

# Otimização por Algoritmos Genéticos

Aula 02



Ana Carolina Abreu  
Felipe Borges

[prof.carolina@ica.ele.puc-rio.br](mailto:prof.carolina@ica.ele.puc-rio.br)

[prof.felipe@ica.ele.puc-rio.br](mailto:prof.felipe@ica.ele.puc-rio.br)

# ALGORITMOS GENÉTICOS

## Conceitos

Os Algoritmos Genéticos são algoritmos baseados nos mecanismos de seleção natural e genética.

São inspirados no Princípio da Evolução das Espécies proposto por Darwin:

*“quanto melhor um indivíduo se adaptar ao seu meio ambiente, maior será sua chance de sobreviver e gerar descendentes.”*

# ALGORITMOS GENÉTICOS

## Conceitos

Os Algoritmos Genéticos são flexíveis e permitem a fácil inclusão de instruções específicas para o problema de interesse;

A qualidade dos resultados depende diretamente da qualidade da modelagem do problema:

- representação cromossômica e decodificação;
- função de avaliação;
- operadores genéticos.

# ALGORITMOS GENÉTICOS

## Problema

- Estudo de Contexto do Problema: Conhecer regras, restrições, objetivos, procedimentos em uso, etc.
- GAs são indicados em problemas difíceis de otimização:
  - ✱ muitos parâmetros e variáveis;
  - ✱ mal estruturados: com condições e restrições, difíceis de serem modeladas matematicamente;
  - ✱ grandes espaços de busca onde não é possível a busca exaustiva.

# ALGORITMOS GENÉTICOS

## Representação

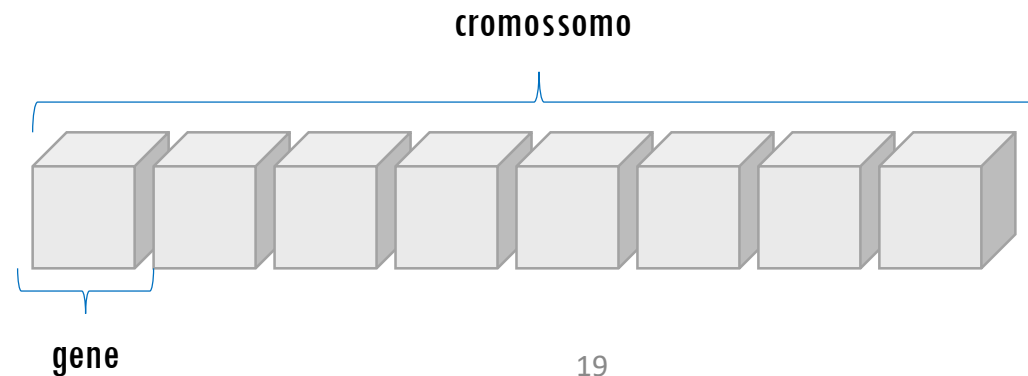
Representação é fundamental na modelagem de um GA e deve:

- ✱ descrever o espaço de busca relevante ao problema
- ✱ codificar geneticamente a “essência” do problema
- ✱ ser compatível com os operadores (crossover e mutação) representação adequada evolução, otimização

# ALGORITMOS GENÉTICOS

## Representação

- Consiste em uma maneira de traduzir a informação do problema em uma maneira viável de ser tratada pelo computador;
- Quanto mais ela for adequada ao problema, maior a qualidade dos resultados obtidos.



# ALGORITMOS GENÉTICOS

Representação

**Tipo de Problema**



Representação

- **Numérico**
- **Ordem**
- **Grupo**
- **Misto**

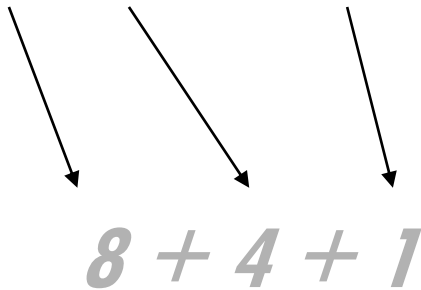
- **Binário, Real, Inteiro**
- **Lista**
- **Vetor**
- **Mista**

# ALGORITMOS GENÉTICOS

## Representação **em binário**

- Primeiro tipo de representação em Algoritmos Genéticos
- Número real é codificado através de um número binário de K bits
- Representação binária descreve um real em detalhes (genes):

$$13 \text{ em binário} = 1101 = 1 \times 2^3 + 1 \times 2^2 + 0 \times 2^1 + 1 \times 2^0 =$$


$$8 + 4 + 1$$



# ALGORITMOS GENÉTICOS

Representação **em binário**

- ✱ representa números na menor base (2)
- ✱ simples de criar e manipular
- ✱ produz bons resultados
- ✱ fácil decodificação numérica ( inteiro, real )
- ✱ facilita a demonstração, porém nem sempre é adequada

