Por exemplo, o modelo SMA(1),

$$Z_t = a_t - \Theta a_{t-12}$$

terá autocorrelação não-nula, somente no "lag" 12, ou seja,

$$\rho_{12} = \frac{-\Theta}{1+\Theta^2}, \quad \rho_j = 0, \ j \neq 0, \ \pm 12.$$

Exemplo 10.3 Um modelo auto-regressivo sazonal puro, SAR(P), é da forma

$$Z_t = \Phi_1 Z_{t-12} + \cdots + \Phi_P Z_{t-12P} + a_t.$$

A fac será não-nula somente nos "lags" múltiplos de 12. O modelo SAR(1)

$$Z_t = \Phi Z_{t-12} + a_t.$$

tem fac dada por

$$\begin{aligned} \rho_{12} &= \Phi, \\ \rho_{24} &= \Phi^2, \\ &\vdots \\ \rho_{12j} &= \Phi^j, \quad j = 0, 1, \ldots . \end{aligned} \tag{10.27}$$

Observamos também que o modelo SAR(1) é estacionário se $|\Phi| < 1$ e o efeito sazonal é transitório e vai se amortecendo. Do mesmo modo, o modelo SMA(1) é invertível se $|\Theta| < 1$.

Exemplo 10.4 Um modelo SARIMA$(0,1,1) \times (0,1,1)_{12}$ tem a forma

$$(1-B)(1-B^{12})Z_t = (1-\theta B)(1-\Theta B^{12})a_t$$

ou

$$W_t = (1-B)(1-B^{12})Z_t = (1-\theta B - \Theta B^{12} + \theta\Theta B^{13})a_t.$$

Este modelo é freqüentemente utilizado em aplicações e é chamado "airline model"(veja Box, Jenkins e Reinsel, 1994).

Calculando a função de autocovariância temos

$$\begin{aligned} \gamma(0) &= \sigma^2(1+\theta^2+\Theta^2+\theta^2\Theta^2), \\ \gamma(1) &= \sigma^2(-\theta-\theta\Theta^2), \\ \gamma(2) &= \gamma(3) = \cdots = \gamma(10) = 0, \\ \gamma(11) &= \sigma^2(\theta\Theta), \\ \gamma(12) &= \sigma^2(-\Theta-\theta^2\Theta), \\ \gamma(13) &= \sigma^2(\theta\Theta), \\ \gamma(j) &= 0, \quad j > 13, \end{aligned}$$

ou seja, a fac tem valores diferentes de zero nos "lags" 1, 11, 12 e 13 com $\rho(11) = \rho(13)$.

Um modelo um pouco mais geral, com $\rho(11) \neq \rho(13)$ é o modelo não-multiplicativo

$$W_t = (1-\theta B - \theta_1 B^{12} - \theta_2 B^{13})a_t$$

com

$$\begin{aligned} \gamma(0) &= \sigma^2(1+\theta^2+\theta_1^2+\theta_2^2), \\ \gamma(1) &= \sigma^2(-\theta+\theta_1\theta_2), \\ \gamma(11) &= \sigma^2(\theta\theta_1), \\ \gamma(12) &= \sigma^2(-\theta_1+\theta\theta_2), \\ \gamma(13) &= -\sigma^2\theta_2 \neq \gamma(11). \end{aligned}$$

Exemplo 10.5 O programa X-12-ARIMA de ajustamento sazonal, do Bureau do Censo dos Estados Unidos, talvez seja o procedimento de ajustamento sazonal mais utilizado na prática, notadamente por agências governamentais.

O procedimento consiste, basicamente, em aplicar filtros lineares (médias móveis) simétricos. A composição de tais filtros pode ser escrita na forma

$$S_t = \sum_{-M}^{M} \nu_{|j|} Z_{t-j} = \nu(B) Z_t, \tag{10.28}$$

onde $M = 82$, 84 ou 89, de acordo com o filtro usado para remover a tendência.

Cleveland (1972a) e Cleveland e Tiao (1976) tentaram identificar modelos ARIMA que fossem compatíveis com (10.28) e encontraram dois modelos que são da forma

$$(1-B)(1-B^{12})Z_t = \theta(B)a_t,$$

onde $\theta(B)$ é um operador de médias móveis de ordem 24 em B.

10.3.1 Identificação, estimação e verificação

→ Joking!

Não há, em princípio, nenhuma dificuldade adicional na identificação, estimação e verificação de modelos sazonais. A diferença é que temos que diferençar a série com respeito a Δ e Δ_{12} (por simplicidade, estamos considerando só séries mensais com período $s = 12$), a fim de produzir estacionariedade. Com isto obtemos valores para d e D que, na maioria das vezes, assumem valores no máximo iguais a 2.

Depois, inspecionamos as fac e facp amostrais da série adequadamente diferençada nos "lags" 1, 2, 3, ... para obter valores de p e q e nos "lags" 12, 24, 36, ... para obter valores de P e Q, selecionando-se, desse modo, um modelo tentativo.

Em seguida, estimamos os valores dos parâmetros identificados, utilizando estimadores de máxima verossimilhança, de maneira análoga ao que foi feito na seção 7.3.

Finalmente, para verificar se o modelo proposto é adequado, utilizamos os testes de autocorrelação residual, Box-Pierce, periodograma acumulado, como na seção 8.2.

Pode-se calcular a previsão para um modelo sazonal multiplicativo de modo análogo ao do modelo ARIMA(p, d, q), utilizando-se uma das três formas da seção 9.3.

Exemplo 10.6 Suponha que o modelo ajustado seja

$$(1-B)(1-B^{12})Z_t = (1-\theta B)(1-\Theta B^{12})a_t$$

ou seja, um modelo SARIMA$(0,1,1)\times(0,1,1)_{12}$.

Desenvolvendo, temos que, no instante $t+h$

$$\begin{aligned} Z_{t+h} &= Z_{t+h-1} + Z_{t+h-12} - Z_{t+h-13} + a_{t+h} \\ &\quad -\theta a_{t+h-1} - \Theta a_{t+h-12} + \theta\Theta a_{t+h-13}. \end{aligned}$$

Portanto, a previsão de EQM mínimo, feita na origem t, é

$$\hat{Z}_t(h) = [Z_{t+h-1}] + [Z_{t+h-12}] + \cdots + [\theta\Theta a_{t+h-13}],$$

onde continuam a valer as regras (9.14).

Se $h=4$, temos

$$\hat{Z}_t(4) = \hat{Z}_t(3) + Z_{t-8} - Z_{t-9} - \theta a_{t-8} + \theta\Theta a_{t-9}$$

ou

$$\hat{Z}_t(4) = \hat{Z}_t(3) + Z_{t-8} - Z_{t-9} - \theta[Z_{t-8} - \hat{Z}_{t-9}(1)] + \theta\Theta[Z_{t-9} - \hat{Z}_{t-10}(1)],$$

do que decorre, finalmente,

$$\hat{Z}_t(4) = \hat{Z}_t(3) + \theta\hat{Z}_{t-9}(1) - \theta\Theta\hat{Z}_{t-10}(1) + (1-\theta)Z_{t-8} - (1-\theta\Theta)Z_{t-9}.$$

Pode-se verificar que a função de previsão é a solução da equação de diferenças

$$\phi(B)\Phi(B^{12})(1-B)^d(1-B^{12})^D\hat{Z}_t(h) = 0.$$

Box, Jenkins e Reinsel (1994) fornecem a solução da equação acima para vários operadores auto-regressivos.

