

# Conversão Eletromecânica de Energia II

**Prof. Victor Aguiar**

Módulo III – Geradores Síncronos

Parte 2



# Avaliação C

Um ensaio a vazio em um gerador síncrono trifásico de 60 Hz, mostra que uma tensão nominal a vazio de 13,8 KV é produzida por uma corrente de campo de 318 A. Extrapolando a linha do entreferro a partir do conjunto de medidas feitas na máquina, pode-se mostrar que a corrente de campo correspondente a 13,8 KV sobre a linha de entreferro é 263 A. Supondo que esteja funcionando a uma velocidade correspondente a uma frequência elétrica de 50 Hz, calcule: (A) a tensão de linha dos terminais a vazio correspondente a uma corrente de campo de 318 A e (B) a corrente de campo correspondente àquela mesma tensão na linha de entreferro de 50 Hz.

# Exercício 4

Os seguintes dados foram tomados das características a vazio e de curto-circuito de uma máquina síncrona trifásica ligada em Y de 45 KVA, 220 V (tensão de linha), 6 pólos e 60 Hz.

Da característica a vazio: Tensão de linha = 220 V e Corrente de Campo = 2,84 A.

Da característica de curto-circuito, o par  $(I_a, I_f)$ : (118,2.2) e (152,2.84).

Da linha de entreferro  $I_f$  é 2,2 A e tensão de linha é 202 V.

Calcule o valor não saturado da reatância síncrona, o seu valor saturado na tensão nominal e a relação de curto-circuito. Expresse a reatância síncrona em  $\Omega$ /fase e p.u., considerando as especificações nominais da máquina como base.

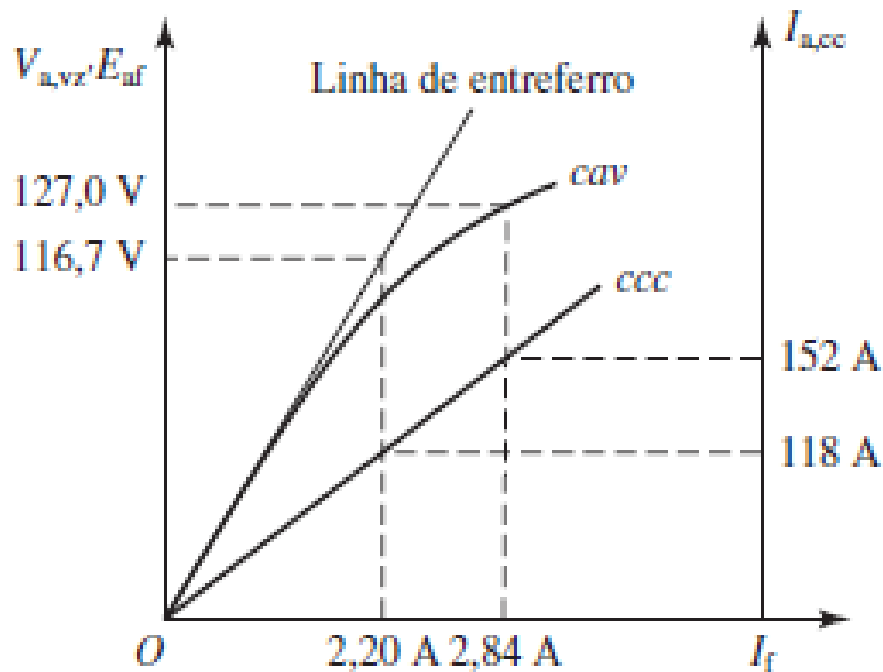
# Exercício 4

Os seguintes dados foram tomados das características a vazio e de curto-circuito de uma máquina síncrona trifásica ligada em Y de 45 KVA, 220 V (tensão de linha), 6 pólos e 60 Hz.

Da característica a vazio: Tensão de linha = 220 V e Corrente de Campo = 2,84 A.

Da característica de curto-circuito, o par  $(I_a, I_f)$ : (118, 2.2) e (152, 2.84).

Da linha de entreferro  $I_f$  é 2,2 A e tensão de linha é 202 V.



$$V_{a,g} = \frac{202}{\sqrt{3}} = 116,7\text{ V}$$

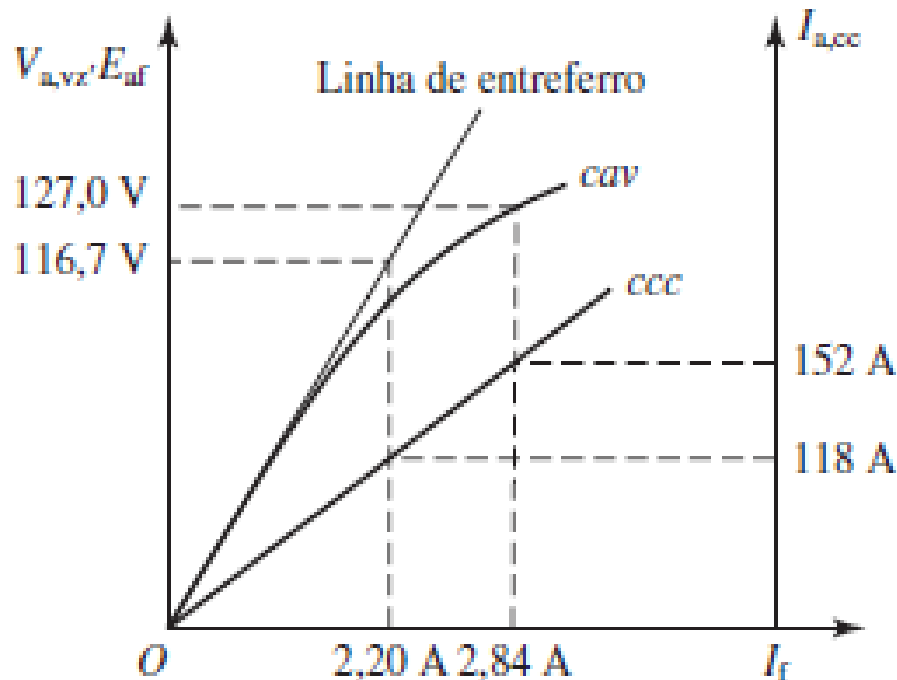
$$V_a = \frac{220}{\sqrt{3}} = 127\text{ V}$$

Fonte: Umans, S. D. Máquinas elétricas de Fitzgerald e Kingsley. 7ª Ed. Porto Alegre: AMGH, 2014.

# Exercício 4

Os seguintes dados foram tomados das características a vazio e de curto-circuito de uma máquina síncrona trifásica ligada em Y de 45 KVA, 220 V (tensão de linha), 6 pólos e 60 Hz.

Calcule o valor não saturado da reatância síncrona, o seu valor saturado na tensão nominal e a relação de curto-circuito. Expresse a reatância síncrona em  $\Omega$ /fase e p.u., considerando as especificações nominais da máquina como base.



$$X_{s,ns} = \frac{116,7}{118} = 0,9889 \Omega/\text{fase}$$

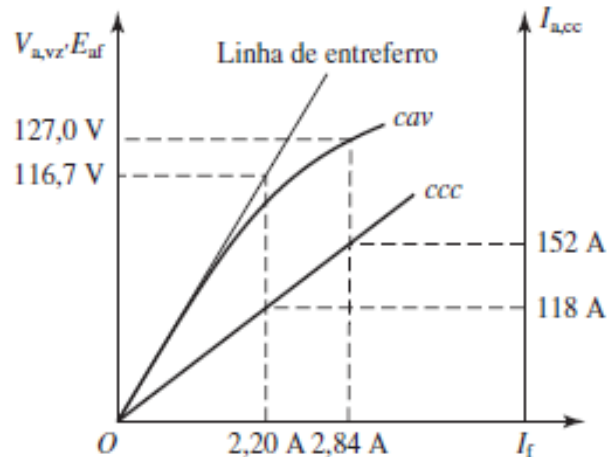
$$X_s = \frac{127}{152} = 0,8355 \Omega/\text{fase}$$

Fonte: Umans, S. D. Máquinas elétricas de Fitzgerald e Kingsley. 7ª Ed. Porto Alegre: AMGH, 2014.

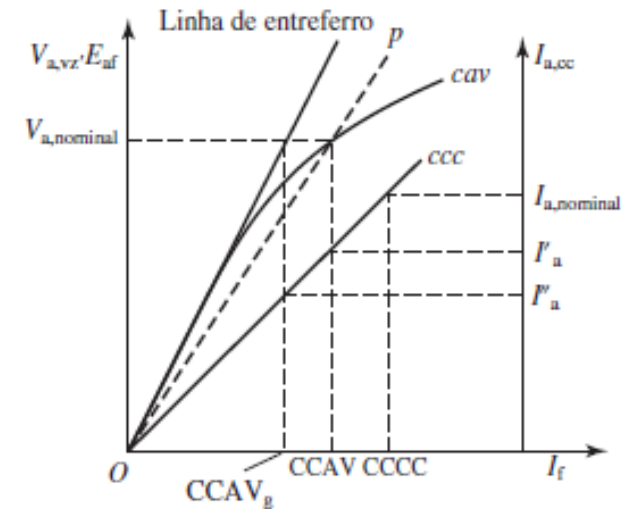
# Exercício 4

Os seguintes dados foram tomados das características a vazio e de curto-circuito de uma máquina síncrona trifásica ligada em Y de 45 KVA, 220 V (tensão de linha), 6 pólos e 60 Hz.

Calcule o valor não saturado da reatância síncrona, o seu valor saturado na tensão nominal e a relação de curto-circuito. Expresse a reatância síncrona em  $\Omega$ /fase e p.u., considerando as especificações nominais da máquina como base.



$$I_{a,nominal} = \frac{45000}{\sqrt{3} \cdot 220} = 118 \text{ A}$$

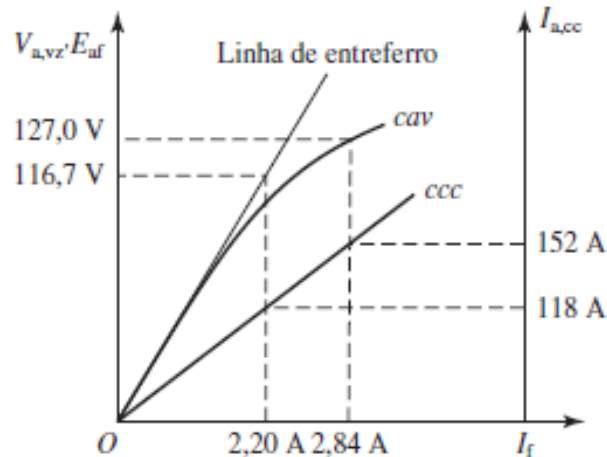


Fonte: Umans, S. D. Máquinas elétricas de Fitzgerald e Kingsley. 7ª Ed. Porto Alegre: AMGH, 2014.

# Exercício 4

Os seguintes dados foram tomados das características a vazio e de curto-circuito de uma máquina síncrona trifásica ligada em Y de 45 KVA, 220 V (tensão de linha), 6 pólos e 60 Hz.

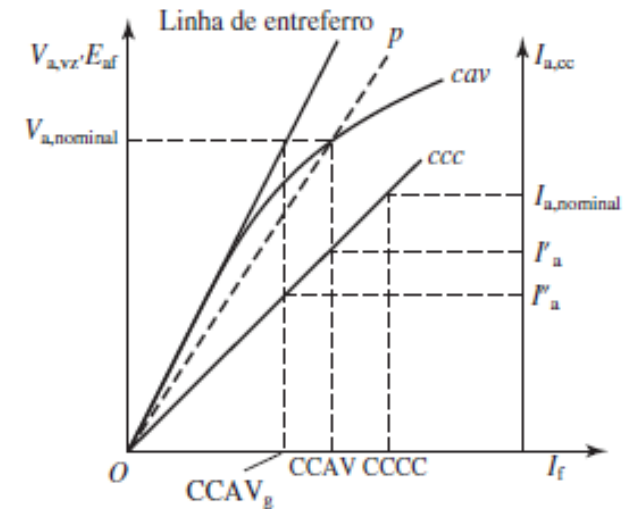
Calcule o valor não saturado da reatância síncrona, o seu valor saturado na tensão nominal e a relação de curto-circuito. Expresse a reatância síncrona em  $\Omega$ /fase e p.u., considerando as especificações nominais da máquina como base.



$$I_{a,nominal} = \frac{45000}{\sqrt{3} \cdot 220} = 118 \text{ A}$$

$$CCCC = 2,2 \text{ A}$$

$$CCAV = 2,84 \text{ A}$$

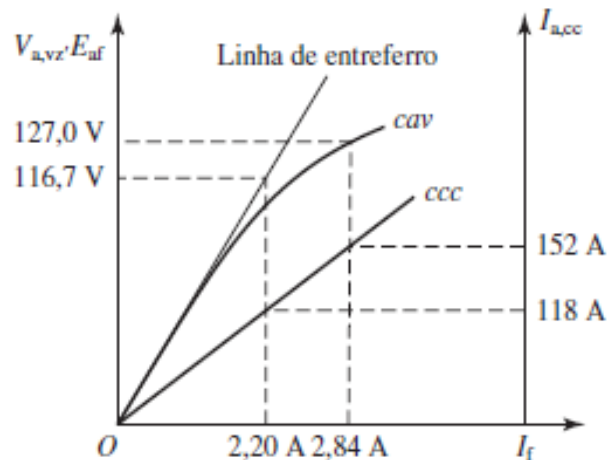


Fonte: Umans, S. D. Máquinas elétricas de Fitzgerald e Kingsley. 7ª Ed. Porto Alegre: AMGH, 2014.

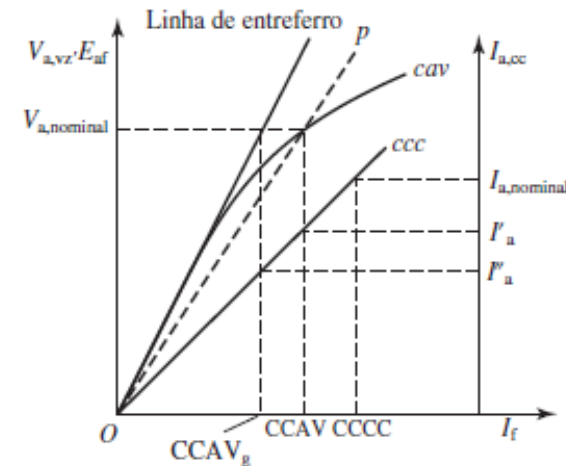
# Exercício 4

Os seguintes dados foram tomados das características a vazio e de curto-circuito de uma máquina síncrona trifásica ligada em Y de 45 KVA, 220 V (tensão de linha), 6 pólos e 60 Hz.

Calcule o valor não saturado da reatância síncrona, o seu valor saturado na tensão nominal e a relação de curto-circuito. Expresse a reatância síncrona em  $\Omega$ /fase e p.u., considerando as especificações nominais da máquina como base.



$$X_s = \frac{C_{CCC}}{C_{CAV}} = \frac{2,2}{2,84} = 0,7746 \text{ p.u.}$$



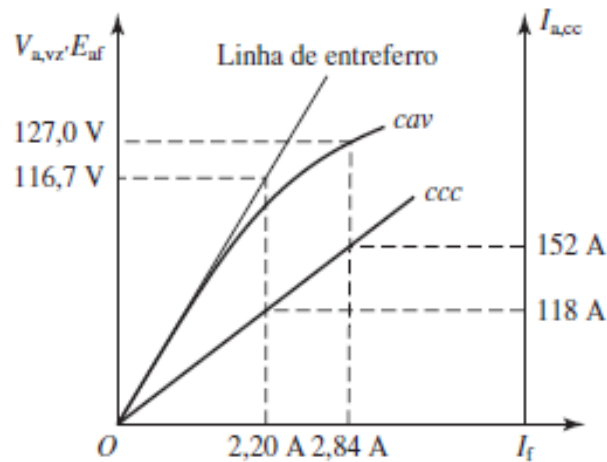
Fonte: Umans, S. D. Máquinas elétricas de Fitzgerald e Kingsley. 7ª Ed. Porto Alegre: AMGH, 2014.



# Exercício 4

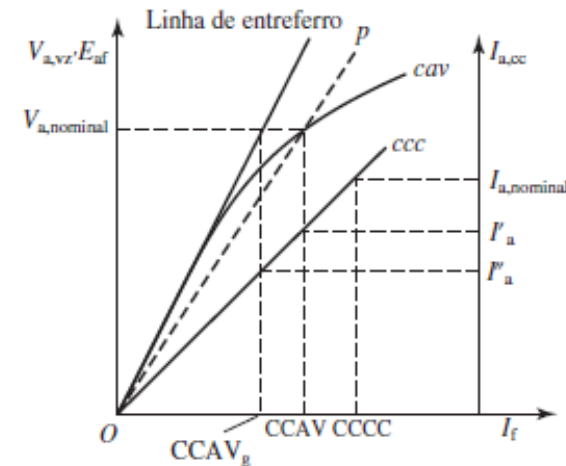
Os seguintes dados foram tomados das características a vazio e de curto-circuito de uma máquina síncrona trifásica ligada em Y de 45 KVA, 220 V (tensão de linha), 6 pólos e 60 Hz.

Calcule o valor não saturado da reatância síncrona, o seu valor saturado na tensão nominal e a relação de curto-circuito. Expresse a reatância síncrona em  $\Omega$ /fase e p.u., considerando as especificações nominais da máquina como base.



$$X_s = \frac{CCCC}{CCAV} = \frac{2,2}{2,84} = 0,7746 \text{ p.u.}$$

$$\frac{116,7}{2,2} = \frac{127}{CCAV_g} \rightarrow CCAV_g = 2,39 \text{ A}$$

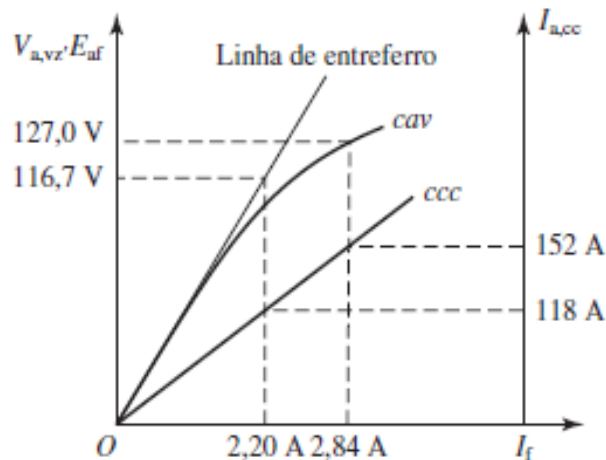


Fonte: Umans, S. D. Máquinas elétricas de Fitzgerald e Kingsley. 7ª Ed. Porto Alegre: AMGH, 2014.

# Exercício 4

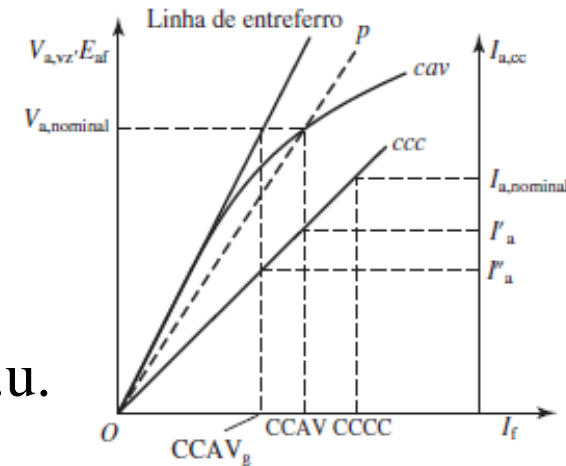
Os seguintes dados foram tomados das características a vazio e de curto-circuito de uma máquina síncrona trifásica ligada em Y de 45 KVA, 220 V (tensão de linha), 6 pólos e 60 Hz.

Calcule o valor não saturado da reatância síncrona, o seu valor saturado na tensão nominal e a relação de curto-circuito. Expresse a reatância síncrona em  $\Omega$ /fase e p.u., considerando as especificações nominais da máquina como base.



$$\frac{116,7}{2,2} = \frac{127}{CCAV_g} \rightarrow CCAV_g = 2,39 \text{ A}$$

$$X_{s,ns} = \frac{CCCC}{CCAV_g} = \frac{2,2}{2,39} = 0,9205 \text{ p.u.}$$



Fonte: Umans, S. D. Máquinas elétricas de Fitzgerald e Kingsley. 7ª Ed. Porto Alegre: AMGH, 2014.

# Exercício 4

Os seguintes dados foram tomados das características a vazio e de curto-circuito de uma máquina síncrona trifásica ligada em Y de 45 KVA, 220 V (tensão de linha), 6 pólos e 60 Hz.

Da característica a vazio: Tensão de linha = 220 V e Corrente de Campo = 2,84 A.

Da característica de curto-circuito, o par  $(I_a, I_f)$ : (118,2.2) e (152,2.84).

Da linha de entreferro  $I_f$  é 2,2 A e tensão de linha é 202 V.