# ALGORITMOS GENÉTICOS

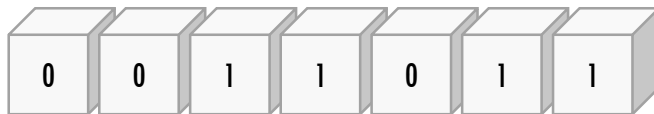
## Decodificação

Construir a solução para o problema a partir de um cromossoma:

**Cromossomas “representam” soluções.**

- A decodificação é a etapa que permite que cada indivíduo seja efetivamente avaliado;

cromossomo



decodificação

$$0 * 2^6 + 0 * 2^5 + 1 * 2^4 + 1 * 2^3 + 0 * 2^2 + 1 * 2^1 + 1 * 2^0 = 27$$

# Exemplo

*Como representar soluções dada a seguinte função de avaliação:*

$$f=x^2-2x$$

Considere a população de 10 indivíduos a seguir:

- a) REPRESENTAÇÃO: codificados em binário
- b) DECODIFICAÇÃO: converter os de número binário para decimal.
- c) AVALIAÇÃO: avaliar a população, considerando a função  $f(x)$

ID	REPRESENTAÇÃO	DECODIFICAÇÃO	AVALIAÇÃO
A	1011	11	99
B	1111	15	195
C	0010	2	0
D	1101	13	143
E	1000	8	48
F	0011	3	3
G	1110	14	168
H	1100	12	120
I	1010	10	80
J	0111	7	35

# Exercício

Considere a população de 10 indivíduos a seguir, codificados com sequências de 6 bits.

ID	INDIVÍDUO
A	10101
B	111111
C	101010
D	11110
E	100001
F	111
G	1110
H	1111
I	101011
J	101111

- 1 - Decodifique cada um dos indivíduos, convertendo-os de número binário para decimal.
- 2- Avalie a população, considerando a função  $f(x)$  a seguir, a ser maximizada

$$f(x) = x^3 + 15x$$

# ALGORITMOS GENÉTICOS

## Representação

## Exemplo

- Problema das quatro rainhas

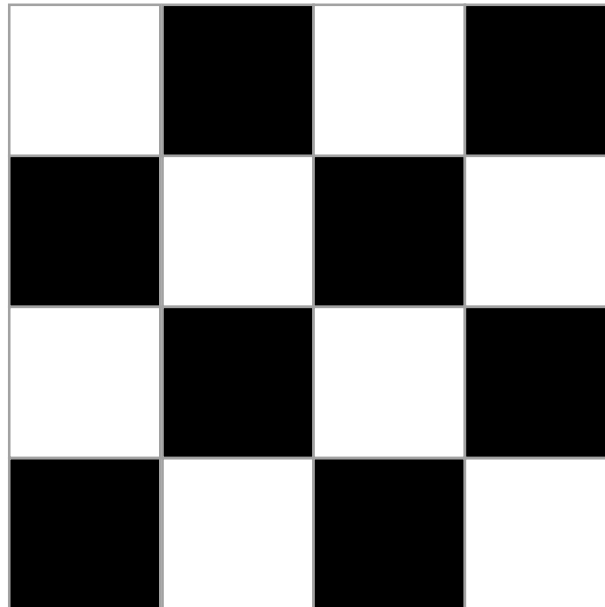
Envolve decidir como dispor as rainhas em um tabuleiro de xadrez de dimensão 4 x 4, de forma que nenhuma delas seja atacada por outra. Para tanto, é necessário que duas rainhas quaisquer não estejam numa mesma linha, coluna ou diagonal.

