

# Álgebra Relacional

**Banco de Dados I**

**Prof. Guilherme Tavares de Assis**

**Universidade Federal de Ouro Preto – UFOP**

**Instituto de Ciências Exatas e Biológicas – ICEB**

**Departamento de Computação – DECOM**

# Álgebra Relacional

---

- Um modelo de dados, além de definir estruturas e restrições, deve definir um conjunto de operações para manipular os dados.
  - A **álgebra relacional** constitui o conjunto básico de operações do modelo relacional.
  - As operações possibilitam especificar solicitações básicas de recuperação, sendo que o resultado de uma recuperação é uma nova relação, formada a partir de uma ou mais relações.
- As operações de recuperação se dividem em:
  - operações específicas de bancos de dados relacionais: seleção, projeção, junção, entre outras;
  - operações da teoria de conjuntos: união, interseção, diferença e produto cartesiano.

**Empregado**

PrimeiroNome	InicialMeio	UltimoNome	<u>NumEmpregado</u>	DataNascimento	Endereco	Sexo	Salario	NumSupervisor	NumDepto
João	B	Silva	123456789	09/01/65	R. da Bahia, 2557	M	300.00	333445555	5
Frank	T	Santos	333445555	08/12/55	Av. Afonso Pena, 3005	M	4000.00	888665555	5
Alice	J	Pereira	999887777	19/07/68	Av. do Contorno, 2534	F	2500.00	987654321	4
Luciene	S	Ferreira	987654321	20/06/51	R. Iraí, 175	F	430.00	888665555	4
Pedro	K	Magalhães	666884444	15/09/52	Av. Silva Lobo, 2050	M	1200.00	333445555	5
Daniela	A	Oliveira	453453453	31/07/62	R. Ataliba Lago, 250	F	2500.00	333445555	5
Mateus	V	Mascarenhas	987987987	29/03/79	R. Contria, 12	M	2500.00	987654321	4
Fábio	E	Lemos	888665555	10/11/47	R. Chile, 425	M	5500.00	null	1

**Departamento**

NomeDepto	<u>NumDepto</u>	NumGerente	DataInicioGerencia
Pesquisa	5	333445555	22/05/98
Administração	4	987654321	01/01/95
Diretoria	1	888665555	19/06/01

**Localizacao\_Depto**

<u>NumDepart</u>	<u>Localizacao</u>
1	Savassi
4	Centro
5	Buritis
5	Pampulha
5	Contagem

**Projeto**

NomeProj	<u>NumProj</u>	Localizacao	NumDepto
Produto X	1	Buritis	5
Produto Y	2	Pampulha	5
Produto Z	3	Contagem	5
Informatização	10	Centro	4
Reorganização	20	Savassi	1
NovosBenefícios	30	Centro	4

**Trabalha\_em**

<u>NumEmpregado</u>	<u>NumProj</u>	Horas
123456789	1	32
123456789	2	7
666884444	3	40
453453453	1	20
453453453	2	20
333445555	2	10
333445555	3	10
333445555	10	10
333445555	20	10
999887777	30	30
999887777	10	10
987987987	10	35
987987987	30	5
987654321	30	20
987654321	20	15
888665555	20	null

**Dependente**

<u>NumEmpregado</u>	<u>NomeDependente</u>	Sexo	DataAniversario	Parentesco
333445555	Aline	F	03/04/76	Filha
333445555	Vitor	M	25/10/73	Filho
333445555	Joana	F	03/05/98	Cônjuge
987654321	Igor	M	29/02/52	Cônjuge
123456789	Michel	M	01/01/88	Filho
123456789	Aline	F	31/12/98	Filha
123456789	Elizabeth	F	05/05/57	Cônjuge

## Operação Seleção

- A operação **Seleção** é utilizada para selecionar um conjunto de tuplas de uma relação:

$\sigma_{\langle \text{cond} \rangle}(\langle \mathbf{R} \rangle)$ , onde  $\langle \text{cond} \rangle$  é uma condição de seleção e  $\langle \mathbf{R} \rangle$  é o nome de uma relação.

- Ex.: selecionar todos os empregados que trabalham no departamento 5.