Exemplo 10.7 Vamos considerar a Série A_3 - Lavras, com 384 observações mensais (janeiro de 1966 a dezembro de 1997). Utilizaremos 372 observações para a identificação, estimação e verificação do modelo; as 12 últimas observações servirão como base para comparar as previsões.

A Figura 10.2 apresenta o gráfico da série, o periodograma e as funções de autocorrelação e autocorrelação parcial amostrais. O periodograma apresenta um pico

na freqüência $\frac{32}{384}$ ciclos, indicando (como veremos no Capítulo 15) uma componente periódica de 12 meses. A existência dessa componente periódica também se reflete no comportamento senoidal do correlograma e indica a necessidade de se aplicar uma diferença sazonal de ordem 12, à série original, com o objetivo de eliminar essa componente.

A Figura 10.3 apresenta as fac e facp da série $(1-B^{12})Z_t$, com os respectivos intervalos de confiança. A análise do correlograma revela, nitidamente, a presença de correlações altas nos "lags" 12, 15 e 16. Além disso, as demais autocorrelações são não significantes, indicando um comportamento estacionário na série com uma diferença sazonal. Isto sugere, como modelo preliminar, um SARIMA$(0,0,0)\times(0,1,1)_{12}$ com uma constante:

$$(1-B^{12})Z_t = (1-\Theta_1 B^{12})a_t + \theta_0. \qquad (10.29)$$

O Quadro 10.2 apresenta a estimação dos parâmetros utilizando o MINITAB. As fac e facp dos resíduos do modelo (10.29) estão na Figura 10.4. Analisando os resultados do Quadro 10.2, vemos que θ_0 não é significante devendo, portanto, ser retirado do modelo. A análise residual (Figura 10.4) sugere a introdução de um polinômio autoregressivo no modelo, pois ϕ_{11}, ϕ_{99} e $\phi_{15,15}$ são significantemente diferentes de zero, indicando como modelo alternativo

$$(1-\phi_1 B - \phi_9 B^9 - \phi_{15}B^{15})(1-B^{12})Z_t = (1-\Theta_1 B^{12})a_t. \qquad (10.30)$$

Analisando o Quadro 10.3, podemos verificar que todos os parâmetros são significantes. A Figura 10.5 indica um bom ajustamento do modelo, uma vez que o comportamento da fac residual é compatível com a de um processo de ruído branco.

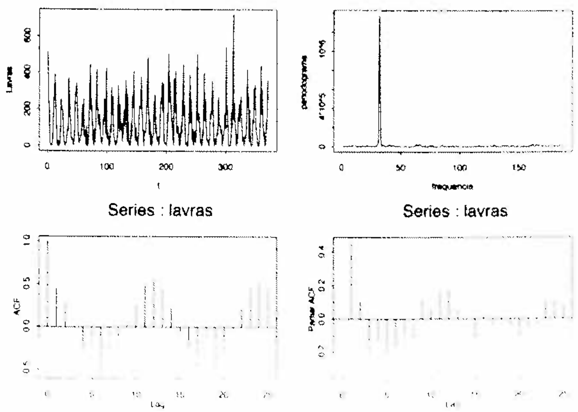


Figura 10.2: Série A_1 - Lavras, periodograma e funções de autocorrelação e autocorrelação parcial (SPlus).

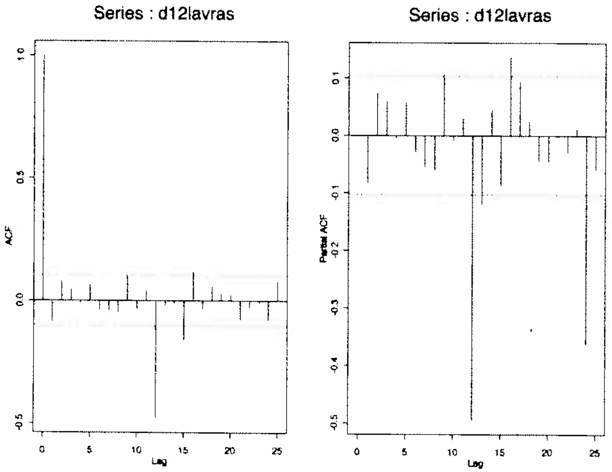


Figura 10.3: Fac e facp da série $(1 - B^{12})Z_t$ (SPlus).

```
Final Estimates of Parameters
Type          Coef      SE Coef        T        P
SMA 12      0,9468      0,0271     34,92    0,000
Constant    0,2792      0,3741      0,75    0,456

Differencing: 0 regular, 1 seasonal of order 12
Number of observations:  Original series 372, after differencing 360
Residuals:    SS =   2201414  (backforecasts excluded)
              MS =      6149  DF = 358
```

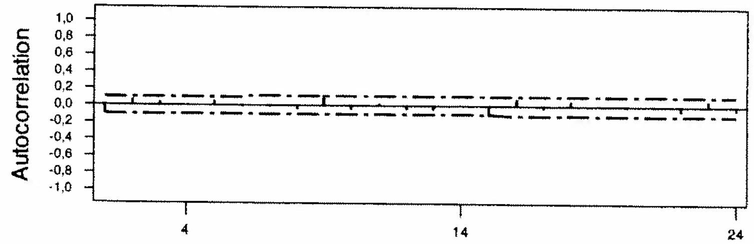
Quadro 10.2: Ajustamento de um modelo SARIMA$(0,0,0) \times (0,1,1)_{12}$ com θ_0 à série A_3 - Lavras (MINITAB).

Assim, um modelo proposto para a Série A_3 - Lavras é dado por

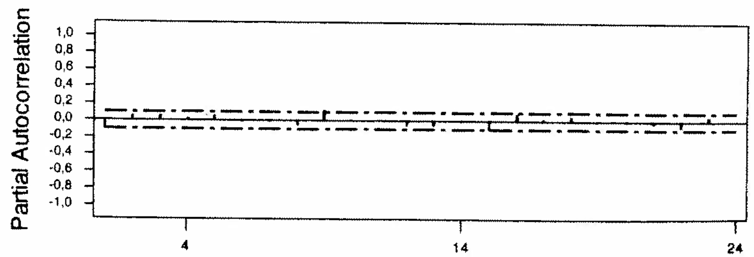
$$(1 + 0.1143B - 0.1207B^9 + 0.1248B^{15})(1 - B^{12})Z_t = (1 - 0.9797B^{12})a_t. \quad (10.31)$$

com $\hat{\sigma}_a^2 = (76.41)^2$.

As previsões para precipitação em Lavras durante o ano de 1997, com origem em dezembro de 1996 ($t = 372$), estão na Tabela 10.5. O EQMP de origem 372 é dado por 2276,20. As previsões atualizadas a cada nova observação estão na Tabela 10.6. A representação gráfica dessas tabelas estão nas Figuras 10.6 e 10.7, respectivamente.