Calcule o valor não saturado da reatância síncrona, o seu valor saturado na tensão nominal e a relação de curto-circuito. Expresse a reatância síncrona em  $\Omega$ /fase e p.u., considerando as especificações nominais da máquina como base.

$$X_s = 0,7746 \text{ p.u.} \quad X_s = 0,8355 \Omega/\text{fase}$$

$$X_{s,ns} = 0,9205 \text{ p.u.} \quad X_{s,ns} = 0,9889 \Omega/\text{fase}$$

$$Z_{base} = \frac{220^2}{45000} = 1,0756 \Omega$$



$$\left\{ \begin{array}{l} X_s = \frac{0,8355}{1,0756} = 0,7768 \text{ p.u.} \\ X_{s,ns} = \frac{0,9889}{1,0756} = 0,9194 \text{ p.u.} \end{array} \right\}$$

# Avaliação D

As leituras a seguir foram obtidas dos resultados de ensaios a vazio e em curto-circuito realizados em um turbogerador trifásico ligado em Y, 2 pólos, 850 MVA, 26 kV e 60 Hz, operando na velocidade síncrona:

Corrente de campo, A	1690	3260
Corrente de armadura, ensaio de curto-circuito, kA	9,82	18,9
Tensão de linha, característica a vazio, kV	26,0	(31,8)
Tensão de linha, linha de entreferro, kV	(29,6)	(56,9)

Fonte: Umans, S. D. Máquinas elétricas de Fitzgerald e Kingsley. 7ª Ed. Porto Alegre: AMGH, 2014.

Os números entre parênteses são extrapolações baseadas nos dados medidos. Encontre (a) a RCC, (b) o valor não saturado da reatância síncrona e (c) o valor saturado da reatância síncrona, ambos em por unidade e em  $\Omega$ /fase.

# Característica de Curto-Circuito

- Perdas causadas pela corrente de armadura
  - Medir potência mecânica para acionar a máquina
  - Fluxo de magnetização é pequeno
    - Perdas no núcleo são desprezíveis

$$P_{mec} = P_{AV} + 3 \cdot I_{a,cc}^2 \cdot R_a + P_{suplementar}$$

$$P_{cc} = 3 \cdot I_{a,cc}^2 R_a + P_{suplementar}$$

Fonte: Umans, S. D. Máquinas elétricas de Fitzgerald e Kingsley. 7ª Ed. Porto Alegre: AMGH, 2014.

# Característica de Curto-Circuito

- Perdas causadas pela corrente de armadura
  - Medir potência mecânica para acionar a máquina
  - Fluxo de magnetização é pequeno
    - Perdas no núcleo são desprezíveis

$$P_{mec} = P_{AV} + 3 \cdot I_{a,cc}^2 \cdot R_a + P_{suplementar}$$

$$P_{cc} = 3 \cdot I_{a,cc}^2 R_a + P_{suplementar}$$

$$P_{armadura} = 3 \cdot I_{a,cc}^2 R_a$$

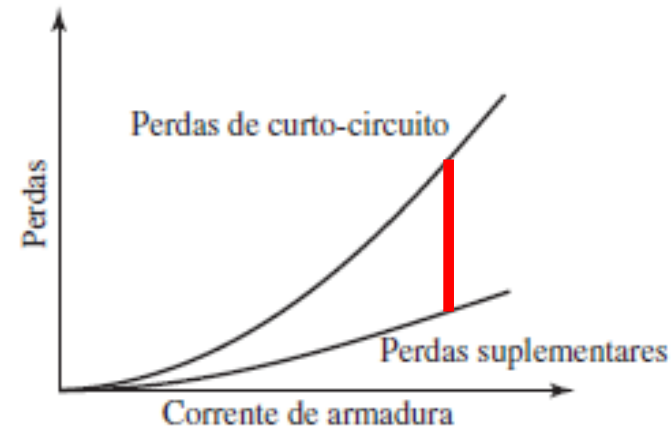
# Característica de Curto-Circuito

- Perdas causadas pela corrente de armadura
  - Medir potência mecânica para acionar a máquina
  - Fluxo de magnetização é pequeno
    - Perdas no núcleo são desprezíveis

$$P_{mec} = P_{AV} + 3 \cdot I_{a,cc}^2 \cdot R_a + P_{suplementar}$$

$$P_{cc} = 3 \cdot I_{a,cc}^2 R_a + P_{suplementar}$$

$$P_{armadura} = 3 \cdot I_{a,cc}^2 R_a$$



Fonte: Umans, S. D. Máquinas elétricas de Fitzgerald e Kingsley. 7ª Ed. Porto Alegre: AMGH, 2014.

## Exercício 5

No caso da máquina síncrona trifásica de 45 KVA, ligada em Y, 220 V (linha), 6 pólos e 60 Hz, as perdas de curto-circuito são de 1,8 kW para a corrente de armadura de 118 A e a temperatura de 25°C. A resistência CC de armadura nessa temperatura é 0,0335  $\Omega$ /fase. Calcule a resistência de armadura efetiva por unidade e em  $\Omega$ /fase a 25°C.



# Exercício 5

No caso da máquina síncrona trifásica de 45 KVA, ligada em Y, 220 V (linha), 6 pólos e 60 Hz, as perdas de curto-circuito são de 1,8 kW para a corrente de armadura de 118 A e a temperatura de 25°C. A resistência CC de armadura nessa temperatura é 0,0335 Ω/fase. Calcule a resistência de armadura efetiva por unidade e em Ω/fase a 25°C.

$$R_{a,ef} = \frac{P_{cc} / P_{nominal}}{I_{a,nominal}^2} \frac{1,8 / 45}{1^2} = 0,04 \text{ p.u.}$$

# Exercício 5

No caso da máquina síncrona trifásica de 45 KVA, ligada em Y, 220 V (linha), 6 pólos e 60 Hz, as perdas de curto-circuito são de 1,8 kW para a corrente de armadura de 118 A e a temperatura de 25°C. A resistência CC de armadura nessa temperatura é 0,0335 Ω/fase. Calcule a resistência de armadura efetiva por unidade e em Ω/fase a 25°C.

$$R_{a,ef} = \frac{P_{cc}/P_{nominal}}{I_{a,nominal}^2} \frac{1,8/45}{1^2} = 0,04 \text{ p.u.} \quad R_{a,ef} = \frac{P_{cc}/3}{I_{a,nominal}} \frac{1800/3}{118^2} = 0,043 \Omega/\text{fase}$$

# Exercício 5

No caso da máquina síncrona trifásica de 45 KVA, ligada em Y, 220 V (linha), 6 pólos e 60 Hz, as perdas de curto-circuito são de 1,8 kW para a corrente de armadura de 118 A e a temperatura de 25°C. A resistência CC de armadura nessa temperatura é 0,0335 Ω/fase. Calcule a resistência de armadura efetiva por unidade e em Ω/fase a 25°C.

$$R_{a,ef} = \frac{\frac{P_{cc}}{P_{nominal}}}{I_{a,nominal}^2} \frac{1,8}{1^2} = 0,04 \text{ p.u.} \quad R_{a,ef} = \frac{\frac{P_{cc}}{3}}{I_{a,nominal}^2} \frac{1800}{118^2} = 0,043 \Omega/\text{fase}$$

$$\frac{R_{a,ef}}{R_{a,CC}} = \frac{0,043}{0,0335} = 1,28 \quad \Rightarrow \quad \text{Resistência eficaz 28\% maior que a resistência CC obtida no ensaio}$$

# Avaliação E

No caso da máquina síncrona trifásica de 45 KVA, ligada em Y, 220 V (linha), 6 pólos e 60 Hz, as perdas de curto-circuito são de 1,8 kW para a corrente de armadura de 118 A. A resistência de armadura eficaz na temperatura de 25°C é 0,0335  $\Omega$ /fase. Calcule levando em conta a resistência eficaz calculada anteriormente, as perdas suplementares nesta operação.

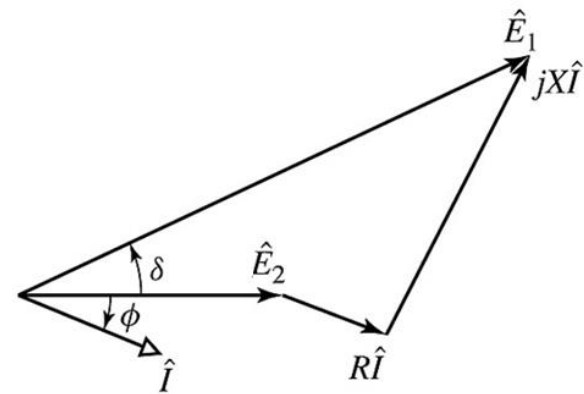
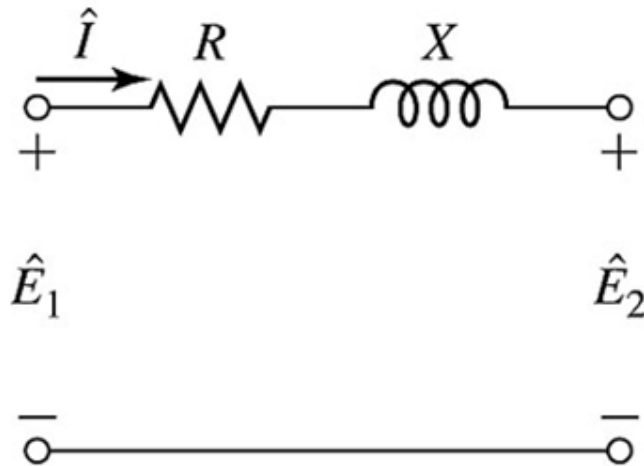
Em seguida, considerando que em 50° C as perdas de curto-circuito é de 3,6 kW e a corrente de armadura 126 A, calcule as perdas suplementares para esta nova operação. Atenção para a equação (5.39) do livro “Máquinas Elétricas de Fitzgerald e Kingsley”.

# Avaliação F

Considere um gerador síncrono trifásico de 13,8 KV e 25 MVA cujas perdas trifásicas de curto-circuito são 52,8 KW para corrente de armadura nominal. Calcule (A) a sua corrente de armadura nominal e (B) sua resistência de armadura efetiva em  $\Omega$ /fase e em p.u.

# Potência e Ângulo de Carga em Regime Permanente

- Análise de Potência de um circuito
  - Análise de um circuito simples



Fonte: Umans, S. D. Máquinas elétricas de Fitzgerald e Kingsley. 7ª Ed. Porto Alegre: AMGH, 2014.

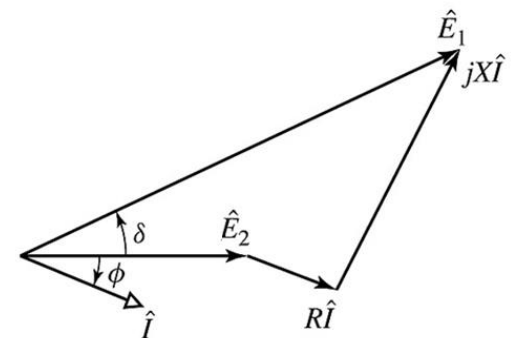
- FP indutivo

# Potência e Ângulo de Carga em Regime Permanente

## ■ Análise do Circuito Equivalente

$$\hat{I} = \frac{\hat{E}_1 - \hat{E}_2}{Z} = \frac{E_1 \angle \delta - E_2 \angle 0^\circ}{|Z| \angle \phi_z}$$

$$\hat{E}_1 = E_1 \angle \delta \quad \hat{E}_2 = E_2 \angle 0^\circ$$



Fonte: Umans, S. D. Máquinas elétricas de Fitzgerald e Kingsley. 7ª Ed. Porto Alegre: AMGH, 2014.

# Potência e Ângulo de Carga em Regime Permanente

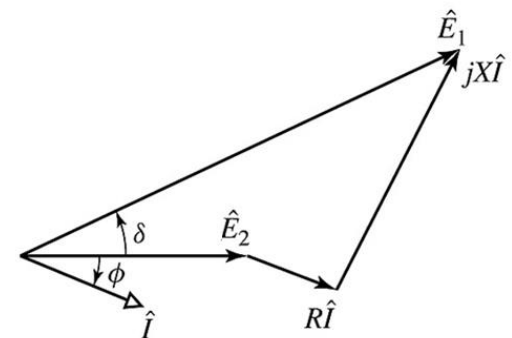
## ■ Análise do Circuito Equivalente

$$\hat{I} = \frac{\hat{E}_1 - \hat{E}_2}{Z} = \frac{E_1 \angle \delta - E_2 \angle 0^\circ}{|Z| \angle \phi_z}$$

$$\hat{E}_1 = E_1 \angle \delta \quad \hat{E}_2 = E_2 \angle 0^\circ$$

$$Z = R + jX = |Z| \angle \phi_z$$

$$|Z| = \sqrt{R^2 + X^2}$$



Fonte: Umans, S. D. Máquinas elétricas de Fitzgerald e Kingsley. 7ª Ed. Porto Alegre: AMGH, 2014.



# Potência e Ângulo de Carga em Regime Permanente

## ■ Análise do Circuito Equivalente

$$\hat{I} = \frac{\hat{E}_1 - \hat{E}_2}{Z} = \frac{E_1 \angle \delta - E_2 \angle 0^\circ}{|Z| \angle \phi_z}$$

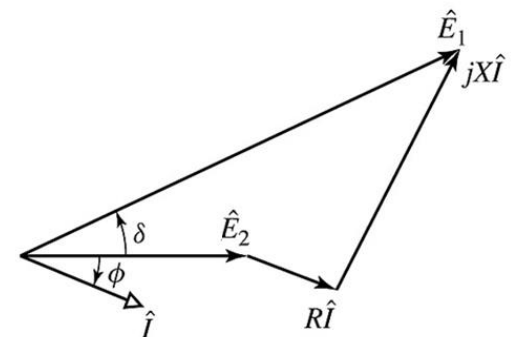
$$\hat{E}_1 = E_1 \angle \delta \quad \hat{E}_2 = E_2 \angle 0^\circ$$

## ■ Para FP indutivo

$$P_2 = \text{Re}(3 \cdot \dot{E}_2 \cdot \dot{I}^*)$$

$$Z = R + jX = |Z| \angle \phi_z$$

$$|Z| = \sqrt{R^2 + X^2}$$



Fonte: Umans, S. D. Máquinas elétricas de Fitzgerald e Kingsley. 7ª Ed. Porto Alegre: AMGH, 2014.

# Potência e Ângulo de Carga em Regime Permanente

## ■ Análise do Circuito Equivalente

$$\hat{I} = I \angle \phi = \frac{E_1 \angle \delta - E_2 \angle 0^\circ}{|Z| \angle \phi_z} = \frac{E_1}{|Z|} \angle \delta - \phi_z - \frac{E_2}{|Z|} \angle -\phi_z$$

# Potência e Ângulo de Carga em Regime Permanente

## ■ Análise do Circuito Equivalente

$$\hat{I} = I \angle \phi = \frac{E_1 \angle \delta - E_2 \angle 0^\circ}{|Z| \angle \phi_z} = \frac{E_1}{|Z|} \angle \delta - \phi_z - \frac{E_2}{|Z|} \angle -\phi_z$$

$$\hat{I}^* = I \angle -\phi = \frac{E_1}{|Z|} \angle \phi_z - \delta - \frac{E_2}{|Z|} \angle \phi_z$$

# Potência e Ângulo de Carga em Regime Permanente

## ■ Análise do Circuito Equivalente

$$\hat{I} = I \angle \phi = \frac{E_1 \angle \delta - E_2 \angle 0^\circ}{|Z| \angle \phi_z} = \frac{E_1}{|Z|} \angle \delta - \phi_z - \frac{E_2}{|Z|} \angle -\phi_z$$

$$\hat{I}^* = I \angle -\phi = \frac{E_1}{|Z|} \angle \phi_z - \delta - \frac{E_2}{|Z|} \angle \phi_z$$

$$3 \cdot \hat{E}_2 \hat{I}^* = 3 \cdot E_2 \cdot I \angle -\phi = \frac{3 \cdot E_2 \cdot E_1}{|Z|} \angle \phi_z - \delta - \frac{3 \cdot E_2^2}{|Z|} \angle \phi_z$$

# Potência e Ângulo de Carga em Regime Permanente

## ■ Análise do Circuito Equivalente

$$\hat{I} = I \angle \phi = \frac{E_1 \angle \delta - E_2 \angle 0^\circ}{|Z| \angle \phi_z} = \frac{E_1}{|Z|} \angle \delta - \phi_z - \frac{E_2}{|Z|} \angle -\phi_z$$

$$\hat{I}^* = I \angle -\phi = \frac{E_1}{|Z|} \angle \phi_z - \delta - \frac{E_2}{|Z|} \angle \phi_z$$

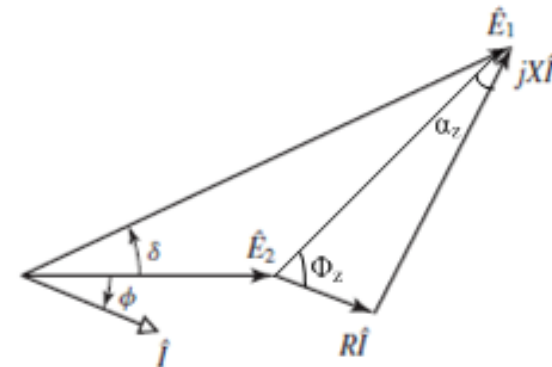
$$3 \cdot \hat{E}_2 \hat{I}^* = 3 \cdot E_2 \cdot I \angle -\phi = \frac{3 \cdot E_2 \cdot E_1}{|Z|} \angle \phi_z - \delta - \frac{3 \cdot E_2^2}{|Z|} \angle \phi_z$$

$$\text{Re}(3 \cdot \hat{E}_2 \hat{I}^*) = P_2 = \frac{3 \cdot E_2 \cdot E_1}{|Z|} \cos(\phi_z - \delta) - \frac{3 \cdot E_2^2}{|Z|} \cos(\phi_z)$$

# Potência e Ângulo de Carga em Regime Permanente

## ■ Análise do Circuito Equivalente

$$\operatorname{Re}\left(3 \cdot \hat{E}_2 \hat{I}^*\right)=P_2=\frac{3 \cdot E_2 \cdot E_1}{|Z|} \cos \left(\phi_z-\delta\right)-\frac{3 \cdot E_2^2}{|Z|} \cos \left(\phi_z\right)$$
$$\alpha_z+\phi_z=90^\circ$$



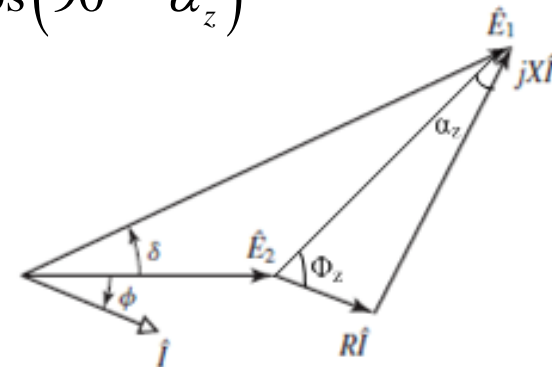
Adaptado de: Umans, S. D. Máquinas elétricas de Fitzgerald e Kingsley. 7ª Ed. Porto Alegre: AMGH, 2014.

# Potência e Ângulo de Carga em Regime Permanente

## ■ Análise do Circuito Equivalente

$$\begin{aligned} \operatorname{Re}\left(3 \cdot \hat{E}_2 \hat{I}^*\right) &= P_2 = \frac{3 \cdot E_2 \cdot E_1}{|Z|} \cos\left(\phi_z - \delta\right) - \frac{3 \cdot E_2^2}{|Z|} \cos\left(\phi_z\right) \\ \alpha_z + \phi_z &= 90^\circ \end{aligned}$$

$$\text{Re}\left(3 \cdot \hat{E}_2 \hat{I}^*\right) = P_2 = \frac{3 \cdot E_2 \cdot E_1}{|Z|} \cos\left(90^\circ - \alpha_z - \delta\right) - \frac{3 \cdot E_2^2}{|Z|} \cos\left(90^\circ - \alpha_z\right)$$



Adaptado de: Umans, S. D. Máquinas elétricas de Fitzgerald e Kingsley. 7ª Ed. Porto Alegre: AMGH, 2014.

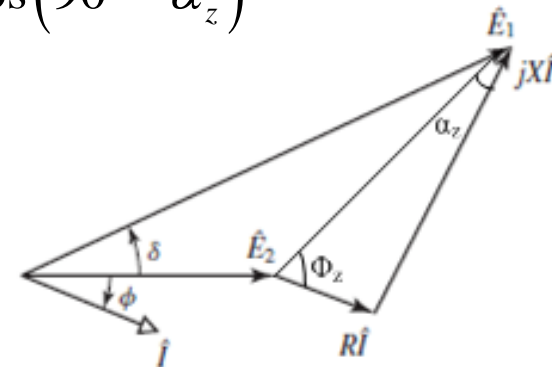
# Potência e Ângulo de Carga em Regime Permanente

## ■ Análise do Circuito Equivalente

$$\operatorname{Re}\left(3 \cdot \hat{E}_2 \hat{I}^*\right)=P_2=\frac{3 \cdot E_2 \cdot E_1}{|Z|} \cos \left(\phi_z-\delta\right)-\frac{3 \cdot E_2^2}{|Z|} \cos \left(\phi_z\right)$$
$$\alpha_z+\phi_z=90^\circ$$

$$\operatorname{Re}\left(3 \cdot \hat{E}_2 \hat{I}^*\right)=P_2=\frac{3 \cdot E_2 \cdot E_1}{|Z|} \cos \left(90^\circ-\alpha_z-\delta\right)-\frac{3 \cdot E_2^2}{|Z|} \cos \left(90^\circ-\alpha_z\right)$$

$$\alpha_z+\phi_z=90^\circ \rightarrow \cos \left[90^\circ-\left(\alpha_z+\delta\right)\right]=\operatorname{sen}\left(\alpha_z+\delta\right)$$



Adaptado de: Umans, S. D. Máquinas elétricas de Fitzgerald e Kingsley. 7ª Ed. Porto Alegre: AMGH, 2014.