# ALGORITMOS GENÉTICOS

Representação

Exemplo

- Problema das quatro rainhas

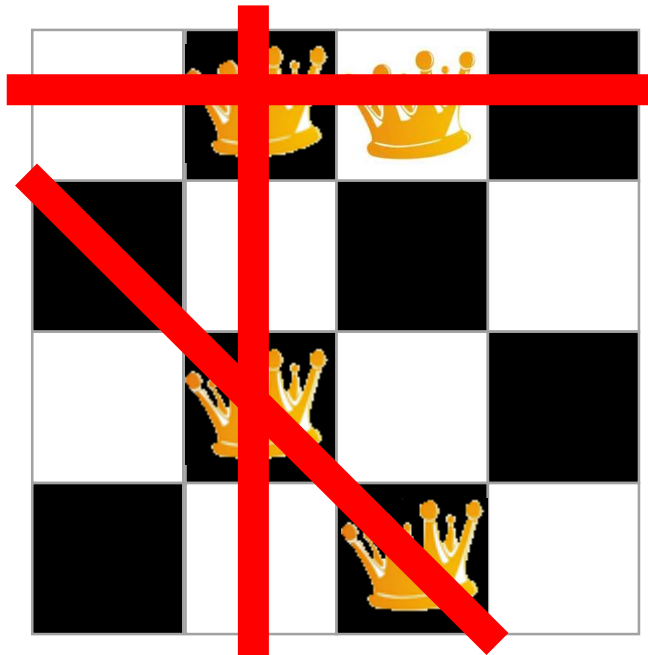


# ALGORITMOS GENÉTICOS

Representação

Exemplo

- Problema das quatro rainhas

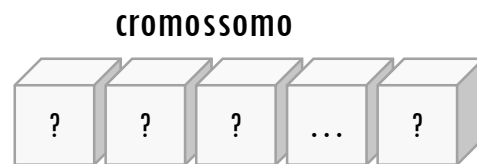


# ALGORITMOS GENÉTICOS

## Representação

### Problema das quatro rainhas

- Pense em uma maneira eficiente de representar e decodificar cada solução no problema das quatro rainhas.



Como seria o  
cromossomo? Quantos  
genes teria e o que  
cada gene  
representaria?

Observação: Não é para apontar a resposta ótima do problema e sim uma maneira de modelar o mesmo através de Algoritmos Genéticos.

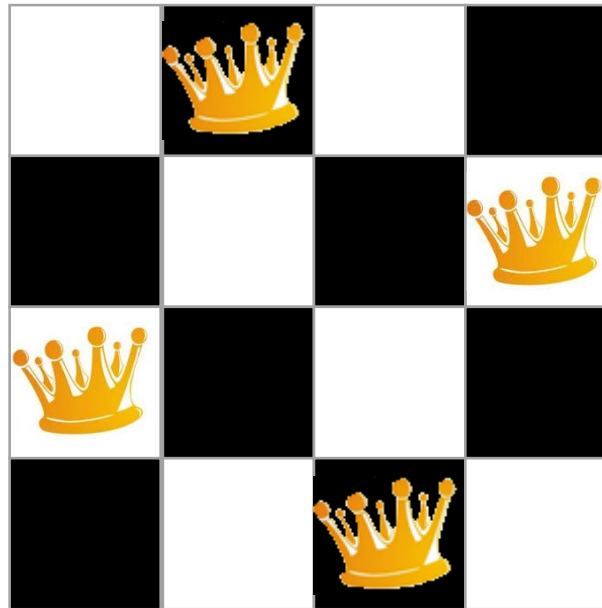


# ALGORITMOS GENÉTICOS

Representação

Exemplo

- Problema das quatro rainhas — uma solução ótima



# ALGORITMOS GENÉTICOS

## Avaliação

Problemas em que a solução é tipo “tudo ou nada” devem ter sua avaliação modificada a fim de introduzir um certo gradualismo;

Por exemplo, no caso das 4 rainhas, pode-se verificar quantas rainhas satisfazem todas as restrições.

# ALGORITMOS GENÉTICOS









## Avaliação

- É maneira utilizada para determinar a qualidade de um indivíduo como solução do problema em questão;
- A função de avaliação permite diferenciar entre as boas e más soluções para um problema;
- Devem embutir todo o conhecimento que se possui sobre o problema a ser resolvido, assim como, seus objetivos de qualidade.

# ALGORITMOS GENÉTICOS

## Seleção

- O método de seleção de pais deve simular o mecanismo de seleção natural, onde pais mais capazes geram mais filhos, ao mesmo tempo em que os pais menos aptos também podem gerar descendentes.

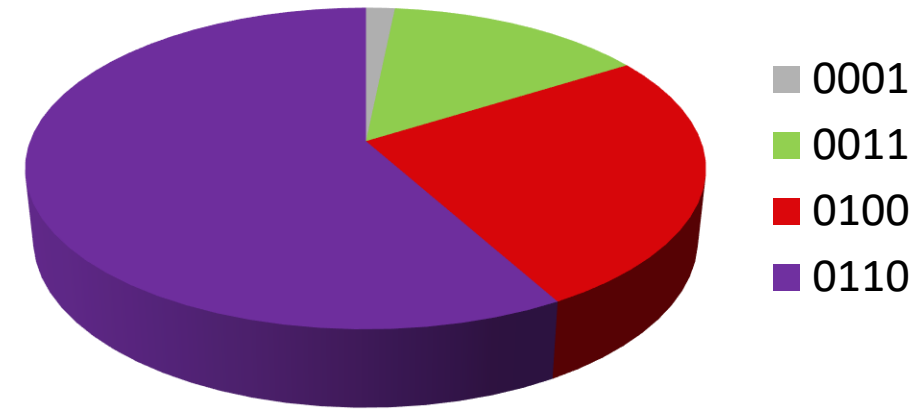
indivíduo	avaliação
	
	
	
	

# ALGORITMOS GENÉTICOS

## Seleção

- Método da roleta

Cria-se uma roleta na qual cada cromossomo recebe um pedaço proporcional a sua avaliação.



indivíduo	avaliação	pedaço da roleta (%)
<div>0001</div>	1	1,61
<div>0011</div>	9	14,51
<div>0100</div>	16	25,81
<div>0110</div>	36	58,07
	62	100,0

# ALGORITMOS GENÉTICOS

## Avaliação

- É maneira utilizada para determinar a qualidade de um indivíduo como solução do problema em questão;
- A função de avaliação permite diferenciar entre as boas e más soluções para um problema;
- Devem embutir todo o conhecimento que se possui sobre o problema a ser resolvido, assim como, seus objetivos de qualidade.