$\sigma_{\text{NumDepto}=5}(\mathbf{Empregado})$

Primeiro Nome	Inicial Meio	UltimoNome	NumEmpregado	DataNascimento	Endereco	Sexo	Salario	NumSupervisor	NumDepto
João	B	Silva	123456789	09/01/65	R. da Bahia, 2557	M	300.00	333445555	5
Frank	T	Santos	333445555	08/12/55	Av. Afonso Pena, 3005	M	4000.00	888665555	5
Pedro	K	Magalhães	666884444	15/09/52	Av. Silva Lobo, 2050	M	1200.00	333445555	5
Daniela	A	Oliveira	453453453	31/07/62	R. Ataliba Lago, 250	F	2500.00	333445555	5

## Operação Seleção

- É uma operação unária (feita em uma única relação).
- O grau (número de atributos) da relação resultante é o mesmo da relação original.

- A operação é comutativa:

$$\sigma_{\langle \text{cond1} \rangle}(\sigma_{\langle \text{cond2} \rangle}(\langle R \rangle)) = \sigma_{\langle \text{cond2} \rangle}(\sigma_{\langle \text{cond1} \rangle}(\langle R \rangle))$$

- Pode-se combinar uma cascata de operações Seleção em uma única operação Seleção:

$$\sigma_{\langle \text{cond1} \rangle}(\sigma_{\langle \text{cond2} \rangle}(\sigma_{\langle \text{cond3} \rangle}(\langle R \rangle))) = \sigma_{\langle \text{cond1} \rangle \text{E} \langle \text{cond2} \rangle \text{E} \langle \text{cond3} \rangle}(\langle R \rangle)$$

## Operação Projeção

- A operação **Projeção** é utilizada para selecionar um conjunto de atributos de uma relação:

$\pi_{\langle \text{atributos} \rangle}(\langle R \rangle)$ , onde  $\langle \text{atributos} \rangle$  é uma lista de atributos dentre os atributos da relação  $R$  e  $\langle R \rangle$  é o nome de uma relação.

- Ex.: listar o nome e o salário de todos os empregados.

$\pi$  PrimeiroNome, UltimoNome, Salario (**Empregado**)

PrimeiroNome	UltimoNome	Salario
João	Silva	300.00
Frank	Santos	4000.00
Alice	Pereira	2500.00
Luciene	Ferreira	430.00
Pedro	Magalhães	1200.00
Daniela	Oliveira	2500.00
Mateus	Mascarenhas	2500.00
Fábio	Lemos	5500.00

## Operação Projeção

- É uma operação unária (feita em uma única relação).
- Caso a lista de atributos inclua somente atributos que não sejam chaves de R, é possível que ocorram tuplas duplicadas.
  - A operação Projeção remove tuplas duplicadas de tal forma que o resultado seja uma relação válida.
  - Com isso, o número de tuplas na relação resultante é sempre menor ou igual ao número de tuplas da relação R.
- A operação não é comutativa; pode-se dizer que:

$$\pi_{\langle \text{lista1} \rangle}(\pi_{\langle \text{lista2} \rangle}(\langle R \rangle)) = \pi_{\langle \text{lista1} \rangle}(\langle R \rangle)$$

## Sequência de Operações

- É comum aplicar diversas operações da álgebra relacional, uma após a outra (sequência de operações).
  - Pode-se escrever as operações na forma de uma única expressão ou aplicar uma operação a cada vez, criando relações de resultado intermediário; neste último caso, deve-se nomear as relações envolvidas.
- Ex.: listar o nome e o salário de todos os empregados que trabalham no departamento de número 5.

$\pi_{\text{PrimeiroNome, UltimoNome, Salario}} (\sigma_{\text{NumDepto} = 5} (\text{Empregado}))$

ou

$\text{Dep5\_Emps} \leftarrow \sigma_{\text{NumDepto} = 5} (\text{Empregado})$

$\text{Resultado} \leftarrow \pi_{\text{PrimeiroNome, UltimoNome, Salario}} (\text{Dep5\_Emps})$



## Sequência de Operações

- Pode-se utilizar a técnica "sequência de operações" para renomear os atributos nas relações intermediárias e de resultado: basta listar os nomes dos novos atributos entre parênteses juntamente com os nomes das novas relações:

**Dep5\_Emps**  $\leftarrow \sigma_{\text{NumDeppto} = 5} (\text{Empregado})$

**Resultado (PNome, UNome, Sal)**  $\leftarrow$

$\pi_{\text{PrimeiroNome, UltimoNome, Salario}} (\text{Dep5\_Emps})$

- Caso nenhuma renomeação seja aplicada em uma Seleção, os nomes dos atributos na relação resultante são os mesmos da relação original e estarão na mesma ordem.
- Para uma Projeção sem renomeação, a relação resultante possui os mesmos nomes dos atributos especificados na lista de projeção e aparecem na mesma ordem da lista.