Lag	Corr	T	LBQ	Lag	Corr	T	LBQ	Lag	Corr	T	LBQ	Lag	Corr	T	LBQ
1	-0,11	-2,17	4,73	8	-0,06	-1,06	9,08	15	-0,12	-2,22	23,64	22	-0,07	-1,20	29,82
2	0,06	1,19	6,20	9	0,13	2,32	14,89	16	0,09	1,53	26,43	23	0,06	1,06	31,22
3	0,04	0,73	6,77	10	-0,05	-0,85	15,70	17	-0,03	-0,51	26,75	24	-0,06	-1,00	32,49
4	0,01	0,18	6,80	11	0,02	0,32	15,81	18	0,05	0,94	27,82				
5	0,05	0,87	7,61	12	-0,05	-0,97	16,87	19	-0,00	-0,00	27,82				
6	-0,02	-0,40	7,78	13	-0,05	-0,98	17,97	20	-0,01	-0,26	27,90				
7	-0,02	-0,30	7,88	14	0,00	0,02	17,97	21	-0,02	-0,33	28,04				



Lag	PAC	T	Lag	PAC	T	Lag	PAC	T	Lag	PAC	T
1	-0,11	-2,17	8	-0,07	-1,24	15	-0,11	-2,13	22	-0,07	-1,42
2	0,05	0,97	9	0,12	2,22	16	0,08	1,45	23	0,05	0,87
3	0,05	1,00	10	-0,01	-0,24	17	0,02	0,42	24	-0,00	-0,02
4	0,02	0,32	11	0,00	0,09	18	0,05	0,86			
5	0,05	0,85	12	-0,06	-1,09	19	0,01	0,18			
6	-0,02	-0,29	13	-0,07	-1,26	20	-0,03	-0,50			
7	-0,03	-0,52	14	-0,02	-0,38	21	-0,04	-0,67			

Figura 10.4: Fac e facp dos resíduos do modelo (10.29) (MINITAB).

```
AUTOCORRELATIONS
  1- 12      .01  .05  .06  .03  .05 -.01 -.05 -.04 -.01 -.02 -.00 -.05
  ST.E.      .05  .05  .05  .05  .05  .05  .05  .05  .05  .05  .05  .05
   Q          .0   .8  2.0  2.2  3.0  3.0  3.9  4.6  4.7  4.9  4.9  5.8

 13- 24     -.07 -.04  .01  .07  .01  .04  .02  .01 -.00 -.06  .05 -.02
  ST.E.      .05  .05  .06  .06  .06  .06  .06  .06  .06  .06  .06  .06
   Q         7.6  8.3  8.3  9.9  9.9 10.5 10.6 10.7 10.7 11.9 12.7'12.9

             -1.0 -0.8 -0.6 -0.4 -0.2  0.0  0.2  0.4  0.6  0.8  1.0
              +----+----+----+----+----+----+----+----+----+----+
  1   0.01                           +  I  +
  2   0.05                           +  IX +
  3   0.06                           +  IX +
  4   0.03                           +  IX +
  5   0.05                           +  IX +
  6  -0.01                           +  I  +
  7  -0.05                           + XI  +
  8  -0.04                           + XI  +
  9  -0.01                           +  I  +
 10  -0.02                           + XI  +
 11   0.00                           +  I  +
 12  -0.05                           + XI  +
 13  -0.07                           +XXI  +
 14  -0.04                           + XI  +
 15   0.01                           +  I  +

PARTIAL AUTOCORRELATIONS
  1- 12      .01  .05  .06  .02  .04 -.02 -.06 -.05 -.01 -.02  .01 -.04
  ST.E.      .05  .05  .05  .05  .05  .05  .05  .05  .05  .05  .05  .05

 13- 24     -.07 -.04  .02  .08  .02  .04  .01 -.01 -.03 -.07  .05 -.01
  ST.E.      .05  .05  .05  .05  .05  .05  .05  .05  .05  .05  .05  .05

             -1.0 -0.8 -0.6 -0.4 -0.2  0.0  0.2  0.4  0.6  0.8  1.0
              +----+----+----+----+----+----+----+----+----+----+
  1   0.01                           +  I  +
  2   0.05                           +  IX +
  3   0.06                           +  IX +
  4   0.02                           +  IX +
  5   0.04                           +  IX +
  6  -0.02                           +  I  +
  7  -0.06                           + XI  +
  8  -0.05                           + XI  +
  9  -0.01                           +  I  +
 10  -0.02                           +  I  +
 11   0.01                           +  I  +
 12  -0.04                           + XI  +
 13  -0.07                           +XXI  +
 14  -0.04                           + XI  +
 15   0.02                           +  IX +
```

Figura 10.5: Fac e facp dos resíduos do modelo (10.30). (SCA)


```
PARAMETER  VARIABLE  NUM./   FACTOR  ORDER   VALUE     STD      T
LABEL      NAME      DENOM.                           ERROR   VALUE

  1        CHUVA     MA        1      12     .9797    .0202   48.62
  2        CHUVA     AR        1       1    -.1143    .0526   -2.17
  3        CHUVA     AR        1       9     .1207    .0527    2.29
  4        CHUVA     AR        1      15    -.1248    .0524   -2.38

EFFECTIVE NUMBER OF OBSERVATIONS  . .           345
R-SQUARE . . . . . . . . . . . . . .          0.609
RESIDUAL STANDARD ERROR. . . . . . .   0.764146E+02
```

Quadro 10.3: Ajustamento do modelo (10.30) à série A_3 - Lavras (SCA).

Tabela 10.5: Previsões para a série A_3 - Lavras, utilizando o modelo (10.31), com origem em $t = 372$ e $h = 1, 2, 3, \ldots, 12$.

$t+h$	$\hat{Z}_t(h)$	Erro padrão	Z_{t+h}
373	277,2163	76,4146	383,3000
374	204,9797	76,9122	114,5000
375	147,3592	76,9187	96,5000
376	84,2264	76,9188	61,1000
377	36,1203	76,9188	41,0000
378	43,3006	76,9188	52,6000
379	16,4859	76,9188	5,6000
380	36,8743	76,9188	1,2000
381	70,1048	76,9188	38,8000
382	123,3342	77,4694	164,1000
383	205,4861	77,4981	194,8000
384	275,8692	77,4990	253,6000

Tabela 10.6: Previsões atualizadas para a série A_3 - Lavras, utilizando o modelo (10.31).

t	$\hat{Z}_{t-1}(1)$	Erro padrão	Z_{t+h}
373	277,2163	76,4146	383,3000
374	192,8538	76,4146	114,5000
375	157,7015	76,4146	96,5000
376	90,0398	76,4146	61,1000
377	38,7638	76,4146	41,0000
378	42,7428	76,4146	52,6000
379	15,4229	76,4146	5,6000
380	38,1187	76,4146	1,2000
381	74,0926	76,4146	38,8000
382	139,7024	76,4146	164,1000
383	189,9089	76,4146	194,8000
384	270,9539	76,4146	253,6000

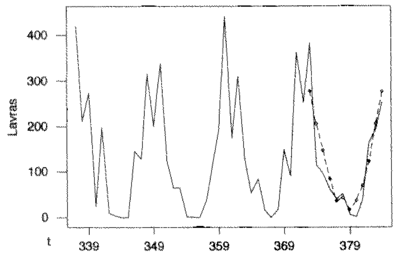
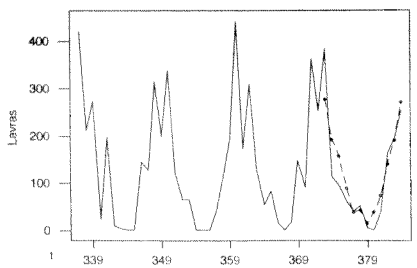


Figura 10.6: Série A_3 - Lavras, observações de jan. 94 a dez. 97 e previsões (linha tracejada) para o ano de 1997, utilizando o modelo (10.31), com origem em dez. 96 e $h = 1, 2, \ldots, 12$.