# Potência e Ângulo de Carga em Regime Permanente

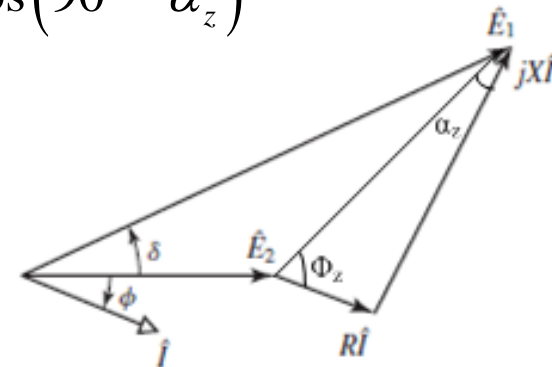
## ■ Análise do Circuito Equivalente

$$\operatorname{Re}\left(3 \cdot \hat{E}_2 \hat{I}^*\right)=P_2=\frac{3 \cdot E_2 \cdot E_1}{|Z|} \cos \left(\phi_z-\delta\right)-\frac{3 \cdot E_2^2}{|Z|} \cos \left(\phi_z\right)$$
$$\alpha_z+\phi_z=90^\circ$$

$$\operatorname{Re}\left(3 \cdot \hat{E}_2 \hat{I}^*\right)=P_2=\frac{3 \cdot E_2 \cdot E_1}{|Z|} \cos \left(90^\circ-\alpha_z-\delta\right)-\frac{3 \cdot E_2^2}{|Z|} \cos \left(90^\circ-\alpha_z\right)$$

$$\alpha_z+\phi_z=90^\circ \rightarrow \cos \left[90^\circ-\left(\alpha_z+\delta\right)\right]=\sin \left(\alpha_z+\delta\right)$$

$$P_2=\frac{3 \cdot E_2 \cdot E_1}{|Z|} \sin \left(\delta+\alpha_z\right)-\frac{3 \cdot E_2^2}{|Z|} \cos \left(90^\circ-\alpha_z\right)$$



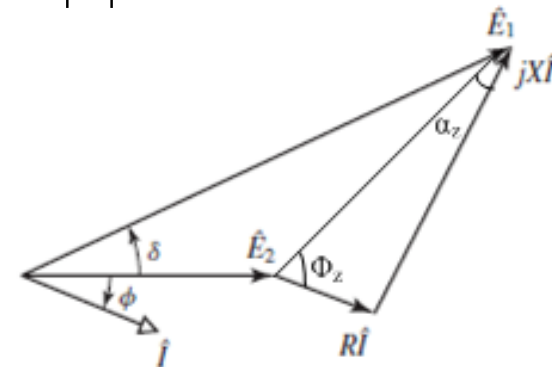
Adaptado de: Umans, S. D. Máquinas elétricas de Fitzgerald e Kingsley. 7ª Ed. Porto Alegre: AMGH, 2014.

# Potência e Ângulo de Carga em Regime Permanente

## ■ Análise do Circuito Equivalente

$$P_2 = \frac{3 \cdot E_2 \cdot E_1}{|Z|} \sin(\delta + \alpha_z) - \frac{3 \cdot E_2^2}{|Z|} \cos(90^\circ - \alpha_z)$$

$$\alpha_z = \arctan\left(\frac{R}{X}\right) \quad \cos(90^\circ - \alpha_z) = \cos(\phi_z) = \frac{R}{|Z|}$$



Adaptado de: Umans, S. D. Máquinas elétricas de Fitzgerald e Kingsley. 7ª Ed. Porto Alegre: AMGH, 2014.

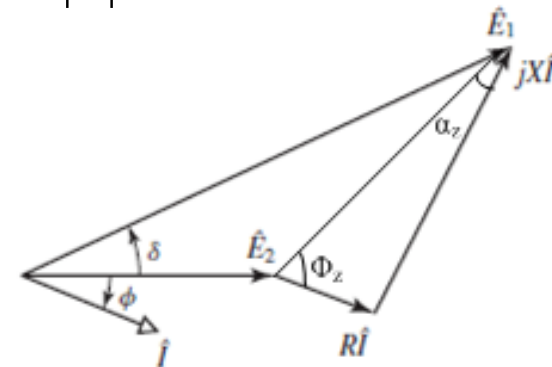
# Potência e Ângulo de Carga em Regime Permanente

## ■ Análise do Circuito Equivalente

$$P_2 = \frac{3 \cdot E_2 \cdot E_1}{|Z|} \sin(\delta + \alpha_z) - \frac{3 \cdot E_2^2}{|Z|} \cos(90^\circ - \alpha_z)$$

$$\alpha_z = \arctan\left(\frac{R}{X}\right) \quad \cos(90^\circ - \alpha_z) = \cos(\phi_z) = \frac{R}{|Z|}$$

$$P_2 = \frac{3 \cdot E_2 \cdot E_1}{|Z|} \sin\left[\delta + \arctan\left(\frac{R}{X}\right)\right] - \frac{3 \cdot E_2^2 \cdot R}{|Z|^2}$$



Adaptado de: Umans, S. D. Máquinas elétricas de Fitzgerald e Kingsley. 7ª Ed. Porto Alegre: AMGH, 2014.

# Potência e Ângulo de Carga em Regime Permanente

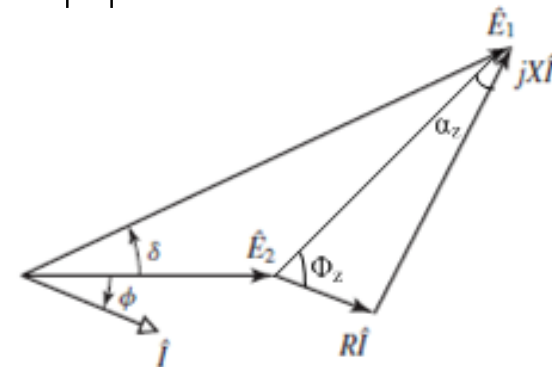
## ■ Análise do Circuito Equivalente

$$P_2 = \frac{3 \cdot E_2 \cdot E_1}{|Z|} \sin(\delta + \alpha_z) - \frac{3 \cdot E_2^2}{|Z|} \cos(90^\circ - \alpha_z)$$

$$\alpha_z = \arctan\left(\frac{R}{X}\right) \quad \cos(90^\circ - \alpha_z) = \cos(\phi_z) = \frac{R}{|Z|}$$

$$P_2 = \frac{3 \cdot E_2 \cdot E_1}{|Z|} \sin\left[\delta + \arctan\left(\frac{R}{X}\right)\right] - \frac{3 \cdot E_2^2 \cdot R}{|Z|^2}$$

$$P_2 = \frac{3 \cdot E_2 \cdot E_1}{\sqrt{R^2 + X^2}} \sin\left[\delta + \arctan\left(\frac{R}{X}\right)\right] - \frac{3 \cdot E_2^2 \cdot R}{R^2 + X^2}$$



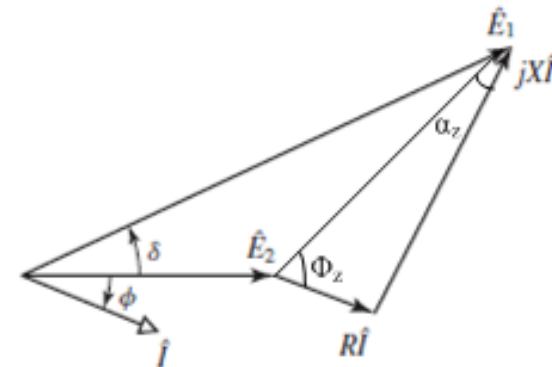
Adaptado de: Umans, S. D. Máquinas elétricas de Fitzgerald e Kingsley. 7ª Ed. Porto Alegre: AMGH, 2014.

# Potência e Ângulo de Carga em Regime Permanente

## ■ Análise do Circuito Equivalente

$$P_2 = \frac{3 \cdot E_2 \cdot E_1}{\sqrt{R^2 + X^2}} \sin \left[ \delta + \arctan \left( \frac{R}{X} \right) \right] - \frac{3 \cdot E_2^2 \cdot R}{R^2 + X^2}$$

## ■ R=0



Adaptado de: Umans, S. D. Máquinas elétricas de Fitzgerald e Kingsley. 7ª Ed. Porto Alegre: AMGH, 2014.

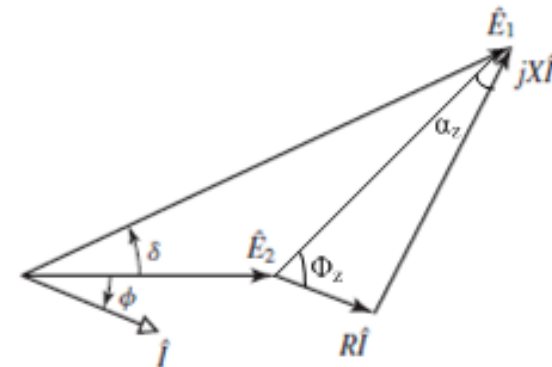
# Potência e Ângulo de Carga em Regime Permanente

## ■ Análise do Circuito Equivalente

$$P_2 = \frac{3 \cdot E_2 \cdot E_1}{\sqrt{R^2 + X^2}} \sin \left[ \delta + \arctan \left( \frac{R}{X} \right) \right] - \frac{3 \cdot E_2^2 \cdot R}{R^2 + X^2}$$

## ■ R=0

$$\alpha_z = \arctan \left( \frac{0}{X} \right) = \arctan(0) \rightarrow \alpha_z = 0^\circ$$



Adaptado de: Umans, S. D. Máquinas elétricas de Fitzgerald e Kingsley. 7ª Ed. Porto Alegre: AMGH, 2014.

# Potência e Ângulo de Carga em Regime Permanente

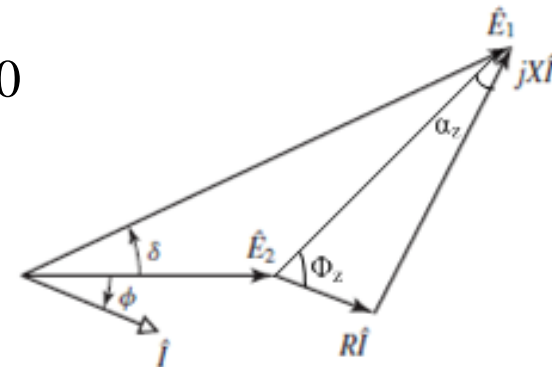
## ■ Análise do Circuito Equivalente

$$P_2 = \frac{3 \cdot E_2 \cdot E_1}{\sqrt{R^2 + X^2}} \sin \left[ \delta + \arctan \left( \frac{R}{X} \right) \right] - \frac{3 \cdot E_2^2 \cdot R}{R^2 + X^2}$$

## ■ R=0

$$\alpha_z = \arctan \left( \frac{0}{X} \right) = \arctan(0) \rightarrow \alpha_z = 0^\circ$$

$$\frac{3 \cdot E_2^2 \cdot 0}{X^2} = 0$$



Adaptado de: Umans, S. D. Máquinas elétricas de Fitzgerald e Kingsley. 7ª Ed. Porto Alegre: AMGH, 2014.

# Potência e Ângulo de Carga em Regime Permanente

## ■ Análise do Circuito Equivalente

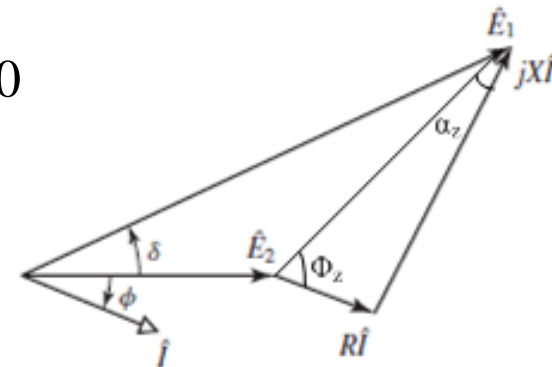
$$P_2 = \frac{3 \cdot E_2 \cdot E_1}{\sqrt{R^2 + X^2}} \sin \left[ \delta + \arctan \left( \frac{R}{X} \right) \right] - \frac{3 \cdot E_2^2 \cdot R}{R^2 + X^2}$$

## ■ R=0

$$\alpha_z = \arctan \left( \frac{0}{X} \right) = \arctan(0) \rightarrow \alpha_z = 0^\circ$$

$$\frac{3 \cdot E_2^2 \cdot 0}{X^2} = 0$$

$$P_1 = P_2 = \frac{3 \cdot E_2 \cdot E_1}{X} \sin(\delta)$$



Adaptado de: Umans, S. D. Máquinas elétricas de Fitzgerald e Kingsley. 7ª Ed. Porto Alegre: AMGH, 2014.



# Potência e Ângulo de Carga em Regime Permanente

- Outra consideração traz o mesmo resultado

$$P_1 = P_2 = \frac{E_1 \cdot E_2}{|Z|} \text{sen}(\delta)$$

# Potência e Ângulo de Carga em Regime Permanente

- Outra consideração traz o mesmo resultado

$$R \ll |Z|$$

$$P_1 = P_2 = \frac{E_1 \cdot E_2}{|Z|} \text{sen}(\delta)$$

# Potência e Ângulo de Carga em Regime Permanente

- Outra consideração traz o mesmo resultado

$$R \ll |Z| \quad |Z| \approx X$$

$$P_1 = P_2 = \frac{E_1 \cdot E_2}{|Z|} \text{sen}(\delta)$$

# Potência e Ângulo de Carga em Regime Permanente

- Outra consideração traz o mesmo resultado

$$R \ll |Z| \quad |Z| \approx X \quad \alpha_z \approx 0$$

$$P_1 = P_2 = \frac{E_1 \cdot E_2}{|Z|} \text{sen}(\delta)$$

- Característica do ângulo de potência

# Potência e Ângulo de Carga em Regime Permanente

- Outra consideração traz o mesmo resultado

$$R \ll |Z| \quad |Z| \approx X \quad \alpha_z \approx 0$$

$$P_1 = P_2 = \frac{E_1 \cdot E_2}{|Z|} \text{sen}(\delta)$$

- Característica do ângulo de potência
- Transferência máxima

$$P_{1\text{máx}} = P_{2\text{máx}} = \frac{E_1 \cdot E_2}{|Z|}$$

# Potência e Ângulo de Carga em Regime Permanente

## ■ Transferência máxima

$$P_1 = P_2 = \frac{E_1 \cdot E_2}{|Z|} \text{sen}(\delta) \qquad P_{1\text{máx}} = P_{2\text{máx}} = \frac{E_1 \cdot E_2}{|Z|}$$

- Este termo se refere a potência máxima teórica que pode ser fornecida sem perda de sincronismo

# Potência e Ângulo de Carga em Regime Permanente

## ■ Transferência máxima

$$P_1 = P_2 = \frac{E_1 \cdot E_2}{|Z|} \text{sen}(\delta) \qquad P_{1\text{máx}} = P_{2\text{máx}} = \frac{E_1 \cdot E_2}{|Z|}$$

- Este termo se refere a potência máxima teórica que pode ser fornecida sem perda de sincronismo
  - Na prática, esse valor pode ser muito mais elevado que a potência nominal da máquina

# Potência e Ângulo de Carga em Regime Permanente

## ■ Transferência máxima

$$P_1 = P_2 = \frac{E_1 \cdot E_2}{|Z|} \text{sen}(\delta) \qquad P_{1\text{máx}} = P_{2\text{máx}} = \frac{E_1 \cdot E_2}{|Z|}$$

- Este termo se refere a potência máxima teórica que pode ser fornecida sem perda de sincronismo
  - Na prática, esse valor pode ser muito mais elevado que a potência nominal da máquina
  - Potência nominal da máquina é o limite prático operacional de potência que é determinado por limitações térmicas



# Potência e Ângulo de Carga em Regime Permanente

## ■ Análise do ângulo de potência

$$\delta > 0$$

- Tensão  $E_1$  adiantada em relação a  $E_2$
- Potência flui de  $E_1$  para  $E_2$

# Potência e Ângulo de Carga em Regime Permanente

## ■ Análise do ângulo de potência

$$\delta > 0$$

- Tensão  $E_1$  adiantada em relação a  $E_2$
- Potência flui de  $E_1$  para  $E_2$

$$\delta < 0$$

- Tensão  $E_2$  adiantada em relação a  $E_1$
- Potência flui de  $E_2$  para  $E_1$

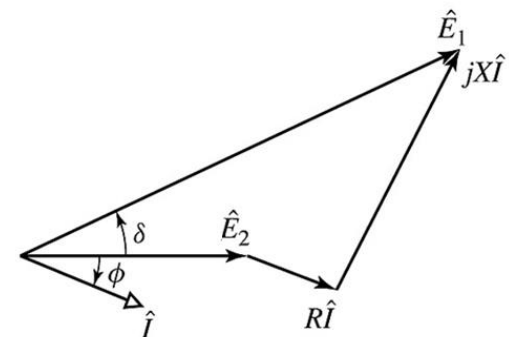
## ■ Equação e análise são gerais para esse circuito

# Potência e Ângulo de Carga em Regime Permanente

## ■ Para a potência reativa (Q)

$$\hat{I} = \frac{\hat{E}_1 - \hat{E}_2}{Z} = \frac{E_1 \angle \delta - E_2 \angle 0^\circ}{|Z| \angle \phi_z}$$

$$\hat{E}_1 = E_1 \angle \delta \quad \hat{E}_2 = E_2 \angle 0^\circ$$



Fonte: Umans, S. D. Máquinas elétricas de Fitzgerald e Kingsley. 7ª Ed. Porto Alegre: AMGH, 2014.

# Potência e Ângulo de Carga em Regime Permanente

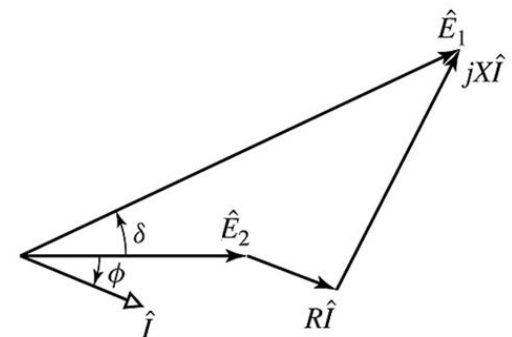
## ■ Para a potência reativa (Q)

$$\hat{I} = \frac{\hat{E}_1 - \hat{E}_2}{Z} = \frac{E_1 \angle \delta - E_2 \angle 0^\circ}{|Z| \angle \phi_z}$$

$$\hat{E}_1 = E_1 \angle \delta \quad \hat{E}_2 = E_2 \angle 0^\circ$$

$$Z = R + jX = |Z| \angle \phi_z$$

$$|Z| = \sqrt{R^2 + X^2}$$



Fonte: Umans, S. D. Máquinas elétricas de Fitzgerald e Kingsley. 7ª Ed. Porto Alegre: AMGH, 2014.

# Potência e Ângulo de Carga em Regime Permanente

## ■ Para a potência reativa (Q)

$$\hat{I} = \frac{\hat{E}_1 - \hat{E}_2}{Z} = \frac{E_1 \angle \delta - E_2 \angle 0^\circ}{|Z| \angle \phi_z}$$

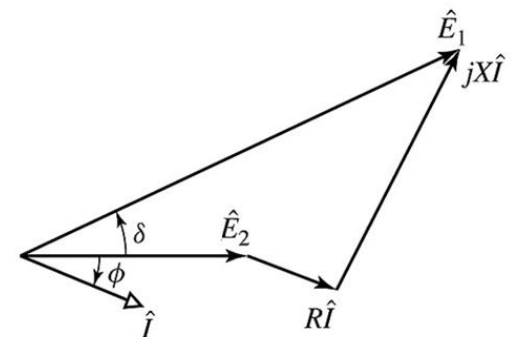
$$\hat{E}_1 = E_1 \angle \delta \quad \hat{E}_2 = E_2 \angle 0^\circ$$

## ■ Para FP indutivo

$$Q_2 = \text{Im} \left( 3 \cdot \dot{E}_2 \cdot \dot{I}^* \right)$$

$$Z = R + jX = |Z| \angle \phi_z$$

$$|Z| = \sqrt{R^2 + X^2}$$



Fonte: Umans, S. D. Máquinas elétricas de Fitzgerald e Kingsley. 7ª Ed. Porto Alegre: AMGH, 2014.