## Operação Renomeação

- A operação **Renomeação** é utilizada para renomear uma relação ou atributos da mesma:

$$\rho_{S(b_1, b_2, \dots, b_n)}(<R>) \text{ ou } \rho_S(<R>) \text{ ou } \rho_{(b_1, b_2, \dots, b_n)}(<R>),$$

onde  $<S>$  é o novo nome da relação,  $<b_1, b_2, \dots, b_n>$  são os novos nomes dos atributos e  $<R>$  é a relação original.

A primeira expressão renomeia tanto a relação quanto os atributos, a segunda renomeia apenas a relação e a terceira renomeia apenas os atributos.

- Ex.: listar o nome e o salário de todos os empregados que trabalham no departamento de número 5.

**Dep5\_Emps**  $\leftarrow \sigma_{\text{NumDepto}=5} (\text{Empregado})$

$\rho_{\text{Resultado}} (\text{PNome}, \text{UNome}, \text{Sal})$

$(\pi_{\text{PrimeiroNome}, \text{UltimoNome}, \text{Salario}} (\text{Dep5\_Emps}))$

## Operações Teóricas de Conjuntos

- A álgebra relacional possui um grupo padrão de operações matemáticas sobre conjuntos.
  - As operações são binárias, ou seja, envolvem duas relações.
  - Para algumas operações, as relações devem possuir o mesmo tipo de tuplas, sendo consideradas compatíveis para união.
- Duas relações  $R(A_1, A_2, \dots, A_n)$  e  $S(B_1, B_2, \dots, B_n)$  são compatíveis para união se possuírem o mesmo grau "n" e se  $\text{dom}(A_i) = \text{dom}(B_i)$  para  $1 \leq i \leq n$ .

## Operações Teóricas de Conjuntos

- As operações teóricas de conjuntos que exigem relações compatíveis para união são:
  - **União:** denotada por  $R \cup S$ , gera uma relação que inclui todas as tuplas que estão em R ou em S ou em ambas.
  - **Interseção:** denotada por  $R \cap S$ , gera uma relação que inclui todas as tuplas que estão tanto em R quanto em S.
  - **Diferença:** denotada por  $R - S$ , gera uma relação que inclui todas as tuplas que estão em R, mas não estão em S.
- A relação resultante das operações possui os mesmos nomes de atributos da primeira relação (R) envolvida nas operações.

## Operações Teóricas de Conjuntos

- As operações de união e interseção são comutativas e associativas:

$$R \cup S = S \cup R \quad \text{e} \quad R \cap S = S \cap R$$

$$R \cup (S \cup T) = (R \cup S) \cup T \quad \text{e} \quad (R \cap S) \cap T = R \cap (S \cap T)$$

- Ex.: listar o número de todos os empregados que trabalham no departamento 5 ou que supervisionam diretamente um empregado que trabalhe no departamento 5.

**Dep5\_Emps**  $\leftarrow \sigma_{\text{NumDepto}=5} (\text{Empregado})$

**Result1**  $\leftarrow \pi_{\text{NumEmpregado}} (\text{Dep5\_Emps})$

**Result2 (NumEmpregado)**  $\leftarrow \pi_{\text{NumSupervisor}} (\text{Dep5\_Emps})$

**Resultado**  $\leftarrow \text{Result1} \cup \text{Result2}$

## Operações Teóricas de Conjuntos

- A operação de conjunto binária **Produto Cartesiano**, representada por  $\times$ , é utilizada para combinar tuplas de duas relações de forma combinatória.
  - As relações não precisam ser compatíveis para união.
- O resultado de  $R(A_1, A_2, \dots, A_n) \times S(B_1, B_2, \dots, B_m)$  é uma relação  $Q(A_1, A_2, \dots, A_n, B_1, B_2, \dots, B_m)$ , com "n+m" atributos.
  - A relação Q possui uma tupla para cada combinação de tuplas das relações envolvidas: se R possui  $n_R$  tuplas e S possui  $n_S$  tuplas, então Q possuirá  $n_R * n_S$  tuplas.
- Não é uma operação muito usual pois gera tuplas que não fazem sentido.
  - Torna-se prática quando é seguida por uma Seleção que combina valores de atributos nas relações envolvidas.

## Operações Teóricas de Conjuntos

- Ex.: listar, para cada empregado do sexo feminino, os nomes dos seus dependentes.

