



► **Otimização de Distribuição de Sinal em Redes**

Felipe Braz e Lucas Chagas

► SUMÁRIO

01

INTRODUÇÃO

02

DESCRIÇÃO

03

PROPRIEDADES

04

ALGORITMOS



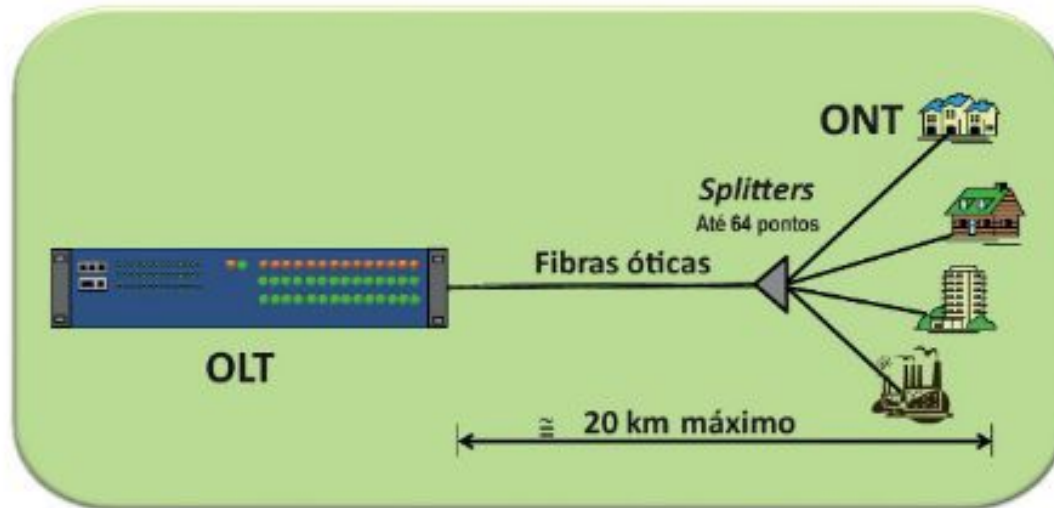
► INTRODUÇÃO

01

► INTRODUÇÃO

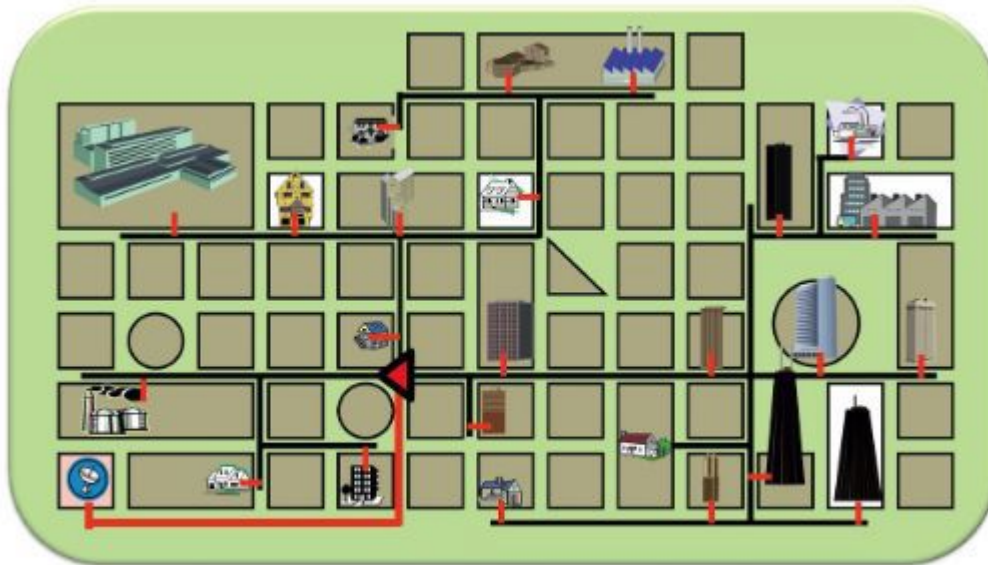
- Em um sistema de transmissão de uma rede óptica passiva, o sinal óptico é transmitido por uma rede distribuída. Na fibra óptica são feitas derivações através do uso de *splitters* (divisores ópticos passivos).
- Estas redes podem atingir tamanhos razoáveis e envolver custos significativos, tanto na implementação quanto de operação.
- Conhecida as posições dos splitters, a otimização da rede pode constituir uma árvore geradora sobre os pontos de demanda.

