidade de 1738 rpm, com uma potência de entrada de 47,4 kW, corrente de terminal de 76,2 A e as perdas no ferro totalizando 2 kW.

$$P_{estator} = 3 \cdot (76,2)^2 \cdot 0,056 = 975,5 \, \text{W}$$

$$P_g = P_{in} - P_{estator} - P_{fe} = 47,4 - 0,9755 - 2 = 44,42 \, \text{kW}$$

## Resol. Exercício 2

Calcule a potência dissipada do rotor de um motor trifásico de 4 pólos, 460 V e 60 Hz com uma resistência de armadura de  $0,056 \Omega$  operando na velocidade de 1738 rpm, com uma potência de entrada de 47,4 kW, corrente de terminal de 76,2 A e as perdas no ferro totalizando 2 kW.

$$P_{estator} = 3 \cdot (76,2)^2 \cdot 0,056 = 975,5 \text{ W}$$

$$P_g = P_{in} - P_{estator} - P_{fe} = 47,4 - 0,9755 - 2 = 44,42 \text{ kW}$$

$$n_s = \frac{120 \cdot 60}{4} = 1800 \text{ rpm}$$

$$s = \frac{1800 - 1738}{1800} = 0,0344$$



## Resol. Exercício 2

Calcule a potência dissipada do rotor de um motor trifásico de 4 pólos, 460 V e 60 Hz com uma resistência de armadura de  $0,056 \Omega$  operando na velocidade de 1738 rpm, com uma potência de entrada de 47,4 kW, corrente de terminal de 76,2 A e as perdas no ferro totalizando 2 kW.

$$P_{rotor} = s \cdot P_g = 0,0344 \cdot 44,42 \text{ k} = 1,53 \text{ kW}$$

# Análise do Circuito Equivalente

## ■ Potência Mecânica

- Torque mecânico ou eletromagnético

$$P_{mec} = \omega_m \cdot T_{mec} = (1 - s) \omega_s \cdot T_{mec}$$

# Análise do Circuito Equivalente

## ■ Potência Mecânica

### □ Torque mecânico ou eletromagnético

$$P_{mec} = \omega_m \cdot T_{mec} = (1 - s) \omega_s \cdot T_{mec}$$

$$P_{mec} = (1 - s) \cdot P_g$$

# Análise do Circuito Equivalente

## ■ Potência Mecânica

### □ Torque mecânico ou eletromagnético

$$P_{mec} = \omega_m \cdot T_{mec} = (1 - s) \omega_s \cdot T_{mec}$$

$$P_{mec} = (1 - s) \cdot P_g$$

$$T_{mec} = \frac{P_{mec}}{\omega_m} = \frac{P_g}{\omega_s} = \frac{3 \cdot I_2^2 \cdot (R_2 / s)}{\omega_s}$$

# Análise do Circuito Equivalente

## ■ Potência no eixo

$$P_{ent} - P_{estator} - P_{fe} = P_g$$

$$P_{mec} = P_g - P_{rotor}$$

# Análise do Circuito Equivalente

## ■ Potência no eixo

$$P_{ent} - P_{estator} - P_{fe} = P_g$$

$$P_{mec} = P_g - P_{rotor}$$

$$P_{eixo} = P_{mec} - P_{AV}$$

$P_{AV}$  - Perdas mecânicas  
ou conhecidas como  
perdas por atrito e  
ventilação

# Análise do Circuito Equivalente

## ■ Potência no eixo

$$P_{ent} - P_{estator} - P_{fe} = P_g$$

$$P_{mec} = P_g - P_{rotor}$$

$$P_{eixo} = P_{mec} - P_{AV}$$

$P_{AV}$  - Perdas mecânicas  
ou conhecidas como  
perdas por atrito e  
ventilação

$$T_{eixo} = \frac{P_{eixo}}{\omega_m}$$

# Análise do Circuito Equivalente

- Forma alternativa do circuito equivalente (2)
  - Perdas no ferro desprezíveis

$$P_g = P_{in} - P_{estator}$$



# Análise do Circuito Equivalente

- Forma alternativa do circuito equivalente (2)
  - Perdas no ferro desprezíveis

$$P_g = P_{in} - P_{estator}$$

- Ou considerar as perdas no ferro
  - Junto com as perdas por ventilação

# Análise do Circuito Equivalente

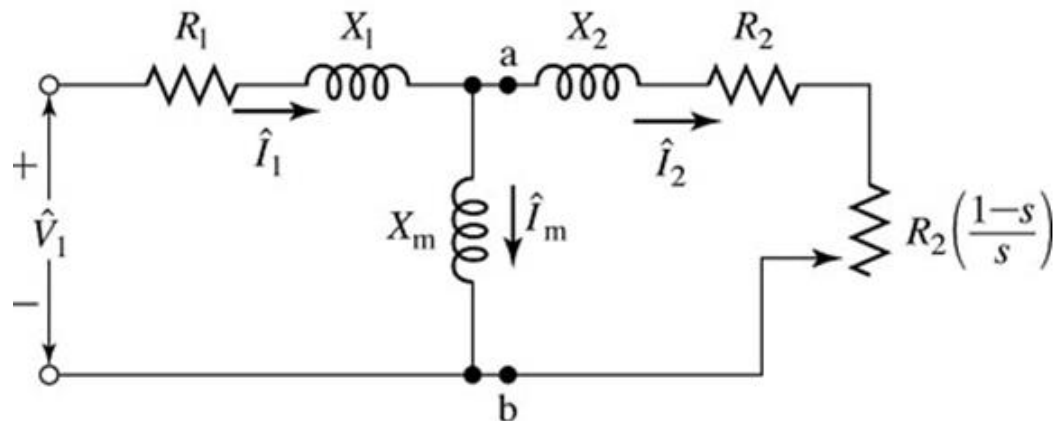
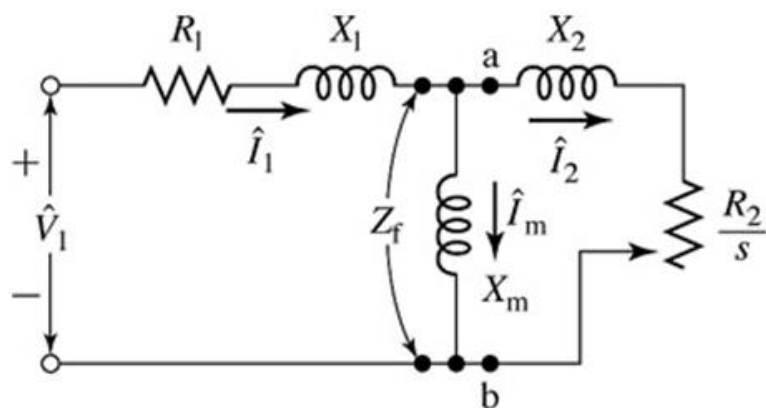
## ■ Forma alternativa do circuito equivalente (2)

### □ Perdas no ferro desprezíveis

$$P_g = P_{in} - P_{estator}$$

### ■ Ou considerar as perdas no ferro

### □ Junto com as perdas por ventilação



Fonte: Umans, S. D. Máquinas elétricas de Fitzgerald e Kingsley. 7ª Ed. Porto Alegre: AMGH, 2014.

## Exercício 3

Motor de indução trifásico, ligado em Y, 6 pólos, 460 V (tensão de linha), 20 KW e 60 Hz têm os seguintes valores de parâmetros em ohms/fase, referidos ao estator. Perdas por atrito, ventilação e no núcleo são de 320 W constantes, independente da carga. Para um escorregamento de 1,6 %, calcule a velocidade, o conjugado, potência de saída, corrente do estator, fator de potência, rendimento quando o motor é operado em tensão e frequência constantes.

$$R_1 = 0,271 \quad R_2 = 0,188 \quad X_1 = 1,12 \quad X_2 = 1,91 \quad X_m = 23,1$$

## Exercício 3

Motor de indução trifásico, ligado em Y, 6 pólos, 460 V (tensão de linha), 20 KW e 60 Hz têm os seguintes valores de parâmetros em ohms/fase, referidos ao estator. Perdas por atrito, ventilação e no núcleo são de 320 W constantes, independente da carga. Para um escorregamento de 1,6 %, calcule a velocidade, o conjugado, potência de saída, corrente do estator, fator de potência, rendimento quando o motor é operado em tensão e frequência constantes.

$$R_1 = 0,271 \quad R_2 = 0,188 \quad X_1 = 1,12 \quad X_2 = 1,91 \quad X_m = 23,1$$

$$Z_g = \left[ (R_2/s) + jX_2 \right] // jX_m = \frac{jX_m \cdot \left( \frac{R_2}{s} + jX_2 \right)}{\frac{R_2}{s} + j(X_m + X_2)}$$

## Exercício 3

Motor de indução trifásico, ligado em Y, 6 pólos, 460 V (tensão de linha), 20 KW e 60 Hz têm os seguintes valores de parâmetros em ohms/fase, referidos ao estator. Perdas por atrito, ventilação e no núcleo são de 320 W constantes, independente da carga. Para um escorregamento de 1,6 %, calcule a velocidade, o conjugado, potência de saída, corrente do estator, fator de potência, rendimento quando o motor é operado em tensão e frequência constantes.

$$R_1 = 0,271 \quad R_2 = 0,188 \quad X_1 = 1,12 \quad X_2 = 1,91 \quad X_m = 23,1$$

$$Z_g = \left[ (R_2/s) + jX_2 \right] // jX_m = \frac{jX_m \cdot \left( \frac{R_2}{s} + jX_2 \right)}{\frac{R_2}{s} + j(X_m + X_2)}$$

$$Z_g = R_g + jX_g = 8,211 + j5,622$$

## Exercício 3

Motor de indução trifásico, ligado em Y, 6 pólos, 460 V (tensão de linha), 20 KW e 60 Hz têm os seguintes valores de parâmetros em ohms/fase, referidos ao estator. Perdas por atrito, ventilação e no núcleo são de 320 W constantes, independente da carga. Para um escorregamento de 1,6 %, calcule a velocidade, o conjugado, potência de saída, corrente do estator, fator de potência, rendimento quando o motor é operado em tensão e frequência constantes.

$$R_1 = 0,271 \quad R_2 = 0,188 \quad X_1 = 1,12 \quad X_2 = 1,91 \quad X_m = 23,1$$

$$Z_{entrada} = R_1 + jX_1 + Z_g = 0,271 + j1,12 + 8,211 + j5,622 = 8,482 + j6,742$$

## Exercício 3

Motor de indução trifásico, ligado em Y, 6 pólos, 460 V (tensão de linha), 20 KW e 60 Hz têm os seguintes valores de parâmetros em ohms/fase, referidos ao estator. Perdas por atrito, ventilação e no núcleo são de 320 W constantes, independente da carga. Para um escorregamento de 1,6 %, calcule a velocidade, o conjugado, potência de saída, corrente do estator, fator de potência, rendimento quando o motor é operado em tensão e frequência constantes.

$$R_1 = 0,271 \quad R_2 = 0,188 \quad X_1 = 1,12 \quad X_2 = 1,91 \quad X_m = 23,1$$

$$Z_{entrada} = R_1 + jX_1 + Z_g = 0,271 + j1,12 + 8,211 + j5,622 = 8,482 + j6,742$$

$$Z_{entrada} = 8,482 + j6,742 = 10,835 \angle 38,5^\circ$$

## Exercício 3

Motor de indução trifásico, ligado em Y, 6 pólos, 460 V (tensão de linha), 20 KW e 60 Hz têm os seguintes valores de parâmetros em ohms/fase, referidos ao estator. Perdas por atrito, ventilação e no núcleo são de 320 W constantes, independente da carga. Para um escorregamento de 1,6 %, calcule a velocidade, o conjugado, potência de saída, corrente do estator, fator de potência, rendimento quando o motor é operado em tensão e frequência constantes.

$$R_1 = 0,271 \quad R_2 = 0,188 \quad X_1 = 1,12 \quad X_2 = 1,91 \quad X_m = 23,1$$

$$V_1 = \frac{460}{\sqrt{3}} = 265,6$$

$$I_1 = \frac{265,6}{10,835 \angle 38,5^\circ} = 24,5 \angle -38,5^\circ$$



## Exercício 3

Motor de indução trifásico, ligado em Y, 6 pólos, 460 V (tensão de linha), 20 KW e 60 Hz têm os seguintes valores de parâmetros em ohms/fase, referidos ao estator. Perdas por atrito, ventilação e no núcleo são de 320 W constantes, independente da carga. Para um escorregamento de 1,6 %, calcule a velocidade, o conjugado, potência de saída, corrente do estator, fator de potência, rendimento quando o motor é operado em tensão e frequência constantes.

$$R_1 = 0,271 \quad R_2 = 0,188 \quad X_1 = 1,12 \quad X_2 = 1,91 \quad X_m = 23,1$$

$$V_1 = \frac{460}{\sqrt{3}} = 265,6$$

$$I_1 = \frac{265,6}{10,835 \angle 38,5^\circ} = 24,5 \angle -38,5^\circ$$

$$I_1 = 24,5 \text{ A}$$

$$\text{FP} = \cos(38,5^\circ) = 0,783 \text{ ind.}$$

## Exercício 3

Motor de indução trifásico, ligado em Y, 6 pólos, 460 V (tensão de linha), 20 KW e 60 Hz têm os seguintes valores de parâmetros em ohms/fase, referidos ao estator. Perdas por atrito, ventilação e no núcleo são de 320 W constantes, independente da carga. Para um escorregamento de 1,6 %, calcule a velocidade, o conjugado, potência de saída, corrente do estator, fator de potência, rendimento quando o motor é operado em tensão e frequência constantes.