# Potência e Ângulo de Carga em Regime Permanente

## ■ Análise do Circuito Equivalente

$$\hat{I} = I \angle \phi = \frac{E_1 \angle \delta - E_2 \angle 0^\circ}{|Z| \angle \phi_z} = \frac{E_1}{|Z|} \angle \delta - \phi_z - \frac{E_2}{|Z|} \angle -\phi_z$$

$$\hat{I}^* = I \angle -\phi = \frac{E_1}{|Z|} \angle \phi_z - \delta - \frac{E_2}{|Z|} \angle \phi_z$$

# Potência e Ângulo de Carga em Regime Permanente

## ■ Análise do Circuito Equivalente

$$\hat{I} = I \angle \phi = \frac{E_1 \angle \delta - E_2 \angle 0^\circ}{|Z| \angle \phi_z} = \frac{E_1}{|Z|} \angle \delta - \phi_z - \frac{E_2}{|Z|} \angle -\phi_z$$

$$\hat{I}^* = I \angle -\phi = \frac{E_1}{|Z|} \angle \phi_z - \delta - \frac{E_2}{|Z|} \angle \phi_z$$

$$3 \cdot \hat{E}_2 \hat{I}^* = 3 \cdot E_2 \cdot I \angle -\phi = \frac{3 \cdot E_2 \cdot E_1}{|Z|} \angle \phi_z - \delta - \frac{3 \cdot E_2^2}{|Z|} \angle \phi_z$$

# Potência e Ângulo de Carga em Regime Permanente

## ■ Análise do Circuito Equivalente

$$\hat{I} = I \angle \phi = \frac{E_1 \angle \delta - E_2 \angle 0^\circ}{|Z| \angle \phi_z} = \frac{E_1}{|Z|} \angle \delta - \phi_z - \frac{E_2}{|Z|} \angle -\phi_z$$

$$\hat{I}^* = I \angle -\phi = \frac{E_1}{|Z|} \angle \phi_z - \delta - \frac{E_2}{|Z|} \angle \phi_z$$

$$3 \cdot \hat{E}_2 \hat{I}^* = 3 \cdot E_2 \cdot I \angle -\phi = \frac{3 \cdot E_2 \cdot E_1}{|Z|} \angle \phi_z - \delta - \frac{3 \cdot E_2^2}{|Z|} \angle \phi_z$$

$$\text{Im}(3 \cdot \hat{E}_2 \hat{I}^*) = Q_2 = \frac{3 \cdot E_2 \cdot E_1}{|Z|} \sin(\phi_z - \delta) - \frac{3 \cdot E_2^2}{|Z|} \sin(\phi_z)$$









# Potência e Ângulo de Carga em Regime Permanente

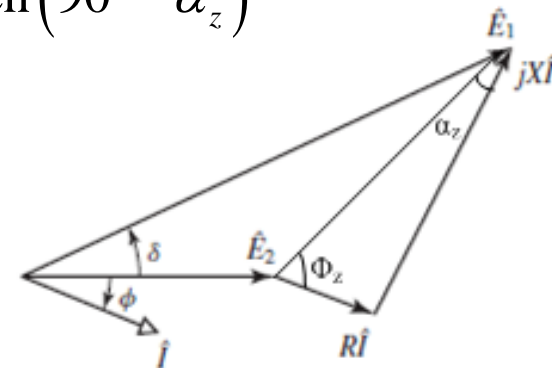
## ■ Análise do Circuito Equivalente

$$\operatorname{Im}(3 \cdot \hat{E}_2 \hat{I}^*) = Q_2 = \frac{3 \cdot E_2 \cdot E_1}{|Z|} \sin(\phi_z - \delta) - \frac{3 \cdot E_2^2}{|Z|} \sin(\phi_z)$$
$$\alpha_z + \phi_z = 90^\circ$$

$$\operatorname{Im}(3 \cdot \hat{E}_2 \hat{I}^*) = Q_2 = \frac{3 \cdot E_2 \cdot E_1}{|Z|} \sin(90^\circ - \alpha_z - \delta) - \frac{3 \cdot E_2^2}{|Z|} \sin(90^\circ - \alpha_z)$$

$$\alpha_z + \phi_z = 90^\circ \rightarrow \sin[90^\circ - (\alpha_z + \delta)] = \cos(\alpha_z + \delta)$$

$$Q_2 = \frac{3 \cdot E_2 \cdot E_1}{|Z|} \cos(\delta + \alpha_z) - \frac{3 \cdot E_2^2}{|Z|} \sin(90^\circ - \alpha_z)$$



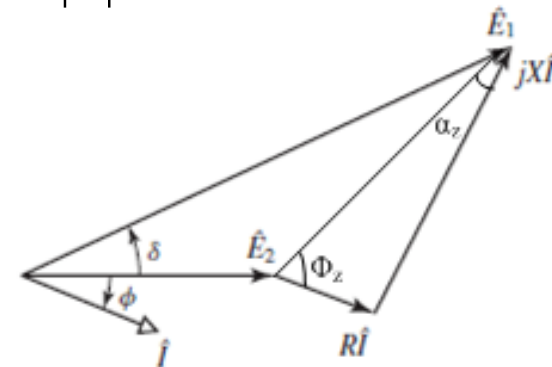
Adaptado de: Umans, S. D. Máquinas elétricas de Fitzgerald e Kingsley. 7ª Ed. Porto Alegre: AMGH, 2014.

# Potência e Ângulo de Carga em Regime Permanente

## ■ Análise do Circuito Equivalente

$$Q_2 = \frac{3 \cdot E_2 \cdot E_1}{|Z|} \cos(\delta + \alpha_z) - \frac{3 \cdot E_2^2}{|Z|} \sin(90^\circ - \alpha_z)$$

$$\alpha_z = \arctan\left(\frac{R}{X}\right) \quad \sin(90^\circ - \alpha_z) = \sin(\phi_z) = \frac{X}{|Z|}$$



Adaptado de: Umans, S. D. Máquinas elétricas de Fitzgerald e Kingsley. 7ª Ed. Porto Alegre: AMGH, 2014.

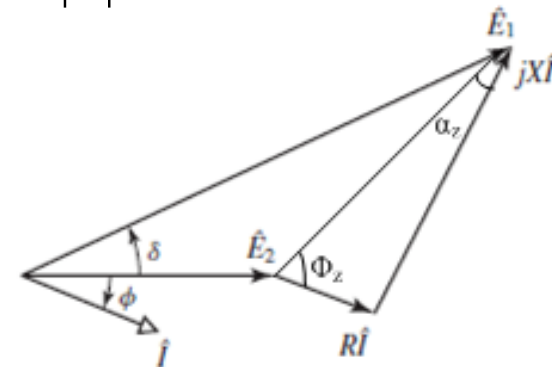
# Potência e Ângulo de Carga em Regime Permanente

## ■ Análise do Circuito Equivalente

$$Q_2 = \frac{3 \cdot E_2 \cdot E_1}{|Z|} \cos(\delta + \alpha_z) - \frac{3 \cdot E_2^2}{|Z|} \sin(90^\circ - \alpha_z)$$

$$\alpha_z = \arctan\left(\frac{R}{X}\right) \quad \sin(90^\circ - \alpha_z) = \sin(\phi_z) = \frac{X}{|Z|}$$

$$Q_2 = \frac{3 \cdot E_2 \cdot E_1}{|Z|} \cos\left[\delta + \arctan\left(\frac{R}{X}\right)\right] - \frac{3 \cdot E_2^2 \cdot X}{|Z|^2}$$



Adaptado de: Umans, S. D. Máquinas elétricas de Fitzgerald e Kingsley. 7ª Ed. Porto Alegre: AMGH, 2014.

# Potência e Ângulo de Carga em Regime Permanente

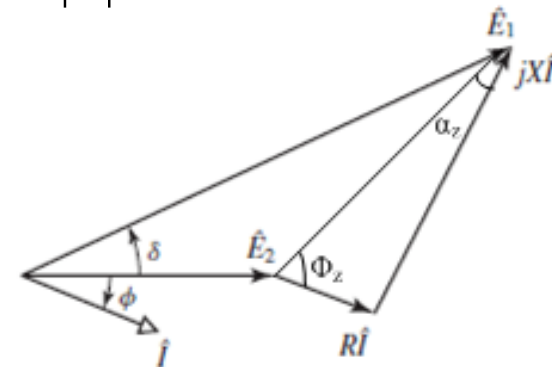
## ■ Análise do Circuito Equivalente

$$Q_2 = \frac{3 \cdot E_2 \cdot E_1}{|Z|} \cos(\delta + \alpha_z) - \frac{3 \cdot E_2^2}{|Z|} \sin(90^\circ - \alpha_z)$$

$$\alpha_z = \arctan\left(\frac{R}{X}\right) \quad \sin(90^\circ - \alpha_z) = \sin(\phi_z) = \frac{X}{|Z|}$$

$$Q_2 = \frac{3 \cdot E_2 \cdot E_1}{|Z|} \cos\left[\delta + \arctan\left(\frac{R}{X}\right)\right] - \frac{3 \cdot E_2^2 \cdot X}{|Z|^2}$$

$$Q_2 = \frac{3 \cdot E_2 \cdot E_1}{\sqrt{R^2 + X^2}} \cos\left[\delta + \arctan\left(\frac{R}{X}\right)\right] - \frac{3 \cdot E_2^2 \cdot X}{R^2 + X^2}$$



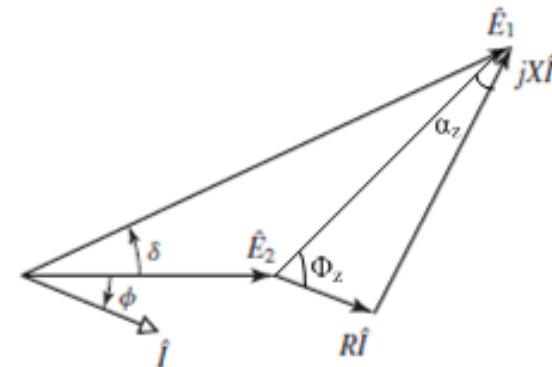
Adaptado de: Umans, S. D. Máquinas elétricas de Fitzgerald e Kingsley. 7ª Ed. Porto Alegre: AMGH, 2014.

# Potência e Ângulo de Carga em Regime Permanente

## ■ Análise do Circuito Equivalente

$$Q_2 = \frac{3 \cdot E_2 \cdot E_1}{\sqrt{R^2 + X^2}} \cos \left[ \delta + \arctan \left( \frac{R}{X} \right) \right] - \frac{3 \cdot E_2^2 \cdot X}{R^2 + X^2}$$

## ■ R=0



Adaptado de: Umans, S. D. Máquinas elétricas de Fitzgerald e Kingsley. 7ª Ed. Porto Alegre: AMGH, 2014.





# Potência e Ângulo de Carga em Regime Permanente

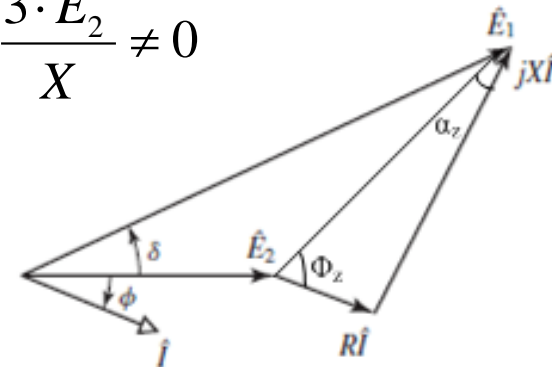
## ■ Análise do Circuito Equivalente

$$Q_2 = \frac{3 \cdot E_2 \cdot E_1}{\sqrt{R^2 + X^2}} \cos \left[ \delta + \arctan \left( \frac{R}{X} \right) \right] - \frac{3 \cdot E_2^2 \cdot X}{R^2 + X^2}$$

## ■ R=0

$$\alpha_z = \arctan \left( \frac{0}{X} \right) = \arctan(0) \rightarrow \alpha_z = 0^\circ$$

$$\frac{3 \cdot E_2^2 \cdot X}{X^2} = \frac{3 \cdot E_2^2}{X} \neq 0$$



Adaptado de: Umans, S. D. Máquinas elétricas de Fitzgerald e Kingsley. 7ª Ed. Porto Alegre: AMGH, 2014.

# Potência e Ângulo de Carga em Regime Permanente

## ■ Análise do Circuito Equivalente

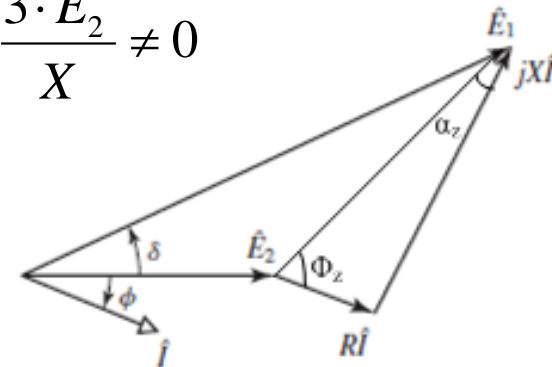
$$Q_2 = \frac{3 \cdot E_2 \cdot E_1}{\sqrt{R^2 + X^2}} \cos \left[ \delta + \arctan \left( \frac{R}{X} \right) \right] - \frac{3 \cdot E_2^2 \cdot X}{R^2 + X^2}$$

## ■ R=0

$$\alpha_z = \arctan \left( \frac{0}{X} \right) = \arctan(0) \rightarrow \alpha_z = 0^\circ$$

$$\frac{3 \cdot E_2^2 \cdot X}{X^2} = \frac{3 \cdot E_2^2}{X} \neq 0$$

$$Q_1 = Q_2 = \frac{3 \cdot E_2 \cdot E_1}{X} \cos(\delta) - \frac{3 \cdot E_2^2}{X}$$

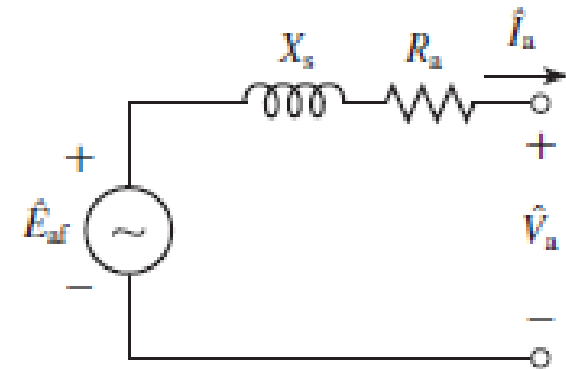


Adaptado de: Umans, S. D. Máquinas elétricas de Fitzgerald e Kingsley. 7ª Ed. Porto Alegre: AMGH, 2014.

# Potência e Ângulo de Carga em Regime Permanente

- Com grandezas da circuito equivalente

$$P_a = \frac{3 \cdot V_a \cdot E_{af}}{\sqrt{R_a^2 + X_s^2}} \sin \left[ \delta + \arctan \left( \frac{R_a}{X_s} \right) \right] - \frac{3 \cdot V_a^2 \cdot R_a}{R_a^2 + X_s^2}$$



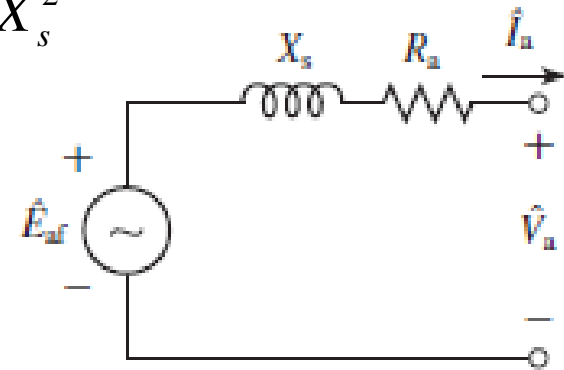
Adaptado de: Umans, S. D. Máquinas elétricas de Fitzgerald e Kingsley. 7ª Ed. Porto Alegre: AMGH, 2014.

# Potência e Ângulo de Carga em Regime Permanente

## ■ Com grandezas da circuito equivalente

$$P_a = \frac{3 \cdot V_a \cdot E_{af}}{\sqrt{R_a^2 + X_s^2}} \sin \left[ \delta + \arctan \left( \frac{R_a}{X_s} \right) \right] - \frac{3 \cdot V_a^2 \cdot R_a}{R_a^2 + X_s^2}$$

$$Q_a = \frac{3 \cdot V_a \cdot E_{af}}{\sqrt{R_a^2 + X_s^2}} \cos \left[ \delta + \arctan \left( \frac{R_a}{X_s} \right) \right] - \frac{3 \cdot V_a^2 \cdot X_s}{R_a^2 + X_s^2}$$



Adaptado de: Umans, S. D. Máquinas elétricas de Fitzgerald e Kingsley. 7ª Ed. Porto Alegre: AMGH, 2014.

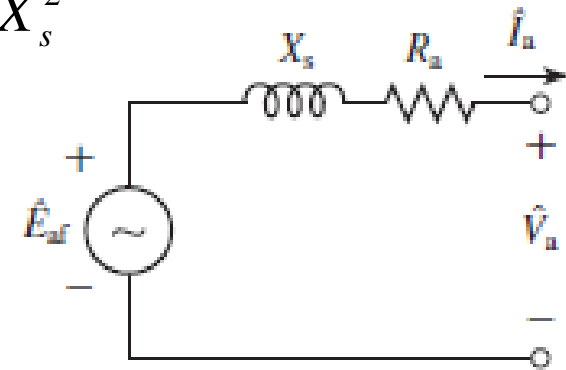
# Potência e Ângulo de Carga em Regime Permanente

## ■ Com grandezas da circuito equivalente

$$P_a = \frac{3 \cdot V_a \cdot E_{af}}{\sqrt{R_a^2 + X_s^2}} \sin \left[ \delta + \arctan \left( \frac{R_a}{X_s} \right) \right] - \frac{3 \cdot V_a^2 \cdot R_a}{R_a^2 + X_s^2}$$

$$Q_a = \frac{3 \cdot V_a \cdot E_{af}}{\sqrt{R_a^2 + X_s^2}} \cos \left[ \delta + \arctan \left( \frac{R_a}{X_s} \right) \right] - \frac{3 \cdot V_a^2 \cdot X_s}{R_a^2 + X_s^2}$$

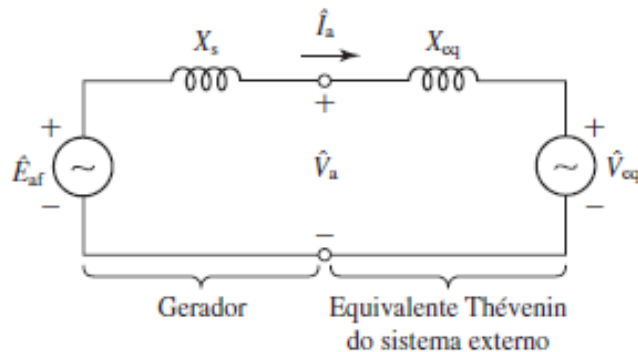
$$R_a \rightarrow 0 \left\{ \begin{array}{l} P_a = P_{af} = \frac{3 \cdot V_a \cdot E_{af}}{X_s} \sin(\delta) \\ Q_a = Q_{af} = \frac{3 \cdot V_a \cdot E_{af}}{X_s} \cos(\delta) - \frac{3 \cdot V_a^2}{X_s} \end{array} \right.$$



Adaptado de: Umans, S. D. Máquinas elétricas de Fitzgerald e Kingsley. 7ª Ed. Porto Alegre: AMGH, 2014.

# Potência e Ângulo de Carga em Regime Permanente

## ■ Análise da máquina real com sistema externo

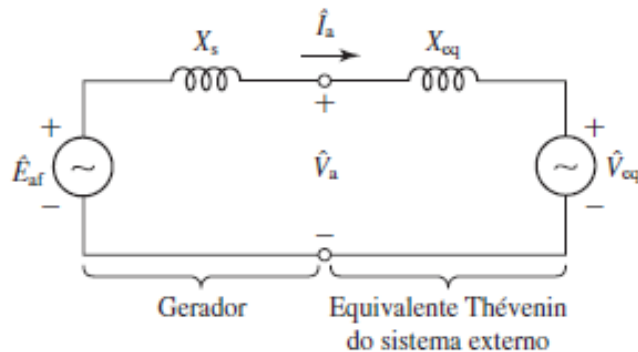


Fonte: Umans, S. D. Máquinas elétricas de Fitzgerald e Kingsley. 7ª Ed. Porto Alegre: AMGH, 2014.

$$P = \frac{E_{af} \cdot V_{EQ}}{X_s + X_{EQ}} \text{sen}(\delta)$$

# Potência e Ângulo de Carga em Regime Permanente

## ■ Análise da máquina real com sistema externo



Fonte: Umans, S. D. Máquinas elétricas de Fitzgerald e Kingsley. 7ª Ed. Porto Alegre: AMGH, 2014.

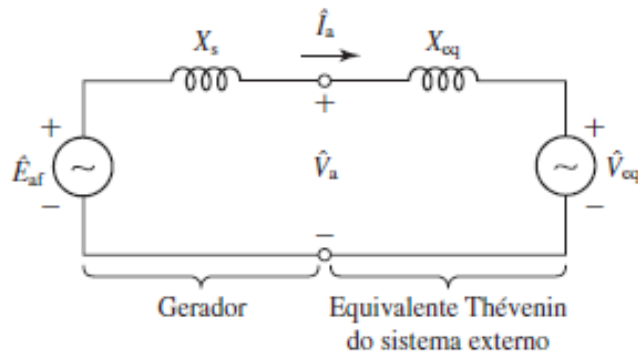
$$P = \frac{E_{af} \cdot V_{EQ}}{X_s + X_{EQ}} \sin(\delta)$$

- Apresenta a potência transferida de um gerador a um sistema externo



# Potência e Ângulo de Carga em Regime Permanente

## ■ Análise da máquina real com sistema externo



Fonte: Umans, S. D. Máquinas elétricas de Fitzgerald e Kingsley. 7ª Ed. Porto Alegre: AMGH, 2014.

$$P = \frac{E_{af} \cdot V_{EQ}}{X_s + X_{EQ}} \sin(\delta)$$

- Apresenta a potência transferida de um gerador a um sistema externo
- Importante: definir o equivalente do sistema externo – equivalente de Thévenin

# Potência e Ângulo de Carga em Regime Permanente

- Para sistemas trifásicos
  - Caso as tensões sejam de fase

$$P_{3\phi} = 3 \cdot \frac{E_{af} \cdot V_{EQ}}{X_s + X_{EQ}} \sin(\delta)$$

# Potência e Ângulo de Carga em Regime Permanente

- Para sistemas trifásicos
  - Caso as tensões sejam de fase

$$P_{3\phi} = 3 \cdot \frac{E_{af} \cdot V_{EQ}}{X_s + X_{EQ}} \operatorname{sen}(\delta)$$

- Caso as tensões sejam em p.u.

$$P_{3\phi} = \frac{E_{af} \cdot V_{EQ}}{X_s + X_{EQ}} \operatorname{sen}(\delta)$$

# Potência e Ângulo de Carga em Regime Permanente

## ■ Considerações

### □ Transferência de potência

- A partir da **variação da corrente de campo** e da tensão induzida no gerador

# Potência e Ângulo de Carga em Regime Permanente

## ■ Considerações

### □ Transferência de potência

- A partir da **variação da corrente de campo** e da tensão induzida no gerador

### □ Limite de corrente de campo na excitação

- Limite que não pode ser ultrapassado indiscriminadamente – questões térmicas!

