Lema 22.3

$G = (V, E)$, $BFS(G, s)$

$Q = \langle v_1, v_2, \ldots, v_r]$

$d(v_r) \leq d(v_1) + 1$

$d(v_i) \leq d(v_{i+1})$, $1 \leq i < r$

corolado 22.4

v_i, v_j emp em uma BFS com v_i enp antes de v_j. Entao, $d(v_i) \leq d(v_j)$ quando v_j é enfileirado

Enfileirar

$Q_k = \langle v_1, \ldots v_r]$

$\downarrow$

$Q_{k+1} = \langle v_1, \ldots, v_r, v_{r+1}]$

$\rightarrow d(v_{r+1}) \leq d(v_1) + 1$

$u \rightarrow$ sendo explorado

$$\begin{cases} d(v_{r+1}) = d(u) + 1 \\ d(u) \leq d(v_1) \end{cases}$$

$d(v_{r+1}) \leq d(v_1) + 1$

$\rightarrow d(v_r) \leq d(v_{r+1})$

$d(v_r) \leq d(u) + 1 = d(v_{r+1}$

MC558

18/04

Teorema 22.5

$G = (V, E)$ $s \in V$, $BFS(G, s)$

Então

① $\forall v$ alcançável a partir de s, v é descoberto

② Quando a BFS terminar $d(v) = \delta(v, s)$, $\forall v \in V$

③ $\forall v \in V \setminus \{s\}$ e v é alcançável a partir de s, um dos caminhos mínimos de s a v é o caminho de s a $\pi(v)$ seguido da aresta $(\pi(v), v)$

Lema 22.2
- $G = (V, E)$, $s \in V$
- $d(v)$, computado
  $\hookrightarrow d(v) \geq \delta(s, v)$

Demonstração

$$F = \{ v \in V : d(v) \neq \delta(s, v) \}$$

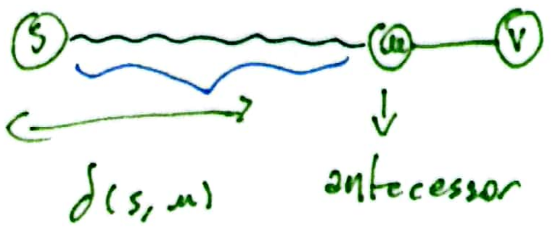
Queremos mostrar que $F = \emptyset$
- $s \notin F$
- Suponha $F \neq \emptyset$ e escolha $v \in F$ tal que

$\delta(s, v) = \min \{ \delta(s, x) : x \in F \}$

$d(v) \neq \delta(s, v)$, $v \in F$

$d(v) > \delta(s, v)$ // $\rightarrow v$ é alcançável a partir de s

Seja P_{sv} caminho de s a v mínimo



$\delta(s,v) = \delta(s,u) + 1$

$d(u) > \delta(s,u)$

(Suponha que $u \in \Gamma =$
$d(u) \neq \delta(s,u)$)

$$d(v) > \delta(s,v) = \delta(s,u) + 1 = d(u) + 1$$

$$d(v) > d(u) + 1 \quad //$$

(v) é branco $d(v) = d(u) + 1$ ×

(v) é preto $d(v) \leq d(u)$ $\rightarrow\leftarrow$

(v) é cinza $\exists\, w$ que descobriu (v)

$d(v) = d(w) + 1 \leq d(u) + 1$ $\rightarrow\leftarrow$

Digitalizado com CamScanner

Árvore de busca em largura (subgrafo dos predecessores)

$G\pi (V\pi, E\pi) \subseteq G$

$V\pi = \{ v \in V : \pi(v) \neq NIL \} \cup \{s\}$

$E\pi = \{ \{\pi(v), v\} : v \in V\pi \setminus \{s\} \}$

Lema 22.6

$G = (V, E)$, $s \in V$, $G\pi(V\pi, E\pi)$

Então, $G\pi$ é uma árvore de busca em largura

Demonstração

$G\pi$ é árvore

conexa

n vértices
n-1 arestas