$$R_1 = 0,271 \quad R_2 = 0,188 \quad X_1 = 1,12 \quad X_2 = 1,91 \quad X_m = 23,1$$

$$n_s = \frac{120 \cdot 60}{6} = 1200 \text{ RPM}$$

$$\omega_s = 2\pi \cdot \frac{1200}{60} = 125,7 \text{ rad/s}$$

## Exercício 3

Motor de indução trifásico, ligado em Y, 6 pólos, 460 V (tensão de linha), 20 KW e 60 Hz têm os seguintes valores de parâmetros em ohms/fase, referidos ao estator. Perdas por atrito, ventilação e no núcleo são de 320 W constantes, independente da carga. Para um escorregamento de 1,6 %, calcule a velocidade, o conjugado, potência de saída, corrente do estator, fator de potência, rendimento quando o motor é operado em tensão e frequência constantes.

$$R_1 = 0,271 \quad R_2 = 0,188 \quad X_1 = 1,12 \quad X_2 = 1,91 \quad X_m = 23,1$$

$$n_s = \frac{120 \cdot 60}{6} = 1200 \text{ RPM}$$

$$\omega_s = 2\pi \cdot \frac{1200}{60} = 125,7 \text{ rad/s}$$

$$n = (1 - 0,016) \cdot 1200 = 1180,8 \text{ RPM}$$

$$\omega_m = 2\pi \cdot \frac{1180,8}{60} = 123,7 \text{ rad/s}$$

## Exercício 3

Motor de indução trifásico, ligado em Y, 6 pólos, 460 V (tensão de linha), 20 KW e 60 Hz têm os seguintes valores de parâmetros em ohms/fase, referidos ao estator. Perdas por atrito, ventilação e no núcleo são de 320 W constantes, independente da carga. Para um escorregamento de 1,6 %, calcule a velocidade, o conjugado, potência de saída, corrente do estator, fator de potência, rendimento quando o motor é operado em tensão e frequência constantes.

$$R_1 = 0,271 \quad R_2 = 0,188 \quad X_1 = 1,12 \quad X_2 = 1,91 \quad X_m = 23,1$$

$$P_g = 3I_2^2 (R_2/s) = 3 \cdot I_1^2 \cdot R_g = 3 \cdot (24,5)^2 \cdot 8,482 = 15274 \text{ W}$$

## Exercício 3

Motor de indução trifásico, ligado em Y, 6 pólos, 460 V (tensão de linha), 20 KW e 60 Hz têm os seguintes valores de parâmetros em ohms/fase, referidos ao estator. Perdas por atrito, ventilação e no núcleo são de 320 W constantes, independente da carga. Para um escorregamento de 1,6 %, calcule a velocidade, o conjugado, potência de saída, corrente do estator, fator de potência, rendimento quando o motor é operado em tensão e frequência constantes.

$$R_1 = 0,271 \quad R_2 = 0,188 \quad X_1 = 1,12 \quad X_2 = 1,91 \quad X_m = 23,1$$

$$P_g = 3I_2^2 (R_2/s) = 3 \cdot I_1^2 \cdot R_g = 3 \cdot (24,5)^2 \cdot 8,482 = 15274 \text{ W}$$

$$P_{eixo} = (1 - 0,016) \cdot 15274 - 320 = 14709,6 \text{ W}$$

## Exercício 3

Motor de indução trifásico, ligado em Y, 6 pólos, 460 V (tensão de linha), 20 KW e 60 Hz têm os seguintes valores de parâmetros em ohms/fase, referidos ao estator. Perdas por atrito, ventilação e no núcleo são de 320 W constantes, independente da carga. Para um escorregamento de 1,6 %, calcule a velocidade, o conjugado, potência de saída, corrente do estator, fator de potência, rendimento quando o motor é operado em tensão e frequência constantes.

$$R_1 = 0,271 \quad R_2 = 0,188 \quad X_1 = 1,12 \quad X_2 = 1,91 \quad X_m = 23,1$$

$$P_g = 3I_2^2 (R_2/s) = 3 \cdot I_1^2 \cdot R_g = 3 \cdot (24,5)^2 \cdot 8,482 = 15274 \text{ W}$$

$$P_{eixo} = (1 - 0,016) \cdot 15274 - 320 = 14709,6 \text{ W}$$

$$T_{eixo} = \frac{14709,6}{123,7} = 118,9 \text{ N} \cdot \text{m}$$

## Exercício 3

Motor de indução trifásico, ligado em Y, 6 pólos, 460 V (tensão de linha), 20 KW e 60 Hz têm os seguintes valores de parâmetros em ohms/fase, referidos ao estator. Perdas por atrito, ventilação e no núcleo são de 320 W constantes, independente da carga. Para um escorregamento de 1,6 %, calcule a velocidade, o conjugado, potência de saída, corrente do estator, fator de potência, rendimento quando o motor é operado em tensão e frequência constantes.

$$R_1 = 0,271 \quad R_2 = 0,188 \quad X_1 = 1,12 \quad X_2 = 1,91 \quad X_m = 23,1$$

$$P_g = 3I_2^2 (R_2/s) = 3 \cdot I_1^2 \cdot R_g = 3 \cdot (24,5)^2 \cdot 8,482 = 15274 \text{ W}$$

$$P_{eixo} = (1 - 0,016) \cdot 15274 - 320 = 14709,6 \text{ W}$$

$$T_{eixo} = \frac{14709,6}{123,7} = 118,9 \text{ N} \cdot \text{m}$$

$$P_{ent} = \sqrt{3} \cdot 460 \cdot 24,5 \cdot 0,783$$

$$P_{ent} = 15284,3 \text{ W}$$

## Exercício 3

Motor de indução trifásico, ligado em Y, 6 pólos, 460 V (tensão de linha), 20 KW e 60 Hz têm os seguintes valores de parâmetros em ohms/fase, referidos ao estator. Perdas por atrito, ventilação e no núcleo são de 320 W constantes, independente da carga. Para um escorregamento de 1,6 %, calcule a velocidade, o conjugado, potência de saída, corrente do estator, fator de potência, rendimento quando o motor é operado em tensão e frequência constantes.

$$R_1 = 0,271 \quad R_2 = 0,188 \quad X_1 = 1,12 \quad X_2 = 1,91 \quad X_m = 23,1$$

$$\eta = \frac{P_{eixo}}{P_{ent}} = \frac{14709,6}{15284,3} = 96,24\%$$



---

## Exercício 4

Encontre a velocidade, a potência de saída e o rendimento do motor do exercício anterior, quando está operando na tensão e frequência nominais, para um escorregamento de 1,2 %.

## Exercício 4

Encontre a velocidade, a potência de saída e o rendimento do motor do exercício anterior, quando está operando na tensão e frequência nominais, para um escorregamento de 1,2 %.

$$Z_g = \left[ \left( R_2 / s \right) + jX_2 \right] // jX_m = \frac{jX_m \cdot \left( \frac{R_2}{s} + jX_2 \right)}{\frac{R_2}{s} + j(X_m + X_2)}$$

$$Z_g = R_g + jX_g = 9,599 + j7,777$$

## Exercício 4

Encontre a velocidade, a potência de saída e o rendimento do motor do exercício anterior, quando está operando na tensão e frequência nominais, para um escorregamento de 1,2 %.

$$Z_{entrada} = R_1 + jX_1 + Z_g = 0,271 + j1,12 + 9,599 + j7,777 = 9,87 + j8,897$$

$$Z_{entrada} = 9,87 + j8,897 = 13,288 \angle 42,0^\circ$$

## Exercício 4

Encontre a velocidade, a potência de saída e o rendimento do motor do exercício anterior, quando está operando na tensão e frequência nominais, para um escorregamento de 1,2 %.

$$Z_{entrada} = R_1 + jX_1 + Z_g = 0,271 + j1,12 + 9,599 + j7,777 = 9,87 + j8,897$$

$$Z_{entrada} = 9,87 + j8,897 = 13,288 \angle 42,0^\circ$$

$$I_1 = \frac{265,6}{13,288 \angle 42,0^\circ} = 20,0 \angle -42,0^\circ$$

$$I_1 = 20,0 \text{ A}$$

$$\text{FP} = \cos(42,0^\circ) = 0,743 \text{ ind.}$$

## Exercício 4

Encontre a velocidade, a potência de saída e o rendimento do motor do exercício anterior, quando está operando na tensão e frequência nominais, para um escorregamento de 1,2 %.

$$n = (1 - 0,012) \cdot 1200 = 1185,6 \text{ RPM}$$

$$\omega_m = 2\pi \cdot \frac{1185,6}{60} = 124,2 \text{ rad/s}$$

## Exercício 4

Encontre a velocidade, a potência de saída e o rendimento do motor do exercício anterior, quando está operando na tensão e frequência nominais, para um escorregamento de 1,2 %.

$$n = (1 - 0,012) \cdot 1200 = 1185,6 \text{ RPM}$$

$$\omega_m = 2\pi \cdot \frac{1185,6}{60} = 124,2 \text{ rad/s}$$

$$P_g = 3I_2^2 (R_2/s) = 3 \cdot I_1^2 \cdot R_g = 3 \cdot (20,0)^2 \cdot 9,599 = 11518,8 \text{ W}$$

## Exercício 4

Encontre a velocidade, a potência de saída e o rendimento do motor do exercício anterior, quando está operando na tensão e frequência nominais, para um escorregamento de 1,2 %.

$$n = (1 - 0,012) \cdot 1200 = 1185,6 \text{ RPM}$$

$$\omega_m = 2\pi \cdot \frac{1185,6}{60} = 124,2 \text{ rad/s}$$

$$P_g = 3I_2^2 (R_2/s) = 3 \cdot I_1^2 \cdot R_g = 3 \cdot (20,0)^2 \cdot 9,599 = 11518,8 \text{ W}$$

$$P_{eixo} = (1 - 0,012) \cdot 11518,8 - 320 = 11060,6 \text{ W}$$

$$T_{eixo} = \frac{11060,6}{124,2} = 89,05 \text{ N} \cdot \text{m}$$

## Exercício 4

Encontre a velocidade, a potência de saída e o rendimento do motor do exercício anterior, quando está operando na tensão e frequência nominais, para um escorregamento de 1,2 %.

$$n = (1 - 0,012) \cdot 1200 = 1185,6 \text{ RPM}$$

$$\omega_m = 2\pi \cdot \frac{1185,6}{60} = 124,2 \text{ rad/s}$$

$$P_g = 3I_2^2 (R_2/s) = 3 \cdot I_1^2 \cdot R_g = 3 \cdot (20,0)^2 \cdot 9,599 = 11518,8 \text{ W}$$

$$P_{eixo} = (1 - 0,012) \cdot 11518,8 - 320 = 11060,6 \text{ W}$$

$$T_{eixo} = \frac{11060,6}{124,2} = 89,05 \text{ N} \cdot \text{m}$$

$$P_{ent} = \sqrt{3} \cdot 460 \cdot 20 \cdot 0,743$$

$$P_{ent} = 11839,6 \text{ W}$$



## Exercício 4

Encontre a velocidade, a potência de saída e o rendimento do motor do exercício anterior, quando está operando na tensão e frequência nominais, para um escorregamento de 1,2 %.

$$\eta = \frac{P_{eixo}}{P_{ent}} = \frac{11060,6}{11839,6} = 93,42\%$$

# Avaliação 1

Um motor de indução trifásico, rotor gaiola de esquilo, ligado em Y, 2 pólos, 380 V, 1,5 cv, 60 Hz, têm os seguintes valores e parâmetros em  $\Omega$ /fase, referidos ao estator. Perdas a vazio (somatório entre perdas mecânicas e no ferro) são iguais a 88,7 W. Variando o escorregamento de 50% a 0,1%, plote (MATLAB ou SCILAB) o fator de potência, corrente do estator, torque no eixo, potência no eixo e rendimento, cada um versus a velocidade do rotor em p.u. (base a velocidade síncrona). Em seguida, plote o rendimento versus carregamento do motor.

$$R_1 = 5,8 \quad R_2 = 4,5 \quad X_1 = 5,9 \quad X_2 = 7,1 \quad X_m = 170,2$$

Lembre-se, o carregamento de um motor de indução trifásico é a relação entre a potência no eixo e a potência nominal.

$$L = \frac{P_{eixo}}{P_{nominal}} [\text{p.u.}]$$

$$1 \text{ cv} = 736 \text{ W}$$

O rendimento deve ser dado por:

$$\eta = \frac{P_{saída}}{P_{saída} + \sum \text{Perdas}} [\%]$$

# Avaliação 2

Um motor de indução trifásico, rotor gaiola de esquilo, ligado em Y, 2 pólos, 380 V, 1,5 cv, 60 Hz, têm os seguintes valores e parâmetros em  $\Omega$ /fase, referidos ao estator. Perdas a vazio (somatório entre perdas mecânicas e no ferro) são iguais a 88,7 W. Variando o escorregamento de 50% a 0,1%, plote (MATLAB ou SCILAB) plote o rendimento versus carregamento do motor pelas três fórmulas de rendimento que conhecemos em um mesmo gráfico para comparação direta entre as curvas.