# ALGORITMOS GENÉTICOS

## Avaliação

### Método clássico

Atribuir como aptidão de um cromossoma o valor numérico do resultado da avaliação. Este método, embora utilizado em muitos problemas, pode apresentar duas situações que precisam ser tratadas:

- Superindivíduo;
- Competição próxima.

# ALGORITMOS GENÉTICOS

Avaliação

Superindivíduos

Os superindivíduos são indivíduos com avaliação muito superior à média, que podem dominar o processo de seleção;

A presença de superindivíduos impedem que o Algoritmo Genético obtenha novas soluções, potencialmente melhores;

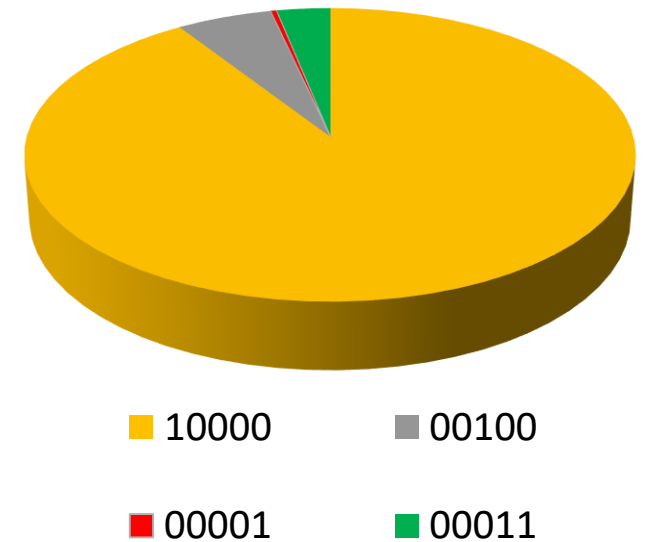


# ALGORITMOS GENÉTICOS

## Avaliação

## Superindivíduos

indivíduo	avaliação	pedaço da roleta (%)
<div>10000</div>	256	90,8
<div>00100</div>	16	5,7
<div>00001</div>	1	0,3
<div>00011</div>	9	3,2
$f(x) = x^2$	286	100,0



# ALGORITMOS GENÉTICOS

Avaliação

Competição próxima

Indivíduos cujas aptidões são numericamente muito próximas dificultam a distinção entre eles quanto à qualidade da solução proporcionada;

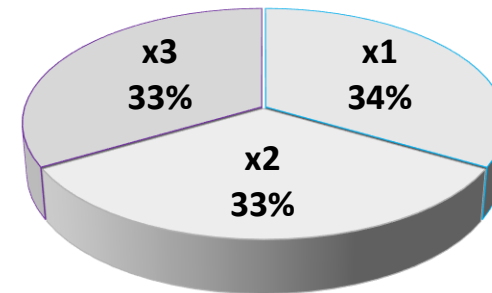
# ALGORITMOS GENÉTICOS

Avaliação

Competição próxima

$$f(x, y) = 999,5 - \frac{\left(\sin\sqrt{x^2 + y^2}\right)^2 - 0,5}{\left(1,0 + 0,001 * (x^2 + y^2)\right)^2}$$

indivíduo	avaliação	pedaço da roleta (%)
x1	999,979	33,35
x2	999,066	33,32
x3	999,514	33,33
		100,0



# ALGORITMOS GENÉTICOS

## Avaliação

A fim de resolver os problemas de superindivíduos e competições próximas, existem técnicas de alteração da função de avaliação:

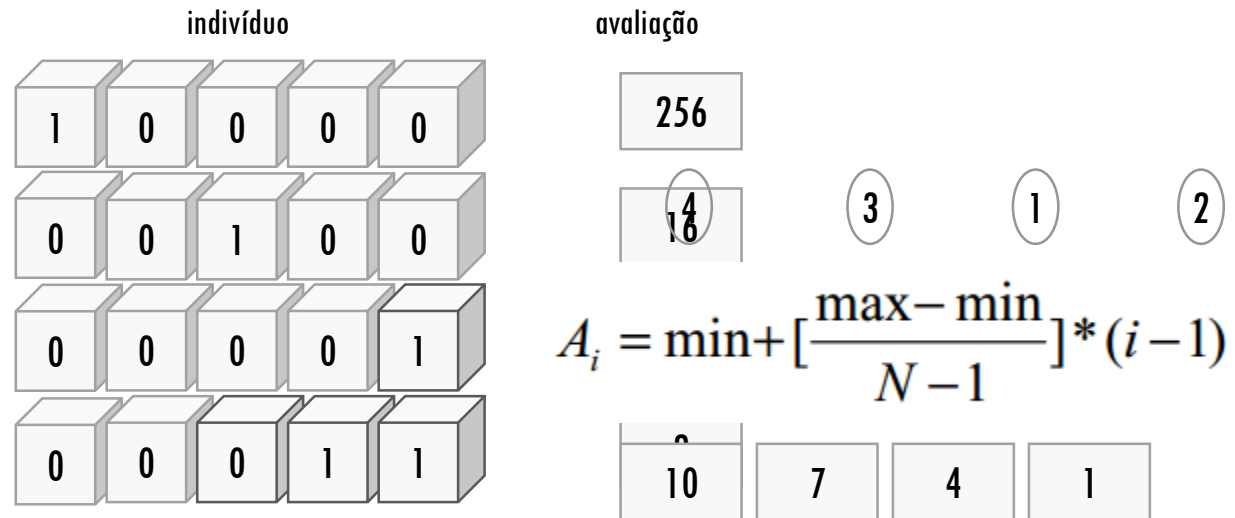
- Normalização
- Windowing

# ALGORITMOS GENÉTICOS

Avaliação

Normalização

Consiste em dar valores às avaliações dentro de um intervalo determinado;

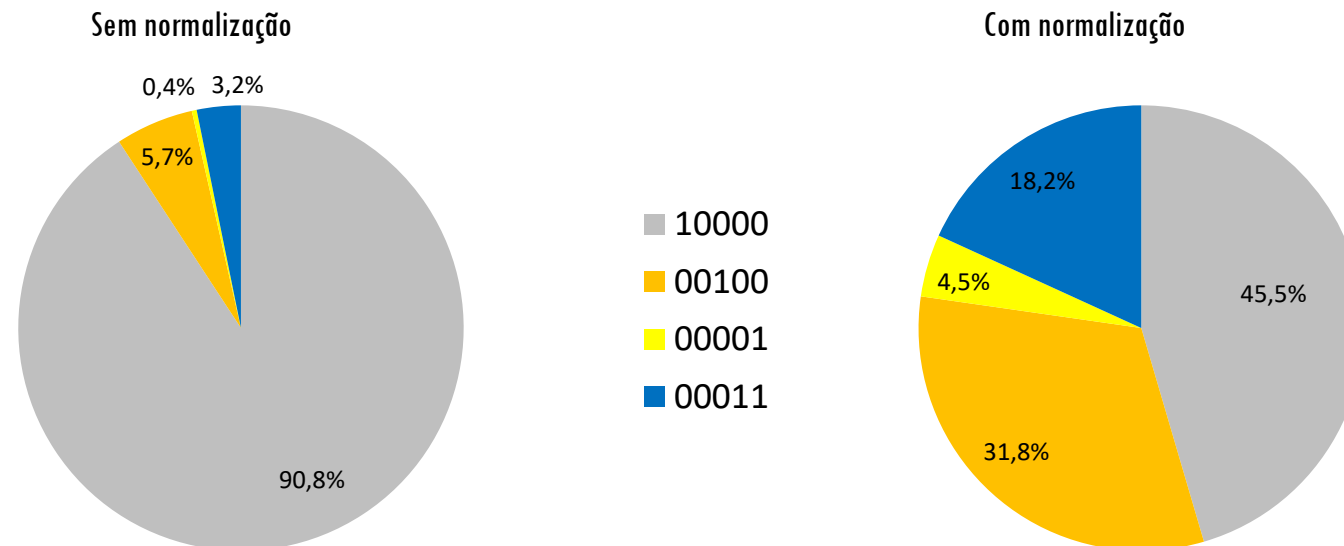


# ALGORITMOS GENÉTICOS

Avaliação

Normalização

Consiste em dar valores às avaliações dentro de um intervalo determinado;



# ALGORITMOS GENÉTICOS

Avaliação

Normalização

Outros tipos de normalização:

$$V' = novo_{min} + \left( \frac{novo_{max} - novo_{min}}{n - 1} \right) * (i - 1) \quad (1)$$

$$V' = \log_2(v) \quad (2)$$

$$V' = \log_{10}(v) \quad (3)$$

$$V' = \frac{v - \min}{\max - \min} \quad (4)$$

$$V' = \frac{v - \min}{\max - \min} * (novo_{max} - novo_{min}) + novo_{min} \quad (5)$$

Original	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)
256	10	8,0	2,4	1,00	10,00
16	7	4,0	1,2	0,06	1,53
9	4	3,2	1,0	0,03	1,28
1	1	0,0	0,0	0,00	1,00

