

# Busca em Profundidade

Ideia:

- Dado um  $(v)$  sendo explorado
- Descubro  $(w)$ , filho de  $(v)$
- Prossegue pelos filhos de  $(w)$  antes de descobrir outro filho de  $(v)$

Timestamp

$v \in V$

$d(v) \rightarrow$  momento em que  $v$  é descoberto

$f(v) \rightarrow$  momento em que ele termina de ser explorado

## DFS(G)

```

1 FOR each  $u \in V$ 
2   DO  $cor(u) \leftarrow \text{BRANCO}$ 
3      $\pi(u) \leftarrow \text{NIL}$ 
4   time  $\leftarrow 0$ 
5 FOR each  $u \in V$ 
6   DO IF  $cor(u) = \text{branco}$ 
7     THEN DFS-VISIT( $u$ )

```

DFS-VISIT( $u$ )

```

1  $cor(u) \leftarrow \text{cinza}$ 
2 time  $\leftarrow \text{time} + 1$ 
3  $d(u) \leftarrow \text{time}$ 
4 FOR each  $v \in Adj(u)$ 
5   DO IF  $cor(v) = \text{branco}$ 
6     THEN  $\pi(v) \leftarrow u$ 
7       DFS-VISIT( $v$ )
8  $cor(u) \leftarrow \text{PRETO}$ 
9  $f(u) \leftarrow \text{time} \leftarrow \text{time} + 1$ 

```

## Teorema do Parentesis 22.7

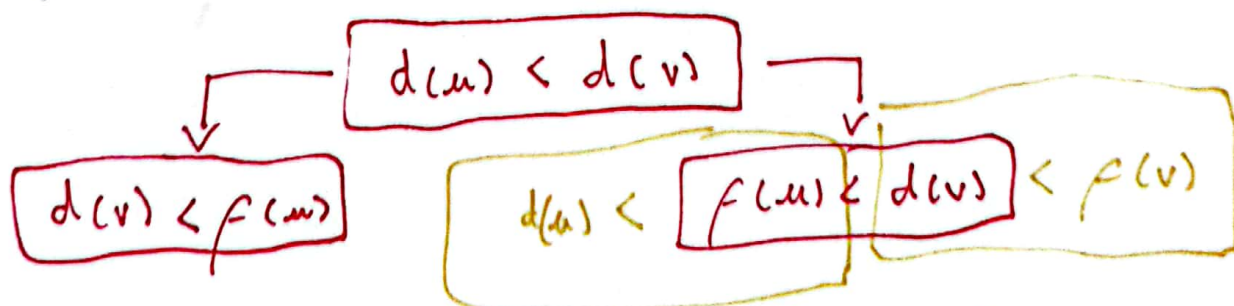
DFS em um grafo ou digrafo  $G = (V, E)$ . Então, para todos os pares de vértices  $u, v$  de  $V$ , vale exatamente uma das alternativas a seguir

(i)  $[d(u), f(u)]$  e  $[d(v), f(v)]$  são disjuntos e nem  $u$  é descendente de  $v$  e nem  $v$  é descendente de  $u$  na DFS-forest

(ii)  $[d(u), f(u)]$  está contido em  $[d(v), f(v)]$  e  $u$  é descendente de  $v$  na DFS-forest

(iii) simétrico à (ii)

## Demonstração Teorema 22.7



- quando  $v$  foi descoberto,  $u$  era cinza
- $v$  é descendente de  $u$
- ↳  $v$  fica preto antes  $f(v) < f(u)$

$$\begin{aligned} d(u) &< f(u) \\ d(v) &< f(v) \end{aligned}$$



intervalos disjuntos

### Corolário 22.8

O vértice  $\textcircled{v}$  é um descendente próprio do vértice  $\textcircled{u}$  sse  $d(u) < d(v) < f(v) < f(u)$

### Teorema do caminho branco 22.9

Em uma DFS-forest de  $G=(V,E)$ , o vértice  $\textcircled{v}$  é descendente de  $\textcircled{u}$  sse no momento  $d(u)$ , o vértice  $\textcircled{v}$  é alcançável, a partir de  $\textcircled{u}$  por um caminho apenas de vértices brancos

### Fazer exercício 22.3.4

### Classificação das arestas

- ① Arestas de árvore
  - Aresta da DFS-forest
  - $(u,v)$  é da árvore de  $\textcircled{u}$  foi descoberto por meio de  $(u,v)$
- ② Back-edge
  - Aresta  $(u,v)$  que conectam um descendente  $\textcircled{u}$  com seu ascendente  $\textcircled{v}$
  - laços
- ③ Forward-edges
  - Arestas  $(u,v)$  que conectam um ancestral  $\textcircled{u}$  com seu descendente  $\textcircled{v}$  e não são tree-edges
- ④ Cross-edges
  - As restantes