► INTRODUÇÃO



Arquitetura genérica de uma rede óptica.

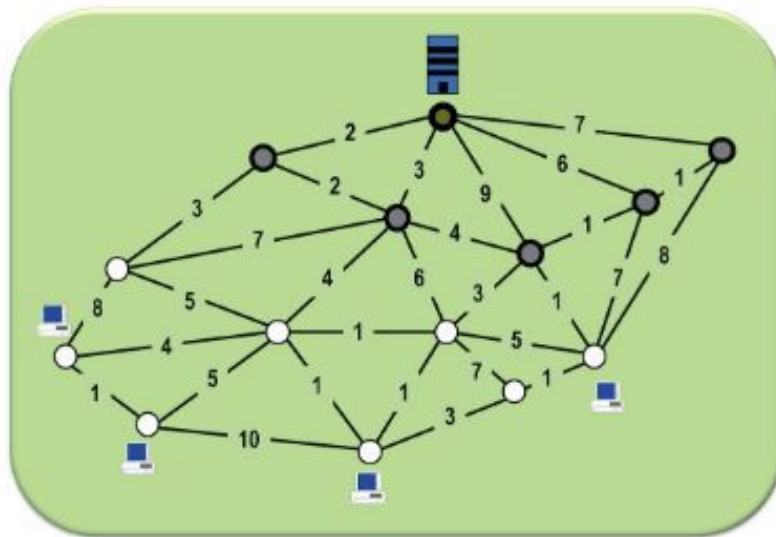
► INTRODUÇÃO



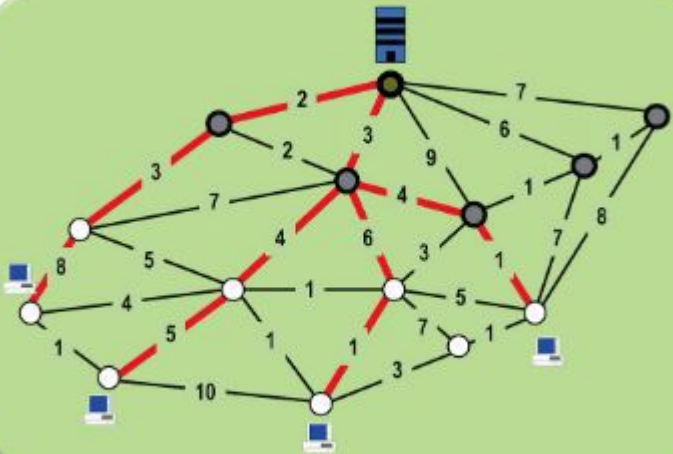
Exemplo de rede de distribuição de fibra óptica.