# ALGORITMOS GENÉTICOS

Avaliação

Normalização

Outros tipos de normalização:

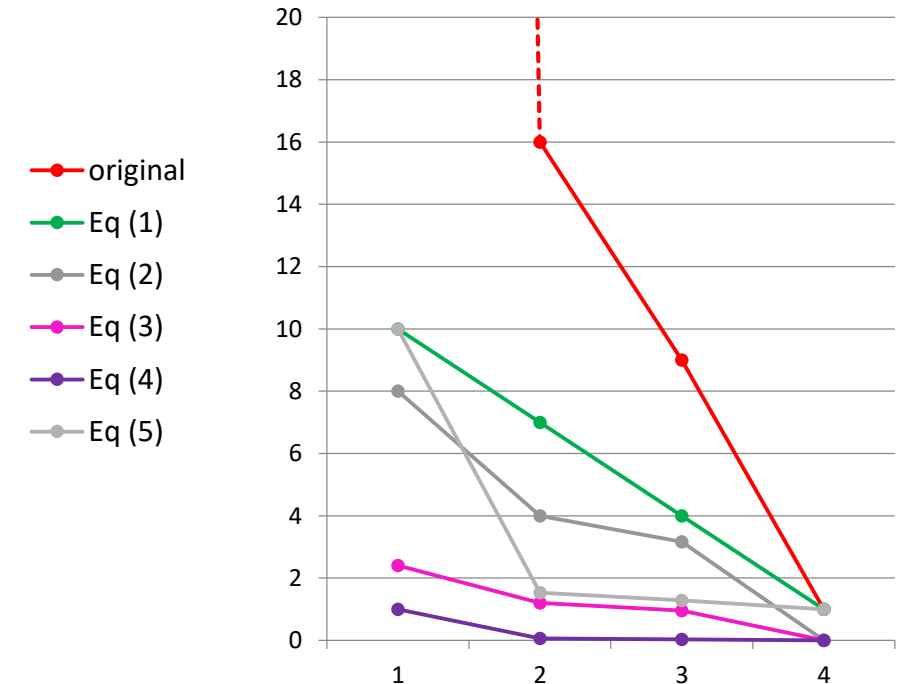
$$V' = novo_{min} + \left( \frac{novo_{max} - novo_{min}}{n - 1} \right) * (i - 1) \quad (1)$$

$$V' = \log_2(v) \quad (2)$$

$$V' = \log_{10}(v) \quad (3)$$

$$V' = \frac{v - \min}{\max - \min} \quad (4)$$

$$V' = \frac{v - \min}{\max - \min} * (novo_{max} - novo_{min}) + novo_{min} \quad (5)$$





# Exercício

Decodifique e avalie os indivíduos da tabela a seguir, considerando a função  $f(x) = x^3 + 13$ . Em seguida compare as roletas de seleção criadas a partir das aptidões desses indivíduos, considerando as avaliações normalizadas e não normalizadas. Utilize todas as equações de normalização apresentadas em aula. Para os casos de normalização com novos valores de mínimo e máximo utilize, respectivamente, 1 e 10.

Indivíduos
00100
00101
00110
00111
01010
00010
11111
00111
01100
00001
00011
01000
01001
10000

# ALGORITMOS GENÉTICOS

## Avaliação

### Windowing

Consiste em achar o valor mínimo dentre as funções de avaliação da nossa população e designar para cada um dos cromossomos uma avaliação que seja igual à quantidade que excede este valor mínimo.

$$V' = v - v_{min}$$

Aptidão mínima de “sobrevivência”

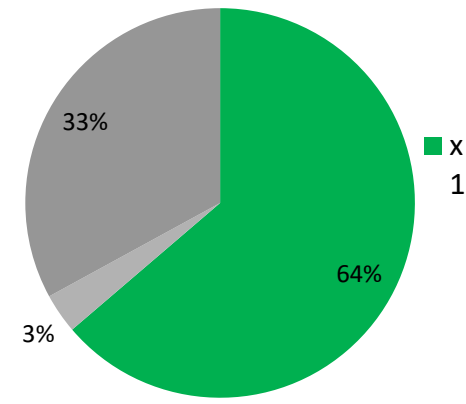
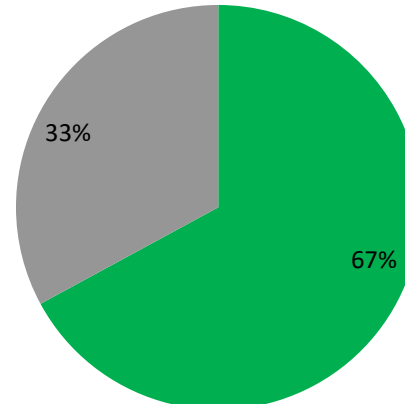
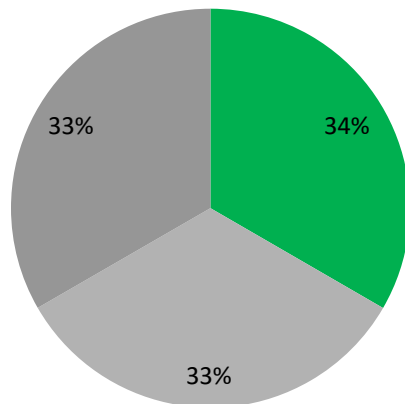
$$V' = v - v_{min} + AP_{min}$$