$$R_1 = 5,8 \quad R_2 = 4,5 \quad X_1 = 5,9 \quad X_2 = 7,1 \quad X_m = 170,2$$

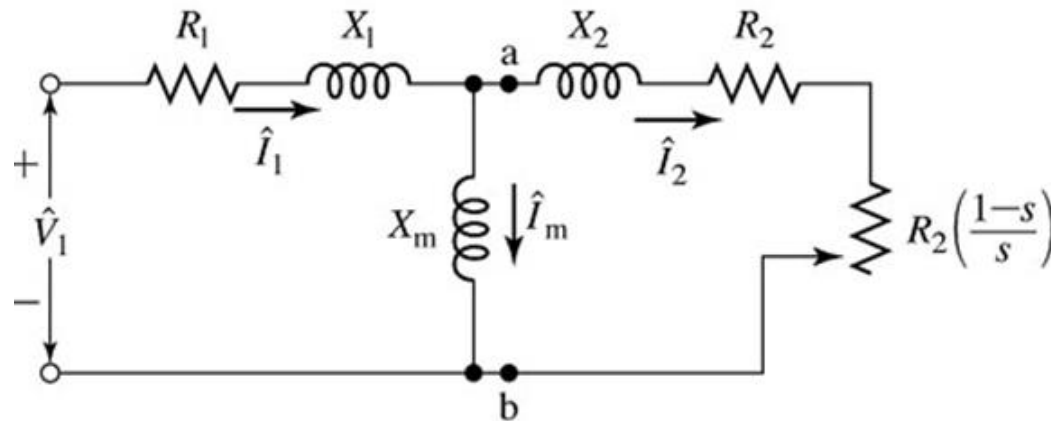
$$\eta_1 = \frac{P_{eixo}}{P_{eixo} + \sum \text{Perdas}} [\%]$$

$$\eta_2 = \frac{P_{entrada} - \sum \text{Perdas}}{P_{entrada}} [\%]$$

$$\eta_3 = \frac{P_{saída}}{P_{entrada}} [\%]$$

# Análise da Corrente

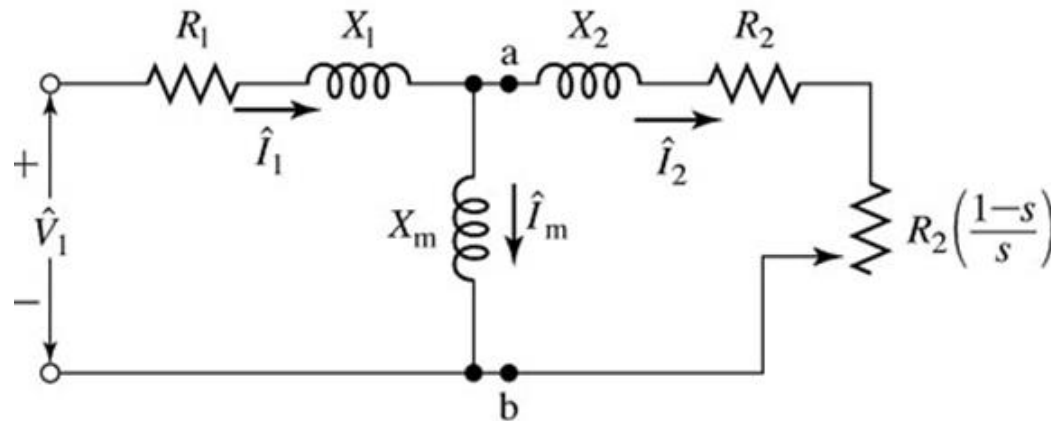
## ■ Pelo circuito equivalente



$$Z_t = R_1 + jX_1 + Z_g = R_1 + jX_1 + \left[ \left( \frac{R_2}{s} \right) + jX_2 \right] // jX_m = R_1 + jX_1 + \frac{jX_m \cdot \left( \frac{R_2}{s} + jX_2 \right)}{\frac{R_2}{s} + j(X_m + X_2)}$$

# Análise da Corrente

## ■ Pelo circuito equivalente



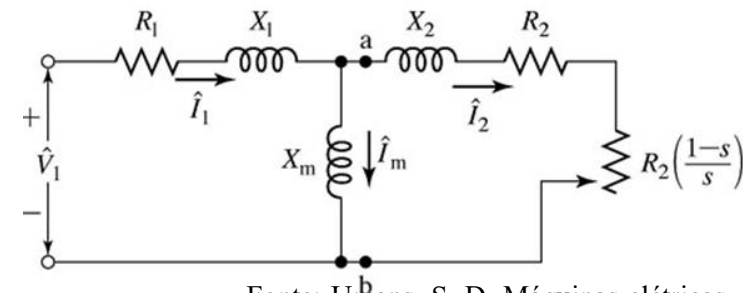
$$Z_t = R_1 + jX_1 + Z_g = R_1 + jX_1 + \left[ \left( \frac{R_2}{s} \right) + jX_2 \right] // jX_m = R_1 + jX_1 + \frac{jX_m \cdot \left( \frac{R_2}{s} + jX_2 \right)}{\frac{R_2}{s} + j(X_m + X_2)}$$

$$Z_t = |Z_t| \angle \theta_t \quad \longrightarrow \quad I_1 = \frac{V_1}{Z_t} = I_m + I_2'$$

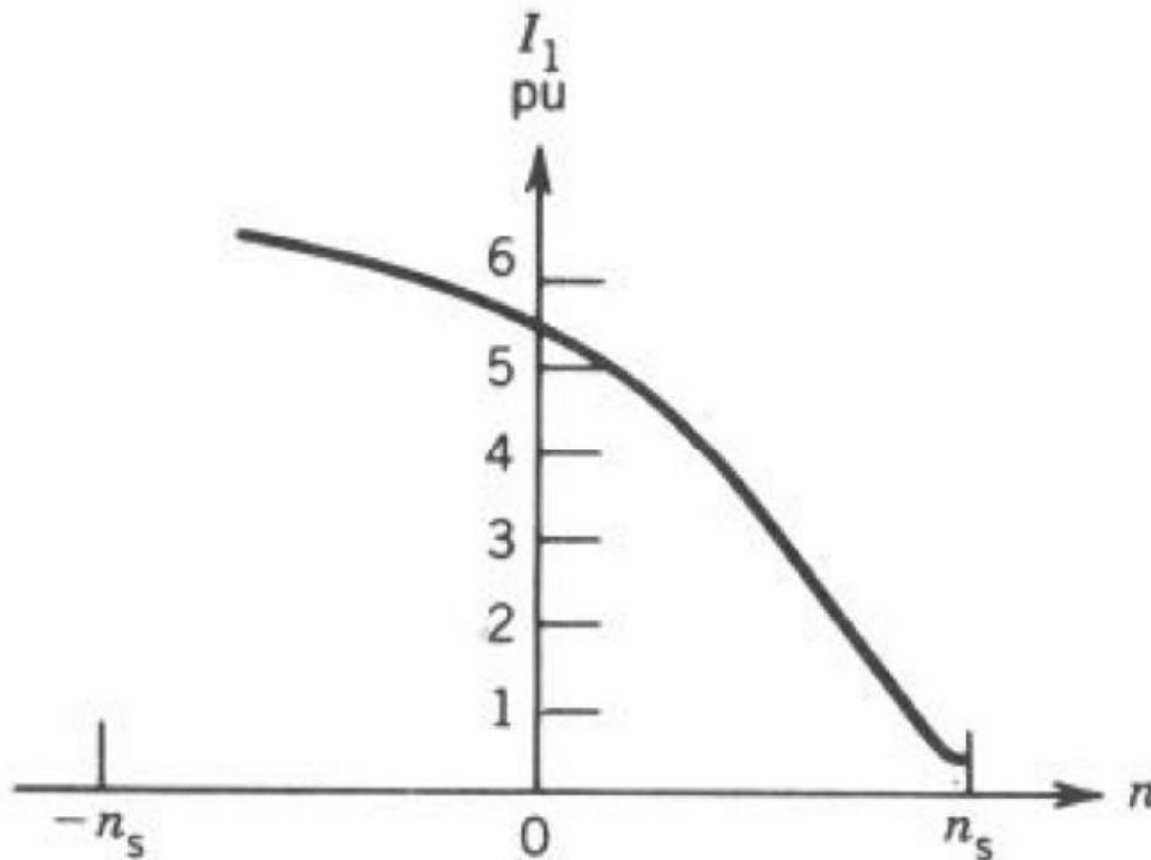
Fonte: Umans, S. D. Máquinas elétricas de Fitzgerald e Kingsley. 7ª Ed. Porto Alegre: AMGH, 2014.

# Análise da Corrente

## ■ Pelo circuito equivalente:



Fonte: Umans, S. D. Máquinas elétricas de Fitzgerald e Kingsley. 7ª Ed. Porto Alegre: AMGH, 2014.

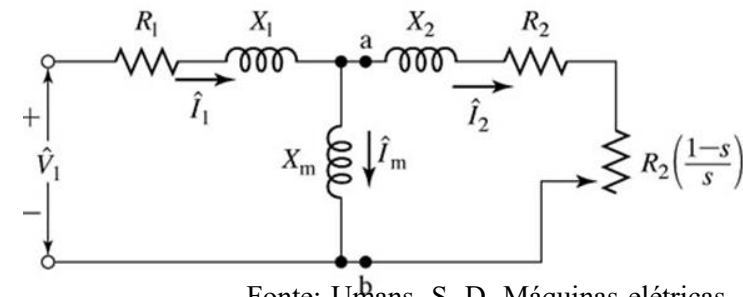
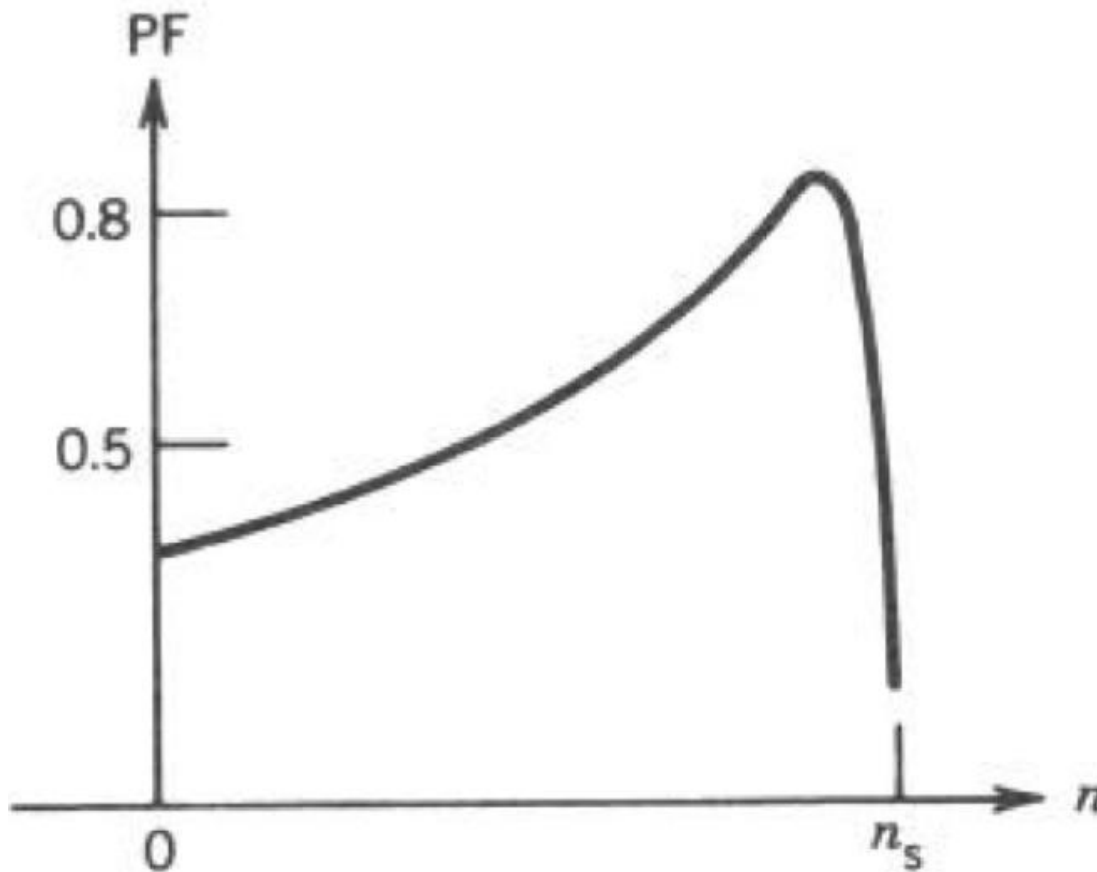


$$I_1 = \frac{V_1}{Z_t} = I_m + I_2'$$

Fonte: Sen, P. C.. Principles of Electric Machines and Power Electronics. 3ª Ed. Hoboken: John Wiley & Sons, 2014.

# Análise da Corrente

## ■ Fator de potência:



Fonte: Umans, S. D. Máquinas elétricas de Fitzgerald e Kingsley. 7ª Ed. Porto Alegre: AMGH, 2014.

$$Z_t = |Z_t| \angle \theta_t$$

$$FP = \cos(\theta_t)$$

Fonte: Sen, P. C.. Principles of Electric Machines and Power Electronics. 3ª Ed. Hoboken: John Wiley & Sons, 2014.