► INTRODUÇÃO

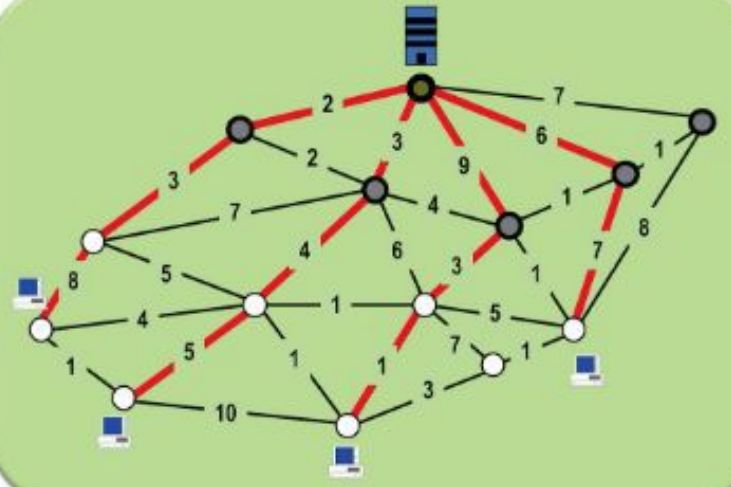
- Um sinal é gerado em um ponto da rede, transita codificado até os pontos de decodificação e é distribuído aos usuários da mesma.
- O serviço de decodificação tem custos diferentes em cada ponto, em virtude de características de demanda e operação nestes pontos.
- Diferentes configurações de distribuição possuem seu custo calculado através do custo do caminho percorrido mais o custo do serviço de decodificação.
- Este problema pode ser modelado como uma **Árvore de Steiner**.



Rede com custos de distribuição nas arestas. Vértices da cor cinza indicam pontos de decodificação.



Solução com custo de 48 unidades.



Solução com custo de 73 unidades.



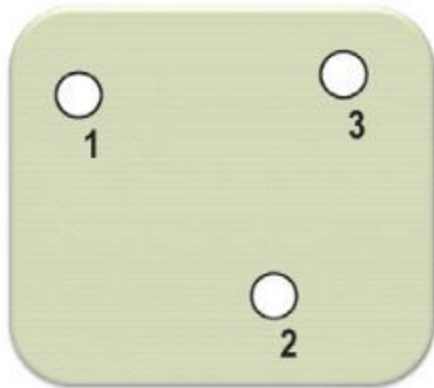
► DESCRIÇÃO

02

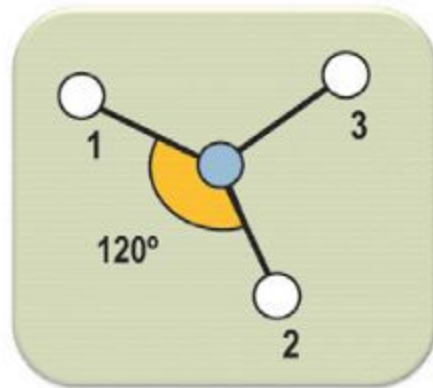
► DESCRIÇÃO

- O **problema de Steiner** é um problema de interconexão e foi proposto por Fermat no século XVII. O problema, em sua versão simplificada, consistia em dados três pontos no plano euclidiano, encontrar um quarto ponto tal que a soma das distâncias desse quarto ponto aos três originais fosse mínima.
- Atribui-se a Torricelli, por volta do ano de 1640, a solução do problema em sua primeira versão. A solução proposta é de que as arestas da árvore devem formar ângulos de 120° .
- O problema de Steiner em grafos é derivado do problema euclidiano de Steiner e está formalizado da seguinte maneira: "O problema de Steiner em grafos não direcionados consiste em conectar, a um custo mínimo, um conjunto de vértices obrigatórios ou vértices terminais de G ".

