Introdução à Otimização

Aula 1

Prof. Gustavo Peixoto Silva

Decom-UFOP

Objetivo: "aproveitar da melhor maneira possível um conjunto de recursos escassos".

Aproveitar da melhor maneira possível pode se traduzir em maximizar o lucro ou então minimizar o custo de um processo produtivo.

Sujeito a uma limitação de matéria prima, mão de obra, etc.

Abordaremos problemas e métodos de Otimização que podem ser representados por meio de Modelo de Programação Linear

Um modelo de Programação Linear (PL) representa um Problema de Programação Linear (PPL).

Portanto os termos PL e PPL estão relacionados, podendo ser considerados sinônimos.

Em um modelo de PL todas as equações e inequações devem ser Lineares, ou seja, as variáveis não podem ter expoente diferente de 1 e nem serem multiplicadas entre elas.

$2X + 3Y - 8Z = 15$ OK

$2X + 3Y - 8Z \geq 15$ OK

$3XY + 5Z = 9$ Não é permitido multiplicar 2 variáveis

$5X^2 + 4Y = 6$ Não é permitido variável com expoente diferente de 1

Modelo de PL com duas variáveis

M1.1 - Produção das Ligas Metálicas

	Liga tipo A	Liga tipo B	Disponibilidade
Cobre	2	1	16
Zinco	1	2	11
Chumbo	1	3	15
Preço de venda $/ton	30,00	50,00	

A tabela nos fornece as quantidades, em toneladas, de cada recurso necessário para produzir uma tonelada de cada tipo de liga. Os preços de venda também estão dados por tonelada das ligas.

FORMULAR o modelo de Programação Matemática que maximize a receita da empresa.

	Liga tipo A	Liga tipo B	Disp. max
Cobre	2	1	16
Zinco	1	2	11
Chumbo	1	3	15
Preço de venda $/ton	30,00	50,00	

1. Variáveis de Decisão

   Expressa as diferentes opções do operador

2. Função Objetivo

   Meta desejada: maximizar (lucro) ou minimizar (custo)

3. Conjunto de Restrições

   Limitações que a solução deve satisfazer.

	Liga tipo A	Liga tipo B	Disp. max
Cobre	2	1	16
Zinco	1	2	11
Chumbo	1	3	15
Preço de venda $/ton	30,00	50,00	

1. Variáveis de Decisão

Expressa as diferentes opções do operador

XA = toneladas da liga A produzidas, XB = ton. Liga B produzidas

2. Função Objetivo

3. Conjunto de Restrições

	Liga tipo A	Liga tipo B	Disp. max
Cobre	2	1	16
Zinco	1	2	11
Chumbo	1	3	15
Preço de venda $/ton	30,00	50,00	

1. Variáveis de Decisão

Expressa as diferentes opções do operador

XA = toneladas da liga A produzidas, XB = ton. Liga B produzidas

2. Função Objetivo

Meta desejada: maximizar (lucro) ou minimizar (custo)

Maximizar Receita = 30*XA + 50*XB

3. Conjunto de Restrições

	Liga tipo A	Liga tipo B	Disp. max
Cobre	2	1	16
Zinco	1	2	11
Chumbo	1	3	15
Preço de venda $/ton	30,00	50,00	

1. Variáveis de Decisão

Expressa as diferentes opções do operador

XA = toneladas da liga A produzidas, XB = ton. Liga B produzidas

2. Função Objetivo

Meta desejada: maximizar (lucro) ou minimizar (custo)

Maximizar Receita = 30*XA + 50*XB

3. Conjunto de Restrições

(Cobre) 2*XA + 1*XB <= 16

(Zinco) 1*XA + 2*XB <= 11

(Chumbo) 1*XA + 3*XB <= 15

(Não Negatividade das Vars.) XA >= 0, XB >= 0

Modelo de PL com duas variáveis

M1.2 - Produção das Ligas Metálicas

	Liga tipo A	Liga tipo B	Disp. max
Cobre	2	1	16
Zinco	1	2	11
Chumbo	1	3	15
Preço de venda $/ton	30,00	50,00	

Considere agora que, devido a restrições contratuais, devem ser produzidas pelo menos 4 ton da liga A e 3 ton da liga B.

Complementar o modelo anterior para representar o problema.