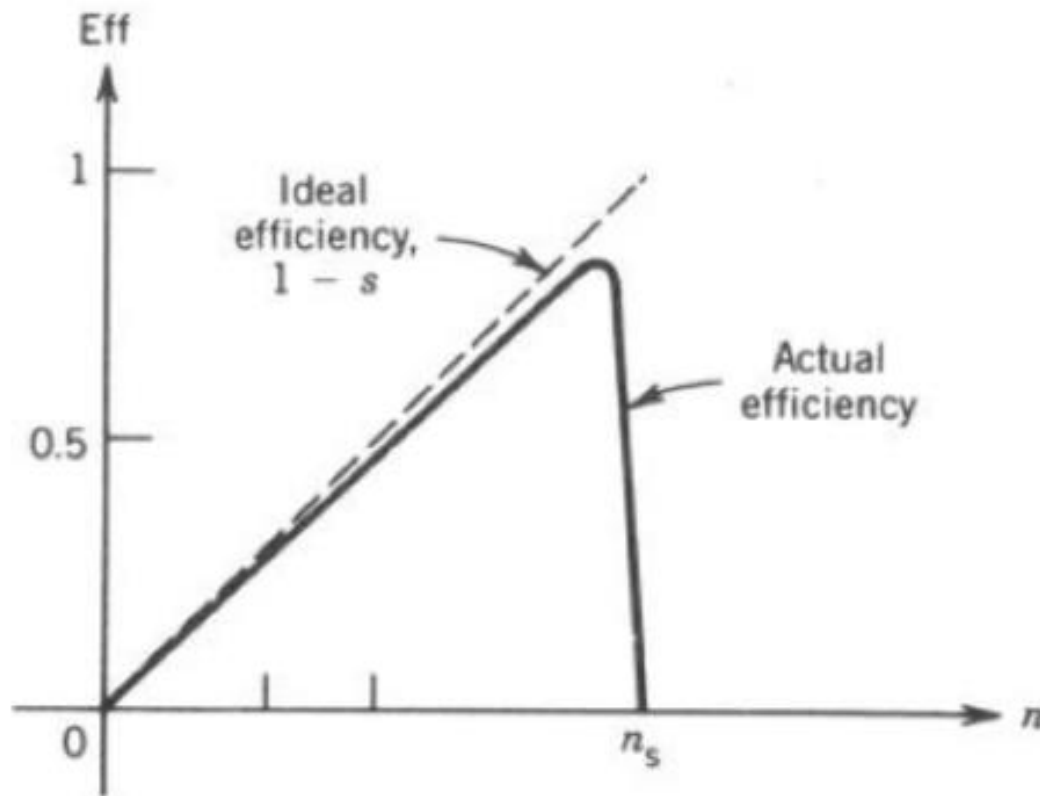
# Análise da Corrente

## ■ Rendimento:

$$\eta = \frac{P_{saída}}{P_{entrada}} [\%]$$

$$\eta = \frac{P_{eixo}}{P_{eixo} + \sum \text{Perdas}} [\%]$$

$$\eta = \frac{P_{entrada} - \sum \text{Perdas}}{P_{entrada}} [\%]$$



Fonte: Sen, P. C.. Principles of Electric Machines and Power Electronics. 3ª Ed. Hoboken: John Wiley & Sons, 2014.