► DESCRIÇÃO



(1) Instância com pontos no plano



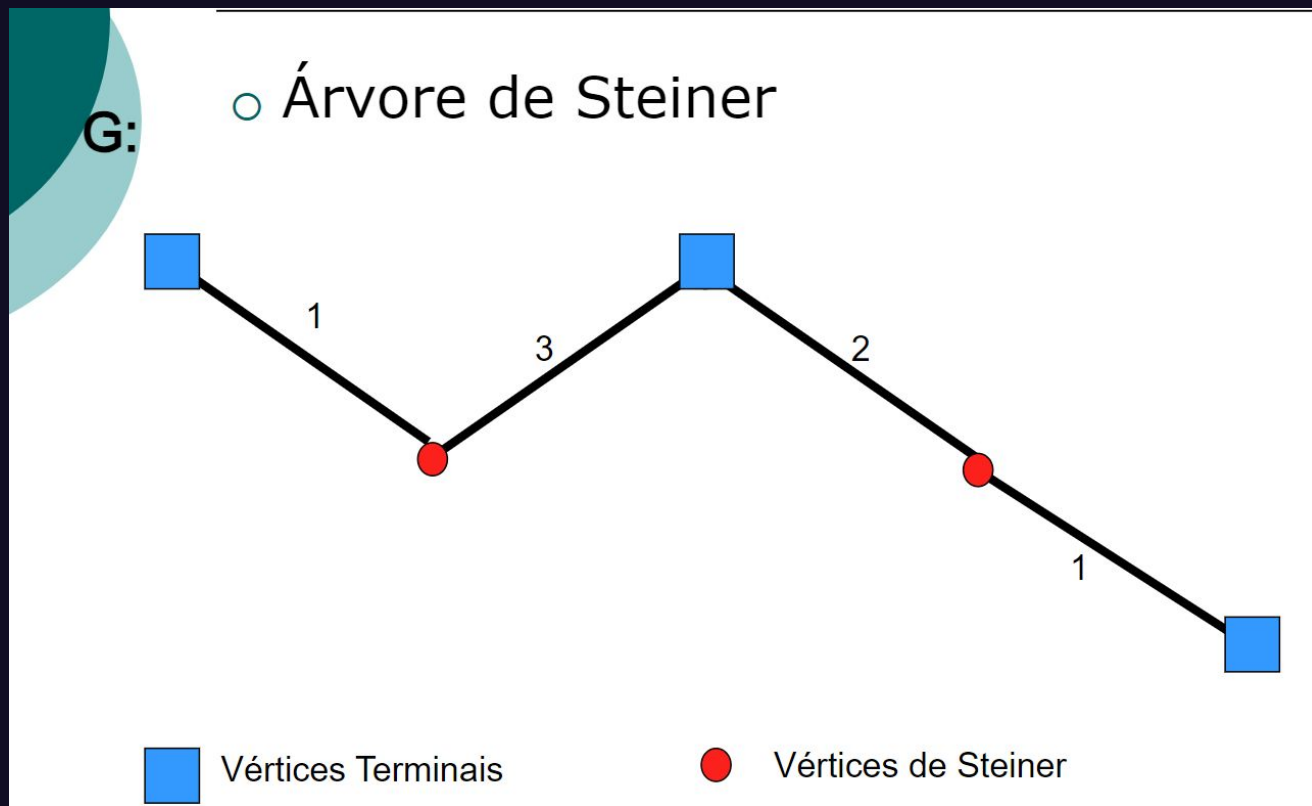
(2) Árvore de Steiner

► DESCRIÇÃO

- A estrutura em grafos que soluciona o problema de Steiner em um grafo G é uma árvore de mesmo nome. Essa árvore possui o conjunto de vértices obrigatórios ou vértices terminais, denominado X , e talvez outros vértices que podem ajudar na ligação dos vértices de X , ditos vértices de Steiner, notados por Λ .
- Encontrar uma árvore de Steiner de custo mínimo em um grafo sem propriedade particulares é **NP-DIFÍCIL**.