Exemplo 10.8 Vamos analisar agora a série A_8 - IPI, no período compreendido entre janeiro de 1985 e julho de 2000. Observamos, Figura 10.8, que a série apresenta uma componente sazonal de período 12 meses. Tal observação é comprovada pela existência de um pico significante, na freqüência $\frac{16}{187}$ ciclos, no periodograma. A existência da componente sazonal implica na necessidade de se aplicar nos dados uma diferença sazonal de ordem 12, com o objetivo de eliminá-la ou mesmo atenuá-la.

Na Figura 10.8 temos a representação gráfica da série, o periodograma e as funções de autocorrelação e autocorrelação parcial. Como no exemplo anterior, a fac reflete a componente sazonal existente na série.

A Figura 10.9 e a Tabela 10.7 apresentam as fac e facp das séries $(1 - B)Z_t$, $(1 - B^{12})Z_t$ e $(1 - B)(1 - B^{12})Z_t$. Uma análise dessas funções sugere dois modelos preliminares:

(i) SARIMA$(0,0,1) \times (0,1,1)_{12}$ com θ_0, isto é,

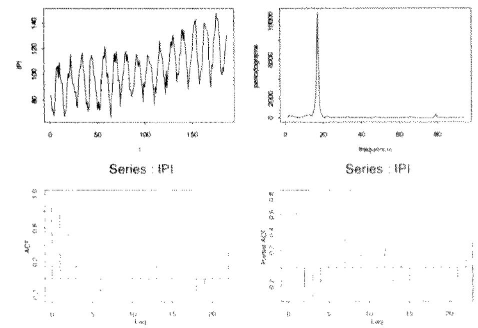
$$(1 - B^{12})Z_t = \theta_0 + (1 - \theta_1 B)(1 - \Theta_1 B^{12})a_t \quad (10.32)$$

e

(ii) SARIMA$(0,1,1) \times (0,1,1)_{12}$, isto é,

$$(1 - B)(1 - B^{12})Z_t = (1 - \theta_1 B)(1 - \Theta_1 B^{12})a_t, \quad (10.33)$$

que serão estimados, verificados e comparados com relação ao ajustamento e à capacidade de prever valores futuros da série. Tendo em vista o objetivo de comparar previsões, separamos as 7 últimas observações da série (jan./2000 a jul./2000); isto significa que todo o ajustamento será feito com 180 observações (jan./85 a dez./99). Vamos iniciar, agora, a análise dos dois modelos propostos.



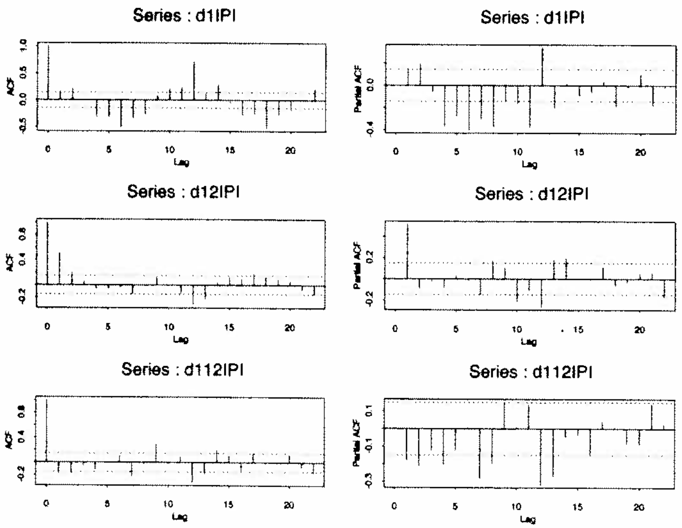


Figura 10.9: Fac e facp das séries $(1-B)Z_t$, $(1-B^{12})Z_t$ e $(1-B)(1-B^{12})Z_t$.

(a) Modelo preliminar (10.32)

A Figura 10.10 e o Quadro 10.4 apresentam o ajustamento do modelo (10.32) e as funções de autocorrelação e autocorrelação parcial dos resíduos. Verificamos, utilizando o Quadro 10.4, que todos os parâmetros são significantes, entretanto, a análise da Figura 10.10 nos mostra que o modelo não é adequado, uma vez que várias autocorrelações residuais são significativamente diferentes de zero. Valores altos de r_2, $\hat{\phi}_{99}$ e $\hat{\phi}_{14,14}$ sugerem o modelo alternativo

$$(1-B^{12})(1-\phi_9 B^9-\phi_{14}B^{14})Z_t=\theta_0+(1-\theta_1 B-\theta_2 B^2)(1-\Theta_1 B^{12})a_t \quad (10.34)$$

que tem seu ajustamento e fac e facp residuais apresentados no Quadro 10.5 e Figura 10.11, respectivamente. Analisando o Quadro 10.5, constatamos que todos os parâmetros são significantes; além disso, a análise das fac e facp residuais não revelam nenhuma quebra de comportamento de ruído branco.

Tabela 10.7: Fac e facp das séries (a) $(1-B)Z_t$, (b) $(1-B^{12})Z_t$, (c) $(1-B)(1-B^{12})Z_t$.

	(a)		(b)		(c)	
lag	acf	pacf	acf	pacf	acf	pacf
1	0,14	0,14	0,51	0,51	-0,17	-0,17
2	0,21	0,19	0,19	-0,10	-0,19	-0,23
3	0,01	-0,05	0,06	0,01	-0,01	-0,10
4	-0,31	-0,36	-0,07	-0,11	-0,14	-0,22
5	-0,30	-0,26	-0,05	0,05	0,01	-0,11
6	-0,49	-0,39	-0,04	-0,03	0,08	-0,03
7	-0,34	-0,31	-0,12	-0,11	-0,20	-0,27
8	-0,25	-0,37	0,00	0,15	-0,03	-0,20
9	0,08	-0,15	0,14	0,11	0,29	0,13
10	0,21	-0,16	-0,01	-0,20	-0,02	0,00
11	0,23	-0,36	-0,12	-0,11	0,07	0,13
12	0,70	0,33	-0,31	-0,26	-0,30	-0,31
13	0,11	-0,20	-0,21	0,19	-0,18	-0,28
14	0,27	0,01	0,06	0,20	0,22	-0,05
15	-0,04	-0,08	0,11	-0,01	0,08	-0,05
16	-0,28	-0,03	0,10	0,00	-0,10	-0,15
17	-0,23	0,03	0,19	0,10	0,15	0,04
18	-0,51	-0,16	0,13	-0,07	0,00	0,00
19	-0,25	0,02	0,07	-0,03	-0,03	-0,10
20	-0,16	0,05	0,04	0,05	0,11	-0,11
21	0,02	-0,13	-0,09	0,06	-0,07	0,13
22	0,21	-0,04	-0,14	-0,17	-0,15	0,02

```
PARAMETER  VARIABLE  NUM./   FACTOR  ORDER  VALUE    STD     T
LABEL      NAME      DENOM.                          ERROR   VALUE

1  CNST              CNST    1       0      2.3943   .3313   7.23
2          IPI       MA      1       1      -.5004   .0670   -7.47
3          IPI       MA      2       12      .5489   .0664   8.27

EFFECTIVE NUMBER OF OBSERVATIONS . .              168
R-SQUARE . . . . . . . . . . . . . .              0.906
RESIDUAL STANDARD ERROR. . . . . . .      0.563744E+01
```