**$\text{Emps\_Mulheres} \leftarrow \sigma_{\text{Sexo}='F'} (\text{Empregado})$**

**$\text{Nomes\_Emp} (\text{Nome}, \text{Sobrenome}, \text{NumEmp}) \leftarrow$**

**$\pi_{\text{PrimeiroNome}, \text{UltimoNome}, \text{NumEmpregado}} (\text{Emps\_Mulheres})$**

**$\text{Deps\_Emp} \leftarrow \text{Nomes\_Emp} \times \text{Dependente}$**

**$\text{Deps\_Certos} \leftarrow \sigma_{\text{NumEmp} = \text{NumEmpregado}} (\text{Deps\_Emp})$**

**$\text{Resultado} \leftarrow \pi_{\text{Nome}, \text{Sobrenome}, \text{NomeDependente}} (\text{Deps\_Certos})$**

- Uma vez que a operação Produto Cartesiano, seguida da operação Seleção, é utilizada com frequência, foi definida uma operação especial, denominada **Junção**, para especificar tal sequência como uma única operação.

## Operação Junção

- A operação **Junção** é utilizada para combinar tuplas relacionadas de duas relações em uma única tupla:  

$$R \bowtie_{\langle \text{cond} \rangle} S$$
, onde R e S são relações e  $\langle \text{cond} \rangle$  é uma condição de junção entre as relações.
- $R(A_1, A_2, \dots, A_n) \bowtie_{\langle \text{cond} \rangle} S(B_1, B_2, \dots, B_m)$  gera uma relação  $Q(A_1, A_2, \dots, A_n, B_1, B_2, \dots, B_m)$ , com "n+m" atributos.
  - A relação Q possui uma tupla para cada combinação de tuplas das relações envolvidas, sempre que a combinação satisfizer a condição de junção.
- Uma condição geral de junção é:  $\langle \text{cond1} \rangle$  e  $\langle \text{cond2} \rangle$  e ... e  $\langle \text{condN} \rangle$ , onde cada condição é da forma  $A_i \theta B_j$ :
  - $A_i$  é atributo de R,  $B_j$  é atributo de S de mesmo domínio de  $A_i$ , e  $\theta$  é um operador de comparação  $\{=, <, \leq, >, \geq, \neq\}$ .



## Operação Junção

- Ex.: listar, para cada empregado do sexo feminino, os nomes dos seus dependentes.

**Emps\_Mulheres**  $\leftarrow \sigma_{\text{Sexo}='F'}(\text{Empregado})$

**Nomes\_Emp** (Nome, Sobrenome, NumEmp)  $\leftarrow$

$\pi_{\text{PrimeiroNome}, \text{UltimoNome}, \text{NumEmpregado}}(\text{Emps\_Mulheres})$

**Deps\_Certos**  $\leftarrow \text{Nomes\_Emp} \bowtie_{\text{NumEmp} = \text{NumEmpregado}} \text{Dependente}$

**Resultado**  $\leftarrow \pi_{\text{Nome}, \text{Sobrenome}, \text{NomeDependente}}(\text{Deps\_Certos})$

- Ex.: listar o nome do gerente de cada departamento.

**Ger\_Dep**  $\leftarrow \text{Departamento} \bowtie_{\text{NumGerente} = \text{NumEmpregado}} \text{Empregado}$

**Resultado**  $\leftarrow \pi_{\text{NomeDeppto}, \text{PrimeiroNome}, \text{UltimoNome}}(\text{Ger\_Dep})$

## Operação Junção

- A operação Junção mais comum, denominada **Equijunção**, envolve apenas condições de junção com comparações de igualdade.
  - Uma Equijunção onde os dois atributos da comparação têm o mesmo nome é chamada **Junção Natural**, sendo denotada por \*; neste caso, apenas um dos atributos da comparação aparece na relação resultante e a condição de junção não é especificada.
- Ex.: listar, para cada empregado do sexo feminino, os nomes dos seus dependentes.