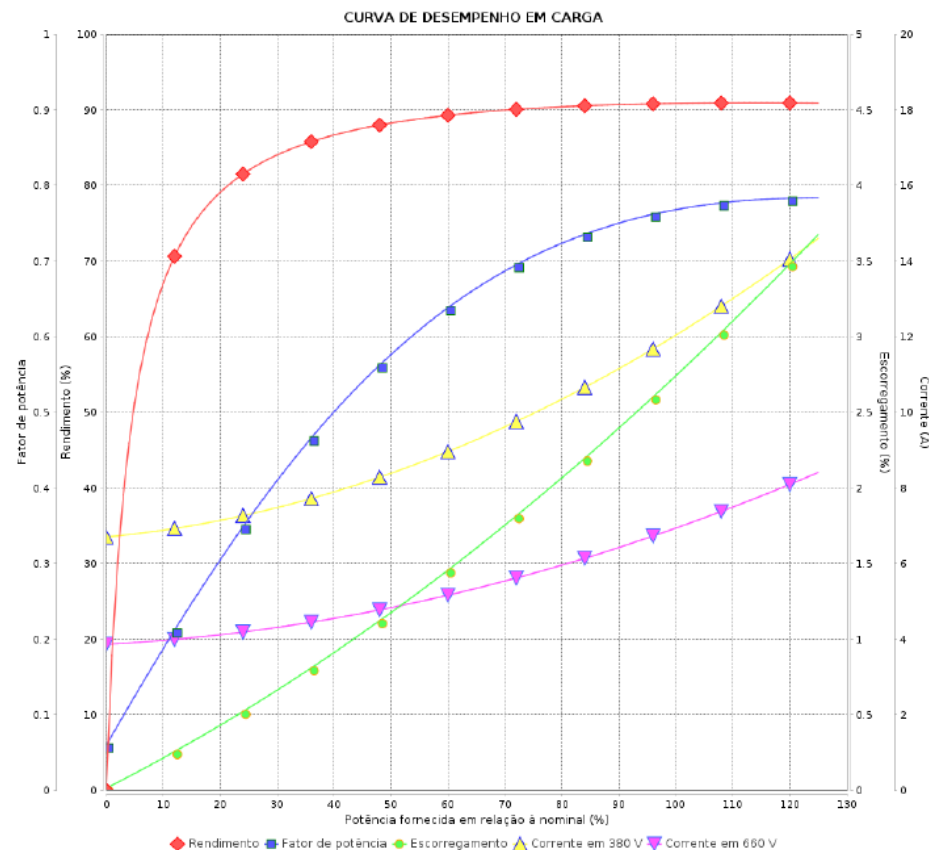


# Análise do Carregamento

## ■ Carregamento:

- Relação entre a potência no eixo e a potência nominal da máquina

$$L = \frac{P_{eixo}}{P_{nominal}} [\text{p.u.}]$$

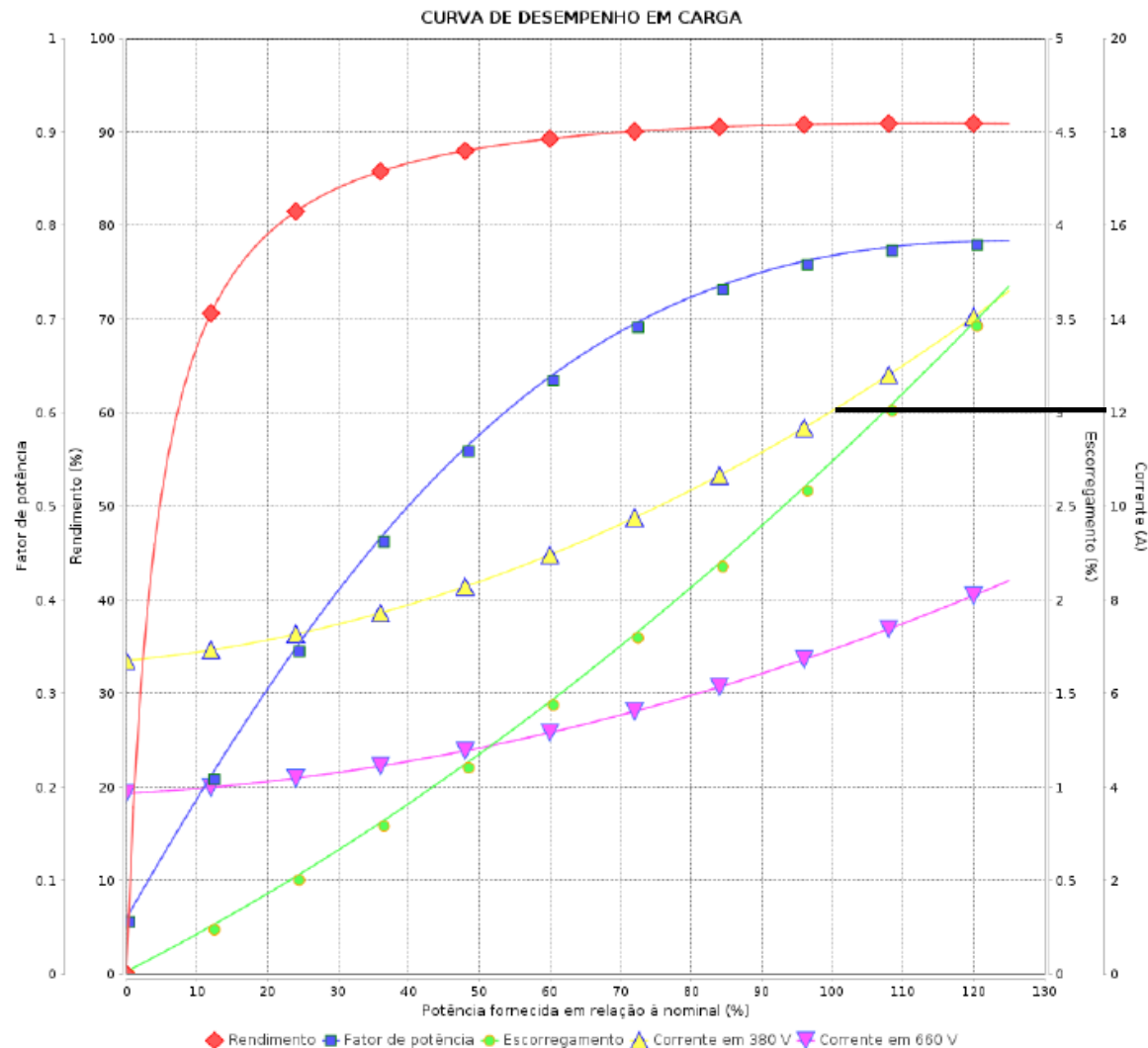


# Análise do Carregamento

## ■ Carregamento:

■  $V=380\text{ V}$

■  $I=12\text{ A}$



# Análise do Carregamento

## ■ Carregamento:

■  $V=380\text{ V}$

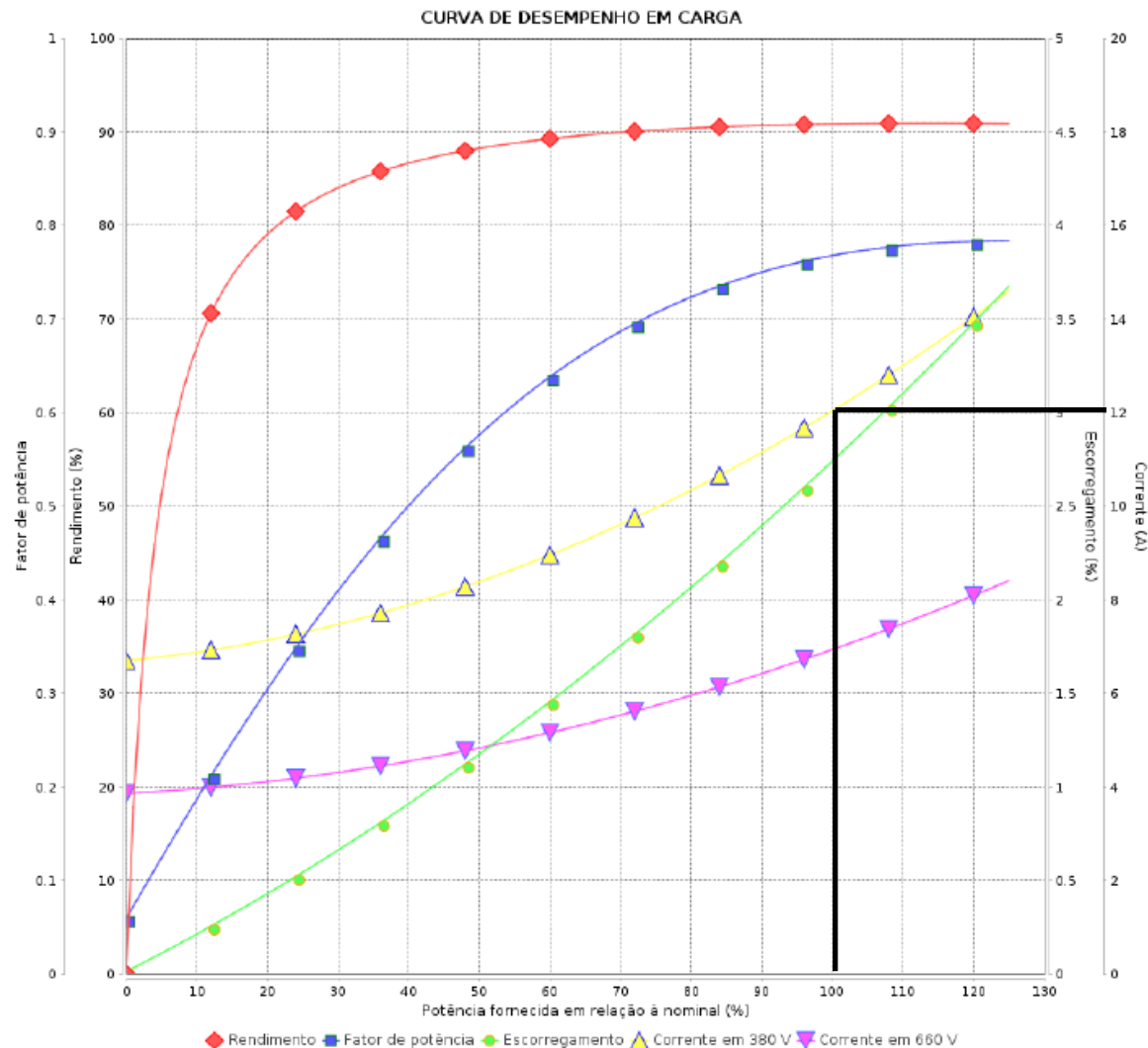
■  $I=12\text{ A}$

■  $L=100\%$

$L = 100\%$

$P_{eixo} = P_{nom} = 10\text{ cv}$

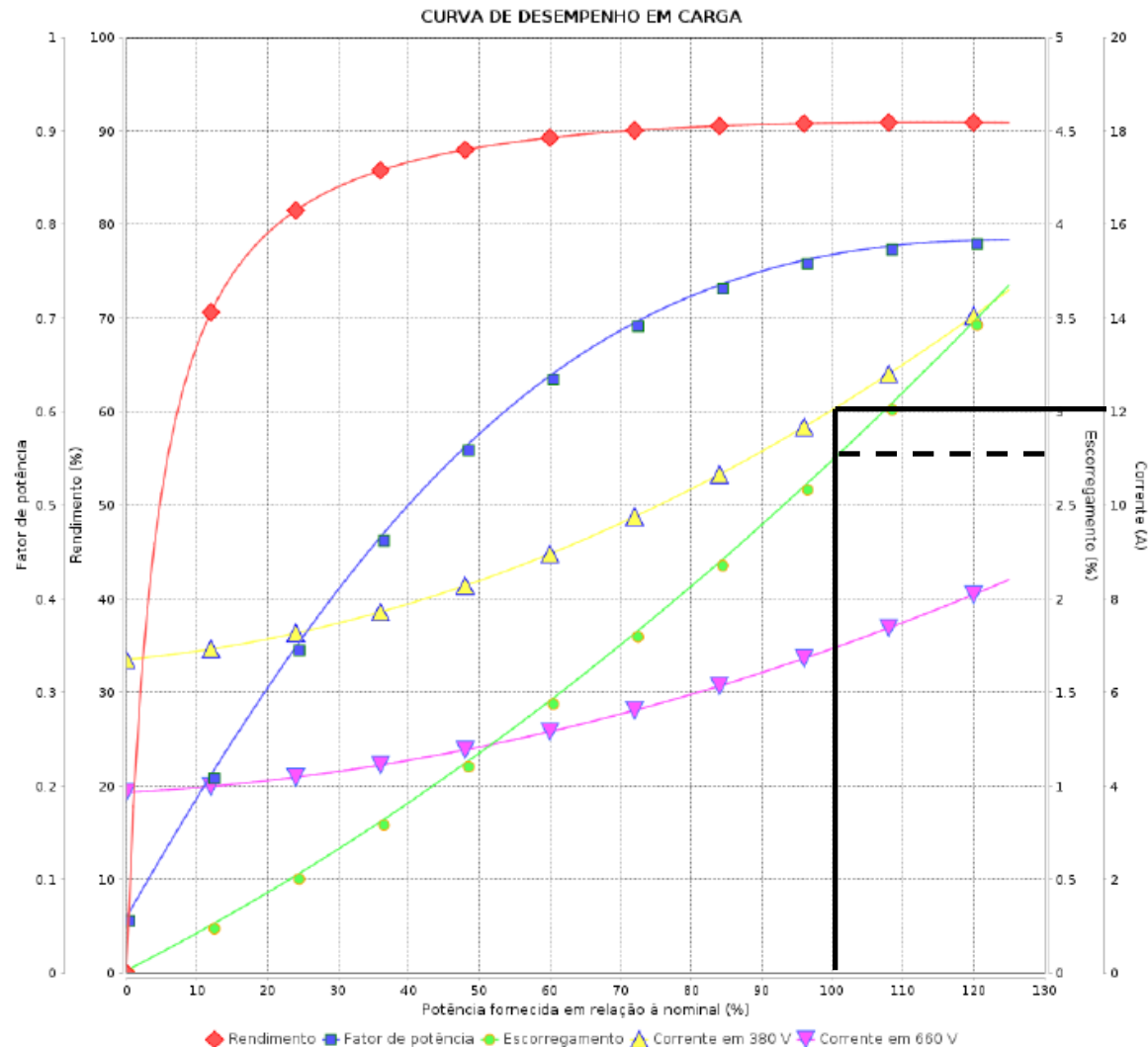
$P_{eixo} = 7,36\text{ kW}$



# Análise do Carregamento

## ■ Carregamento:

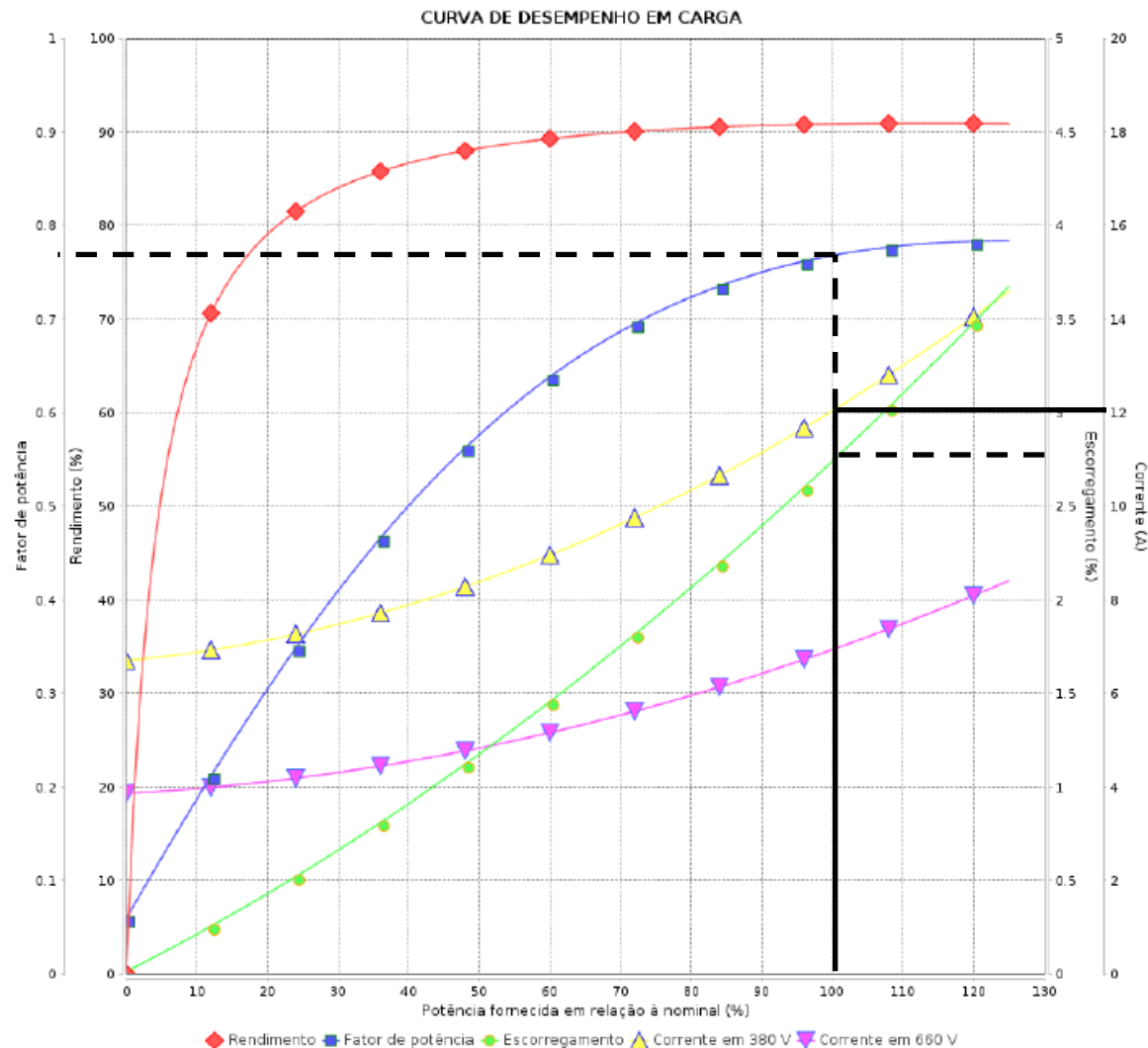
- $V=380\text{ V}$
- $I=12\text{ A}$
- $L=100\%$
- $s=2,75\%$



# Análise do Carregamento

## ■ Carregamento:

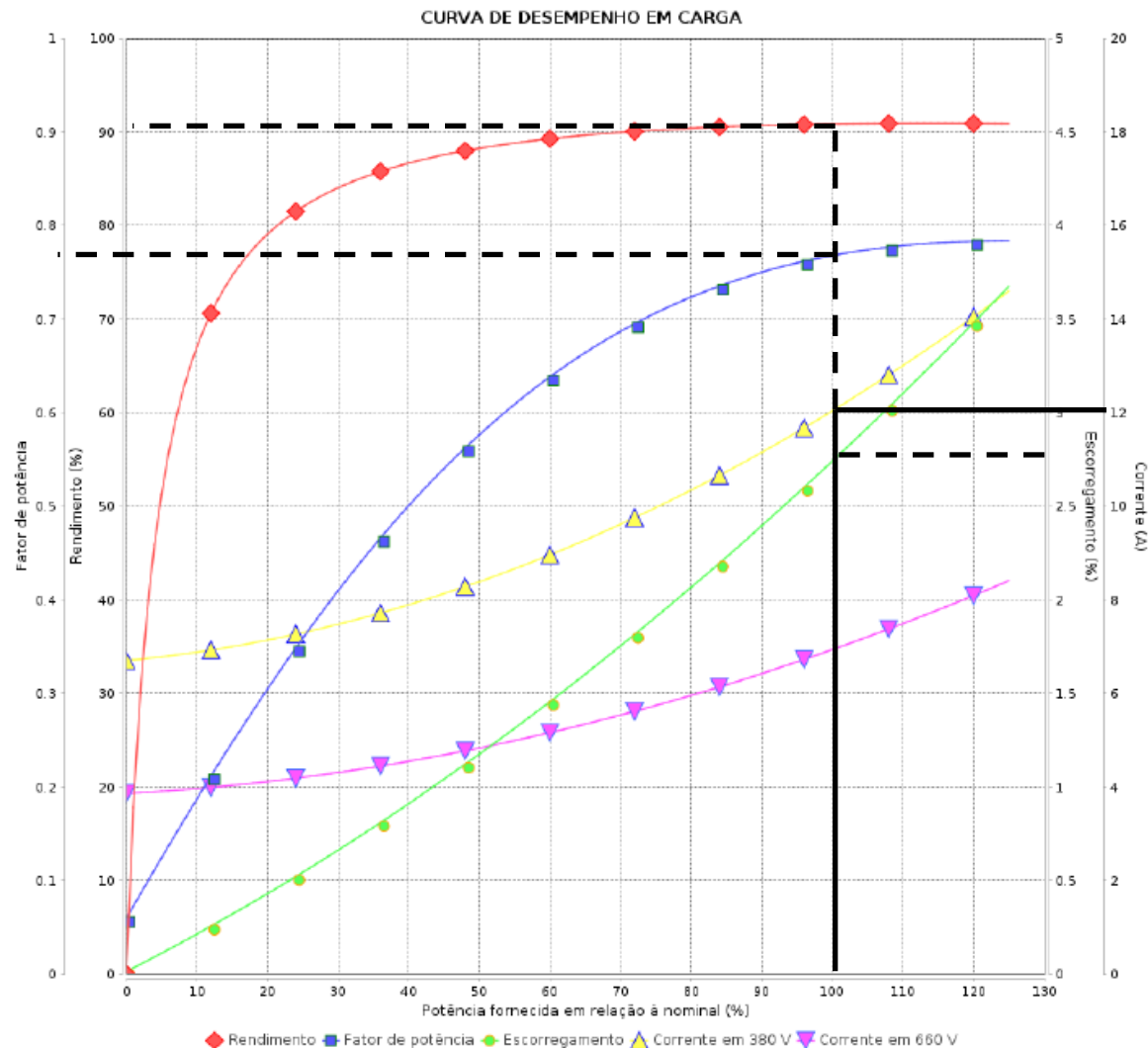
- $V=380\text{ V}$
- $I=12\text{ A}$
- $L=100\%$
- $s=2,75\%$
- $FP=0,78$



# Análise do Carregamento

## ■ Carregamento:

- $V=380\text{ V}$
- $I=12\text{ A}$
- $L=100\%$
- $s=2,75\%$
- $FP=0,78$
- $Rend=91\%$



# Avaliação 3

Foi medido 150 A no motor de 100 cv, cujos dados nominais são apresentados em curvas no site da WEG. Encontre as curvas de Corrente a 440 V/Escorregamento/Fator de Potência/Rendimento por Carregamento e, conseqüentemente, encontre o carregamento, fator de potência, potência no eixo, rendimento e escorregamento.

$$1 \text{ cv} = 736 \text{ W}$$

# Avaliação 4

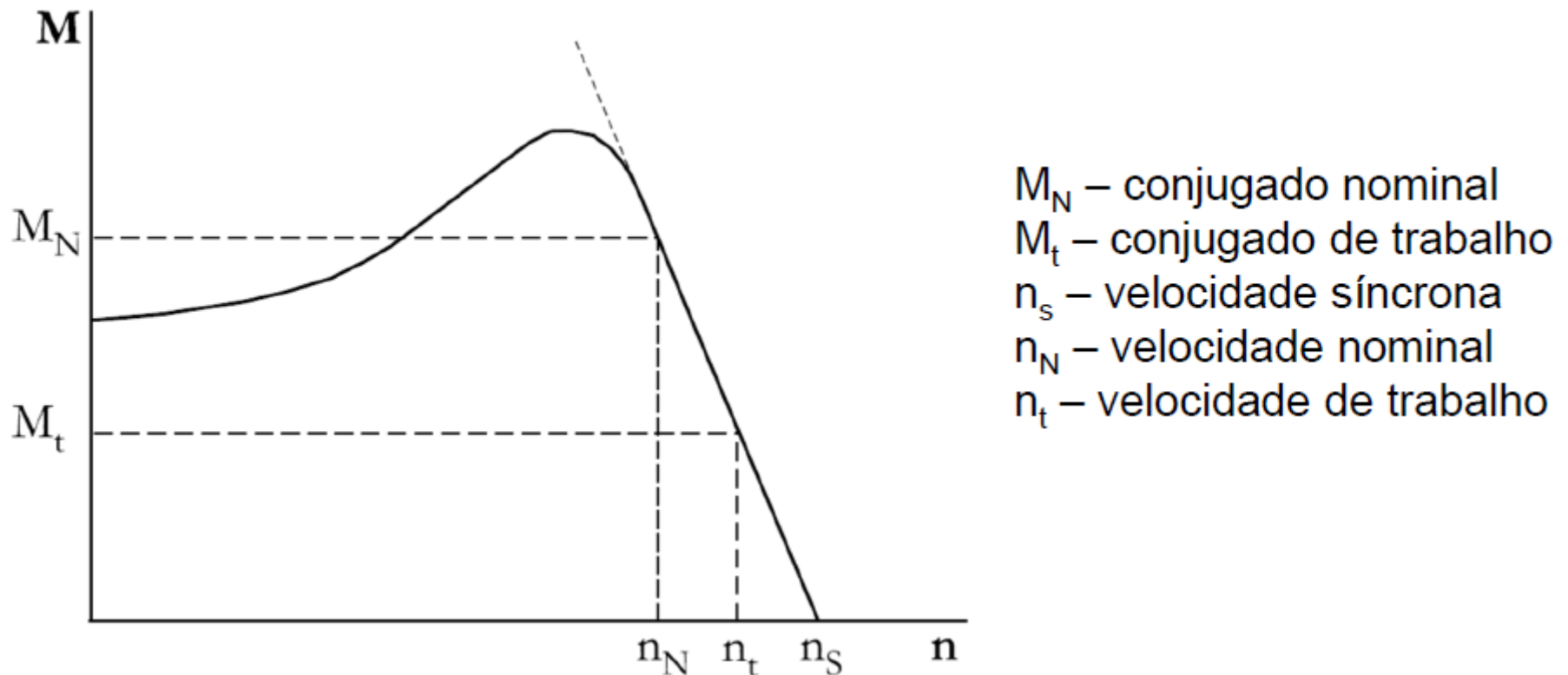
Baseado na potência no eixo observada na Avaliação 3, é possível substituir tal motor por um motor de potência nominal inferior a 100 cv? Caso seja possível, justifique o porque e apresente os dados do novo motor.