Quadro 10.4. Ajustamento do modelo (10.32) à série A_8 - IPI (SCA).

```
AUTOCORRELATIONS
 1- 12      .08  .22  .14 -.06 -.04  .06 -.14 -.00  .23 -.04  .11  .07
 ST.E.      .08  .08  .08  .08  .08  .08  .08  .08  .08  .09  .09  .09
  Q         1.0  9.1 12.5 13.1 13.4 14.1 17.4 17.4 26.8 27.1 29.2 30.2

13- 24     -.12  .21  .02 -.00  .14  .04 -.00  .10 -.02 -.12  .13 -.16
 ST.E.      .09  .09  .09  .09  .09  .09  .09  .09  .10  .10  .10  .10
  Q        32.9 40.9 41.0 41.0 44.5 44.8 44.8 46.8 46.8 49.4 52.7 57.4

          -1.0 -0.8 -0.6 -0.4 -0.2  0.0  0.2  0.4  0.6  0.8  1.0
            +----+----+----+----+----+----+----+----+----+----+
  1  0.08                          +    IXX +
  2  0.22                          +    IXXXX+X
  3  0.14                          +    IXXX+
  4 -0.06                          + XXI    +
  5 -0.04                          +  XI    +
  6  0.06                          +    IXX +
  7 -0.14                          +XXXI    +
  8  0.00                          +    I   +
  9  0.23                          +    IXXX+XX
 10 -0.04                          +  XI    +
 11  0.11                          +    IXXX+
 12  0.07                          +    IXX +
 13 -0.12                          +XXXI    +
 14  0.21                          +    IXXX+X
 15  0.02                         +     IX    +
 16  0.00                         +     I     +
 17  0.14                         +     IXXX  +
 18  0.04                         +     IX    +
 19  0.00                         +     I     +
 20  0.10                         +     IXXX  +

PARTIAL AUTOCORRELATIONS
 1- 12      .08  .21  .12 -.13 -.09  .10 -.10 -.02  .28 -.02 -.04  .01
 ST.E.      .08  .08  .08  .08  .08  .08  .08  .08  .08  .08  .08  .08

13- 24     -.09  .23  .02 -.01  .09 -.02  .00 -.00  .03 -.06  .02 -.10
 ST.E.      .08  .08  .08  .08  .08  .08  .08  .08  .08  .08  .08  .08

          -1.0 -0.8 -0.6 -0.4 -0.2  0.0  0.2  0.4  0.6  0.8  1.0
            +----+----+----+----+----+----+----+----+----+----+
  1  0.08                          +    IXX +
  2  0.21                          +    IXXXX+X
  3  0.12                          +    IXXX+
  4 -0.13                          +XXXI    +
  5 -0.09                          + XXI    +
  6  0.10                          +    IXXX+
  7 -0.10                          + XXI    +
  8 -0.02                          +  XI    +
  9  0.28                          +    IXXX+XXX
 10 -0.02                          +  XI    +
 11 -0.04                          +  XI    +
 12  0.01                          +    I   +
 13 -0.09                          + XXI    +
 14  0.23                          +    IXXX+XX
 15  0.02                          +    I   +
 16 -0.01                          +    I   +
 17  0.09                          +    IXX +
 18 -0.02                          +  XI    +
 19  0.00                          +    I   +
 20  0.00                          +    I   +
```



```
PARAMETER  VARIABLE  NUM./   FACTOR  ORDER   VALUE    STD     T
  LABEL      NAME    DENOM.                          ERROR   VALUE

 1  CNST             CNST      1       0     .2025   .4301    2.80
 2           IPI     MA        1       1   -.5969    .0789   -7.57
 3           IPI     MA        1       2   -.2131    .0804   -2.65
 4           IPI     MA        2      12     .6061   .0623    9.73
 5           IPI     AR        1       9     .2953   .0764    3.87
 6           IPI     AR        1      14     .2829   .0762    3.71

EFFECTIVE NUMBER OF OBSERVATIONS . .            154
R-SQUARE . . . . . . . . . . . . . .            0.919
RESIDUAL STANDARD ERROR. . . . . . .      0.523181E+01
```

Quadro 10.5: Ajustamento do modelo (10.34) à série A_8 - IPI (SCA).

Assim, um primeiro modelo adequado à série A_8 - IPI é dado por

$$\begin{aligned}(1-B^{12})(1-0,2953B^9-0,2829B^{14})Z_t \\ = 0,2025+(1+0,5969B+0,2131B^2)(1-0,6061B^{12})a_t,\end{aligned} \qquad (10.35)$$

com $\hat{\sigma}_a^2 = (5,23)^2$.

A presença de um termo constante no modelo indica a existência de uma tendência determinística na série original, que pode ser "visualizada" na Figura 10.8, principalmente na segunda metade das observações.

As previsões, com origem em $t = 180$ (dez./99), para os meses de janeiro a julho de 2000 encontram-se na Tabela 10.8 e a respectiva representação gráfica na Figura 10.12. A Tabela 10.9 e a Figura 10.13 apresentam as previsões atualizadas a cada nova observação. Observe que, na última linha dessas tabelas, apresentamos os erros quadrático médio de previsão, que serão utilizados na comparação dos dois modelos propostos para a série A_8 - IPI.

Tabela 10.8: Previsões para a série A_8 - IPI, utilizando o modelo (10.35), com origem em $t = 180$ e $h = 1, 2, \ldots, 7$.

$t+h$	$\hat{Z}_t(h)$	Erro padrão	Z_{t+h}
181	107.7847	5.2318	100.1300
182	98.0502	6.0929	99.9000
183	108.4795	6.1941	105.3800
184	106.1330	6.1941	101.9600
185	126.0214	6.1941	116.1900
186	130.8871	6.1941	124.6600
187	144.3677	6.1941	131.1000

$EQMP = 57,22$

```
AUTOCORRELATIONS
 1- 12      .02  .11  .15 -.06 -.09  .05 -.15 -.07 -.00 -.01  .02  .04
 ST.E.      .08  .08  .08  .08  .08  .08  .08  .09  .09  .09  .09  .09
  Q          .1  2.0  5.7  6.3  7.7  8.1 12.0 12.7 12.7 12.8 12.8 13.1

13- 24     -.06 -.05  .08 -.03  .06  .03  .02  .07 -.01 -.08  .01 -.08
 ST.E.      .09  .09  .09  .09  .09  .09  .09  .09  .09  .09  .09  .09
  Q        13.8 14.3 15.3 15.4 16.1 16.2 16.3 17.1 17.1 18.3 18.3 19.6

          -1.0 -0.8 -0.6 -0.4 -0.2  0.0  0.2  0.4  0.6  0.8  1.0
            +----+----+----+----+----+----+----+----+----+----+
  1  0.02                        +   I   +
  2  0.11                        +   IXXX+
  3  0.15                        +   IXXXX
  4 -0.06                        + XXI   +
  5 -0.09                        + XXI   +
  6  0.05                        +   IX  +
  7 -0.15                        XXXXI   +
  8 -0.07                        + XXI   +
  9  0.00                        +   I   +
 10 -0.01                        +   I   +
 11  0.02                        +   IX  +
 12  0.04                        +   IX  +
 13 -0.06                        + XXI   +
 14 -0.05                        +  XI   +
 15  0.08                        +   IXX +
 16 -0.03                        +  XI   +
 17  0.06                        +   IXX +
 18  0.03                        +   IX  +
 19  0.02                        +   I   +
 20  0.07                        +   IXX +

PARTIAL AUTOCORRELATIONS
 1- 12      .02  .11  .15 -.08 -.13  .05 -.11 -.05  .00  .04  .03 -.00
 ST.E.      .08  .08  .08  .08  .08  .08  .08  .08  .08  .08  .08  .08

13- 24     -.08 -.08  .08  .01  .06 -.00  .02  .05 -.06 -.09  .01 -.02
 ST.E.      .08  .08  .08  .08  .08  .08  .08  .08  .08  .08  .08  .08

          -1.0 -0.8 -0.6 -0.4 -0.2  0.0  0.2  0.4  0.6  0.8  1.0
            +----+----+----+----+----+----+----+----+----+----+
  1  0.02                        +   I   +
  2  0.11                        +   IXXX+
  3  0.15                        +   IXXXX
  4 -0.08                        + XXI   +
  5 -0.13                        +XXXI   +
  6  0.05                        +   IX  +
  7 -0.11                        +XXXI   +
  8 -0.05                        +  XI   +
  9  0.00                        +   I   +
 10  0.04                        +   IX  +
 11  0.03                        +   IX  +
 12  0.00                        +   I   +
 13 -0.08                        + XXI   +
 14 -0.08                        + XXI   +
 15  0.08                        +   IXX +
 16  0.01                        +   I   +
 17  0.06                        +   IXX +
 18  0.00                        +   I   +
 19  0.02                        +   IX  +
 20  0.05                        +   IX  +
```

