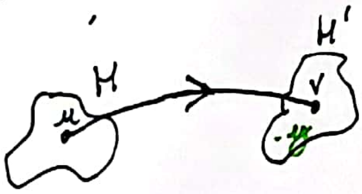
MC558

Lema 22.14

H, H' componentes fortemente conexas de um digrafo G
se existe $(u,v) \in E$ tal que $u \in VH$ e $v \in VH'$ então

$$f(H) > f(H')$$

Demonstração



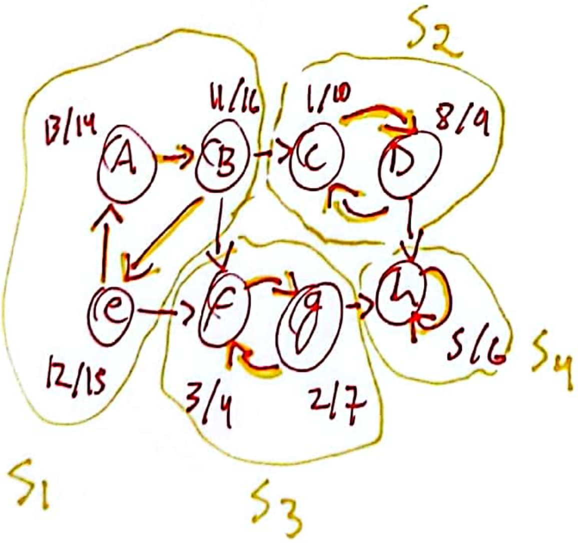
$$f(H) > f(H')$$

$\downarrow$ $d(H) < d(H')$

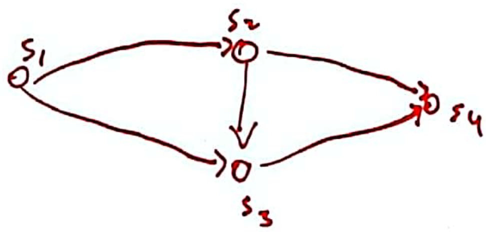
$\boxed{d(H) > d(H')}$

$\downarrow$

$\forall v \in V(H')$ é descendente

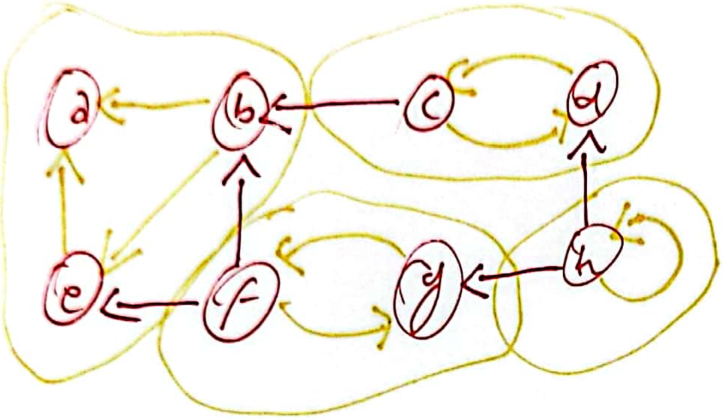


Grafo componente



$G^T \rightarrow$ Grafo Transposto

Possui $V(G^T) = V(G)$ e $E(G^T) = \{(u,v) : (v,u) \in E(G)\}$



Corolario 22.15

Sejam H e H' componentes fortemente conexas de $G = (V, E)$. Suponha que exista $(u, v) \in E^T$, $u \in V(H)$ e $v \in V(H')$. Então, $f(H) < f(H')$

Strong-Comp (G): SCC (G)

1. Executa uma DFS(G)

2. Construa G^T

3. Executa a DFS em G^T seguindo a ordem do maior $f(v)$ (na escolha do laço principal)

4. Cada árvore da 2ª DFS é um SCC

Teorema 22.16

SCC(G) computa corretamente as componentes fortemente conexas de G

Demonstração

Indução no # de árvores da 2ª DFS

Considere a k-ésima árvore
Seja u a raiz desta árvore
↳ $f(u)$

H, comp fort conexa, $u \in V(H)$
↳ u raiz da árvore para qual estou olhando

notem que meu objetivo é mostrar que a árvore da DFS é H

A escolha de u como raiz → $f(u) = f(H) > f(H')$ para toda H', comp fort conexa não descoberta

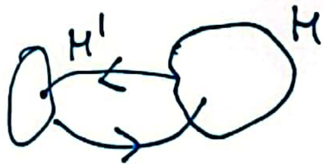
04

MC550

$\forall v \in V(H) \setminus \{u\}$ é branco (no momento que u é ~~[illegible]~~ descoberto)

($V(H) \subseteq$ na árvore da DFS)

$\nexists$ outros vértices na árvore pois:



$f(H) > f(H')$