► DESCRIÇÃO





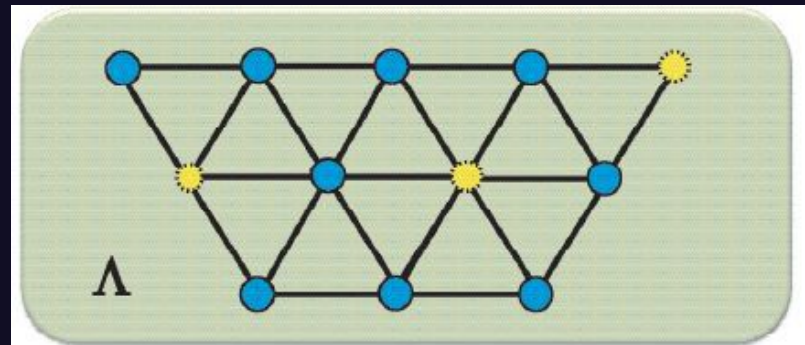
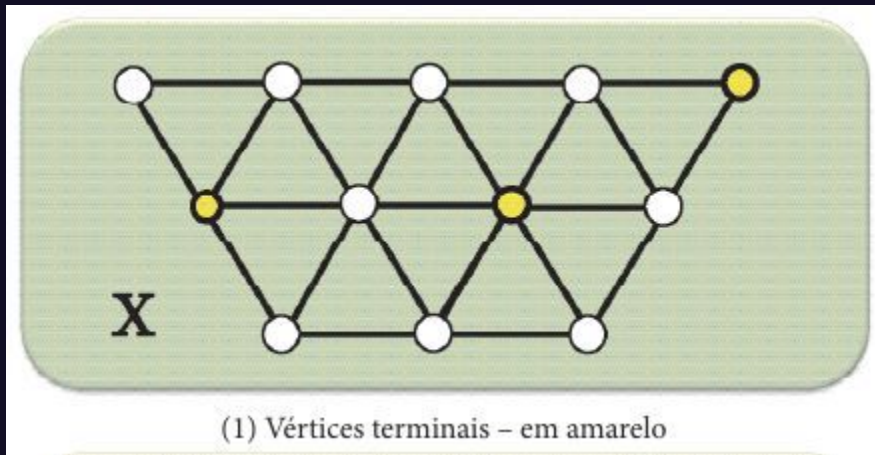
► **PROPRIEDADES**

03

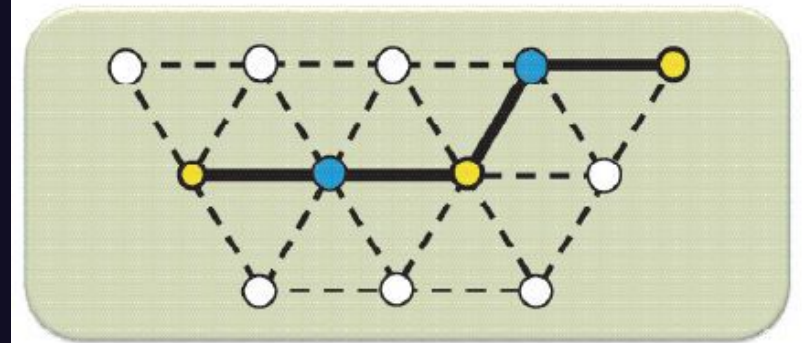
► PROPRIEDADES

- O grafo G é ponderado em arestas e o custo da árvore é dado pelo somatório dos custos de suas arestas.
- A árvore que soluciona o problema de Steiner deverá conter obrigatoriamente todos os vértices terminais e utilizar, se necessário, como vértices de passagem, os demais vértices (vértices de Steiner).
- O caso geral consiste em determinar a minimização do peso de ligação entre n pontos do plano, nessa versão envolvendo mais um ponto de ligação.