Figura 10.11: Fac e facp dos resíduos do modelo (10.34). (SCA).

Tabela 10.9: Previsões atualizadas para a série A_8 - IPI, utilizando o modelo (10.35).

$t+h$	$\hat{Z}_t(1)$	Erro padrão	Z_{t+h}
180	107,7847	5,2318	100,1300
181	93,4812	5,2318	99,9000
182	110,6794	5,2318	105,3800
183	104,3379	5,2318	101,9600
184	123,4756	5,2318	116,1900
185	126,0315	5,2318	124,6600
186	141,9963	5,2318	131,1000
$EQMP(1) = 43,89$			

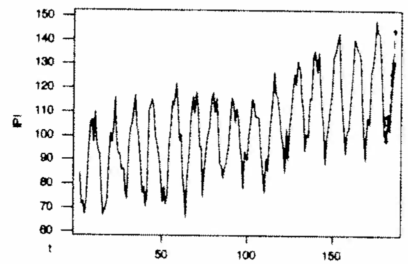


Figura 10.12: Série A_8 - IPI, observações de jan. 90 a jul. 2000 e previsões (linha tracejada) para os meses de janeiro a julho de 2000, utilizando o modelo (10.35), com origem em dez. 99 e $h = 1, 2, \ldots, 7$.

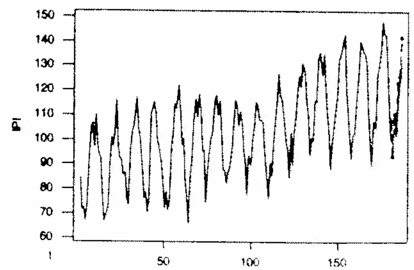


Figura 10.13: Série A_8 - IPI, observações de jan. 90 a jul. 2000 e previsões atualizadas (linha tracejada) para os meses de janeiro a julho de 2000, utilizando o modelo (10.35).

(b) **Modelo preliminar** (10.33)

O Quadro 10.6 e a Figura 10.14 apresentam o ajustamento do modelo (10.33) e as fac e facp residuais. Todos os parâmetros do modelo são significantes, entretanto, o comportamento da fac mostra que o modelo é inadequado. Os valores grandes de $\hat{\phi}_{44}$ e $\hat{\phi}_{77}$ sugerem a inclusão de um polinômio AR no modelo, isto é,

$$(1 - \phi_4 B^4 - \phi_7 B^7)(1 - B)(1 - B^{12})Z_t = (1 - \theta_1 B)(1 - \Theta_1 B^{12})a_t. \qquad (10.36)$$

O ajustamento do modelo (10.36) bem como o comportamento dos resíduos são apresentados no Quadro 10.7 e Figura 10.15, respectivamente. O comportamento das fac e facp revela que o modelo (10.36) pode ser melhorado, introduzindo um parâmetro AR de ordem 5 no modelo ($\hat{\phi}_{55} = -0,18$ está no limite do intervalo de confiança). Assim, o novo modelo proposto é

$$(1 - \phi_4 B^4 - \phi_5 B^5 - \phi_7 B^7)(1 - B)(1 - B^{12})Z_t = (1 - \theta_1 B)(1 - \Theta_1 B^{12})a_t, \qquad (10.37)$$

com ajustamento e fac e facp residual apresentados no Quadro 10.8 e Figura 10.16, respectivamente. Substituindo os valores estimados dos parâmetros em (10.37), temos que um segundo modelo adequado à série A_8 - IPI é dado por

$$\begin{aligned}(1 + 0,2562B^4 + 0,1587B^5 + 0,2984B^7)(1 - B)(1 - B^{12})Z_t \\ = (1 - 0,5409B)(1 - 0,6584B^{12})a_t,\end{aligned} \qquad (10.38)$$

com $\sigma_a^2 = (5,51)^2$.

PARAMETER LABEL	VARIABLE NAME	NUM./ DENOM.	FACTOR	ORDER	VALUE	STD ERROR	T VALUE
1	IPI	MA	1	1	.3842	.0725	5.30
2	IPI	MA	2	12	.6361	.0614	10.36

```
EFFECTIVE NUMBER OF OBSERVATIONS . .          167
R-SQUARE . . . . . . . . . . . . . .        0.895
RESIDUAL STANDARD ERROR. . . . . . .   0.595373E+01
```

Quadro 10.6: Ajustamento do modelo (10.33) à série A_8 - IPI (SCA).


```
AUTOCORRELATIONS
  1- 12      .06 -.12 -.01 -.25 -.13 -.00 -.26 -.03  .25 -.03  .07  .03
 ST.E.       .08  .08  .08  .08  .08  .08  .08  .09  .09  .09  .09  .09
  Q           .7  3.2  3.2 13.7 16.7 16.7 28.3 28.5 39.4 39.5 40.4 40.6

 13- 24     -.19  .16 -.00 -.09  .10  .01 -.04  .11 -.06 -.10  .15 -.09
 ST.E.       .09  .10  .10  .10  .10  .10  .10  .10  .10  .10  .10  .10
  Q         47.3 52.1 52.1 53.6 55.4 55.4 55.7 58.1 58.8 60.8 65.3 66.8

          -1.0 -0.8 -0.6 -0.4 -0.2  0.0  0.2  0.4  0.6  0.8  1.0
            +----+----+----+----+----+----+----+----+----+----+
  1   0.06                       +   IXX +
  2  -0.12                       +XXXI   +
  3  -0.01                       +   I   +
  4  -0.25                     XX+XXXI   +
  5  -0.13                       +XXXI   +
  6   0.00                       +   I   +
  7  -0.26                     XX+XXXI   +
  8  -0.03                       +  XI   +
  9   0.25                       +   IXXX+XX
 10  -0.03                      +   XI    +
 11   0.07                      +    IXX  +
 12   0.03                      +    IX   +
 13  -0.19                      XXXXXI    +
 14   0.16                      +    IXXXX+
 15   0.00                      +    I    +
 16  -0.09                      +  XXI    +
 17   0.10                      +    IXX  +
 18   0.01                      +    I    +
 19  -0.04                      +   XI    +
 20   0.11                      +    IXXX +

PARTIAL AUTOCORRELATIONS
  1- 12      .06 -.12  .00 -.27 -.10 -.06 -.32 -.11  .10 -.14 -.04 -.11
 ST.E.       .08  .08  .08  .08  .08  .08  .08  .08  .08  .08  .08  .08

 13- 24     -.19  .11 -.15 -.00  .01 -.05  .00 -.00 -.01 -.01  .08 -.03
 ST.E.       .08  .08  .08  .08  .08  .08  .08  .08  .08  .08  .08  .08

          -1.0 -0.8 -0.6 -0.4 -0.2  0.0  0.2  0.4  0.6  0.8  1.0
            +----+----+----+----+----+----+----+----+----+----+
  1   0.06                       +   IXX +
  2  -0.12                       +XXXI   +
  3   0.00                       +   I   +
  4  -0.27                    XXX+XXXI   +
  5  -0.10                       +XXXI   +
  6  -0.06                       + XXI   +
  7  -0.32                   XXXX+XXXI   +
  8  -0.11                       +XXXI   +
  9   0.10                       +   IXXX+
 10  -0.14                       XXXXI   +
 11  -0.04                       +  XI   +
 12  -0.11                       +XXXI   +
 13  -0.19                      X+XXXI   +
 14   0.11                       +   IXXX+
 15  -0.15                       XXXXI   +
 16   0.00                       +   I   +
 17   0.01                       +   I   +
 18  -0.05                       +  XI   +
 19   0.00                       +   I   +
 20   0.00                       +   I   +
```