$$1 \text{ cv} = 736 \text{ W}$$



# Análise do Carregamento

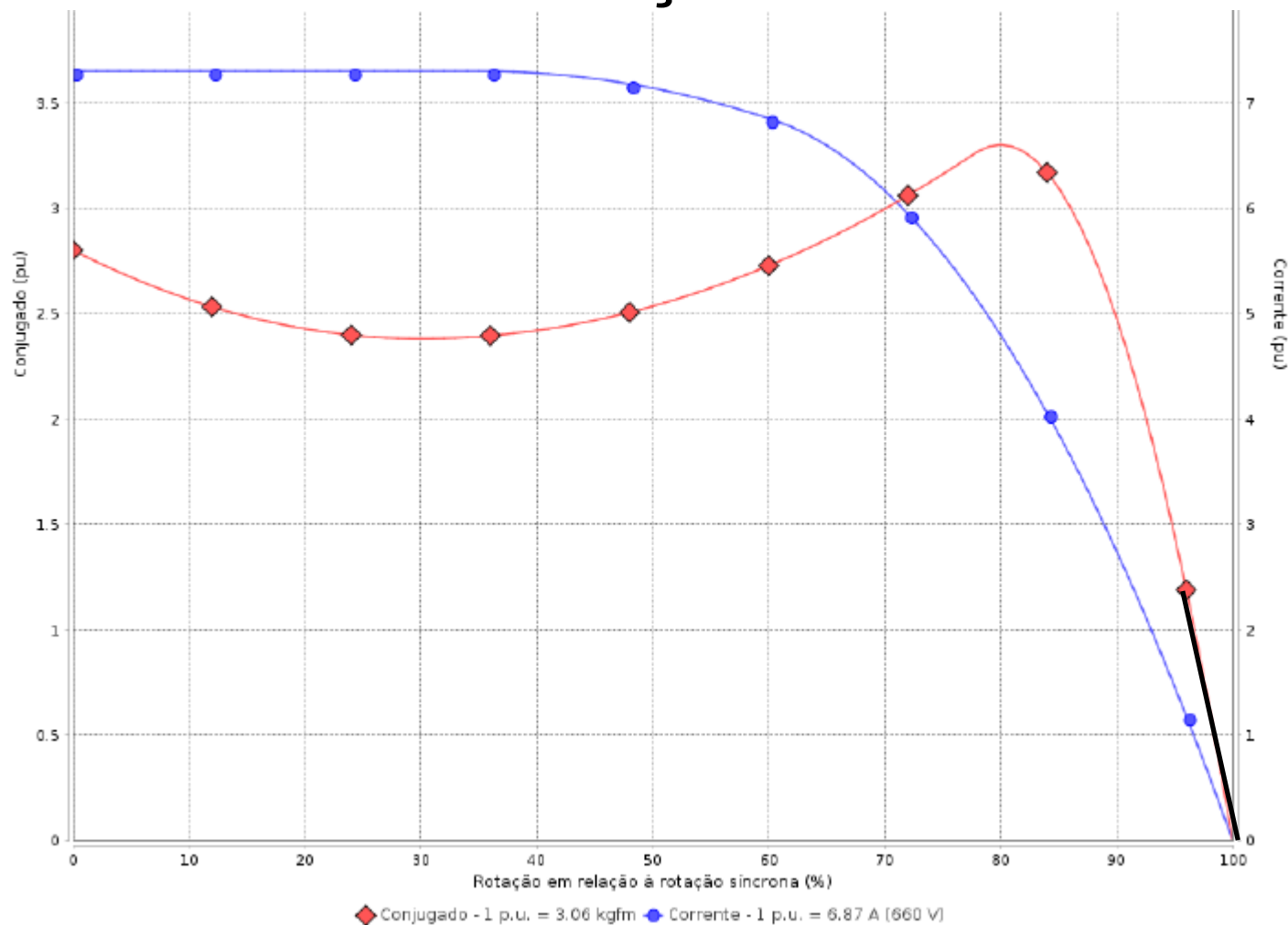
## ■ Método da linearização:



Fonte: VIEIRA Jr., J. C. M. Aulas 09 e 10 curso SEL-0437 Eficiência Energética, USP, 2019 .

# Análise do Carregamento

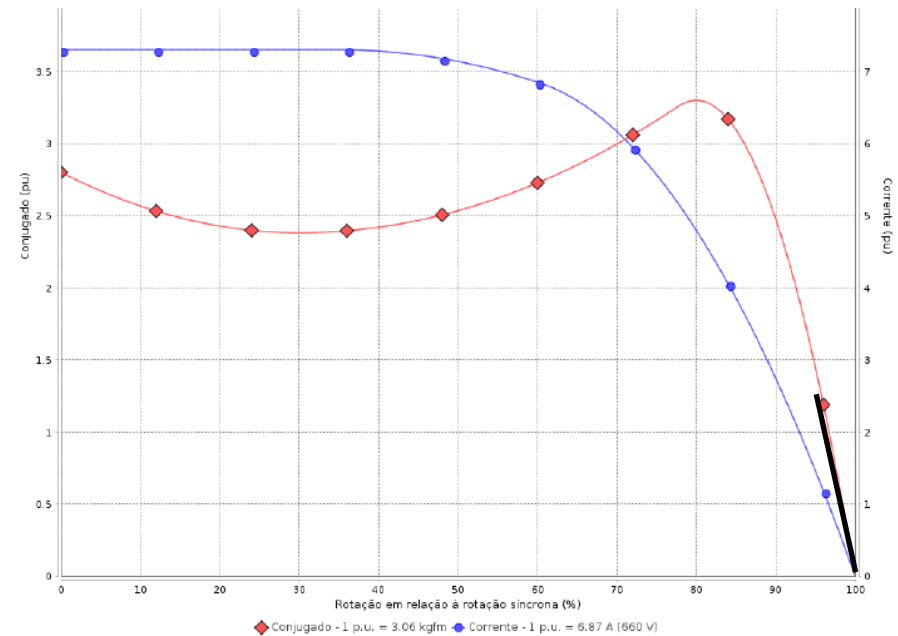
## ■ Método da linearização:



# Análise do Carregamento

## ■ Método da linearização:

- Próximo ao nominal
- $(n_s, 0)$  e  $(n_{nom}, T_{nom})$



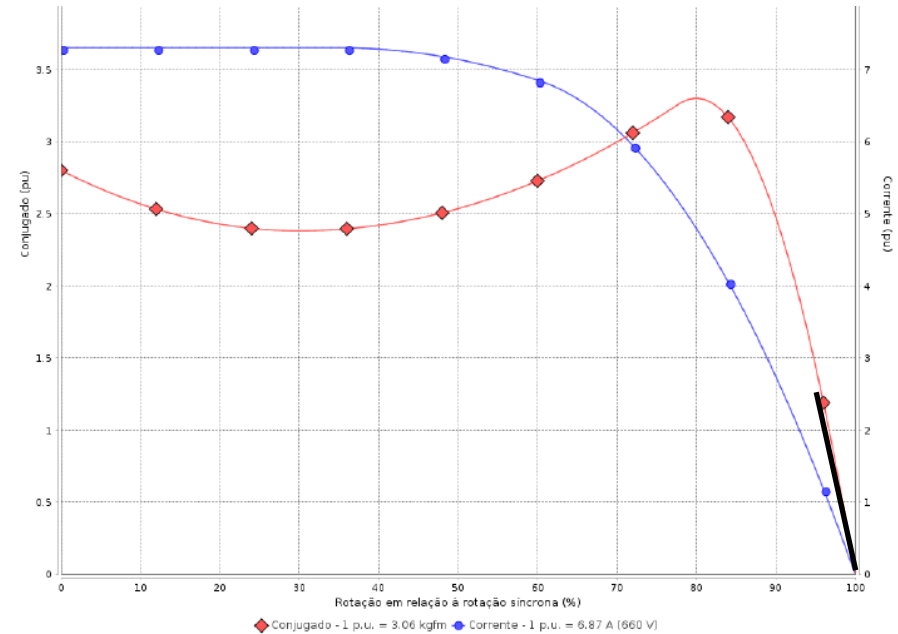
# Análise do Carregamento

## ■ Método da linearização:

□ Próximo ao nominal

□  $(n_s, 0)$  e  $(n_{nom}, T_{nom})$

$$m = \frac{T_{nom} - 0}{n_{nom} - n_s} = \frac{T_{nom}}{n_{nom} - n_s}$$



# Análise do Carregamento

## ■ Método da linearização:

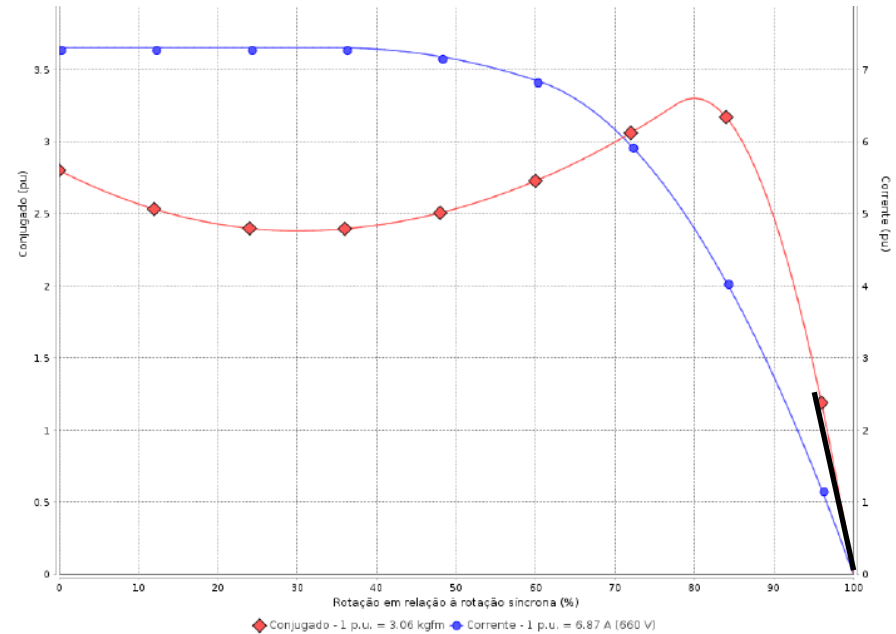
□ Próximo ao nominal

□  $(n_s, 0)$  e  $(n_{nom}, T_{nom})$

$$m = \frac{T_{nom} - 0}{n_{nom} - n_s} = \frac{T_{nom}}{n_{nom} - n_s}$$

$$y = \frac{T_{nom}}{n_{nom} - n_s} x + b \rightarrow b = y - \frac{T_{nom}}{n_{nom} - n_s} x$$

$$b = -\frac{T_{nom}}{n_{nom} - n_s} n_s$$



# Análise do Carregamento

## ■ Método da linearização:

□ Próximo ao nominal

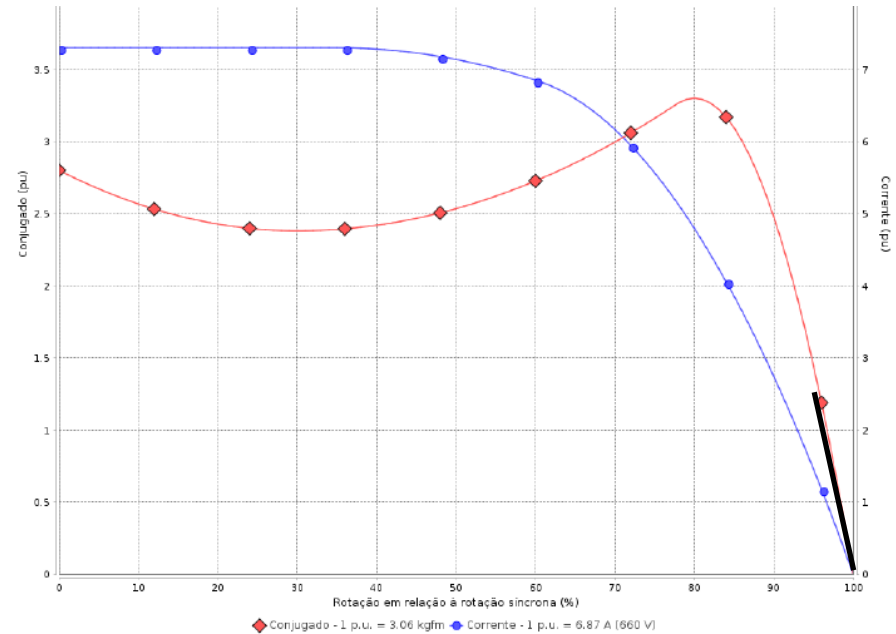
□  $(n_s, 0)$  e  $(n_{nom}, T_{nom})$

$$m = \frac{T_{nom} - 0}{n_{nom} - n_s} = \frac{T_{nom}}{n_{nom} - n_s}$$

$$y = \frac{T_{nom}}{n_{nom} - n_s} x + b \rightarrow b = y - \frac{T_{nom}}{n_{nom} - n_s} x$$