► PROPRIEDADES

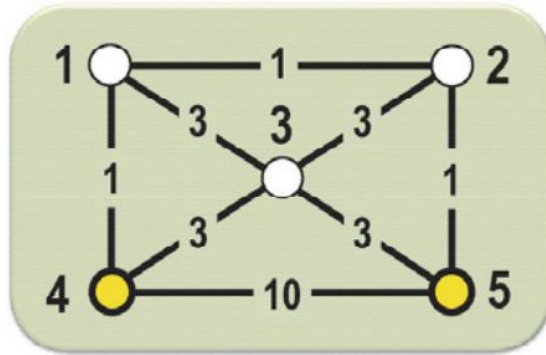


(2) Vértices de Steiner – em azul

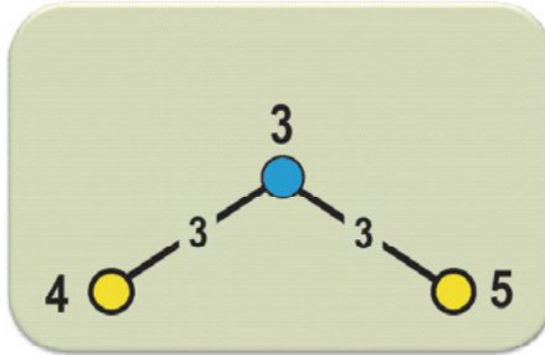


(3) Uma árvore de Steiner – com dois vértices de Steiner

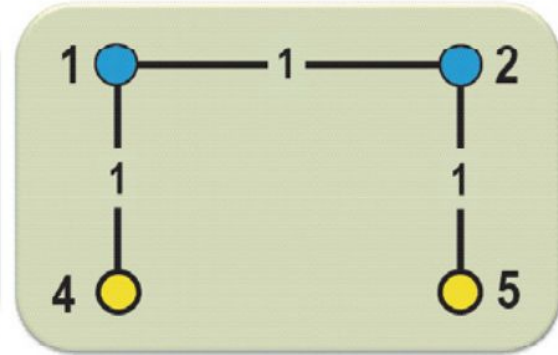
► PROPRIEDADE



(1) Grafo



(2) Uma árvore de Steiner



(3) Árvore de Steiner ótima

► PROPRIEDADES

- Problemas em redes de comunicação possuem várias situações em que a manutenção da efetividade de uma ligação é uma variável aleatória.
- As arestas que realizam as ligações do sistema possuem uma probabilidade de não completar ou sustentar corretamente a conexão.
- Uma árvore de Steiner com **conexões estocásticas** representa adequadamente diversas dessas situações reais;
 - Árvore de Steiner com conexão estocástica é a árvore que maximiza a probabilidade de manter conectado o conjunto X de vértices.



▶ ALGORITMOS



04



► Algoritmos Heurísticos para Árvore de Steiner

- Árvore Geradora Mínima com Poda;
- Algoritmo Kou, Markowsky e Berman (1981);
- Algoritmo das Arborescências;
- Algoritmo do Vértice mais Próximo – Takahashi & Matsuyama (1980);
- Algoritmo Baseado em Cobertura de Arestas – Takahashi & Matsuyama (1980).



► Algoritmos: Algoritmo da Árvore Geradora Mínima com Poda

- Simples e intuitivo algoritmo para **aproximar** a solução da árvore de Steiner.
- Baseia-se na construção de uma árvore geradora mínima e na subsequente poda das folhas que não pertencem ao conjunto dos vértices de demanda.