Figura 10.14: Fac e facp dos resíduos do modelo (10.33) (SCA).

```
AUTOCORRELATIONS
  1- 12       .11 -.11 -.09 -.05 -.16 -.07  .02 -.08  .14  .00 -.05 -.03
  ST.E.       .08  .08  .08  .08  .08  .08  .08  .08  .08  .09  .09  .09
   Q          2.1  4.2  5.4  5.9 10.4 11.3 11.3 12.4 15.8 15.8 16.2 16.3

 13- 24      -.11  .10 -.01  .04  .03  .05  .01 -.03  .00 -.10  .04 -.00
  ST.E.       .09  .09  .09  .09  .09  .09  .09  .09  .09  .09  .09  .09
   Q         18.3 20.0 20.0 20.2 20.4 20.9 20.9 21.1 21.2 22.9 23.2 23.2

              -1.0 -0.8 -0.6 -0.4 -0.2  0.0  0.2  0.4  0.6  0.8  1.0
                +----+----+----+----+----+----+----+----+----+----+
  1  0.11                           +   IXXX+
  2 -0.11                           +XXXI   +
  3 -0.09                           + XXI   +
  4 -0.05                           +  XI   +
  5 -0.16                           XXXXI   +
  6 -0.07                           + XXI   +
  7  0.02                           +   I   +
  8 -0.08                           + XXI   +
  9  0.14                           +   IXXXX
 10  0.00                           +   I   +
 11 -0.05                           +  XI   +
 12 -0.03                           +  XI   +
 13 -0.11                           +XXXI   +
 14  0.10                           +   IXX +
 15 -0.01                           +   I   +
 16  0.04                           +   IX  +
 17  0.03                           +   IX  +
 18  0.05                           +   IX  +
 19  0.01                           +   I   +
 20 -0.03                           +  XI   +

PARTIAL AUTOCORRELATIONS
  1- 12       .11 -.13 -.06 -.05 -.18 -.06 -.02 -.14  .15 -.10 -.04 -.02
  ST.E.       .08  .08  .08  .08  .08  .08  .08  .08  .08  .08  .08  .08

 13- 24      -.17  .17 -.10  .02  .07 -.06  .08 -.03 -.02  .01 -.02  .02
  ST.E.       .08  .08  .08  .08  .08  .08  .08  .08  .08  .08  .08  .08

              -1.0 -0.8 -0.6 -0.4 -0.2  0.0  0.2  0.4  0.6  0.8  1.0
                +----+----+----+----+----+----+----+----+----+----+
  1  0.11                           +   IXXX+
  2 -0.13                           +XXXI   +
  3 -0.06                           +  XI   +
  4 -0.05                           +  XI   +
  5 -0.18                           XXXXI   +
  6 -0.06                           +  XI   +
  7 -0.02                           +  XI   +
  8 -0.14                           +XXXI   +
  9  0.15                           +   IXXXX
 10 -0.10                           + XXI   +
 11 -0.04                           +  XI   +
 12 -0.02                           +   I   +
 13 -0.17                           XXXXI   +
 14  0.17                           +   IXXXX
 15 -0.10                           + XXI   +
 16  0.02                           +   I   +
 17  0.07                           +   IXX +
 18 -0.06                           + XXI   +
 19  0.08                           +   IXX +
 20 -0.03                           +  XI   +
```

Figura 10.15: Fac e facp dos resíduos do modelo (10.36) (SCA).


```
AUTOCORRELATIONS
  1- 12       .13 -.12 -.14 -.03 -.03 -.06  .02 -.12  .11 -.02 -.06 -.04
  ST.E.       .08  .08  .08  .08  .08  .08  .08  .08  .08  .09  .09  .09
   Q          2.6  4.9  8.0  8.2  8.4  9.0  9.0 11.5 13.7 13.8 14.4 14.7

 13- 24      -.11  .12 -.00  .05  .03  .05  .03 -.04 -.00 -.13  .04 -.00
  ST.E.       .09  .09  .09  .09  .09  .09  .09  .09  .09  .09  .09  .09
   Q         16.8 19.4 19.4 19.9 20.0 20.5 20.6 21.0 21.0 24.0 24.3 24.3

              -1.0 -0.8 -0.6 -0.4 -0.2  0.0  0.2  0.4  0.6  0.8  1.0
                +----+----+----+----+----+----+----+----+----+----+
  1  0.13                           +   IXXX+
  2 -0.12                           +XXXI   +
  3 -0.14                           +XXXI   +
  4 -0.03                           +  XI   +
  5 -0.03                           +  XI   +
  6 -0.06                           + XXI   +
  7  0.02                           +   IX  +
  8 -0.12                           +XXXI   +
  9  0.11                           +   IXXX+
 10 -0.02                           +  XI   +
 11 -0.06                           +  XI   +
 12 -0.04                           +  XI   +
 13 -0.11                           +XXXI   +
 14  0.12                           +   IXXX+
 15  0.00                           +   I   +
 16  0.05                           +   IX  +
 17  0.03                           +   IX  +
 18  0.05                           +   IX  +
 19  0.03                           +   IX  +
 20 -0.04                           +  XI   +

PARTIAL AUTOCORRELATIONS
  1- 12       .13 -.14 -.11 -.02 -.05 -.07  .02 -.16  .14 -.10 -.05 -.02
  ST.E.       .08  .08  .08  .08  .08  .08  .08  .08  .08  .08  .08  .08

 13- 24      -.15  .14 -.08  .02  .08 -.02  .05 -.02 -.03 -.04  .00 -.02
  ST.E.       .08  .08  .08  .08  .08  .08  .08  .08  .08  .08  .08  .08

              -1.0 -0.8 -0.6 -0.4 -0.2  0.0  0.2  0.4  0.6  0.8  1.0
                +----+----+----+----+----+----+----+----+----+----+
  1  0.13                           +   IXXX+
  2 -0.14                           +XXXI   +
  3 -0.11                           +XXXI   +
  4 -0.02                           +   I   +
  5 -0.05                           +  XI   +
  6 -0.07                           + XXI   +
  7  0.02                           +   IX  +
  8 -0.16                           XXXXI   +
  9  0.14                           +   IXXXX
 10 -0.10                           +XXXI   +
 11 -0.05                           +  XI   +
 12 -0.02                           +   I   +
 13 -0.15                           XXXXI   +
 14  0.14                           +   IXXX+
 15 -0.08                           + XXI   +
 16  0.02                           +   IX  +
 17  0.08                           +   IXX +
 18 -0.02                           +   I   +
 19  0.05                           +   IX  +
 20 -0.02                           +   I   +
```

