Busca em Profundidade

- Ideia:
  - Dado um v sendo explorado
  - Descubro w, filho de v
  - Prossiga pelos filhos de w antes de descobrir outro filho de v

Timestamp

$v \in V$

$d(v)$ -> momento em que v é descoberto

$f(v)$ -> momento em que ele termina de ser explorado

DFS(G)

```
FOR each u∈V
    DO cor(u) ← BRANCO
       π(u) ← NIL
time ← 0
FOR each u∈V
    Do if cor(u) = branco
        then DFS-visit(u)
```

DFS-visit(u)

```
cor(u) ← cinza
time ← time+1
d(u) ← time
for each v∈Adj(u)
    do if cor(v) = branco
        Then π(v) ← u
            DFS-visit(v)
cor(u) ← PRETO
f(u) ← time ← time+1
```

Teorema do Parentesis 22.7

DFS em um grafo ou digrafo $G = (V, E)$. Então, para todos os pares de vértices u, v de V, vale <u>exatamente</u> uma das alternativas a seguir

(i) $[d(u), f(u)]$ e $[d(v), f(v)]$ são disjuntos e nem u é descentente de v e nem v é descendente de u na DFS-Forest

(ii) $[d(u), f(u)]$ está contido em $[d(v), f(v)]$ e u é descendente de v na DFS-Forest

(iii) simétrico à (ii)

Demonstração Teorema 22.7

$\boxed{d(u) < d(v)}$

$\boxed{d(v) < f(u)}$

- quando v foi descoberto, u era cinza
- v é descendente de u
  - ↳ v fica preto antes $f(v) < f(u)$

$d(u) < \boxed{f(u) < d(v)} < f(v)$

$d(u) < f(u)$

$d(v) < f(v)$

⇓

intervalos disjuntos

Corolário 22.8

O vértice v é um descendente próprio do vértice u sse
$d(u) < d(v) < f(v) < f(u)$

Teorema do caminho branco 22.9

Em uma DFS-Forest de $G = (V, E)$, o vértice v
é descendente de u sse no momento $d(u)$, o vértice v
é alcançável, a partir de u por um caminho apenas
de vértices brancos

Fazer exercício 22.3.4

Classificação das arestas

1. Arestas de árvore
   - Aresta da DFS-Forest
   - (u, v) é da árvore se v foi descoberto por meio de (u, v)

2. Back-edge
   - Aresta (u, v) que conectam um descendente u com seu ascendente v
   - laços

3. Forward-edges
   - Arestas (u, v) que conectam um ancestral u com seu descendente v e não são tree-edges

4. Cross-edges
   - As restantes