Exercício 3: Composição de transformações

Transformações Geométricas Afins

Assim, se utilizarmos a matriz de mapeamento resultante, teremos o mesmo resultado que seria obtido caso realizássemos primeiro o escalamento e, depois, a rotação.

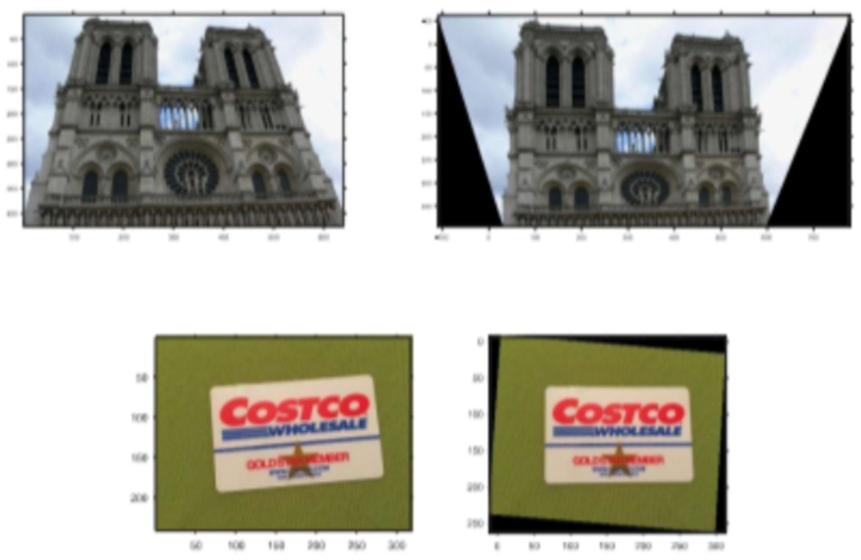
Portanto, tendo em vista a discussão apresentada no slide anterior, pede-se:

1. Carregue uma imagem no Matlab.
2. Aplique, de forma separada e em sequência, as transformações de escalamento e rotação (nessa ordem).
3. Agora, realize essas transformações em apenas uma etapa utilizando a matriz de transformação composta, que combina as duas transformações geométricas.
4. Verifique se os resultados obtidos nas etapas 2 e 3 são idênticos.

Homografia planar

Transformação projetiva

- Também conhecida como transformação de perspectiva.



Homografia planar

Transformação projetiva

Relação entre as posições dos *pixels* da imagem transformada e da imagem original.

$$\begin{bmatrix}\tilde{u}\\ \tilde{v}\\ \tilde{w}\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}h_{1,1} & h_{1,2} & h_{1,3}\\ h_{2,1} & h_{2,2} & h_{2,3}\\ h_{3,1} & h_{3,2} & 1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}u\\ v\\ 1\end{bmatrix}$$

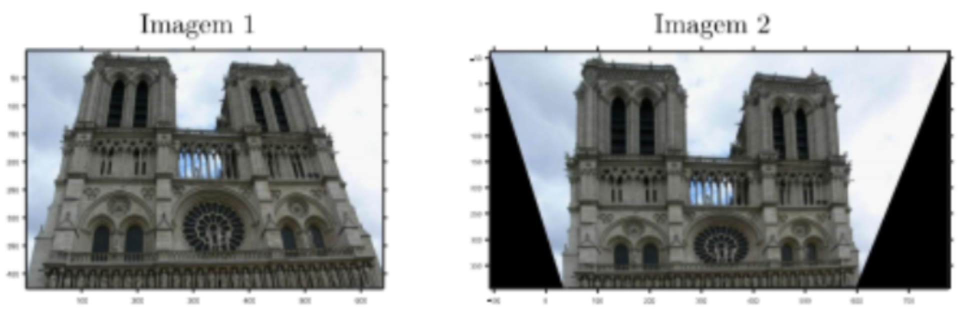
onde as coordenadas da imagem transformada são dadas por $u' = \tilde{u}/\tilde{w}$ e $v' = \tilde{v}/\tilde{w}$.

Alterando-se os valores dos coeficientes $h_{i,j}$, são obtidas diferentes transformações de perspectiva.

Homografia planar

Transformação projetiva

- Considere que se deseja realizar uma operação de homografia planar sobre a Imagem 1 para que se obtenha a Imagem 2.

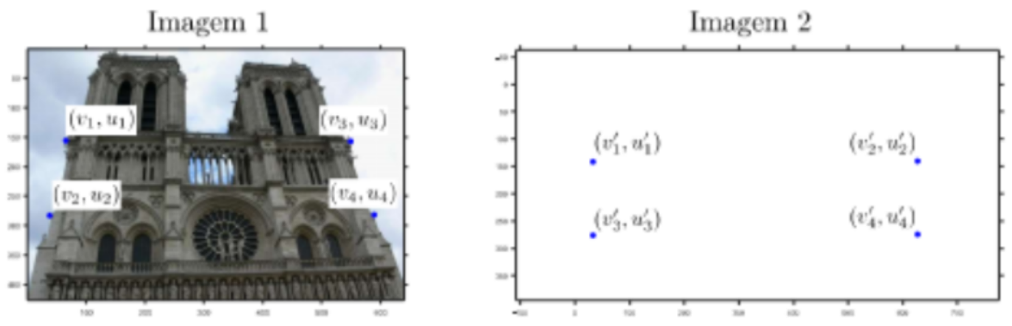


- Como determinar os valores dos coeficientes $h_{i,j}$?