Modelo de PL com duas variáveis

M1.2 - Produção das Ligas Metálicas

	Liga tipo A	Liga tipo B	Disp. max
Cobre	2	1	16
Zinco	1	2	11
Chumbo	1	3	15
Preço de venda $/ton	30,00	50,00	

Basta acrescentar ao modelo novas restrições, ficando assim:

3. Conjunto de Restrições

(Cobre) 2*XA + 1*XB <= 16
(Zinco) 1*XA + 2*XB <= 11
(Chumbo) 1*XA + 3*XB <= 15
(Max XA) XA >= 4
(Max XB) XB >= 3
(Não Negatividade das Vars.) XA >= 0, XB >= 0

Modelo de PL
M1.3 - O Problema da Fábrica de Móveis

	Escrivaninha	Mesa	Armário	Prateleira	Disponibilidade
Tábua	1	2	1	4	250
Prancha	0	1	3	2	600
Painéis	3	2	4	0	500
Valor de revenda	$100,00	$80,00	$120,00	$20,00	

Desenvolver um modelo de Programação Linear (PL) que maximize a receita com a venda dos móveis.

	Escrivaninha	Mesa	Armário	Prateleira	Disponibilidade
Tábua	1	2	1	4	250
Prancha	0	1	3	2	600
Painéis	3	2	4	0	500
Valor de venda	$100,00	$80,00	$120,00	$20,00	

1. Variáveis de Decisão

   Expressa as diferentes opções do operador

2. Função Objetivo

   Meta desejada: maximizar (lucro) ou minimizar (custo)

3. Conjunto de Restrições

   Limitações que a solução deve satisfazer.

Solução viável ou factível: $x = \{x_1, x_2, ..., x_n\}$ que satisfaz todas as restrições

Caso contrário => Solução inviável

Região de factibilidade: conjunto de todas as soluções viáveis

Solução ótima x^*: solução(ões) viável(eis) com o melhor valor para a função objetivo (min/max).

Valor ótimo $f^* = f(x^*)$: função objetivo (sol. ótima)

M 1.4 Uma empresa produz malas e mochilas. As malas são vendidas com um lucro por unidade de R$ 50,00 e as mochilas de R$ 40,00. A quantidade de horas necessárias para confeccionar cada produto assim como o número total de horas disponíveis em cada seção são apresentados abaixo.

Seção	Horas/mala	Horas/mochila	Disponibilidade (horas/dia)
Corte	2	1	300
Tingimento	1	2,5	540
Costura	2	2	440
Embalagem	0,2	0,5	300

Sabendo que há demanda para qualquer quantidade produzida, faça um modelo de PL para determinar quantas unidades de cada produto deve ser fabricada para maximizar o lucro da empresa.

M 1.4 Uma empresa produz malas e mochilas. As malas são vendidas com um lucro por unidade de R$ 50,00 e as mochilas de R$ 40,00. A quantidade de horas necessárias para confeccionar cada produto assim como o número total de horas disponíveis em cada seção são apresentados abaixo.

Seção	Horas/mala	Horas/mochila	Disponibilidade (horas/dia)
Corte	2	1	300
Tingimento	1	2,5	540
Costura	2	2	440
Embalagem	0,2	0,5	300

Variáveis de decisão:

X_1 = total de malas produzidas diariamente

X_2 = total de mochilas produzidas diariamente

Função Objetivo: Maximizar Lucro = $50X_1 + 40X_2$

Restrições:

Corte: $2X_1 + X_2 <= 300$

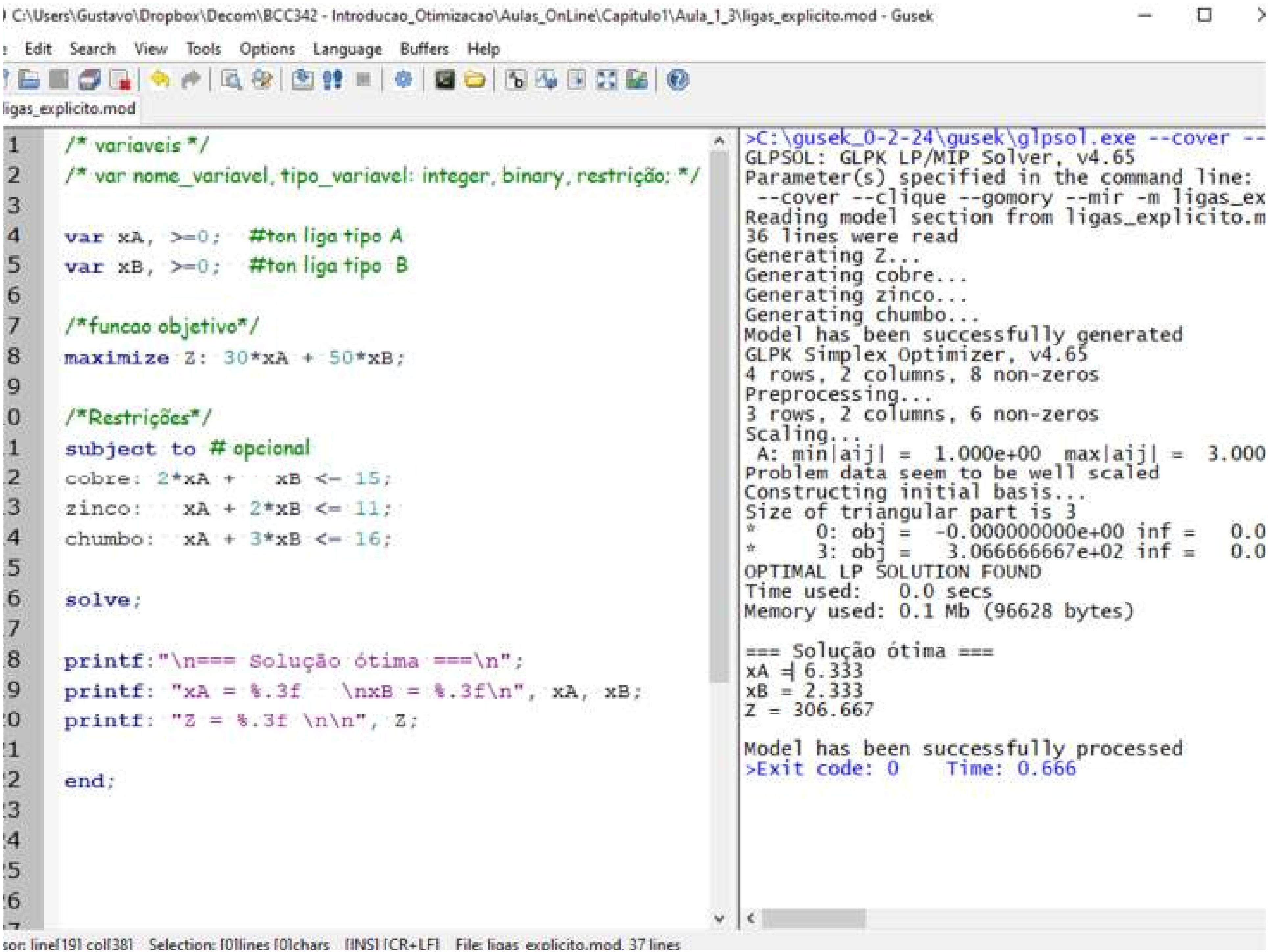
Tingimento: $X_1 + 2{,}5X_2 <= 540$

Costura: $2X_1 + 2X_2 <= 440$

Embalagem: $0{,}2X_1 + 0{,}5X_2 <= 300$

Não negatividade: $X_1 >= 0$, $X_2 >= 0$

Integralidade: X_1 e X_2 inteiros


C:\Users\Gustavo\Dropbox\Decom\BCC342 - Introducao_Otimizacao\Aulas_OnLine\Capitulo1\Aula_1_3\ligas_explicito.mod - Gusek
Edit Search View Tools Options Language Buffers Help
ligas_explicito.mod
/* variaveis */
/* var nome_variavel, tipo_variavel: integer, binary, restrição: */
var xA, >=0; #ton liga tipo A
var xB, >=0; #ton liga tipo B
/*funcao objetivo*/
maximize Z: 30*xA + 50*xB;
/*Restrições*/
subject to # opcional
cobre: 2*xA + xB <= 15;
zinco: xA + 2*xB <= 11;
chumbo: xA + 3*xB <= 16;
solve;
printf:"\n=== Solução ótima ===\n";
printf: "xA = %.3f \nxB = %.3f\n", xA, xB;
printf: "Z = %.3f \n\n", Z;
end;
>C:\gusek_0-2-24\gusek\glpsol.exe --cover --
GLPSOL: GLPK LP/MIP Solver, v4.65
Parameter(s) specified in the command line:
--cover --clique --gomory --mir -m ligas_ex
Reading model section from ligas_explicito.m
36 lines were read
Generating Z...
Generating cobre...
Generating zinco...
Generating chumbo...
Model has been successfully generated
GLPK Simplex Optimizer, v4.65
4 rows, 2 columns, 8 non-zeros
Preprocessing...
3 rows, 2 columns, 6 non-zeros
Scaling...
A: min|aij| = 1.000e+00 max|aij| = 3.000
Problem data seem to be well scaled
Constructing initial basis...
Size of triangular part is 3
* 0: obj = -0.000000000e+00 inf = 0.0
* 3: obj = 3.066666667e+02 inf = 0.0
OPTIMAL LP SOLUTION FOUND
Time used: 0.0 secs
Memory used: 0.1 Mb (96628 bytes)
=== Solução ótima ===
xA = 6.333
xB = 2.333
Z = 306.667
Model has been successfully processed
>Exit code: 0 Time: 0.666
sor: line[19] col[38] Selection: [0]lines [0]chars [INS] [CR+LF] File: ligas_explicito.mod, 37 lines