A

AGM Poda

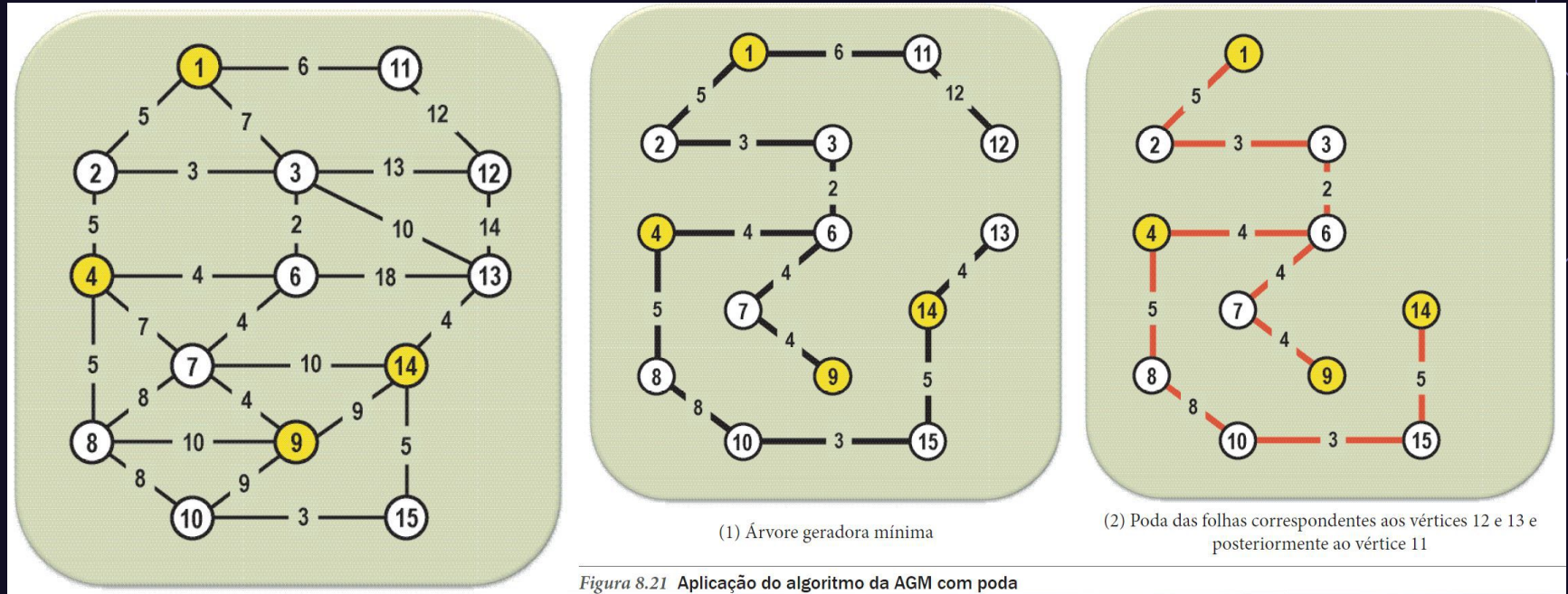
Ler $G = (N, M)$ e X // o conjunto dos vértices de demanda //

Determine a árvore geradora mínima de G

Enquanto existir nó folha $v \notin X$, remova v

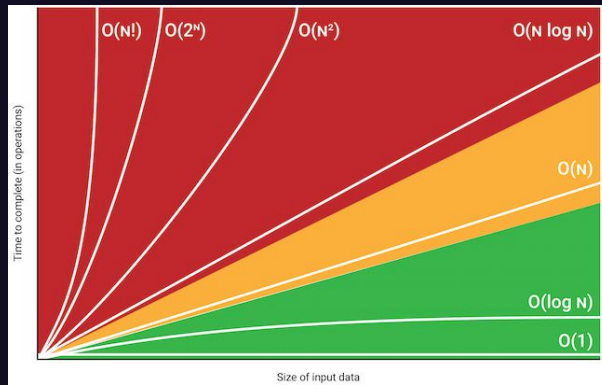
Heurístico

▶ Algoritmos: Algoritmo da Árvore Geradora Mínima com Poda



► Algoritmos: Algoritmo da Árvore Geradora Mínima com Poda

- Como a poda pode ser repetida na ordem dos vértices, resulta me, no máximo, $O(n)$ operações.
- Complexidade do algoritmo é limitada pela construção da AGM: $O(m \log m)$.
- Qualidade da solução: árvore resultante é, no pior caso, $|N|-|X|+1$ vezes pior que a solução ótima do problema. [Takahashi & Matsuyama (1980)]



► APLICAÇÕES

Além da aplicação descrita, temos a aplicação da árvore em outras áreas, como:

- Projeto de redes de computadores e de comunicação;
- Instalações telefônicas, hidráulicas, elétricas, de petróleo e gás;
- Análise de agrupamentos;
- Análise genética;
- Análise de padrões de distribuição espacial de esporos;
- Astronomia (determinação de agrupamento de quasars);
- Geração de limites de problemas NP-Difíceis;
- Computação móvel;
- Modelos de localização de interação de partículas em fluxo turbulento de fluidos.

► REFERÊNCIAS

- Goldbarg, Marco. (2012). Grafos: Conceitos, algoritmos e aplicações.