**$\text{Emps\_Mulheres} \leftarrow \sigma_{\text{Sexo}='F'} (\text{Empregado})$**

**$\text{Deps\_Certos} \leftarrow \text{Emps\_Mulheres} * \text{Dependente}$**

**$\text{Resultado} \leftarrow \pi_{\text{PrimeiroNome}, \text{UltimoNome}, \text{NomeDependente}} (\text{Deps\_Certos})$**

## Operação Divisão

- A operação binária **Divisão**, representada por  $\div$ , é utilizada para um tipo especial de consulta que ocorre, algumas vezes, em aplicações de bancos de dados.
- A operação Divisão  $R(Z) \div S(X)$  só pode ser aplicada se  $X \subseteq Z$ .
  - O resultado da divisão é uma relação  $T$  contendo o conjunto de atributos de  $R$  que não são atributos de  $S$ , ou seja, os atributos  $Z-X$ .
  - Uma tupla de  $T$  é formada por valores dos atributos  $Z-X$  de  $R$  cujos valores referentes dos atributos  $X$  de  $R$  combinaram com todos os valores dos atributos  $X$  de  $S$ .

## Operação Divisão

- Ex.: listar o nome dos empregados que trabalham em todos os projetos nos quais "João Silva" trabalha.

- 1º passo: recuperar os números de projetos nos quais "João Silva" trabalha.

**Joao**  $\leftarrow \sigma_{\text{PrimeiroNome}='João' \text{ E } \text{UltimoNome}='Silva'} (\text{Empregado})$

**Projs\_Joao**  $\leftarrow \pi_{\text{NumProj}} (\text{Trabalha\_em} * \text{Joao})$

- 2º passo: filtrar os atributos desejados da relação *Trabalha\_em*.

**NumEmps\_NumProjs**  $\leftarrow \pi_{\text{NumEmpregado}, \text{NumProj}} (\text{Trabalha\_em})$

- 3º passo: aplicar a Divisão entre as duas relações geradas; o resultado conterá os números dos empregados desejados.

**NumEmps**  $\leftarrow \text{NumEmps\_NumProjs} \div \text{Projs\_Joao}$

**Resultado**  $\leftarrow \pi_{\text{PrimeiroNome}, \text{UltimoNome}} (\text{NumEmps} * \text{Empregado})$

## Funções de Agregação e Agrupamento

---

- Uma solicitação que pode ser expressa na álgebra relacional é a aplicação de **funções matemáticas de agregação** em coleção de valores do banco de dados.
  - As funções mais comuns aplicadas a coleção de valores numéricos são: **Sum** (soma), **Average** (média), **Maximum** (máximo), **Minimum** (mínimo), **Count** (contador de tuplas).
- Outra solicitação envolve o **agrupamento de tuplas** de uma relação por meio dos valores de alguns atributos e, logo após, a aplicação de uma função de agregação em cada grupo.
  - Um exemplo é agrupar as tuplas de empregados pelo "NumDepto": cada grupo é composto pelas tuplas de empregados que trabalham em um mesmo departamento.

## Funções de Agregação e Agrupamento

- Uma função de agrupamento é definida da seguinte forma:

$$\langle \text{atributos de agrupamento} \rangle \mathfrak{F} \langle \text{funções de agregação} \rangle (\langle R \rangle)$$

onde  $\langle R \rangle$  é uma relação,  $\langle \text{atributos de agrupamento} \rangle$  é uma lista de atributos de  $R$  responsável pelo agrupamento e  $\langle \text{funções de agregação} \rangle$  é uma lista de pares de  $(\langle \text{função} \rangle \langle \text{atributo} \rangle)$ : em cada um destes pares,  $\langle \text{função} \rangle$  é uma das funções de agregação permitidas e  $\langle \text{atributo} \rangle$  é um atributo de  $R$  cuja função de agregação será aplicada.

- A relação resultante possui os atributos de agrupamento e os resultados gerados pelas funções de agregação.
  - Haverá uma tupla para cada grupo gerado pelos atributos de agrupamento.

## Funções de Agregação e Agrupamento

- Ex.: listar o n° de cada departamento, a quantidade de empregados em cada um e a média de seus salários.

$\rho_{\text{Resultado}}(\text{NumD}, \text{NumEmps}, \text{MediaSals})$   
 $(\text{NumDepto} \int \text{Count NumEmpregado, Average Salario } (\text{Empregado}))$

- Caso não seja aplicada nenhuma renomeação, os atributos da relação resultante correspondentes às funções de agregação são, cada um deles, a concatenação do nome da função e o nome do atributo (<função>\_<atributo>).

- No exemplo

$\text{NumDepto} \int \text{Count NumEmpregado, Average Salario } (\text{Empregado})$

os atributos da relação resultante são: NumDepto, Count\_NumEmpregado, Average\_Salario.