# ALGORITMOS GENÉTICOS

## Avaliação

### Windowing

indivíduo	avaliação	windowing	windowing com avaliação mínima
x1	999,979	0,913	0,963
x2	999,066	0	0,05
x3	999,514	0,448	0,498



# Exercício

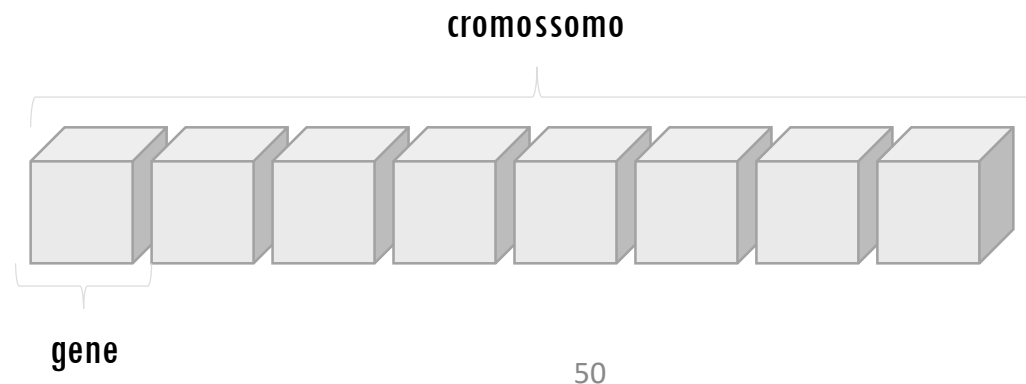
Considerando as avaliações próximas referentes aos indivíduos da tabela a seguir, compare as roletas de seleção destes indivíduos utilizando ou não o windwing e o windwing com avaliação mínima (considere a avaliação mínima = 0,005).

Indivíduos
99,9889
99,9899
99,9978
99,9980
99,9991
99,9788
99,9456
99,9923
99,9880
99,9934
99,9900
99,9888
99,9699
99,9099
99,9900

# ALGORITMOS GENÉTICOS

## Representação

- Consiste em uma maneira de traduzir a informação do problema em uma maneira viável de ser tratada pelo computador;
- Quanto mais ela for adequada ao problema, maior a qualidade dos resultados obtidos.



# ALGORITMOS GENÉTICOS

## Representação

## Exemplo

- Problema das quatro rainhas

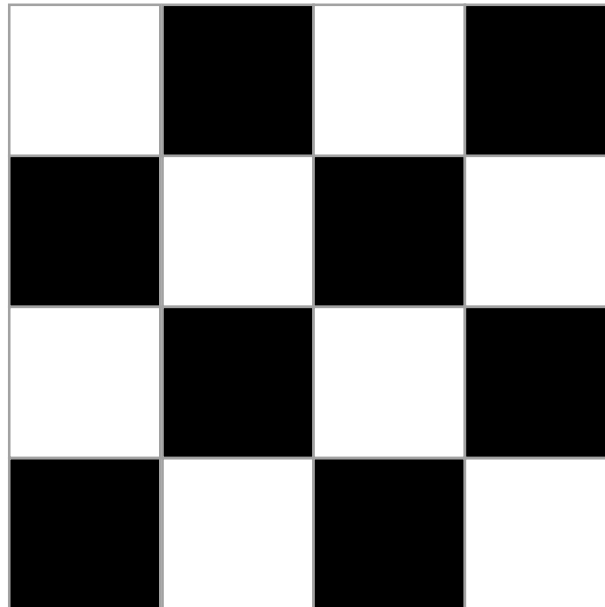
Envolve decidir como dispor as rainhas em um tabuleiro de xadrez de dimensão  $4 \times 4$ , de forma que nenhuma delas seja atacada por outra. Para tanto, é necessário que duas damas quaisquer não estejam numa mesma linha, coluna ou diagonal.

