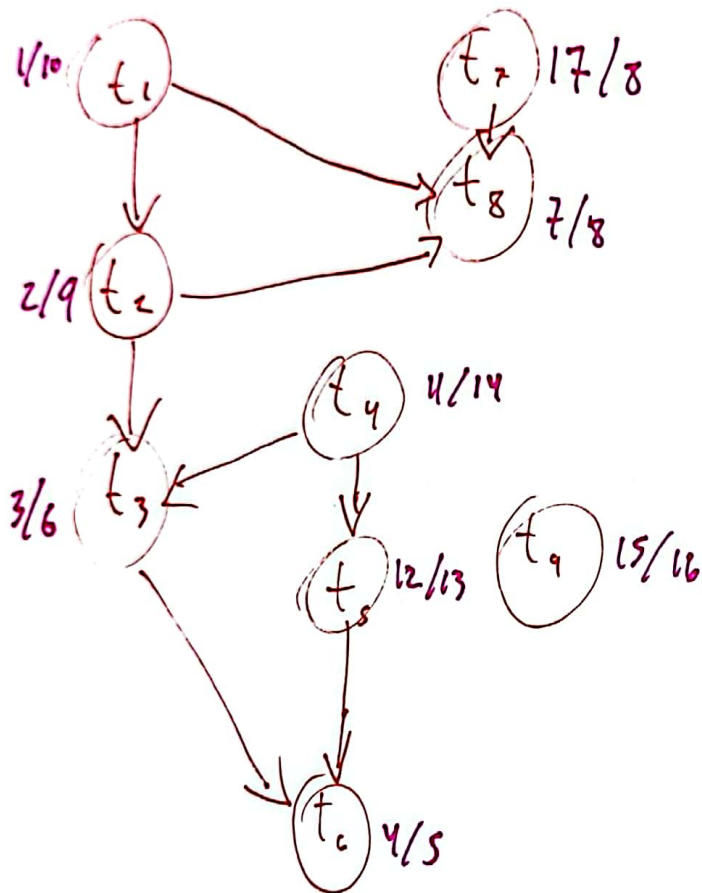


# Top Sorting (G)



1. Execute a DFS(G) computing  $f(v)$ ,  $\forall v \in V$
2. A medida que cada  $f(v)$  é computada coloque  $v$  na lista
3. Devolva a lista ligada

$$\Theta(|V| + |E|)$$

## Correção da DFS

Lema: Um grafo orientado  $G$  é acíclico sse uma DFS não produz back-edges

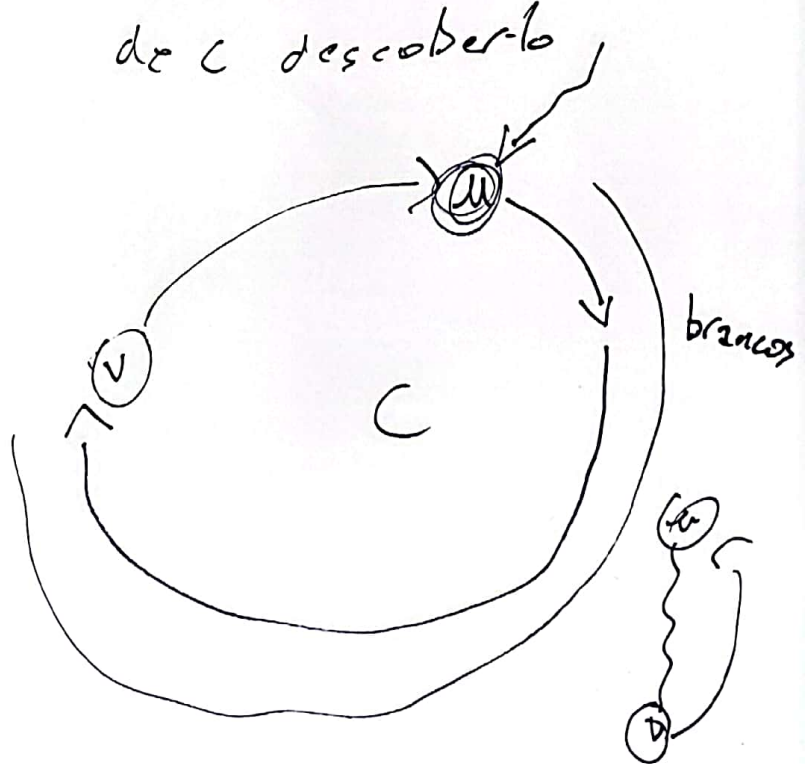
back-edges sse tem ciclo

Demonstração:  $(\Rightarrow)$   $(u, v) \Rightarrow \text{back-edge}$



Seja  $(u)$  o 1º vertice de  $C$  descoberto

$(\Leftarrow)$  seja  $C$  um ciclo



Teorema: Top Sort  $(G)$  produz uma ordenação topológica do dag  $G$

Demonstração: Suficiente

$$\exists (u, v) \rightarrow f(v) < f(u)$$

$$f(u) > f(v)$$



$(u, v)$  sendo explorada

$v$  não pode ser cinza porque  $(u, v)$  não é back edge

$v$  branco

$v$  descendente de  $u$

$$f(v) < f(u)$$

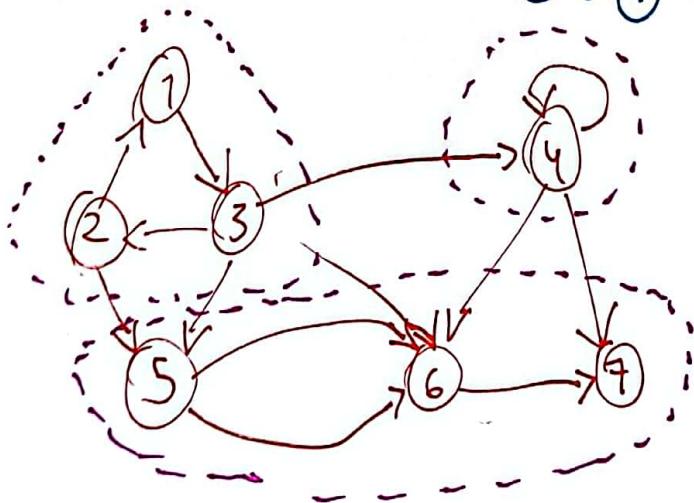
$v$  preto

$v$  está finalizado

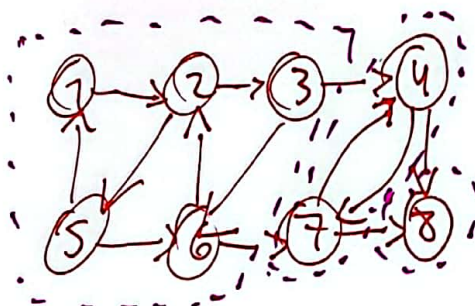
$$f(v) < f(u)$$

## Componentes Fortemente Conexas

Uma componente fortemente conexa de um digrafo  $G = (V, E)$  é um subdigrafo maximal  $H \subseteq G$  tal que  $\forall u, v \in V(H)$  existe caminho orientado de  $u$  a  $v$  e de  $v$  a  $u$



• componente fortemente-conexa



(qualquer 2 caminhos de ida e volta)

## Lema 22.13

Sejam  $H$  e  $H'$  duas componentes fortemente conexas de um digrafo  $G=(V,E)$ . Sejam  $u, v \in V(H)$  e  $u', v' \in V(H')$ . Suponha que exista caminho de  $u$  a  $u'$  em  $G$ . Então, não existe caminho de  $v'$  a  $v$  em  $G$ .