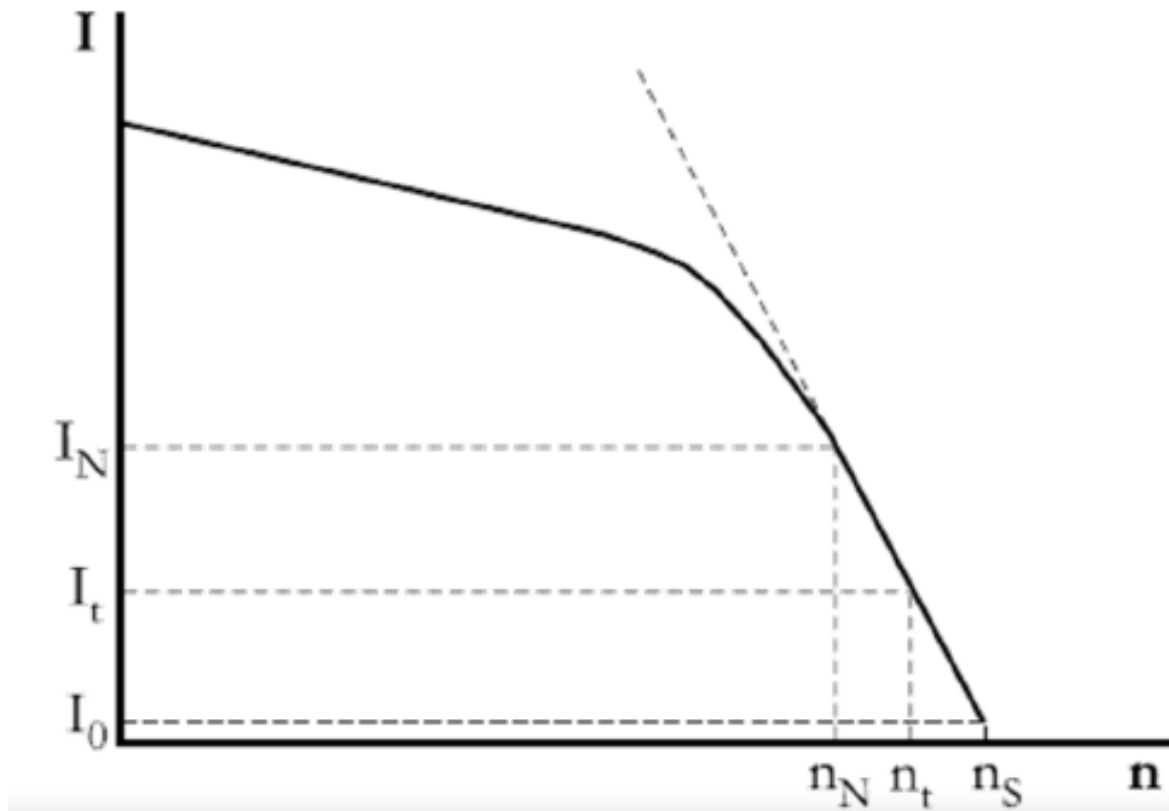
$$b = -\frac{T_{nom}}{n_{nom} - n_s} n_s$$

$$T = \frac{T_{nom}}{n_{nom} - n_s} n - \frac{T_{nom}}{n_{nom} - n_s} n_s \rightarrow T = T_{nom} \left( \frac{n - n_s}{n_{nom} - n_s} \right)$$



# Análise do Carregamento

## ■ Método da linearização da corrente:



Fonte: VIEIRA Jr., J. C. M. Aulas 09 e 10 curso SEL-0437 Eficiência Energética, USP, 2019 .

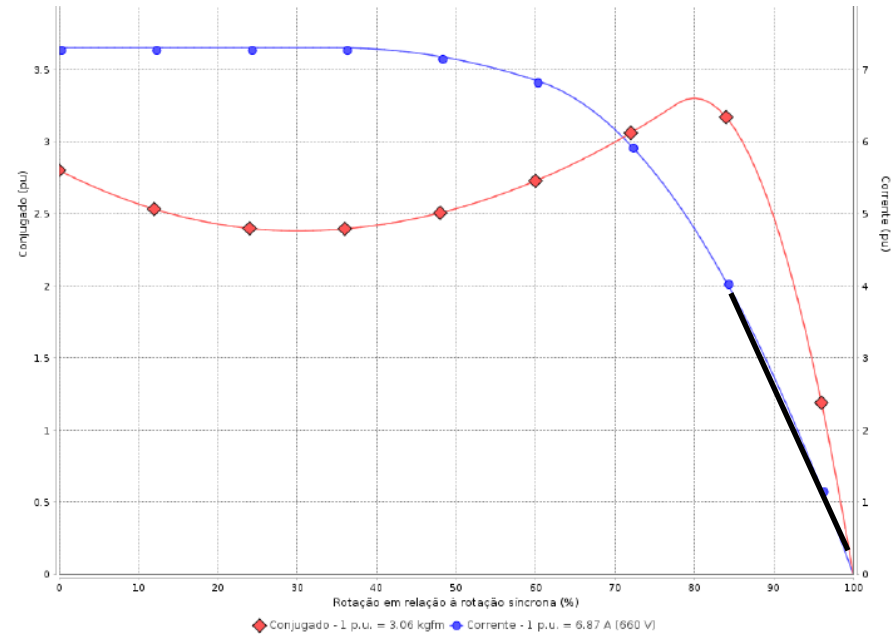
# Análise do Carregamento

## ■ Método da linearização da corrente

□ Próximo ao nominal

□  $(n_s, I_0)$  e  $(n_{nom}, I_{nom})$

$$m = \frac{I_{nom} - I_0}{n_{nom} - n_s}$$





# Análise do Carregamento

## ■ Método da linearização da corrente

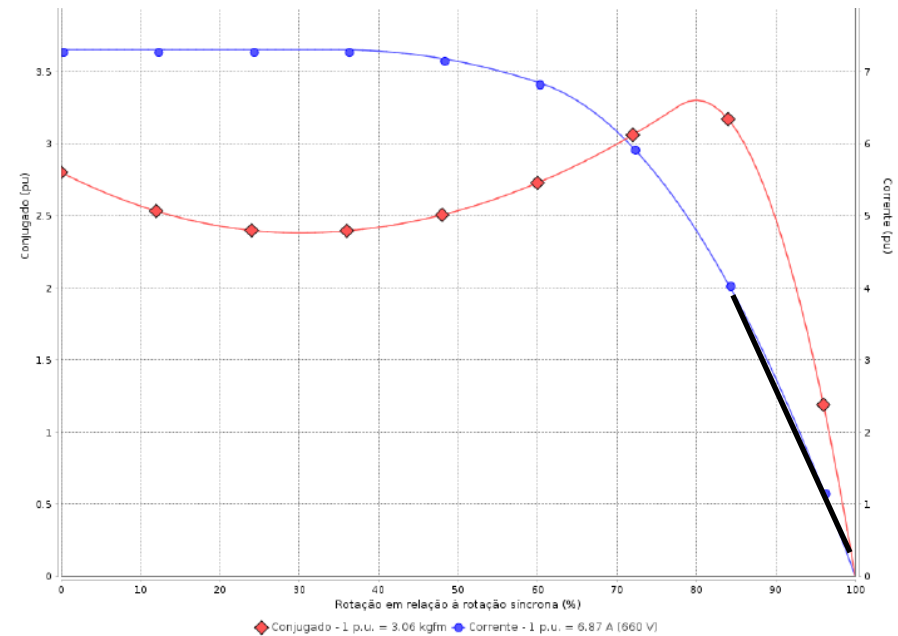
□ Próximo ao nominal

□  $(n_s, I_0)$  e  $(n_{nom}, I_{nom})$

$$m = \frac{I_{nom} - I_0}{n_{nom} - n_s}$$

$$y = \frac{I_{nom} - I_0}{n_{nom} - n_s} x + b \rightarrow b = y - \frac{I_{nom} - I_0}{n_{nom} - n_s} x$$

$$b = I_0 - \frac{I_{nom} - I_0}{n_{nom} - n_s} n_s$$



# Análise do Carregamento

## ■ Método da linearização da corrente

□ Próximo ao nominal

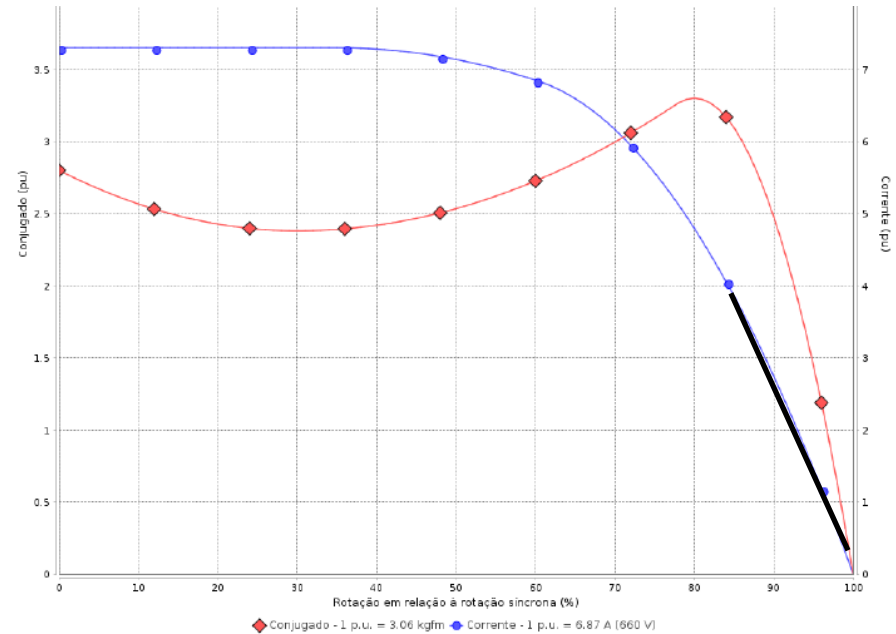
□  $(n_s, I_0)$  e  $(n_{nom}, I_{nom})$

$$m = \frac{I_{nom} - I_0}{n_{nom} - n_s}$$

$$y = \frac{I_{nom} - I_0}{n_{nom} - n_s} x + b \rightarrow b = y - \frac{I_{nom} - I_0}{n_{nom} - n_s} x$$

$$b = I_0 - \frac{I_{nom} - I_0}{n_{nom} - n_s} n_s$$

$$I = \frac{I_{nom} - I_0}{n_{nom} - n_s} n + I_0 - \frac{I_{nom} - I_0}{n_{nom} - n_s} n_s \rightarrow I = \frac{I_{nom} - I_0}{n_{nom} - n_s} n - \frac{I_{nom} - I_0}{n_{nom} - n_s} n_s + I_0$$



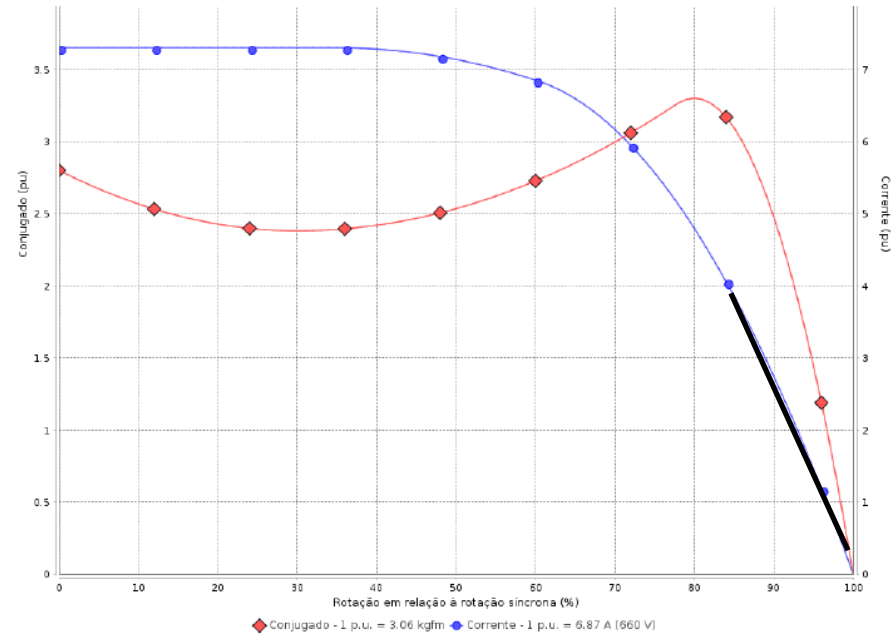
# Análise do Carregamento

## ■ Método da linearização da corrente

□ Próximo ao nominal

□  $(n_s, I_0)$  e  $(n_{nom}, I_{nom})$

$$I = \frac{I_{nom} - I_0}{n_{nom} - n_s} n - \frac{I_{nom} - I_0}{n_{nom} - n_s} n_s + I_0$$