# ALGORITMOS GENÉTICOS

Representação

Exemplo

- Problema das quatro rainhas

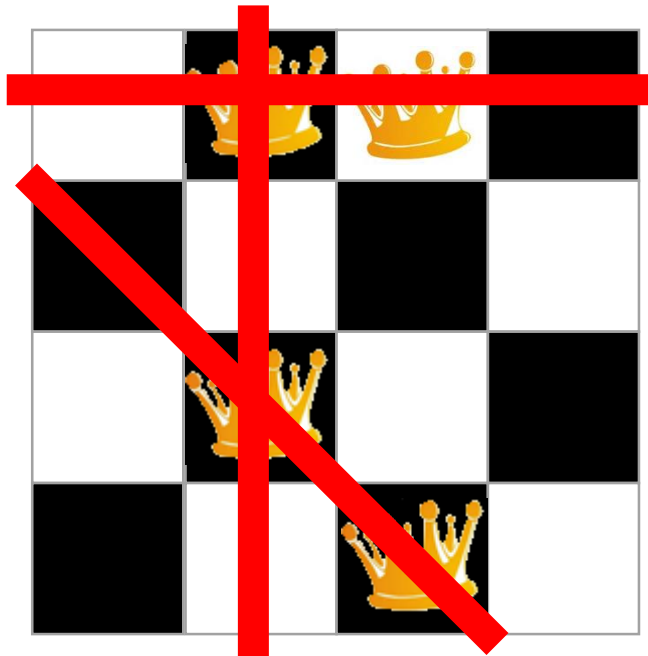


# ALGORITMOS GENÉTICOS

Representação

Exemplo

- Problema das quatro rainhas



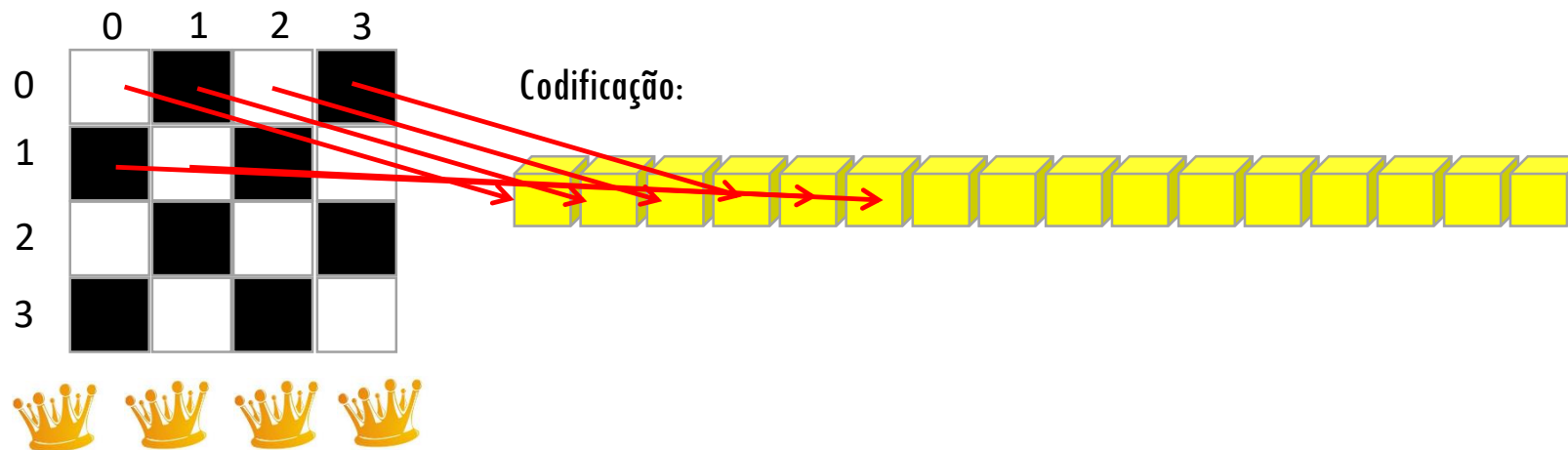


# ALGORITMOS GENÉTICOS

## Representação

### Exemplo

- Problema das quatro rainhas - abordagem 1

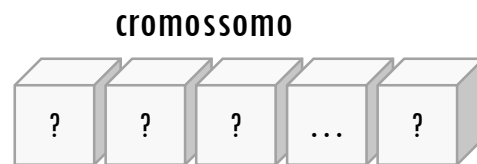


# ALGORITMOS GENÉTICOS

## Representação

### Problema das quatro rainhas

- Pense em uma maneira eficiente de representar e decodificar cada solução no problema das quatro rainhas.



Como seria o  
cromossomo? Quantos  
genes teria e o que  
cada gene  
representaria?

Observação: Não é para apontar a resposta ótima do problema e sim uma maneira de modelar o mesmo através de Algoritmos Genéticos.

# Otimização por Algoritmos Genéticos



Ana Carolina Abreu  
Felipe Borges

[prof.carolina@ica.ele.puc-rio.br](mailto:prof.carolina@ica.ele.puc-rio.br)

[prof.felipe@ica.ele.puc-rio.br](mailto:prof.felipe@ica.ele.puc-rio.br)