# Potência e Ângulo de Carga em Regime Permanente

## ■ Considerações

### □ Transferência de potência

- A partir da **variação da corrente de campo** e da tensão induzida no gerador

### □ Limite de corrente de campo na excitação

- Limite que não pode ser ultrapassado indiscriminadamente – questões térmicas!

### □ Considerações sobre estabilidade do sistema

- **Ângulo de potência bem inferior a  $90^\circ$**
- Máquinas devem **assegurar valores nominais de tensão e frequência**

# Exercício 6

Um gerador trifásico síncrono de 75 MVA e 13,8 KV, com uma reatância síncrona saturada de 1,35 p.u. e uma reatância não saturada de 1,56 p.u., é ligado a um sistema extremo, cuja reatância equivalente é de 0,23 p.u. e cuja tensão é 1 p.u. Ambas tomando o gerador como base. Ele atinge a tensão nominal de circuito aberto para uma corrente de campo de 297 A

A) Encontre a potência máxima (em MW e p.u.) que pode ser fornecida ao sistema extremo se a tensão interna do gerador for mantida igual a 1 pu.

## Exercício 6/A

Um gerador trifásico síncrono de 75 MVA e 13,8 KV, com uma reatância síncrona saturada de 1,35 p.u. e uma reatância não saturada de 1,56 p.u., é ligado a um sistema extremo, cuja reatância equivalente é de 0,23 p.u. e cuja tensão é 1 p.u. Ambas tomando o gerador como base. Ele atinge a tensão nominal de circuito aberto para uma corrente de campo de 297 A

A) Encontre a potência máxima (em MW e p.u.) que pode ser fornecida ao sistema extremo se a tensão interna do gerador for mantida igual a 1 p.u.

$$P_{\text{máx}} = \frac{E_{af} \cdot V_{EQ}}{X_s + X_{EQ}}$$

Máquina próxima a tensão terminal, valor de reatância síncrona saturada deve ser utilizada

$$P_{\text{máx}} = \frac{1 \cdot 1}{1,35 + 0,23} = 0,633 \text{ p.u.} = 0,633 \cdot 75 \text{ M} = 47,5 \text{ MW}$$



# Exercício 6

Um gerador trifásico síncrono de 75 MVA e 13,8 KV, com uma reatância síncrona saturada de 1,35 p.u. e uma reatância não saturada de 1,56 p.u., é ligado a um sistema extremo, cuja reatância equivalente é de 0,23 p.u. e cuja tensão é 1 p.u. Ambas tomando o gerador como base. Ele atinge a tensão nominal de circuito aberto para uma corrente de campo de 297 A

- A) Encontre a potência máxima (em MW e p.u.) que pode ser fornecida ao sistema extremo se a tensão interna do gerador for mantida igual a 1 pu.
- B) Utilizando o MATLAB, plotar a tensão terminal do gerador quando a saída do gerador é variada de zero até a potência máxima com as condições da letra A).

# Exercício 6/B

Um gerador trifásico síncrono de 75 MVA e 13,8 KV, com uma reatância síncrona saturada de 1,35 p.u. e uma reatância não saturada de 1,56 p.u., é ligado a um sistema extremo, cuja reatância equivalente é de 0,23 p.u. e cuja tensão é 1 p.u. Ambas tomando o gerador como base. Ele atinge a tensão nominal de circuito aberto para uma corrente de campo de 297 A

A) ...

B) Utilizando o MATLAB, plotar a tensão terminal do gerador quando a saída do gerador é variada de zero até a potência máxima com as condições da letra

A).

$$\hat{I}_a = \frac{\hat{E}_{af} - \hat{V}_{EQ}}{j(X_s + X_{EQ})} = \frac{E_{af} \underline{1} \angle \delta - V_{EQ}}{j(X_s + X_{EQ})} = \frac{1 \underline{1} \angle \delta - 1}{j1,58} = -0,6329 j \cdot [1 \underline{1} \angle \delta - 1] = -0,6329 [\underline{1} \angle \delta + 90^\circ - 1 \underline{1} \angle 90^\circ]$$

# Exercício 6/B

Um gerador trifásico síncrono de 75 MVA e 13,8 KV, com uma reatância síncrona saturada de 1,35 p.u. e uma reatância não saturada de 1,56 p.u., é ligado a um sistema extremo, cuja reatância equivalente é de 0,23 p.u. e cuja tensão é 1 p.u. Ambas tomando o gerador como base. Ele atinge a tensão nominal de circuito aberto para uma corrente de campo de 297 A

A) ...

B) Utilizando o MATLAB, plotar a tensão terminal do gerador quando a saída do gerador é variada de zero até a potência máxima com as condições da letra

A).

$$\hat{I}_a = \frac{\hat{E}_{af} - \hat{V}_{EQ}}{j(X_s + X_{EQ})} = \frac{E_{af} \angle \delta - V_{EQ}}{j(X_s + X_{EQ})} = \frac{1 \angle \delta - 1}{j1,58} = -0,6329j \cdot [1 \angle \delta - 1] = -0,6329 [\delta + 90^\circ - 1 \angle 90^\circ]$$

$$\hat{V}_a = \hat{V}_{EQ} + jX_{EQ} \cdot \hat{I}_a = 1 + j0,23 \left( \frac{1 \angle \delta - 1}{j1,58} \right) = 1 + \left( \frac{0,23}{1,58} \cdot 1 \angle \delta - 1 \right) = 1 + (0,14557 \angle \delta - 1)$$

## Exercício 6/B

Um gerador trifásico síncrono de 75 MVA e 13,8 KV, com uma reatância síncrona saturada de 1,35 p.u. e uma reatância não saturada de 1,56 p.u., é ligado a um sistema extremo, cuja reatância equivalente é de 0,23 p.u. e cuja tensão é 1 p.u. Ambas tomando o gerador como base. Ele atinge a tensão nominal de circuito aberto para uma corrente de campo de 297 A

A) ...

B) Utilizando o MATLAB, plotar a tensão terminal do gerador quando a saída do gerador é variada de zero até a potência máxima com as condições da letra

A).

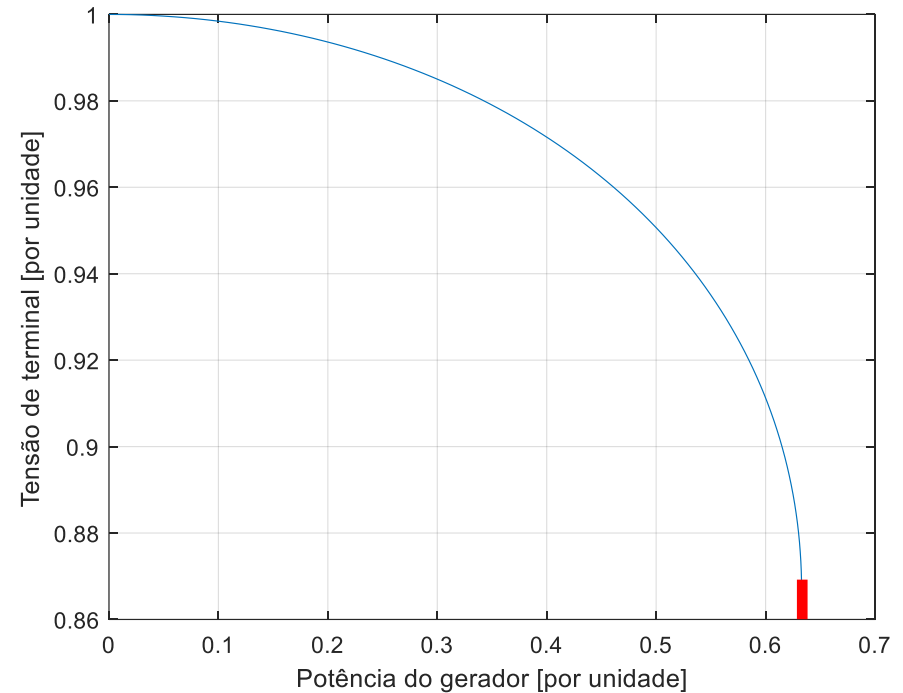
$$\hat{I}_a = \frac{\hat{E}_{af} - \hat{V}_{EQ}}{j(X_s + X_{EQ})} = \frac{E_{af} \underline{1\delta} - V_{EQ}}{j(X_s + X_{EQ})} = \frac{1 \underline{1\delta} - 1}{j1,58} = -0,6329 j \cdot [1 \underline{1\delta} - 1] = -0,6329 [\delta + 90^\circ - 1 \underline{90^\circ}]$$

$$\hat{V}_a = \hat{V}_{EQ} + jX_{EQ} \cdot \hat{I}_a = 1 + j0,23 \left( \frac{1 \underline{1\delta} - 1}{j1,58} \right) = 1 + \left( \frac{0,23}{1,58} \cdot 1 \underline{1\delta} - 1 \right) = 1 + (0,14557 \underline{1\delta} - 1)$$

$$\hat{V}_a = 1 + 0,14557 \cdot [(1 \underline{1\delta}) - 1] \quad P = \text{Re}[\hat{V}_{\hat{a}} \cdot \hat{I}_a^*]$$

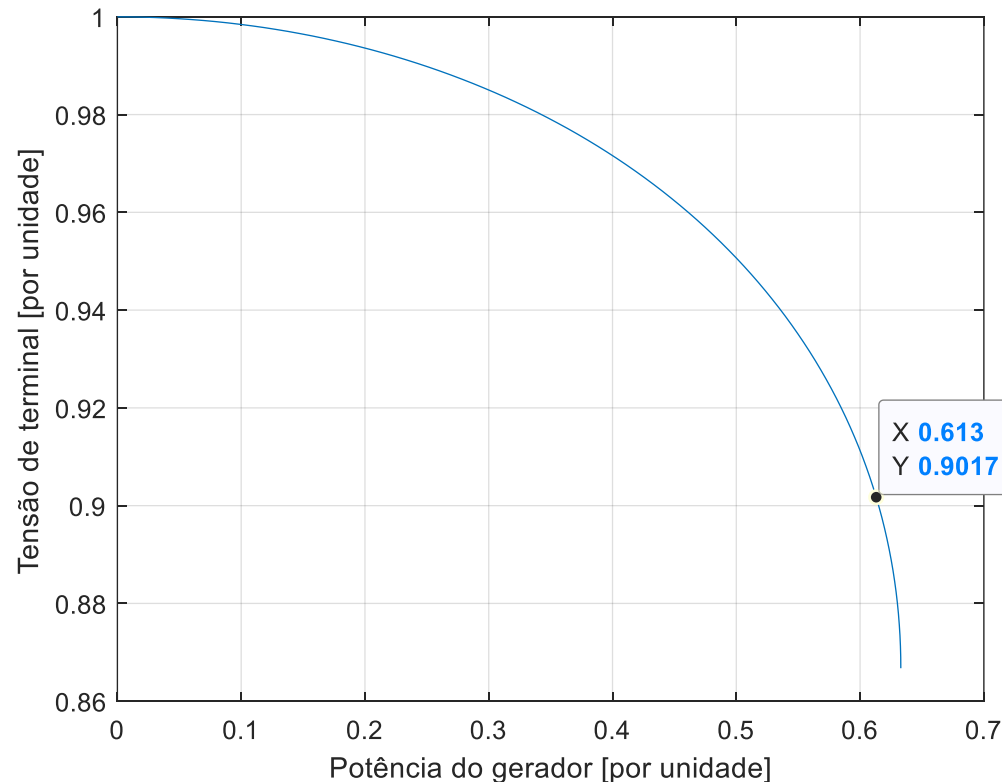
# Exercício 6/B

```
clc
clear
% Solução da parte (b)
% Parâmetros do sistema
Veq = 1.0;
Eaf = 1.0;
Xeq = .23;
Xs = 1.35;
n = 1:101;
delta = (pi/2)*(n-1)/100;
lahat = (Eaf * exp(j*delta) - Veq)/(j*(Xs + Xeq));
Vahat = (Veq + j*Xeq*lahat);
Vamag = abs(Vahat);
P = real(Vahat.*conj(lahat));
% Agora plote os resultados
plot(P,Vamag)
xlabel('Potência do gerador [por unidade]')
ylabel('Tensão de terminal [por unidade]')
```



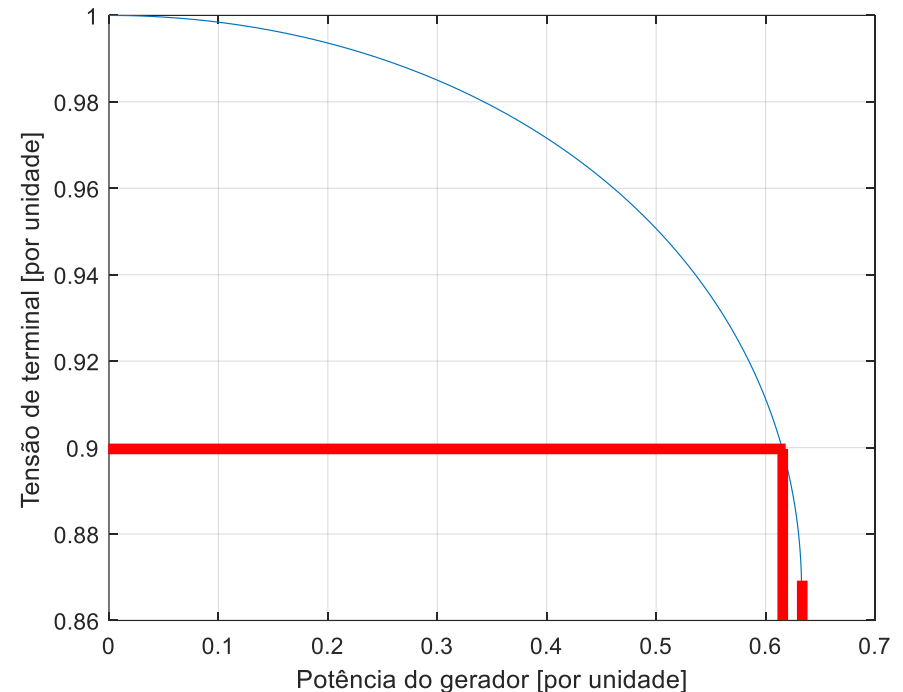
# Exercício 6/B

Se for permitido uma redução de até 10% na tensão terminal, isso significa que nesta tensão a potência máxima do gerador é limitada a 0,613 p.u. (diferente do valor máximo 0,633 p.u. da letra (A)).



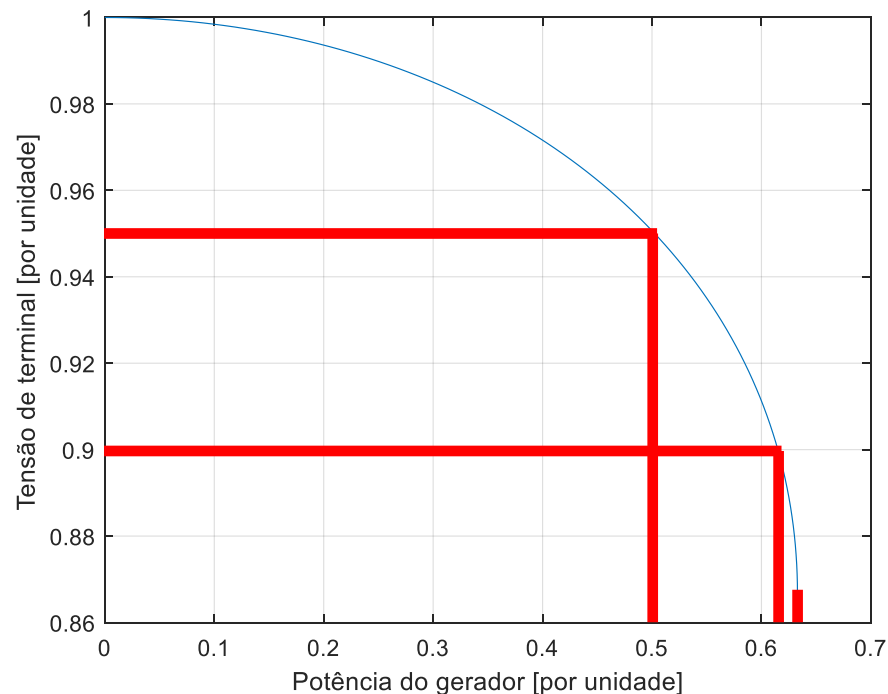
# Exercício 6/B

```
clc
clear
% Solução da parte (b)
% Parâmetros do sistema
Veq = 1.0;
Eaf = 1.0;
Xeq = .23;
Xs = 1.35;
n = 1:101;
delta = (pi/2)*(n-1)/100;
lahat = (Eaf * exp(j*delta) - Veq)/(j*(Xs + Xeq));
Vahat = (Veq + j*Xeq*lahat);
Vamag = abs(Vahat);
P = real(Vahat.*conj(lahat));
% Agora plote os resultados
plot(P,Vamag)
xlabel('Potência do gerador [por unidade]')
ylabel('Tensão de terminal [por unidade]')
```



# Exercício 6/B

Se for permitido uma redução de até 5% na tensão terminal, isso significa que nesta tensão a potência máxima do gerador é limitada a 0,5 p.u. (diferente do valor máximo de 0,633 pu).





# Exercício 6

Um gerador trifásico síncrono de 75 MVA e 13,8 KV, com uma reatância síncrona saturada de 1,35 p.u. e uma reatância não saturada de 1,56 p.u., é ligado a um sistema extremo, cuja reatância equivalente é de 0,23 p.u. e cuja tensão é 1 p.u. Ambas tomando o gerador como base. Ele atinge a tensão nominal de circuito aberto para uma corrente de campo de 297 A

- A) Encontre a potência máxima (em MW e p.u.) que pode ser fornecida ao sistema extremo se a tensão interna do gerador for mantida igual a 1 pu.
- B) Utilizando o MATLAB, plotar a tensão terminal do gerador quando a saída do gerador é variada de zero até a potência máxima com as condições da letra A).
- C) Agora suponha que o gerador esteja equipado com um regulador automático de tensão (RAT) que controla a corrente de campo mantendo constante a tensão terminal. Se a carga submetida ao gerador for nominal, calcule o correspondente ângulo de potência, a tensão por unidade e a corrente de campo. Usando o MATLAB, plote a força eletromotriz gerada por unidade em função da potência por unidade

# Exercício 6/C

...

A) ...

B) ...