Homografia planar

Transformação projetiva

- Note que na matriz de transformação de homografia há 8 coeficientes que devem ser determinados.
- Assim, devem ser definidos pelo menos 4 pares de pontos correspondentes entre a imagem original e a desejada.



Homografia planar

Transformação projetiva

$$\begin{bmatrix}\tilde{u}_i\\ \tilde{v}_i\\ \tilde{w}_i\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}h_{1,1} & h_{1,2} & h_{1,3}\\ h_{2,1} & h_{2,2} & h_{2,3}\\ h_{3,1} & h_{3,2} & 1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}u_i\\ v_i\\ 1\end{bmatrix}$$

$$u'_i = \frac{\tilde{u}_i}{\tilde{w}_i} = \frac{h_{1,1}u_i + h_{1,2}v_i + h_{1,3}}{h_{3,1}u_i + h_{3,2}v_i + 1}$$

$$v'_i = \frac{\tilde{u}_i}{\tilde{w}_i} = \frac{h_{2,1}u_i + h_{2,2}v_i + h_{2,3}}{h_{3,1}u_i + h_{3,2}v_i + 1}$$

Homografia planar

Transformação projetiva

$$u'_i = \frac{\tilde{u}_i}{\tilde{w}_i} = \frac{h_{1,1}u_i + h_{1,2}v_i + h_{1,3}}{h_{3,1}u_i + h_{3,2}v_i + 1}$$

$$v'_i = \frac{\tilde{u}_i}{\tilde{w}_i} = \frac{h_{2,1}u_i + h_{2,2}v_i + h_{2,3}}{h_{3,1}u_i + h_{3,2}v_i + 1}$$

Note que as equações podem ser reescritas como

$$h_{1,1}u_i + h_{1,2}v_i + h_{1,3} - h_{3,1}u'_iu_i - h_{3,2}u'_iv_i = u'_i$$

$$h_{2,1}u_i + h_{2,2}v_i + h_{2,3} - h_{3,1}v'_iu_i - h_{3,2}v'_iv_i = v'_i$$

Homografia planar

Transformação projetiva

Para os 4 pares de pontos correspondentes, pode-se montar o seguinte sistema de equações lineares:

$$\underbrace{\begin{bmatrix}u_1 & v_1 & 1 & 0 & 0 & 0 & -u'_1u_1 & -u'_1v_1\\ 0 & 0 & 0 & u_1 & v_1 & 1 & -v'_1u_1 & -v'_1v_1\\ u_2 & v_2 & 1 & 0 & 0 & 0 & -u'_2u_2 & -u'_2v_2\\ 0 & 0 & 0 & u_2 & v_2 & 1 & -v'_2u_2 & -v'_2v_2\\ u_3 & v_3 & 1 & 0 & 0 & 0 & -u'_3u_3 & -u'_3v_3\\ 0 & 0 & 0 & u_3 & v_3 & 1 & -v'_3u_3 & -v'_3v_3\\ u_4 & v_4 & 1 & 0 & 0 & 0 & -u'_4u_4 & -u'_4v_4\\ 0 & 0 & 0 & u_4 & v_4 & 1 & -v'_4u_4 & -v'_4v_4\end{bmatrix}}_{\mathbf{A}} \underbrace{\begin{bmatrix}h_{1,1}\\ h_{1,2}\\ h_{1,3}\\ h_{2,1}\\ h_{2,2}\\ h_{2,3}\\ h_{3,1}\\ h_{3,2}\end{bmatrix}}_{\mathbf{h}} = \underbrace{\begin{bmatrix}u'_1\\ v'_1\\ u'_2\\ v'_2\\ u'_3\\ v'_3\\ u'_4\\ v'_4\end{bmatrix}}_{\mathbf{b}}$$

Homografia planar

Transformação projetiva

- Onde $\mathbf{A}$ é uma matriz 8×8, $\mathbf{h}$ é o vetor de incógnitas e $\mathbf{b}$ denota o vetor de variáveis independentes do sistema linear.
- Note que o sistema linear $\mathbf{Ah} = \mathbf{b}$, pode ser resolvido como

$$\mathbf{h} = \mathbf{A}^{-1}\mathbf{b}$$

- Uma vez determinando $\mathbf{h}$, pode-se construir a matriz de homografia planar.

Exercício 4: homografia planar

Transformações projetiva

Enunciado: `https://youtu.be/nDXurKrya0s`