## Funções de Agregação e Agrupamento

- Caso não seja especificado algum atributo de agrupamento, as funções de agregação são aplicadas em todas as tuplas da relação envolvida.
  - A relação resultante terá uma só tupla.
- O exemplo

$\mathfrak{S}$  **Count NumEmpregado, Average Salario (Empregado)**

recupera a quantidade total de empregados e a média de seus salários (atributos Count\_NumEmpregado e Average\_Salario).



## Fechamento Recursivo

---

- Um tipo de operação que pode ser expresso na álgebra relacional é o **fechamento recursivo**.
  - Tal operação é aplicada a um auto-relacionamento entre tuplas do mesmo tipo.
- Ex.: listar todos os empregados que são supervisionados, em todos os níveis, pelo empregado "Fábio Lemos".

## Fechamento Recursivo

- No nível 1, tem-se:

**Fabio\_Num**  $\leftarrow \pi_{\text{NumEmpregado}}(\sigma_{\text{PrimeiroNome}='Fábio' \text{ E } \text{UltimoNome}='Lemos'}(\text{Empregado}))$

**Supervisao (NumEmp, NumSup)**  $\leftarrow \pi_{\text{NumEmpregado}, \text{NumSupervisor}}(\text{Empregado})$

**Resultado1(Num)**  $\leftarrow \pi_{\text{NumEmp}}(\text{Supervisao} \bowtie_{\text{NumSup} = \text{NumEmpregado}} \text{Fabio\_Num})$

- No nível 2, tem-se:

**Resultado2 (Num)**  $\leftarrow \pi_{\text{NumEmp}}(\text{Supervisao} \bowtie_{\text{NumSup} = \text{Num}} \text{Resultado1})$

- Para obter ambos os conjuntos de empregados supervisionados nos níveis 1 e 2 por "Fábio Lemos", aplica-se a união:

**Resultado**  $\leftarrow \text{Resultado1} \cup \text{Resultado2}$

## Operações de Junção Externa

- As operações de **Junção Externa** são extensões da Junção.
  - São utilizadas quando se deseja manter todas as tuplas de R, ou de S, ou de ambas as relações, no resultado da Junção, caso elas possuam **ou não** tuplas que se combinem nas relações.
- As operações classificam-se em:
  - Junção Externa à Esquerda: denotada por  $R \boxtimes S$ , mantém todas as tuplas da relação R; se não há tupla de S que combine, os atributos de S são preenchidos com valores nulos.
  - Junção Externa à Direita: denotada por  $R \boxtimes S$ , mantém todas as tuplas da relação S; se não há tupla de R que combine, os atributos de R são preenchidos com valores nulos.
  - Junção Externa Completa: denotada por  $R \boxtimes S$ , mantém todas as tuplas em ambas as relações; se alguma tupla não combina, preenche os atributos referentes com nulos.

## Operações de Junção Externa

- Ex.: listar o nome dos empregados e, se for o caso, o nome dos departamentos que eles gerenciam.

**Temp**  $\leftarrow$  **Empregado**  $\bowtie$  **Departamento**  
 NumEmpregado = NumGerente  
**Resultado**  $\leftarrow \pi_{\text{PrimeiroNome, UltimoNome, NomeDepto}}(\text{Temp})$

ou

**Temp**  $\leftarrow$  **Departamento**  $\bowtie$  **Empregado**  
 NumGerente = NumEmpregado  
**Resultado**  $\leftarrow \pi_{\text{PrimeiroNome, UltimoNome, NomeDepto}}(\text{Temp})$

## Operação União Externa

---

- A operação **União Externa** serve para realizar a união entre tuplas de duas relações, caso as mesmas não sejam compatíveis para união.
  - Tal operação irá encontrar a união entre tuplas de duas relações que são parcialmente compatíveis, significando que apenas alguns atributos são compatíveis para união.
  - Os atributos que não são compatíveis para união, de qualquer relação, são mantidos na relação resultante e, caso não possuem valores para uma determinada tupla, seus valores são preenchidos com nulos.

## Operação União Externa

---

- Por exemplo, uma União Externa pode ser aplicada entre as relações AlunoGrad (Nome, Dep, Período) e AlunoPos (Nome, Dep, Nível).
  - A relação resultante é R (Nome, Dep, Período, Nível).
  - Uma tupla em R proveniente de tuplas em ambas relações terá valores para todos os atributos.
  - Uma tupla em R proveniente apenas de uma tupla da relação AlunoGrad (aluno de graduação) terá valor nulo para o campo "Nível".
  - Uma tupla em R proveniente apenas de uma tupla da relação AlunoPos (aluno de pós-graduação) terá valor nulo para o campo "Período".