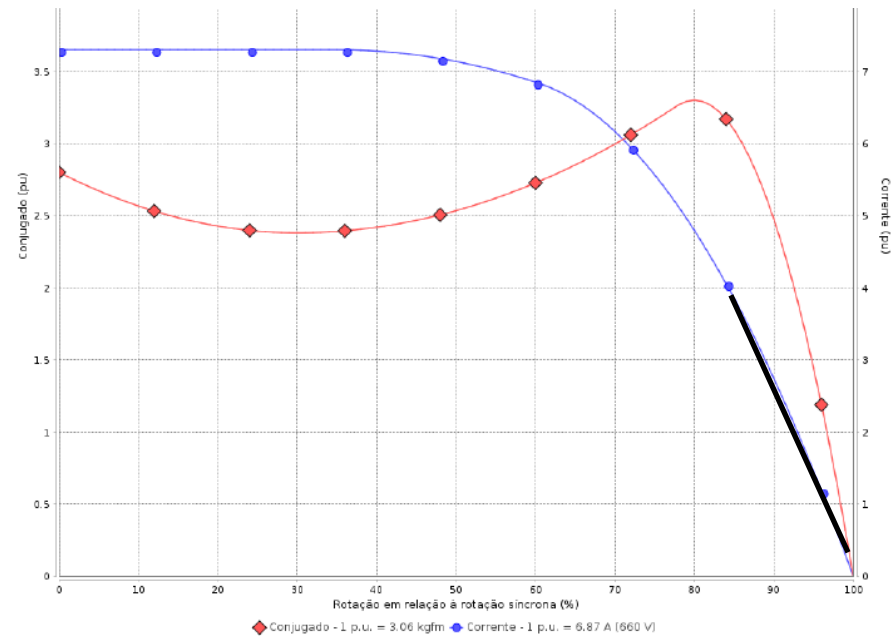
# Análise do Carregamento

## ■ Método da linearização da corrente

□ Próximo ao nominal

□  $(n_s, I_0)$  e  $(n_{nom}, I_{nom})$

$$I = \frac{I_{nom} - I_0}{n_{nom} - n_s} n - \frac{I_{nom} - I_0}{n_{nom} - n_s} n_s + I_0$$



$$I = \frac{I_{nom} - I_0}{n_{nom} - n_s} (n - n_s) + I_0 \rightarrow n_{nom} - n_s = \frac{I_{nom} - I_0}{I - I_0} (n - n_s)$$

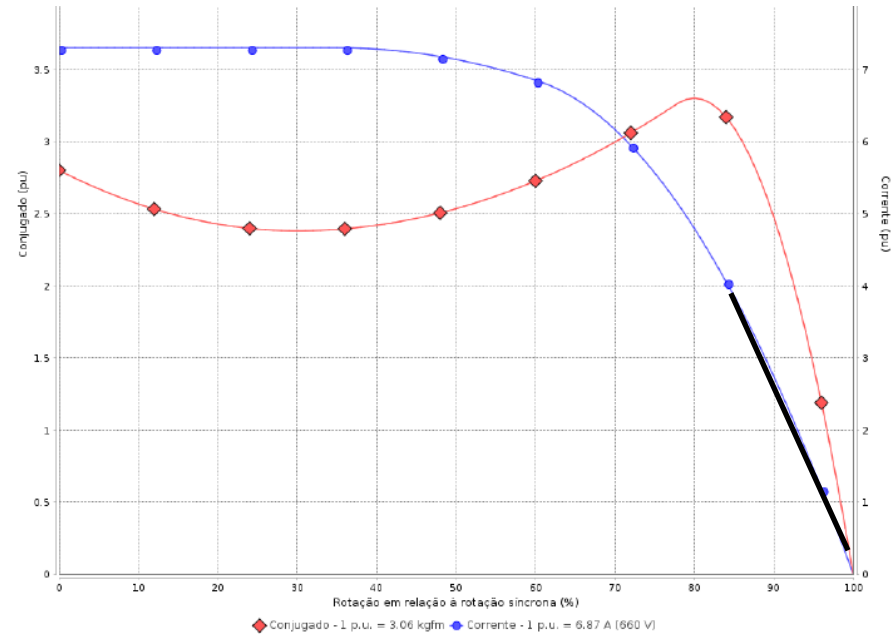
# Análise do Carregamento

## ■ Método da linearização da corrente

□ Próximo ao nominal

□  $(n_s, I_0)$  e  $(n_{nom}, I_{nom})$

$$n_{nom} - n_s = \frac{I_{nom} - I_0}{I - I_0} (n - n_s)$$



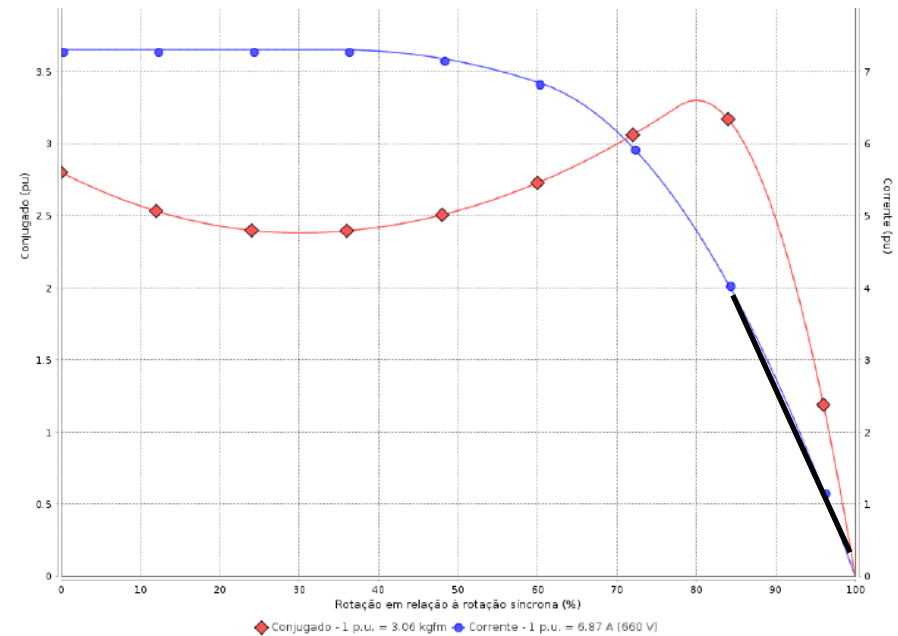
# Análise do Carregamento

## ■ Método da linearização da corrente

□ Próximo ao nominal

□  $(n_s, I_0)$  e  $(n_{nom}, I_{nom})$

$$n_{nom} - n_s = \frac{I_{nom} - I_0}{I - I_0} (n - n_s)$$



$$n - n_s = \frac{I - I_0}{I_{nom} - I_0} (n_{nom} - n_s) \rightarrow n = n_s + \left( \frac{I - I_0}{I_{nom} - I_0} \right) (n_{nom} - n_s)$$

# Análise do Carregamento

- Método da linearização da corrente
  - Caso não haja acesso a corrente a vazio, utiliza-se fórmulas empíricas tais como:

$$\frac{I_0}{I_{nom}} = A_0 + B_0 \ln(P_{nom}) \quad (\%)$$

No. de Pólos	Ao	Bo
8	77,463	-7,145
6	72,110	-7,413
4	67,484	-7,490
2	56,855	-6,866

Fonte: VIEIRA Jr., J. C. M. Aulas 09 e 10 curso SEL-0437 Eficiência Energética, USP, 2019 .

# Exemplo 1

Um MIT tem registrado na sua folha de dados os seguintes valores nominais: 15 cv, 4 polos, 22 A e 1740 rpm. Necessita-se determinar seu carregamento atual dispondo-se apenas da corrente de trabalho medida, igual a 18 A.

$$1 \text{ cv} = 736 \text{ W}$$



# Exemplo 1

Um MIT tem registrado na sua folha de dados os seguintes valores nominais: 15 cv, 4 polos, 22 A e 1740 rpm. Necessita-se determinar seu carregamento atual dispondo-se apenas da corrente de trabalho medida, igual a 18 A.

$$1 \text{ cv} = 736 \text{ W}$$

$$\frac{I_0}{I_{nom}} = A_0 + B_0 \ln(P_{nom}) \quad (\%)$$

No. de Pólos	Ao	Bo
8	77,463	-7,145
6	72,110	-7,413
4	67,484	-7,490
2	56,855	-6,866

Fonte: VIEIRA Jr., J. C. M. Aulas 09 e 10 curso SEL-0437 Eficiência Energética, USP, 2019 .

# Exemplo 1

Um MIT tem registrado na sua folha de dados os seguintes valores nominais: 15 cv, 4 polos, 22 A e 1740 rpm. Necessita-se determinar seu carregamento atual dispondo-se apenas da corrente de trabalho medida, igual a 18 A.

$$1 \text{ cv} = 736 \text{ W}$$

$$\frac{I_0}{I_{nom}} = 67,484 - 7,490 \ln(15) = 47,20\%$$

No. de Pólos	Ao	Bo
8	77,463	-7,145
6	72,110	-7,413
4	67,484	-7,490
2	56,855	-6,866

Fonte: VIEIRA Jr., J. C. M. Aulas 09 e 10 curso SEL-0437 Eficiência Energética, USP, 2019 .

# Exemplo 1

Um MIT tem registrado na sua folha de dados os seguintes valores nominais: 15 cv, 4 polos, 22 A e 1740 rpm. Necessita-se determinar seu carregamento atual dispondo-se apenas da corrente de trabalho medida, igual a 18 A.

$$1 \text{ cv} = 736 \text{ W}$$

$$I_0 = 0,472 \cdot 22 = 10,4 \text{ A}$$

# Exemplo 1

Um MIT tem registrado na sua folha de dados os seguintes valores nominais: 15 cv, 4 polos, 22 A e 1740 rpm. Necessita-se determinar seu carregamento atual dispondo-se apenas da corrente de trabalho medida, igual a 18 A.

$$1 \text{ cv} = 736 \text{ W}$$

$$I_0 = 0,472 \cdot 22 = 10,4 \text{ A}$$

$$n = n_s + \left( \frac{I - I_0}{I_{nom} - I_0} \right) (n_{nom} - n_s)$$

$$n = 1800 + \left( \frac{18 - 10,4}{22 - 10,4} \right) (1740 - 1800)$$

# Exemplo 1

Um MIT tem registrado na sua folha de dados os seguintes valores nominais: 15 cv, 4 polos, 22 A e 1740 rpm. Necessita-se determinar seu carregamento atual dispondo-se apenas da corrente de trabalho medida, igual a 18 A.

$$1 \text{ cv} = 736 \text{ W}$$

$$I_0 = 0,472 \cdot 22 = 10,4 \text{ A}$$

$$n = n_s + \left( \frac{I - I_0}{I_{nom} - I_0} \right) (n_{nom} - n_s)$$
$$n = 1800 + \left( \frac{18 - 10,4}{22 - 10,4} \right) (1740 - 1800)$$

$$n = 1760 \text{ rpm}$$

# Exemplo 1

Um MIT tem registrado na sua folha de dados os seguintes valores nominais: 15 cv, 4 polos, 22 A e 1740 rpm. Necessita-se determinar seu carregamento atual dispondo-se apenas da corrente de trabalho medida, igual a 18 A.

$$1 \text{ cv} = 736 \text{ W}$$

$$T = \frac{15 \cdot 736}{\left(2\pi \frac{1740}{60}\right)} \left(\frac{1760 - 1800}{1740 - 1800}\right)$$

# Exemplo 1

Um MIT tem registrado na sua folha de dados os seguintes valores nominais: 15 cv, 4 polos, 22 A e 1740 rpm. Necessita-se determinar seu carregamento atual dispondo-se apenas da corrente de trabalho medida, igual a 18 A.

$$1 \text{ cv} = 736 \text{ W}$$

$$T = \frac{15 \cdot 736}{\left(2\pi \frac{1740}{60}\right)} \left( \frac{1760 - 1800}{1740 - 1800} \right)$$

$$T = 60,5886 \left( \frac{40}{60} \right) = 40,39 \text{ N.m}$$

# Exemplo 1

Um MIT tem registrado na sua folha de dados os seguintes valores nominais: 15 cv, 4 polos, 22 A e 1740 rpm. Necessita-se determinar seu carregamento atual dispondo-se apenas da corrente de trabalho medida, igual a 18 A.

$$1 \text{ cv} = 736 \text{ W}$$

$$T = \frac{15 \cdot 736}{\left(2\pi \frac{1740}{60}\right)} \left( \frac{1760 - 1800}{1740 - 1800} \right)$$

$$T = 60,5886 \left( \frac{40}{60} \right) = 40,39 \text{ N.m}$$

$$P = 40,39 \cdot 2\pi \frac{1760}{60} \left( \frac{1}{736} \right) = 10,11 \text{ cv}$$

Fonte: VIEIRA Jr., J. C. M. Aulas 09 e 10 curso SEL-0437 Eficiência Energética, USP, 2019 .



# Exemplo 1

Um MIT tem registrado na sua folha de dados os seguintes valores nominais: 15 cv, 4 polos, 22 A e 1740 rpm. Necessita-se determinar seu carregamento atual dispondo-se apenas da corrente de trabalho medida, igual a 18 A.

$$1 \text{ cv} = 736 \text{ W}$$

$$L = \frac{10,11}{15} = 67,429\%$$



**FIM** DO MÓDULO V – PARTE 1



## Avaliação

A ser descrito pelo professor/instrutor na plataforma SIGAA/UFERSA