

MST - minimum spanning tree

Dados

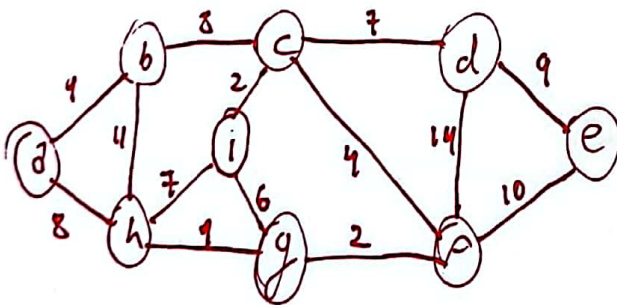
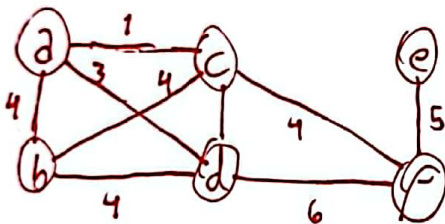
$G = (V, E)$ não orientado (conexo)

$w: E \rightarrow \mathbb{R}$

(peso, ponderação)

Objetivo

T , uma árvore geradora que minimiza $\sum_{e \in T} w(e)$



Ideia: A partir de um conjunto A , vazio, a cada iteração, escolher e para a qual sabe-se com certeza que $A \cup \{e\} \subseteq E(T)$, para alguma árvore geradora mínima

Invariante: no início de cada iteração $A \subseteq E(T)$ para alguma MST T

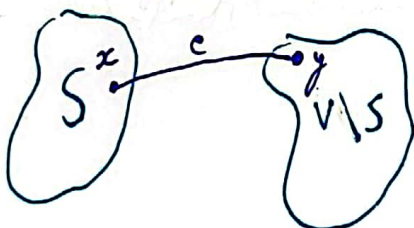
Generic-MST (G)

1. $A \leftarrow \emptyset$
2. while $G[A]$ não é árvore geradora
3. do ~~encontre~~ $c = \{u, v\}$ segura para A
4. $A \leftarrow A \cup \{c\}$
5. devolva A

Aresta segura: $c = \{u, v\}$ tal que
 $A \cup \{c\}$ mantém o invariante

Definições

corte $\{S, V-S\}$



bipartição de $V(G)$

Aresta leve: Aresta de peso mínimo
 (cruzando o corte)

$e = \{x, y\}$ cruza $(S, V-S)$ se $x \in S$ e $y \in V-S$

$(S, V-S)$ respeita $A \subseteq E(G)$

se

$\forall e = \{x, y\} \in A$ ou $x, y \in S$
 ou $x, y \in V-S$

Teorema 23.1

- $G = (V, E)$, não orientado conexo, $w: E(G) \rightarrow \mathbb{R}$
- $A \subseteq E(T)$, T árvore geradora mínima
- $(S, V-S)$ um corte que respeita A
- $e = \{u, v\}$ uma aresta leve que cruza $(S, V-S)$
então e é seguro para A

Demonstração

T árvore geradora mínima $A \subseteq E(T)$ e $e \notin E(T)$