C) Agora suponha que o gerador esteja equipado com um regulador automático de tensão (RAT) que controla a corrente de campo mantendo constante a tensão terminal. Se a carga submetida ao gerador for nominal, calcule o correspondente ângulo de potência, a tensão por unidade e a corrente de campo. Usando o MATLAB, plote a força eletromotriz gerada por unidade em função da potência por unidade

Tensão terminal é mantida constante em 1 p.u. A potência pode ser expressa por:

# Exercício 6/C

$$P = \frac{V_a \cdot V_{EQ}}{X_{EQ}} \sin(\delta_t)$$

$$P = \frac{1}{0,23} \sin(\delta_t) = 4,35 \cdot \sin(\delta_t)$$

# Exercício 6/C

$$P = \frac{V_a \cdot V_{EQ}}{X_{EQ}} \sin(\delta_t)$$

$$P = \frac{1}{0,23} \sin(\delta_t) = 4,35 \cdot \sin(\delta_t)$$

Para  $P=1$  p.u., o ângulo será:

$$1 = 4,35 \cdot \sin(\delta_t) \rightarrow \delta_t = 13,3^\circ$$

# Exercício 6/C

$$P = \frac{V_a \cdot V_{EQ}}{X_{EQ}} \sin(\delta_t)$$

$$P = \frac{1}{0,23} \sin(\delta_t) = 4,35 \cdot \sin(\delta_t)$$

Para  $P=1$  p.u., o ângulo será:  $1 = 4,35 \cdot \sin(\delta_t) \rightarrow \delta_t = 13,3^\circ$

Cálculo da corrente

$$\hat{I}_a = \frac{V_a \angle \delta_t - V_{EQ}}{jX_{EQ}} = \frac{1 \angle 13,3^\circ - 1}{j0,23} = 1,007 \angle 6,65^\circ$$

# Exercício 6/C

$$P = \frac{V_a \cdot V_{EQ}}{X_{EQ}} \sin(\delta_t)$$

$$P = \frac{1}{0,23} \sin(\delta_t) = 4,35 \cdot \sin(\delta_t)$$

Para  $P=1$  p.u., o ângulo será:  $1 = 4,35 \cdot \sin(\delta_t) \rightarrow \delta_t = 13,3^\circ$

Cálculo da corrente

$$\hat{I}_a = \frac{V_a \angle \delta_t - V_{EQ}}{jX_{EQ}} = \frac{1 \angle 13,3^\circ - 1}{j0,23} = 1,007 \angle 6,65^\circ$$

$$\hat{E}_{\tilde{a}f} = \hat{V}_{\hat{E}Q} + j(X_{EQ} + X_s) \cdot \hat{I}_a = 1 + j1,58 \cdot 1,007 \angle 6,65^\circ = 1,78 \angle 62,7^\circ$$

# Exercício 6/C

$$P = \frac{V_a \cdot V_{EQ}}{X_{EQ}} \sin(\delta_t)$$

$$P = \frac{1}{0,23} \sin(\delta_t) = 4,35 \cdot \sin(\delta_t)$$

Para  $P=1$  p.u., o ângulo será:  $1 = 4,35 \cdot \sin(\delta_t) \rightarrow \delta_t = 13,3^\circ$

Cálculo da corrente

$$\hat{I}_a = \frac{V_a \angle \delta_t - V_{EQ}}{jX_{EQ}} = \frac{1 \angle 13,3^\circ - 1}{j0,23} = 1,007 \angle 6,65^\circ$$

$$\hat{E}_{af} = \hat{V}_{EQ} + j(X_{EQ} + X_s) \cdot \hat{I}_a = 1 + j1,58 \cdot 1,007 \angle 6,65^\circ = 1,78 \angle 62,7^\circ$$

$$E_{af} = 1,78 \text{ p.u.}$$

## Exercício 6/C

$$P = \frac{V_a \cdot V_{EQ}}{X_{EQ}} \sin(\delta_t)$$

$$P = \frac{1}{0,23} \sin(\delta_t) = 4,35 \cdot \sin(\delta_t)$$

Para  $P=1$  p.u., o ângulo será:  $1 = 4,35 \cdot \sin(\delta_t) \rightarrow \delta_t = 13,3^\circ$

Cálculo da corrente

$$\hat{I}_a = \frac{V_a \angle \delta_t - V_{EQ}}{jX_{EQ}} = \frac{1 \angle 13,3^\circ - 1}{j0,23} = 1,007 \angle 6,65^\circ$$

$$\hat{E}_{af} = \hat{V}_{EQ} + j(X_{EQ} + X_s) \cdot \hat{I}_a = 1 + j1,58 \cdot 1,007 \angle 6,65^\circ = 1,78 \angle 62,7^\circ$$

$$E_{af} = 1,78 \text{ p.u.} \quad \delta = 62,7^\circ$$



# Exercício 6/C

$$P = \frac{V_a \cdot V_{EQ}}{X_{EQ}} \sin(\delta_t)$$

$$P = \frac{1}{0,23} \sin(\delta_t) = 4,35 \cdot \sin(\delta_t)$$

Para  $P=1$  p.u., o ângulo será:  $1 = 4,35 \cdot \sin(\delta_t) \rightarrow \delta_t = 13,3^\circ$

Cálculo da corrente

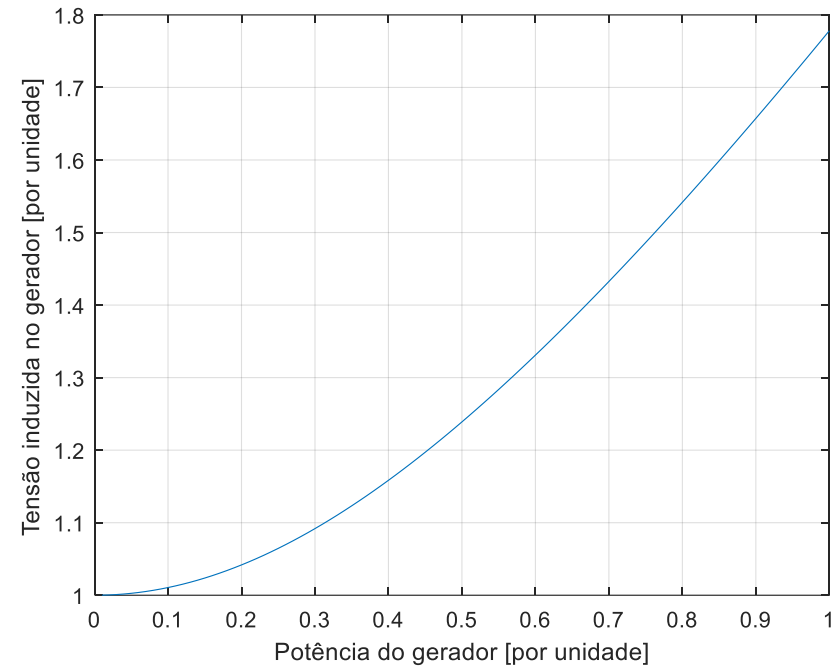
$$\hat{I}_a = \frac{V_a \angle \delta_t - V_{EQ}}{jX_{EQ}} = \frac{1 \angle 13,3^\circ - 1}{j0,23} = 1,007 \angle 6,65^\circ$$

$$\hat{E}_{\tilde{a}f} = \hat{V}_{\hat{E}Q} + j(X_{EQ} + X_s) \cdot \hat{I}_a = 1 + j1,58 \cdot 1,007 \angle 6,65^\circ = 1,78 \angle 62,7^\circ$$

$$E_{af} = 1,78 \text{ p.u.} \quad \delta = 62,7^\circ \quad I_f = 1,78 \cdot 297 = 529 \text{ A}$$

# Exercício 6/C

```
Va=1.0;  
K=Va*Ve/ Xe;  
PP=0.01:0.01:1;  
[ind1,ind2]=size(PP);  
arg=PP./K;  
delta_t=asin(arg);  
Va_fasor=Va.*(cos(delta_t)+1i.*sin(delta_t));  
Ve_fasor=Ve.*ones(ind1,ind2);  
Xe_q=Xe.*ones(ind1,ind2);  
Ia_fasor=(Va_fasor-Ve_fasor)./(1i.*Xe_q);  
Xss=Xs.*ones(ind1,ind2);  
Eaf_fasor=Ve_fasor+1i.*(Xe_q+Xss).*Ia_fasor;  
Eaf=abs(Eaf_fasor);  
% Agora plote os resultados  
figure(2),plot(PP,Eaf)  
grid on  
xlabel('Potência do gerador [por unidade]')  
ylabel('Tensão induzida no gerador [por unidade]')
```



# Exercício 6/C

AFNL=297;

If=AFNL.\*Eaf;

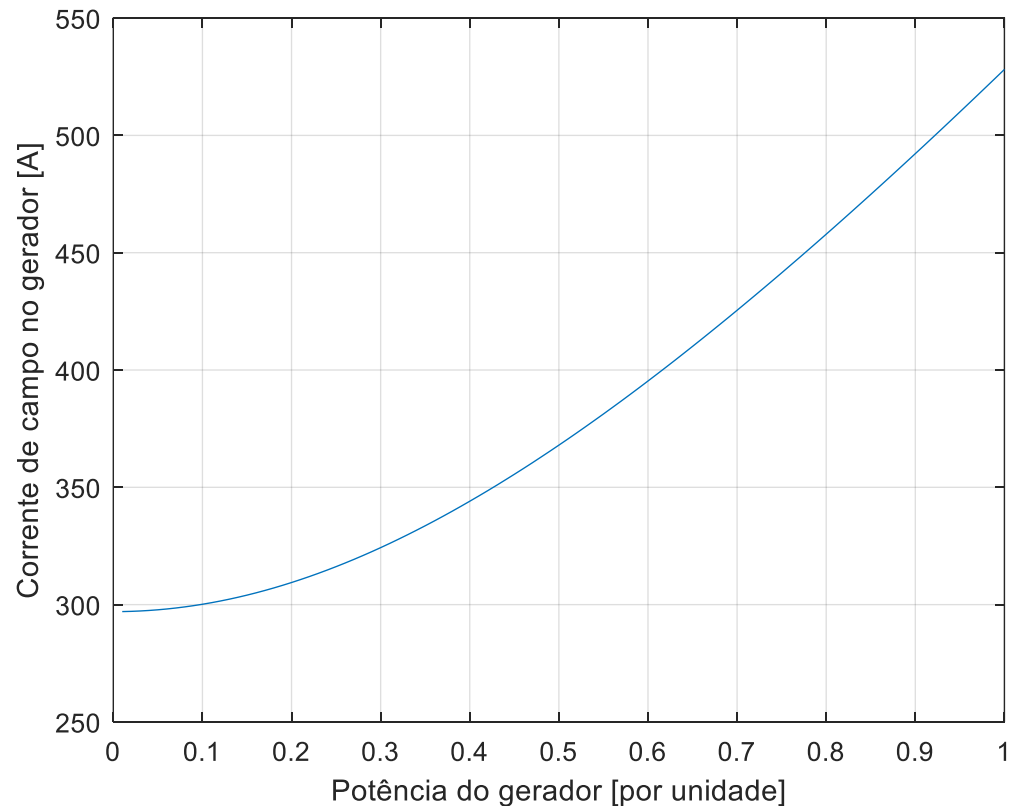
% Agora plote os resultados

figure(3),plot(PP,If)

grid on

xlabel('Potência do gerador [por unidade]')

ylabel('Corrente de campo no gerador [A]')

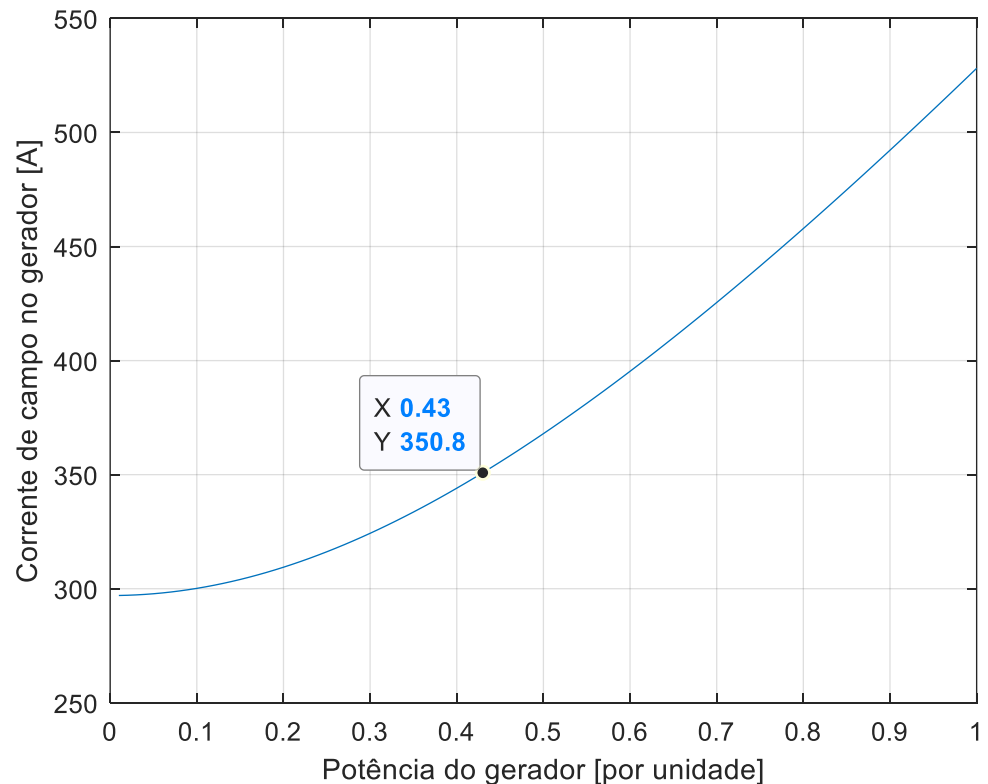


# Exercício 6/C

Se o limite de corrente de campo for 350 A para o gerador:

A capacidade do gerador cai para 0,43 p.u., isto é, 32,25 MVA.

- Assim, o limite de capacidade do gerador depende do sistema externo que ele atende e da capacidade de corrente dos condutores do enrolamento de campo.



# Especificações Nominais

- Há limites no gerador síncrono
  - Potência e velocidade
  - Propósito: proteger a máquina de danos, devido a uso impróprio

# Especificações Nominais

- Há limites no gerador síncrono
  - Potência e velocidade
  - Propósito: proteger a máquina de danos, devido a uso impróprio
- Especificações básicas
  - Tensão, velocidade e frequência

# Especificações Nominais

- Há limites no gerador síncrono
  - Potência e velocidade
  - Propósito: proteger a máquina de danos, devido a uso impróprio
- Especificações básicas
  - Tensão, velocidade e frequência
    - Cada máquina deve ter uma frequência elétrica especificada, número de polos e velocidade de eixo

# Especificações Nominais

- Há limites no gerador síncrono
  - Potência e velocidade
  - Propósito: proteger a máquina de danos, devido a uso impróprio
- Especificações básicas
  - Tensão, velocidade e frequência
    - Cada máquina deve ter uma frequência elétrica especificada, número de polos e velocidade de eixo
    - Tensão é a especificação mais importante: toda a construção da máquina, o fluxo e a velocidade depende da tensão.



# Especificações Nominais

- Especificações de potência aparente e fator de potência

$$S_n = 3 \cdot V_{F,n} \cdot I_{a,máx} = \sqrt{3} \cdot V_{L,n} \cdot I_{L,máx}$$

- Potência da armadura e da máquina, é dada em kVA

# Especificações Nominais

- Especificações de potência aparente e fator de potência

$$S_n = 3 \cdot V_{F,n} \cdot I_{a,máx} = \sqrt{3} \cdot V_{L,n} \cdot I_{L,máx}$$

- Potência da armadura e da máquina, é dada em kVA
- Apesar disto, a corrente de campo influencia:
  - Existe restrição de fator de potência mínimo aceitável dentro dos kVAs nominais:

$$\hat{E}_a = \hat{V}_t + jX_s \cdot \hat{I}_a$$

# Especificações Nominais

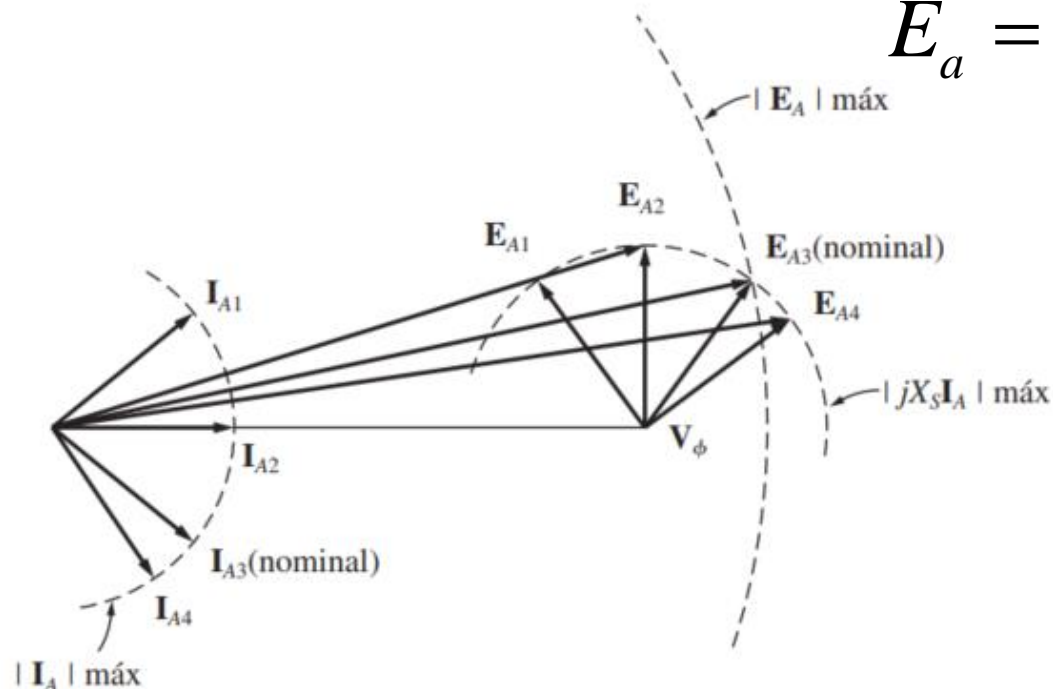
- Especificações de potência aparente e fator de potência
  - Existe restrição de fator de potência mínimo aceitável dentro dos kVAs nominais:

$$\hat{E}_a = \hat{V}_t + jX_s \cdot \hat{I}_a$$

# Especificações Nominais

- Especificações de potência aparente e fator de potência
  - Existe restrição de fator de potência mínimo aceitável dentro dos kVAs nominais:

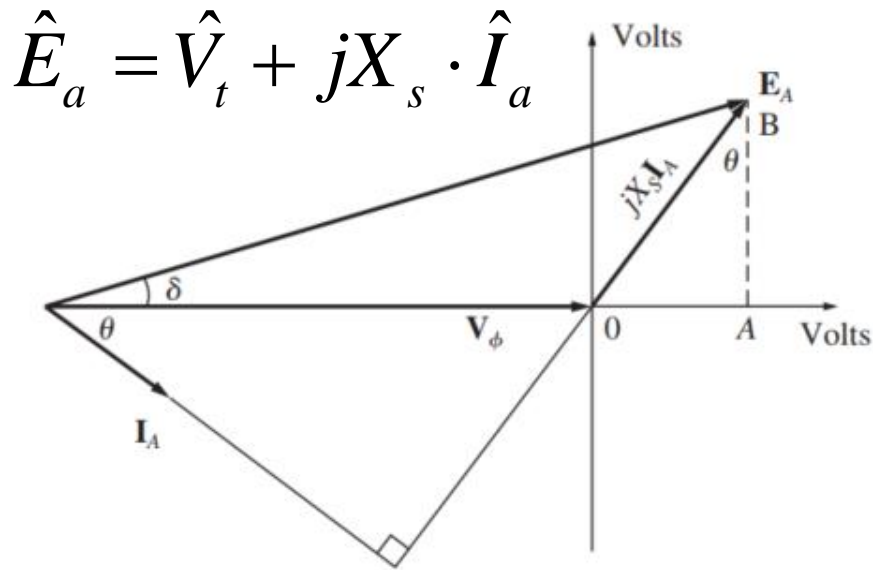
$$\hat{E}_a = \hat{V}_t + jX_s \cdot \hat{I}_a$$



Adaptado de: Chapman, S. J. Fundamentos de máquinas elétricas. 5ª Ed. Porto Alegre: AMGH, 2013.

# Especificações Nominais

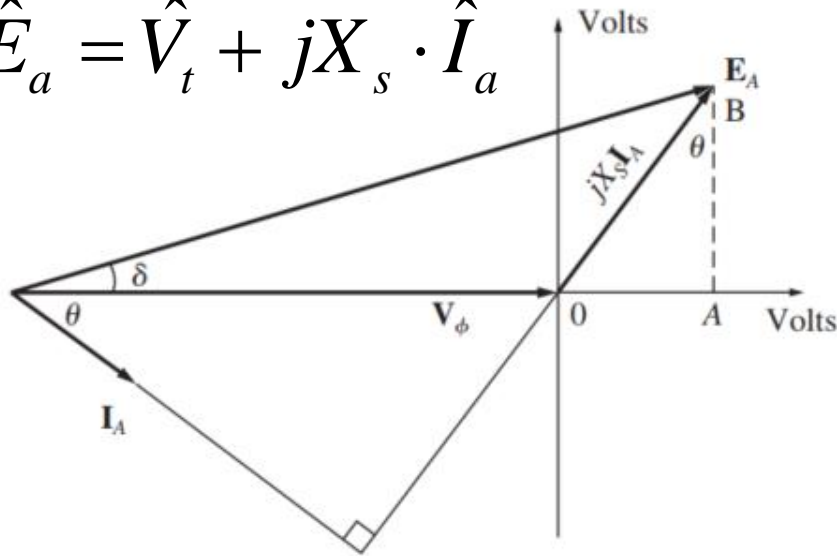
- Curvas de capacidade do gerador síncrono
  - Todos os limites a um gerador podem ser representados graficamente pelo diagrama de capacidade



# Especificações Nominais

- Curvas de capacidade do gerador síncrono
  - Todos os limites a um gerador podem ser representados graficamente pelo diagrama de capacidade

$$\hat{E}_a = \hat{V}_t + jX_s \cdot \hat{I}_a$$



$$P = 3 \cdot V_{F,n} \cdot I_a \cdot \cos(\theta)$$

$$Q = 3 \cdot V_{F,n} \cdot I_a \cdot \sin(\theta)$$

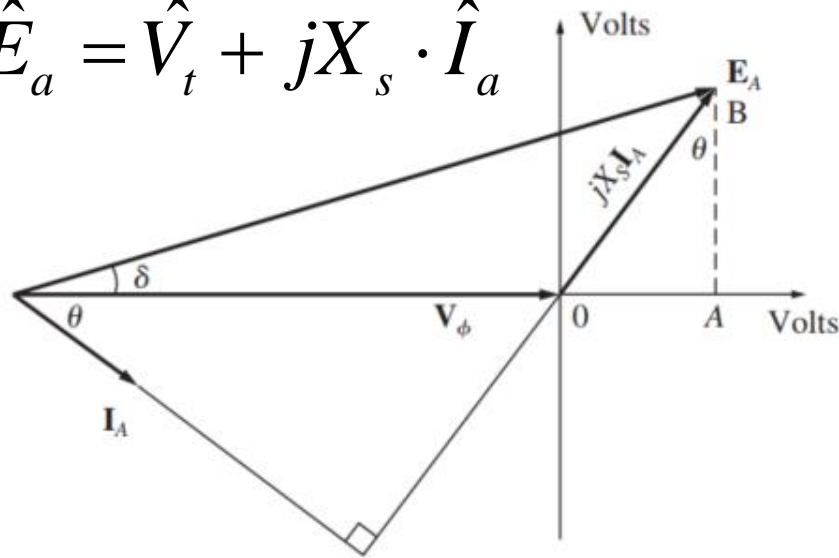
$$S = 3 \cdot V_{F,n} \cdot I_a$$

# Especificações Nominais

## ■ Curvas de capacidade do gerador síncrono

- Todos os limites a um gerador podem ser representados graficamente pelo diagrama de capacidade

$$\hat{E}_a = \hat{V}_t + jX_s \cdot \hat{I}_a$$



$$P = 3 \cdot V_{F,n} \cdot I_a \cdot \cos(\theta)$$

$$Q = 3 \cdot V_{F,n} \cdot I_a \cdot \sin(\theta)$$

$$S = 3 \cdot V_{F,n} \cdot I_a$$

□ OA —  $X_s \cdot I_a \cdot \sin(\theta)$

□ AB —  $X_s \cdot I_a \cdot \cos(\theta)$

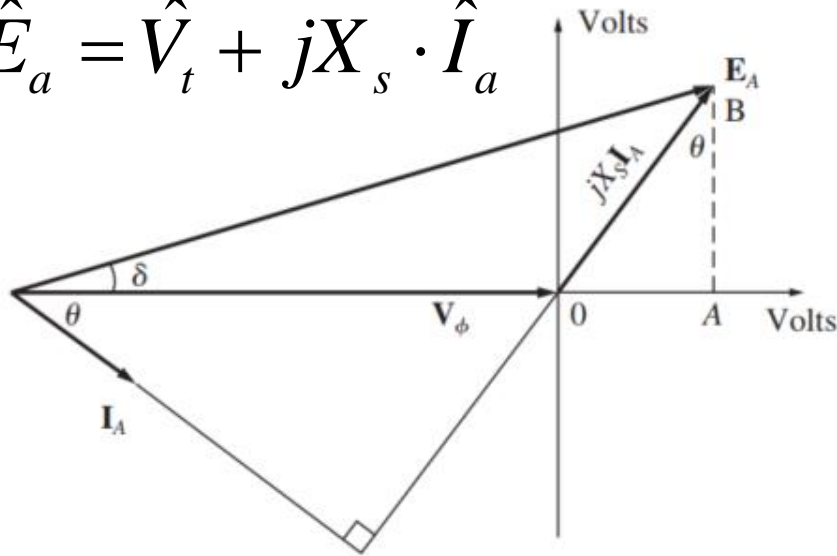
Adaptado de: Chapman, S. J. Fundamentos de máquinas elétricas. 5ª Ed. Porto Alegre: AMGH, 2013.

# Especificações Nominais

## ■ Curvas de capacidade do gerador síncrono

- Todos os limites a um gerador podem ser representados graficamente pelo diagrama de capacidade

$$\hat{E}_a = \hat{V}_t + jX_s \cdot \hat{I}_a$$



■ OA —  $X_s \cdot I_a \cdot \sin(\theta)$

■ AB —  $X_s \cdot I_a \cdot \cos(\theta)$

$$P = 3 \cdot V_{F,n} \cdot I_a \cdot \cos(\theta)$$

$$Q = 3 \cdot V_{F,n} \cdot I_a \cdot \sin(\theta)$$

$$S = 3 \cdot V_{F,n} \cdot I_a$$

$$P = \frac{3 \cdot V_{F,n}}{X_s} \cdot [X_s I_a \cdot \cos(\theta)]$$

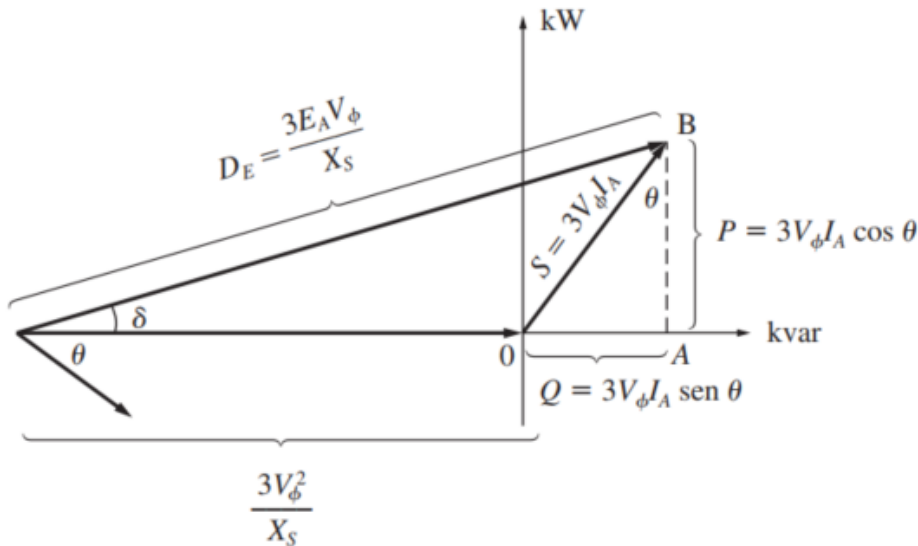
$$Q = \frac{3 \cdot V_{F,n}}{X_s} \cdot [X_s I_a \cdot \sin(\theta)]$$

Adaptado de: Chapman, S. J. Fundamentos de máquinas elétricas. 5ª Ed. Porto Alegre: AMGH, 2013.



# Especificações Nominais

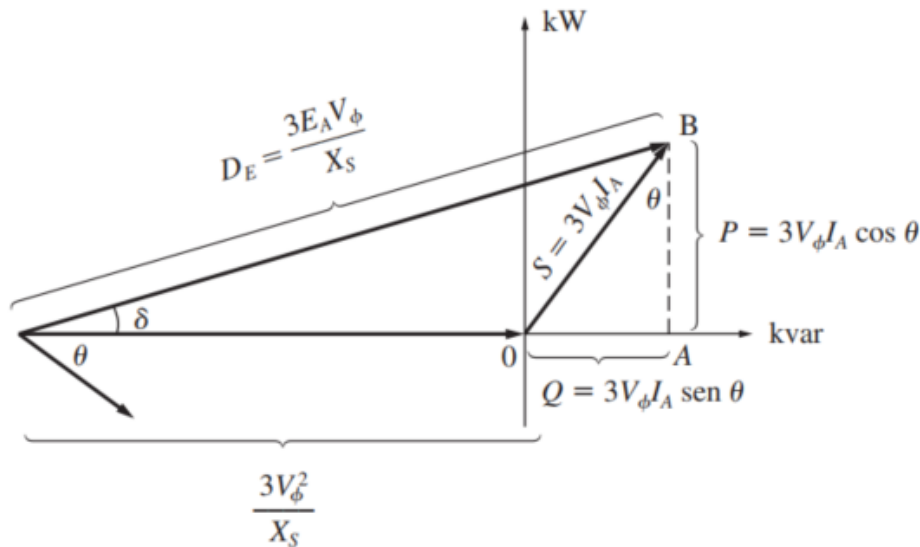
## ■ Curvas de capacidade do gerador síncrono



# Especificações Nominais

## ■ Curvas de capacidade do gerador síncrono

- A origem do diagrama não é em 0 – a tensão fica na posição  $-V_{F,n}$

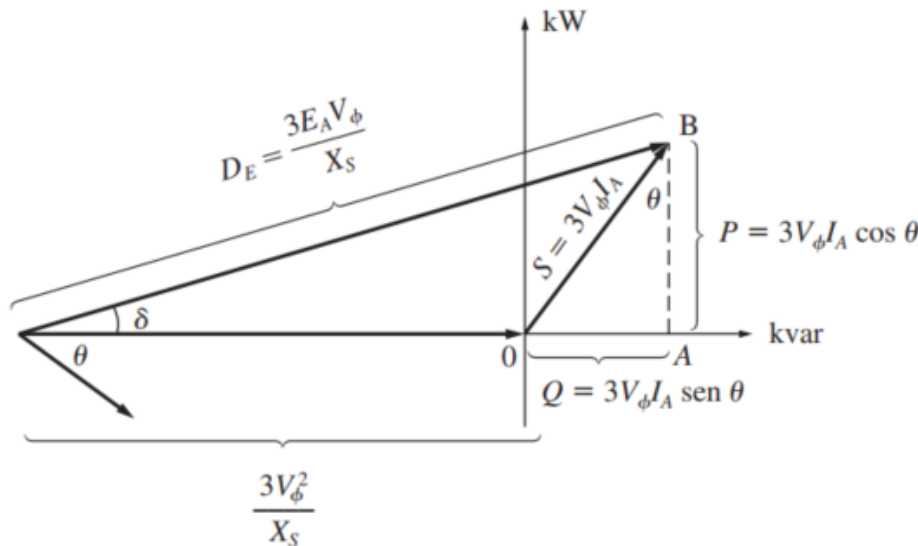


$$Q = \frac{3 \cdot V_{F,n}}{X_s} \cdot (-V_{F,n}) = -\frac{3 \cdot V_{F,n}^2}{X_s}$$

# Especificações Nominais

## ■ Curvas de capacidade do gerador síncrono

- A origem do diagrama não é em 0 – a tensão fica na posição  $-V_{F,n}$



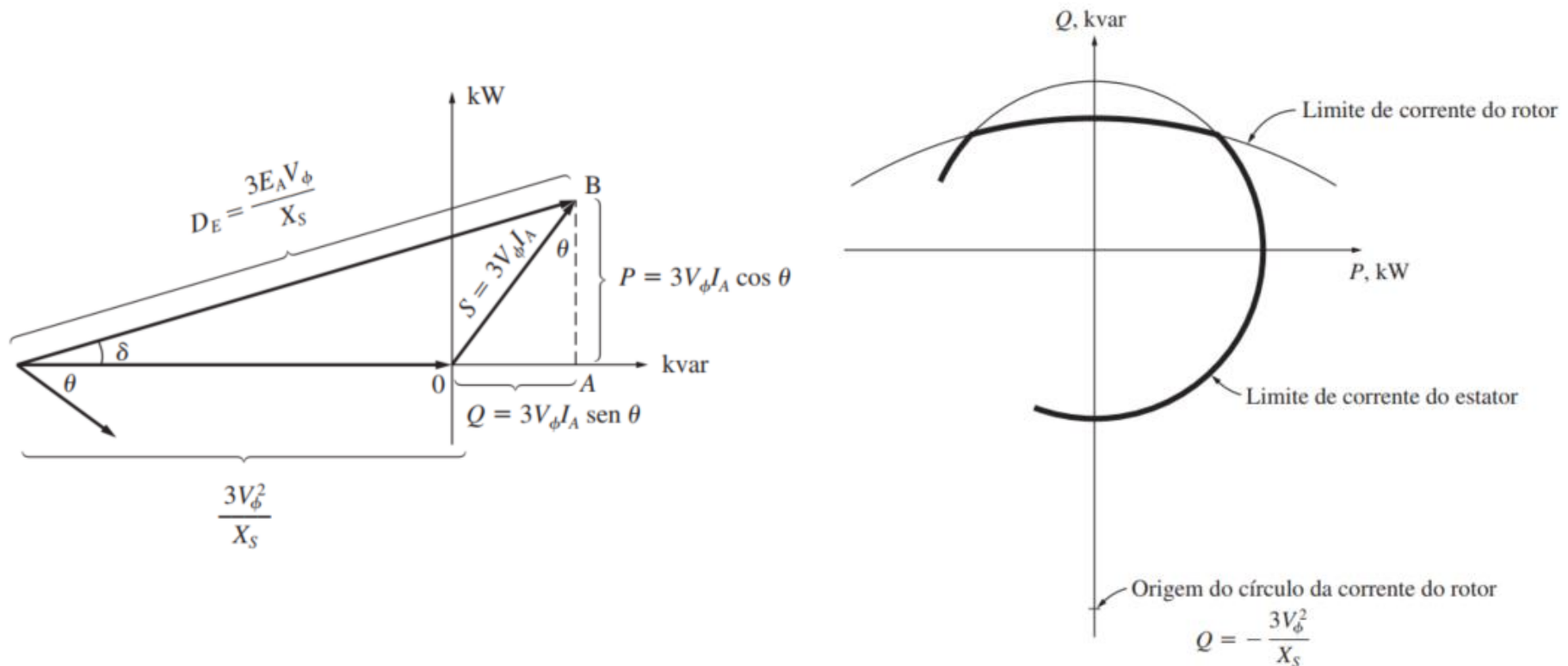
$$Q = \frac{3 \cdot V_{F,n}}{X_s} \cdot (-V_{F,n}) = -\frac{3 \cdot V_{F,n}^2}{X_s}$$

$$D_E = \frac{3 \cdot V_{F,n}}{X_s} \cdot (E_a) = \frac{3 \cdot V_{F,n} \cdot E_a}{X_s}$$

- De  $-V_{F,n}$  até B tem-se a distância proporcional da tensão induzida a corrente máxima do campo

# Especificações Nominais

## ■ Curvas de capacidade do gerador síncrono



Adaptado de: Chapman, S. J. Fundamentos de máquinas elétricas. 5ª Ed. Porto Alegre: AMGH, 2013.

# Especificações Nominais

- Obtenção das curvas de capacidade
  - Condição
    - Tensão terminal e corrente de armadura constantes

# Especificações Nominais

## ■ Obtenção das curvas de capacidade

### □ Condição

- Tensão terminal e corrente de armadura constantes

$$S = \sqrt{P^2 + Q^2} = 3V_{F,n} I_{a,máx}$$

$$S = \sqrt{P^2 + Q^2} = V_{F,n} I_{a,máx} \text{ (p.u.)}$$

### □ Limite da armadura:

# Especificações Nominais

## ■ Obtenção das curvas de capacidade

### □ Condição

- Tensão terminal e corrente de armadura constantes

$$S = \sqrt{P^2 + Q^2} = 3V_{F,n} I_{a,máx}$$

$$S = \sqrt{P^2 + Q^2} = V_{F,n} I_{a,máx} \text{ (p.u.)}$$

### □ Limite da armadura:

### □ Limite do campo:

$$P = \frac{3V_{F,n} \cdot E_{af}}{X_s} \sin(\delta)$$

$$Q + \frac{3V_{F,n}^2}{X_s} = \frac{3 \cdot V_{F,n} \cdot E_{af}}{X_s} \cos(\delta)$$

# Especificações Nominais

## ■ Obtenção das curvas de capacidade

### □ Condição

- Tensão terminal e corrente de armadura constantes

$$S = \sqrt{P^2 + Q^2} = 3V_{F,n} I_{a,máx}$$

$$S = \sqrt{P^2 + Q^2} = V_{F,n} I_{a,máx} \text{ (p.u.)}$$

### □ Limite da armadura:

### □ Limite do campo:

$$P = \frac{3V_{F,n} \cdot E_{af}}{X_s} \sin(\delta)$$
$$Q + \frac{3V_{F,n}^2}{X_s} = \frac{3 \cdot V_{F,n} \cdot E_{af}}{X_s} \cos(\delta)$$
$$S_f^2 = P^2 + \left( Q + \frac{3 \cdot V_{F,n}^2}{X_s} \right)^2 = \left( \frac{3 \cdot V_{F,n} \cdot E_{af}}{X_s} \right)^2$$



# Especificações Nominais

## ■ Obtenção das curvas de capacidade

### □ Limite da armadura:

$$S_a^2 = P^2 + Q^2 = (V_a I_a)^2$$

### □ Limite do campo:

$$P^2 = \left( \frac{3 \cdot V_{F,n} \cdot E_{af}}{X_s} \right)^2 \sin^2(\delta) \quad \left( Q + \frac{3 \cdot V_{F,n}^2}{X_s} \right)^2 = \left( \frac{3 \cdot V_{F,n} \cdot E_{af}}{X_s} \right)^2 \cos^2(\delta)$$

# Especificações Nominiais

## ■ Obtenção das curvas de capacidade

### □ Limite da armadura:

$$S_a^2 = P^2 + Q^2 = (V_a I_a)^2$$

### □ Limite do campo:

$$P^2 = \left( \frac{3 \cdot V_{F,n} \cdot E_{af}}{X_s} \right)^2 \sin^2(\delta) \quad \left( Q + \frac{3 \cdot V_{F,n}^2}{X_s} \right)^2 = \left( \frac{3 \cdot V_{F,n} \cdot E_{af}}{X_s} \right)^2 \cos^2(\delta)$$

$$P^2 + \left( Q + \frac{3 \cdot V_{F,n}^2}{X_s} \right)^2 = \left( \frac{3 \cdot V_{F,n} \cdot E_{af}}{X_s} \right)^2 \sin^2(\delta) + \left( \frac{3 \cdot V_{F,n} \cdot E_{af}}{X_s} \right)^2 \cos^2(\delta)$$

# Especificações Nominiais

## ■ Obtenção das curvas de capacidade

### □ Limite da armadura:

$$S_a^2 = P^2 + Q^2 = (V_a I_a)^2$$

### □ Limite do campo:

$$P^2 = \left( \frac{3 \cdot V_{F,n} \cdot E_{af}}{X_s} \right)^2 \sin^2(\delta) \quad \left( Q + \frac{3 \cdot V_{F,n}^2}{X_s} \right)^2 = \left( \frac{3 \cdot V_{F,n} \cdot E_{af}}{X_s} \right)^2 \cos^2(\delta)$$

$$P^2 + \left( Q + \frac{3 \cdot V_{F,n}^2}{X_s} \right)^2 = \left( \frac{3 \cdot V_{F,n} \cdot E_{af}}{X_s} \right)^2 \sin^2(\delta) + \left( \frac{3 \cdot V_{F,n} \cdot E_{af}}{X_s} \right)^2 \cos^2(\delta)$$

$$P^2 + \left( Q + \frac{3 \cdot V_{F,n}^2}{X_s} \right)^2 = \left( \frac{3 \cdot V_{F,n} \cdot E_{af}}{X_s} \right)^2 [\sin^2(\delta) + \cos^2(\delta)]$$

# Especificações Nominais

## ■ Obtenção das curvas de capacidade

### □ Limite da armadura:

$$S_a^2 = P^2 + Q^2 = (V_a I_a)^2$$

### □ Limite do campo:

$$P^2 = \left( \frac{3 \cdot V_{F,n} \cdot E_{af}}{X_s} \right)^2 \sin^2(\delta) \quad \left( Q + \frac{3 \cdot V_{F,n}^2}{X_s} \right)^2 = \left( \frac{3 \cdot V_{F,n} \cdot E_{af}}{X_s} \right)^2 \cos^2(\delta)$$

$$P^2 + \left( Q + \frac{3 \cdot V_{F,n}^2}{X_s} \right)^2 = \left( \frac{3 \cdot V_{F,n} \cdot E_{af}}{X_s} \right)^2 \sin^2(\delta) + \left( \frac{3 \cdot V_{F,n} \cdot E_{af}}{X_s} \right)^2 \cos^2(\delta)$$

$$S_f^2 = P^2 + \left( Q + \frac{3 \cdot V_{F,n}^2}{X_s} \right)^2 = \left( \frac{3 \cdot V_{F,n} \cdot E_{af}}{X_s} \right)^2$$

# Especificações Nominais

## ■ Obtenção das curvas de capacidade

□ Limite da armadura:

$$S^2 = P^2 + Q^2 = 3V_{F,n} I_{a,máx}$$

□ Limite do campo:

$$S_f^2 = P^2 + \left( Q + \frac{3 \cdot V_{F,n}^2}{X_s} \right)^2 = \left( \frac{3 \cdot V_{F,n} \cdot E_{af}}{X_s} \right)^2$$

# Especificações Nominais

## ■ Obtenção das curvas de capacidade

□ Limite da armadura:

$$S^2 = P^2 + Q^2 = 3V_{F,n}I_{a,máx}$$

□ Limite do campo:

$$S_f^2 = P^2 + \left( Q + \frac{3 \cdot V_{F,n}^2}{X_s} \right)^2 = \left( \frac{3 \cdot V_{F,n} \cdot E_{af}}{X_s} \right)^2$$

## ■ Observe no plano P-Q

$$r^2 = (P - P_0)^2 + (Q - Q_0)^2$$

# Especificações Nominais

## ■ Obtenção das curvas de capacidade

□ Limite da armadura:

$$S^2 = P^2 + Q^2 = 3V_{F,n}I_{a,máx}$$

□ Limite do campo:

$$S_f^2 = P^2 + \left( Q + \frac{3 \cdot V_{F,n}^2}{X_s} \right)^2 = \left( \frac{3 \cdot V_{F,n} \cdot E_{af}}{X_s} \right)^2$$

## ■ Observe no plano P-Q

$$r^2 = (P - P_0)^2 + (Q - Q_0)^2$$

$$P_{0a} = P_{0f} = 0 \quad Q_{0a} = 0 \rightarrow Q_{0f} = \frac{V_{F,n}^2}{X_s} \quad r_a = V_a I_a \rightarrow r_f = \frac{V_{F,n} E_{af}}{X_s}$$

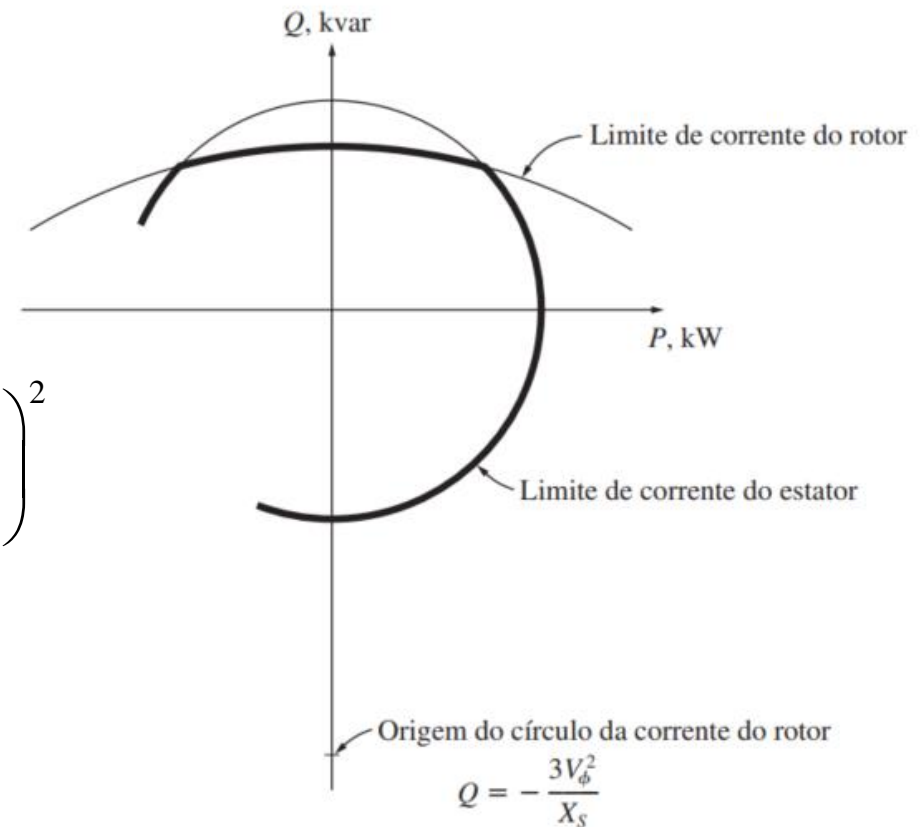
# Especificações Nominais

## ■ Obtenção das curvas de capacidade

### □ Limites formais:

$$S^2 = P^2 + Q^2 = 3V_{F,n} I_{a,m\acute{a}x}$$

$$S_f^2 = P^2 + \left( Q + \frac{3 \cdot V_{F,n}^2}{X_s} \right)^2 = \left( \frac{3 \cdot V_{F,n} \cdot E_{af}}{X_s} \right)^2$$





# Especificações Nominais

## ■ Obtenção das curvas de capacidade

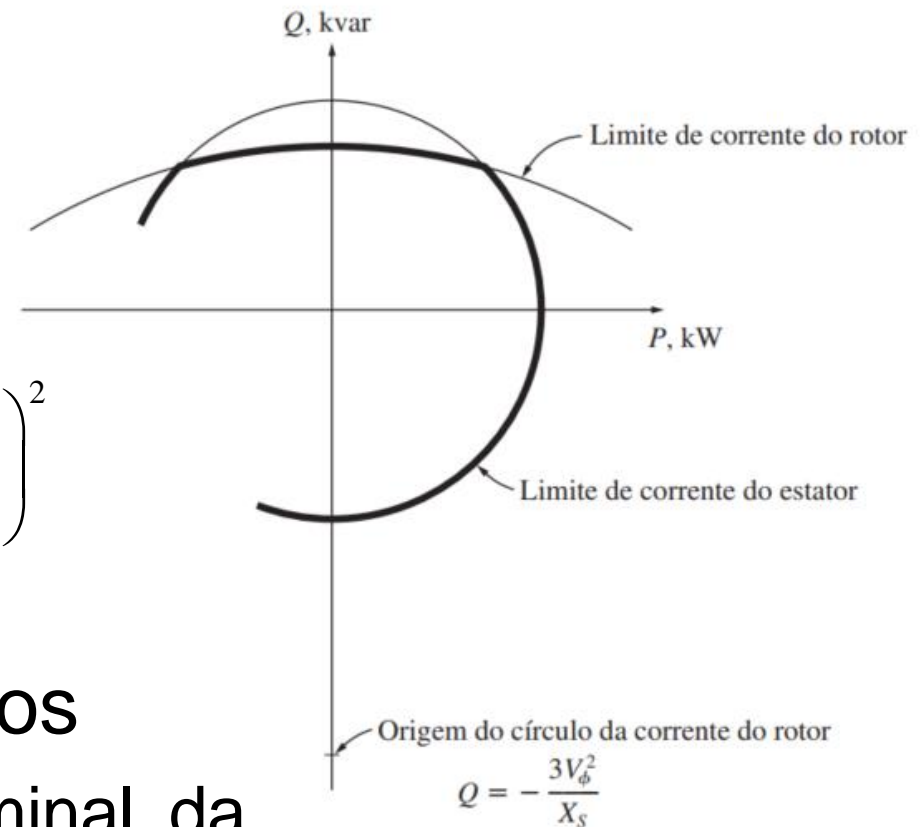
### □ Limites formais:

$$S^2 = P^2 + Q^2 = 3V_{F,n} I_{a,máx}$$

$$S_f^2 = P^2 + \left( Q + \frac{3 \cdot V_{F,n}^2}{X_s} \right)^2 = \left( \frac{3 \cdot V_{F,n} \cdot E_{af}}{X_s} \right)^2$$

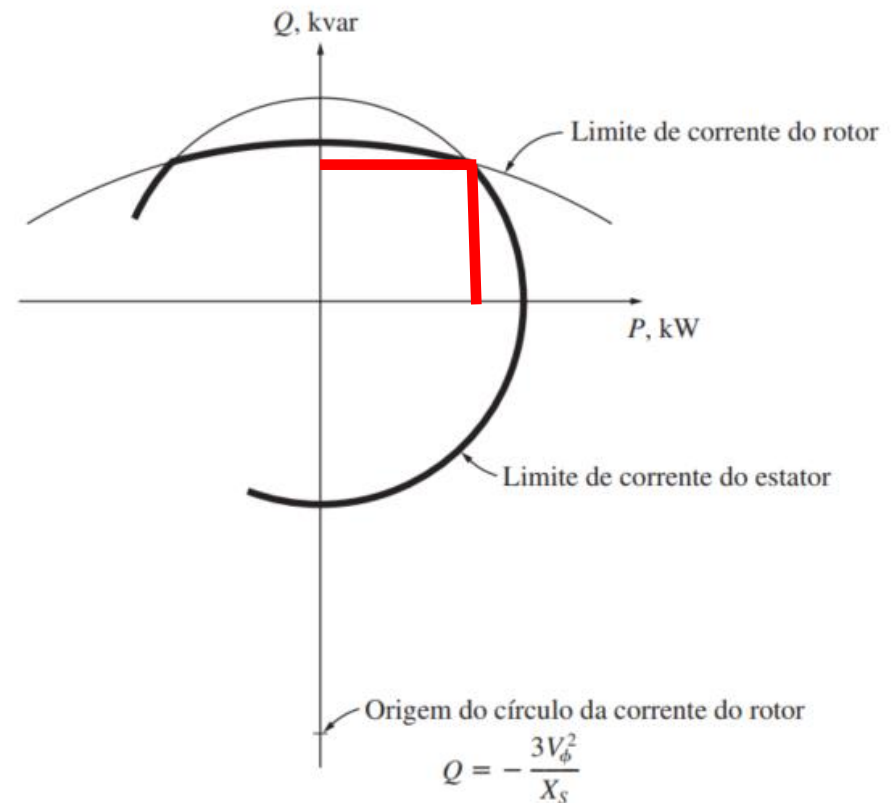
## ■ Intersecção entre círculos

### □ Fornece a potência nominal da máquina e fator de potência.



# Especificações Nominais

- Intersecção entre círculos
  - Fornece a potência nominal da máquina e fator de potência.



Adaptado de: Chapman, S. J. Fundamentos de máquinas elétricas. 5ª Ed. Porto Alegre: AMGH, 2013.

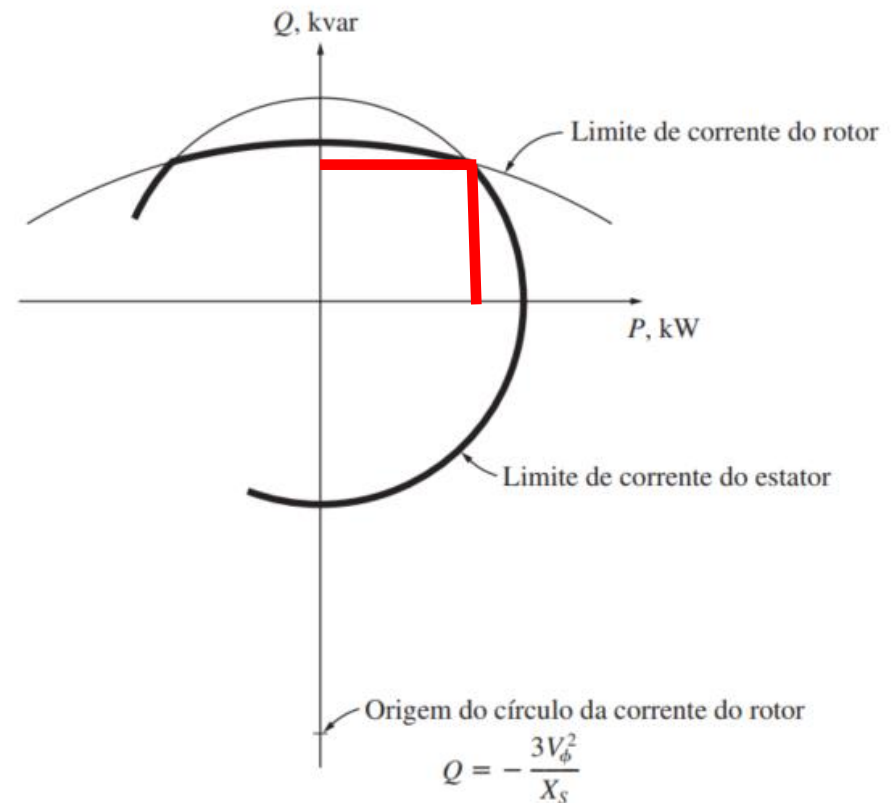
# Especificações Nominais

## ■ Intersecção entre círculos

- Fornece a potência nominal da máquina e fator de potência.

$$S_n = \sqrt{P_{op}^2 + Q_{op}^2}$$

$$FP_{nom} = \frac{P_{op}}{S_n}$$



Adaptado de: Chapman, S. J. Fundamentos de máquinas elétricas. 5ª Ed. Porto Alegre: AMGH, 2013.

# Especificações Nominais

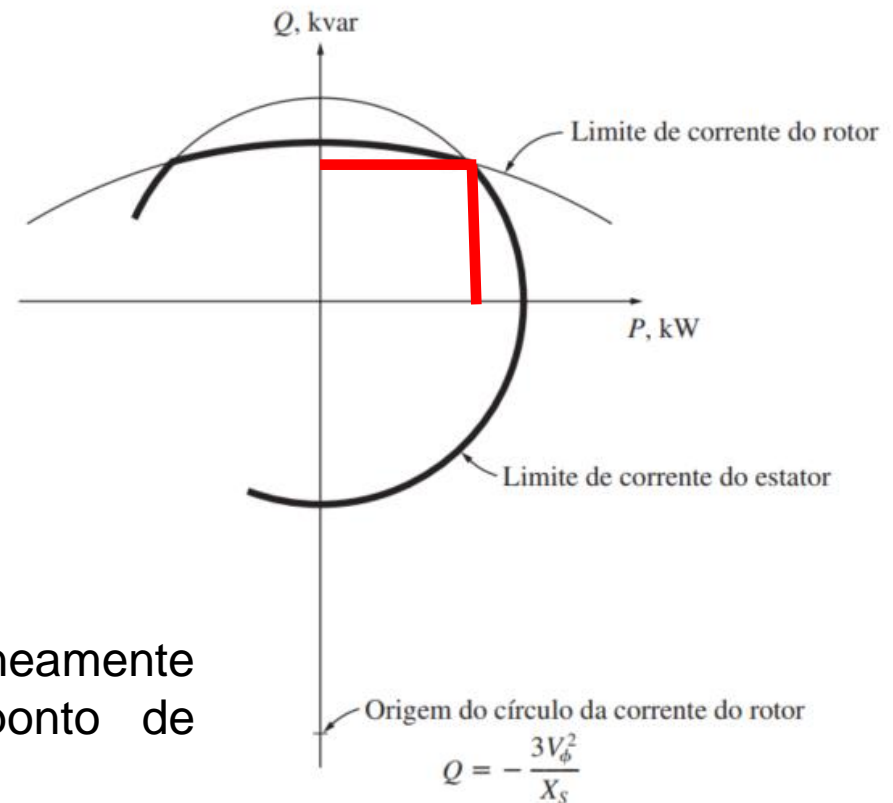
## ■ Intersecção entre círculos

- Fornece a potência nominal da máquina e fator de potência.

$$S_n = \sqrt{P_{op}^2 + Q_{op}^2}$$

$$FP_{nom} = \frac{P_{op}}{S_n}$$

Qualquer ponto que estiver simultaneamente dentro desses dois círculos é um ponto de operação seguro para o gerador



## Exemplo 4

Um gerador síncrono tem especificações nominais de 13,8 kV, 150 MVA, 0,9 de fator de potência (FP) com uma reatância síncrona de 1,18 p.u. e  $CCAV = 680$  A. Sabendo que o fator de potência nominal do gerador é determinado pela intersecção das curvas-limites de aquecimento da armadura e do campo, calcule a corrente de campo máxima que pode ser fornecida ao gerador sem ultrapassar o limite de aquecimento do campo.

## Exemplo 4

Um gerador síncrono tem especificações nominais de 13,8 kV, 150 MVA, 0,9 de fator de potência (FP) com uma reatância síncrona de 1,18 p.u. e CCAV = 680 A. Sabendo que o fator de potência nominal do gerador é determinado pela intersecção das curvas-limites de aquecimento da armadura e do campo, calcule a corrente de campo máxima que pode ser fornecida ao gerador sem ultrapassar o limite de aquecimento do campo.

No ponto em que o fator de potência é nominal, há tensão nominal e corrente nominal  $V_a = 1,0$

$$I_a = 1,0 \angle -\arccos(0,9) = 1,0 \angle -25,84^\circ$$

$$\hat{E}_{af} = 1,0 + j1,18 \cdot 1,0 \angle -25,84^\circ$$

$$\hat{E}_{af} = 1,0 + 1,18 \angle 64,16^\circ = 1,514 + j1,062$$

$$\hat{E}_{af} = 1,85 \angle 35,04^\circ$$

## Exemplo 4

Um gerador síncrono tem especificações nominais de 13,8 kV, 150 MVA, 0,9 de fator de potência (FP) com uma reatância síncrona de 1,18 p.u. e CCAV = 680 A. Sabendo que o fator de potência nominal do gerador é determinado pela intersecção das curvas-limites de aquecimento da armadura e do campo, calcule a corrente de campo máxima que pode ser fornecida ao gerador sem ultrapassar o limite de aquecimento do campo.

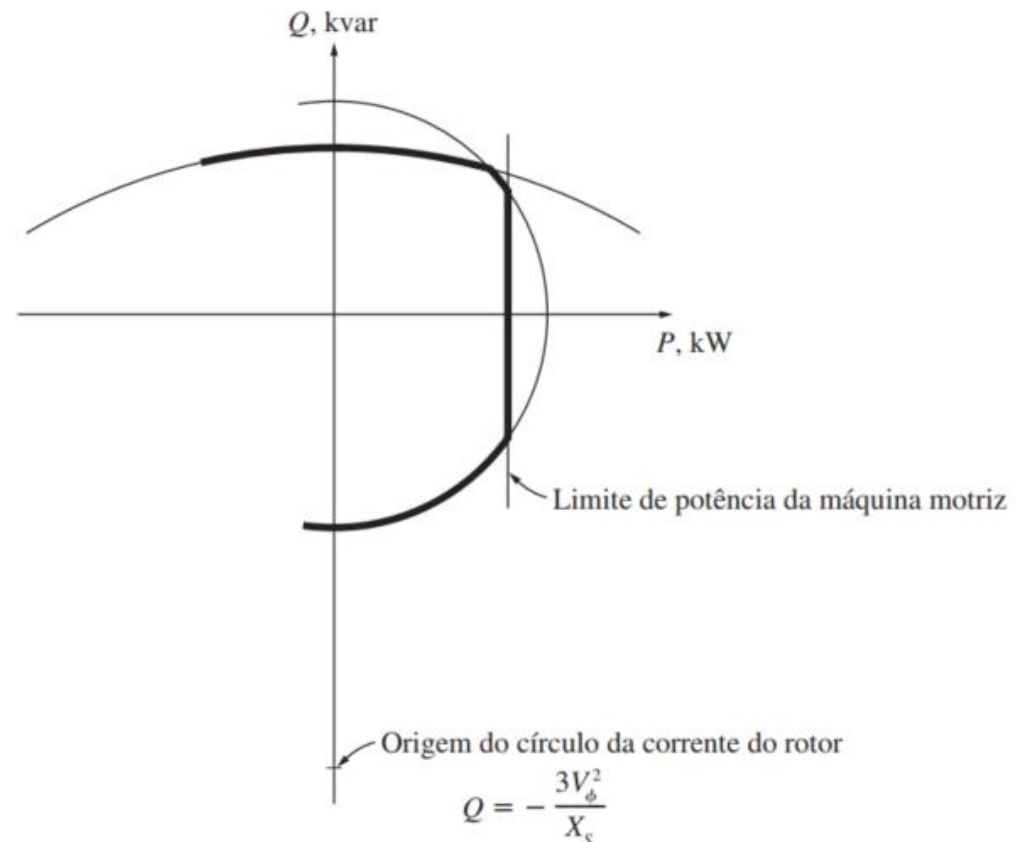
$$\hat{E}_{af} = 1,85 \underline{35,04^\circ}$$

Baseado nos dados nominais da máquina, o limite de corrente de campo ocorre 1,85 vezes a CCAV, isto é:

$$I_f = 1,85 \cdot 680 = 1258 \text{ A}$$

# Especificações Nominais

- Outros tipos de restrição
  - Restrição na potência da máquina motriz

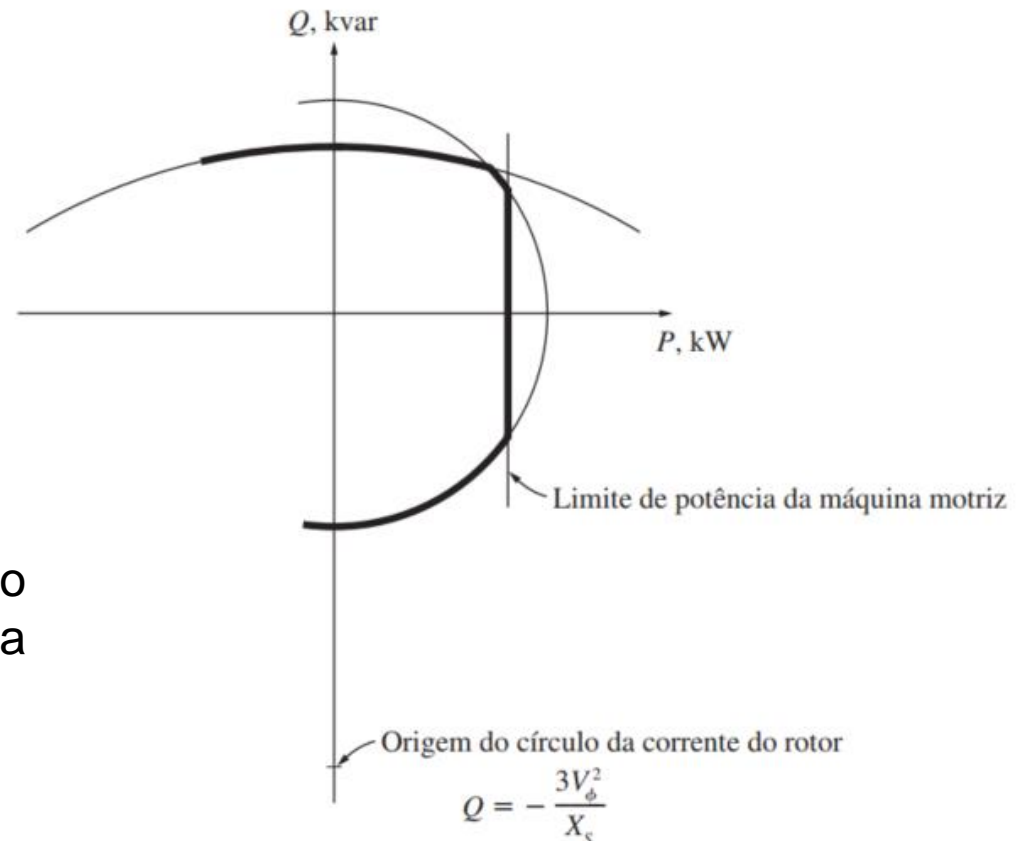


Adaptado de: Chapman, S. J. Fundamentos de máquinas elétricas. 5ª Ed. Porto Alegre: AMGH, 2013.



# Especificações Nominais

- Outros tipos de restrição
  - Restrição na potência da máquina motriz



Outro tipo de restrição: restrição no limite de estabilidade estática da máquina:  
Não apresentado neste trabalho

Adaptado de: Chapman, S. J. Fundamentos de máquinas elétricas. 5ª Ed. Porto Alegre: AMGH, 2013.

# Avaliação G

Um gerador síncrono de 480 V, 50 Hz, ligado em Y e de seis polos tem uma especificação nominal de 50 kVA, com FP 0,8 atrasado. Sua reatância síncrona é  $1,0 \, \Omega$  por fase. Assuma que esse gerador está ligado a uma turbina a vapor, capaz de fornecer até 45 kW. As perdas por atrito e ventilação são 1,5 kW e as perdas no núcleo são 1,0 kW.

(A) Construa a curva de capacidade desse gerador, sem o limite de potência da máquina motriz.

(B) Construa a curva de capacidade desse gerador, incluindo o limite de potência da máquina motriz.



## **FIM** DO MÓDULO III – PARTE 2



# Avaliação

A ser descrito pelo professor/instrutor na plataforma SIGAA/UFERSA