Figura 10.16: Fac e facp dos resíduos do modelo (10.37) (SCA).

```
PARAMETER  VARIABLE  NUM./   FACTOR  ORDER    VALUE    STD     T
  LABEL      NAME    DENOM.                           ERROR   VALUE

  1          IPI      MA       1       1      .5315   .0679    7.82
  2          IPI      MA       2      12      .6405   .0595   10.76
  3          IPI      AR       1       4    -.2827    .0728   -3.88
  4          IPI      AR       1       7    -.2872    .0739   -3.88

EFFECTIVE NUMBER OF OBSERVATIONS . .             160
R-SQUARE . . . . . . . . . . . . . .            0.907
RESIDUAL STANDARD ERROR. . . . . . .    0.559879E+01
```

Quadro 10.7: Ajustamento do modelo (10.36) à série A_8 - IPI (SCA).

```
PARAMETER  VARIABLE  NUM./   FACTOR  ORDER    VALUE    STD     T
  LABEL      NAME    DENOM.                           ERROR   VALUE

  1          IPI      MA       1       1      .5409   .0669    8.09
  2          IPI      MA       2      12      .6584   .0586   11.23
  3          IPI      AR       1       4    -.2562    .0729   -3.52
  4          IPI      AR       1       5    -.1587    .0737   -2.15
  5          IPI      AR       1       7    -.2984    .0727   -4.10

EFFECTIVE NUMBER OF OBSERVATIONS . .             160
R-SQUARE . . . . . . . . . . . . . .            0.910
RESIDUAL STANDARD ERROR. . . . . . .    0.551065E+01
```

Quadro 10.8: Ajustamento do modelo (10.37) à série A_8 - IPI (SCA).

As previsões para os meses de janeiro a julho de 2000, com origem em dez./99 ($t = 180$), encontram-se na Tabela 10.10 e Figura 10.17. As previsões atualizadas a cada nova observação são apresentadas na Tabela 10.11 e Figura 10.18.

Finalmente, com o objetivo de comparar os dois modelos ajustados para a série A_8 - IPI, expressões (10.35) e (10.38), apresentamos algumas medidas de ajustamento e adequação de previsão na Tabela 10.12.

Os valores $EQMP_{180}$ e $EQMP(1)$ foram obtidos das Tabelas 10.8, 10.9, 10.10 e 10.11. Os valores AIC e BIC, das expressões (6.21) e (6.24), respectivamente.

Tabela 10.10: Previsões para a série A_8 - IPI, utilizando o modelo (10.38), com origem em $t = 180$ e $h = 1, 2, \ldots, 7$.

$t+h$	$\hat{Z}_t(h)$	Erro padrão	Z_{t+h}
181	106,4046	5,5106	100,1300
182	98,2554	6,0637	99,9000
183	109,5588	6,5704	105,3800
184	109,7577	7,0407	101,9600
185	125,3837	7,1290	116,1900
186	131,6298	7,1998	124,6600
187	143,4999	7,3504	131,1000
$EQMP_{180} = 58,17$			

Tabela 10.11: Previsões atualizadas para a série A_8 - IPI, utilizando o modelo (10.38).

$t+h$	$\hat{Z}_t(1)$	Erro padrão	Z_{t+h}
180	106,4046	5,5106	100,1300
181	95,3746	5,5106	99,9000
182	108,7557	5,5106	105,3800
183	107,4047	5,5106	101,9600
184	122,1383	5,5106	116,1900
185	124,6206	5,5106	124,6600
186	136,7436	5,5106	131,1000
$EQMP(1) = 24,02$			

Tabela 10.12: Medidas de qualidade de ajuste e previsão para os modelos (10.35) e (10.38).

Modelos	Ajustamento			Previsão	
	$\hat{\sigma}_a^2$	AIC	BIC	$EQMP_{180}$	EQMP(1)
(10.35)	27.35	3.38	3.48	57.22	43.89
(10.38)	30.36	3.47	3.56	58.17	24.02

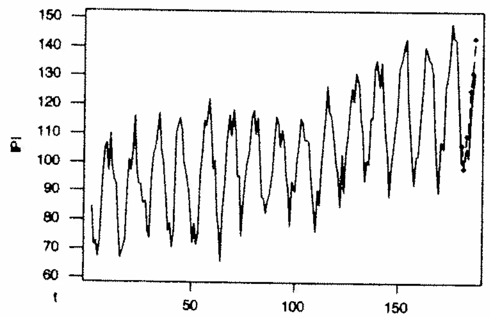


Figura 10.17: Série A_8 - IPI, observações de jan. 90 a jul. 2000 e previsões (linha tracejada) para os meses de janeiro a julho de 2000, utilizando o modelo (10.38), com origem em dez. 99 e $h = 1, 2, \ldots, 7$.

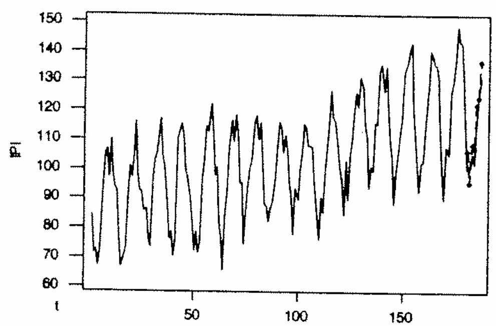


Figura 10.18: Série A_8 - IPI, observações de jan. 90 a jul. 2000 e previsões atualizadas (linha tracejada) para os meses de janeiro a julho de 2000, utilizando o modelo (10.38).

Analisando as informações da Tabela 10.12 podemos concluir que o modelo (10.35) é o que melhor se ajusta à série A_8 - IPI e, também, o que faz melhores previsões para os meses de janeiro a julho de 2000 quando fixamos a origem da previsão em dezembro de 1999. Entretanto, o modelo (10.38) se comporta melhor quando se faz previsões atualizadas.

10.4 Problemas

1. Considere o modelo SARIMA$(0, 1, 2) \times (0, 1, 1)_{12}$:

$$\Delta\Delta_{12} Z_t = (1 - \Theta B^{12})(1 - \theta_1 B - \theta_2 B^2) a_t.$$

   (a) Escreva o modelo na forma de um modelo ARMA.
   (b) Qual a ordem do modelo ARMA resultante?
   (c) Obtenha a fac do modelo.

2. Para o modelo SARIMA$(0, 1, 1) \times (0, 1, 1)_{12}$:
   (a) escreva-o explicitamente;
   (b) obtenha a região de invertibilidade;
   (c) obtenha as autocorrelações do processo.

3. Usando um programa de computador apropriado, obtenha as autocorrelações estimadas para Z_t, ΔZ_t, $\Delta_4 Z_t$, $\Delta\Delta_4 Z_t$, sendo Z_t a série de consumo de gasolina da Tabela 3.14.
   (a) O que você pode observar nas autocorrelações de Z_t?
   (b) A mesma pergunta para ΔZ_t.
   (c) Qual das séries você consideraria estacionária?
   (d) Utilizando um programa de identificação, sugira um ou mais modelos adequados para a série; obtenha as estimativas preliminares para os parâmetros.
   (e) Obtenha as estimativas finais para os parâmetros do(s) modelo(s) através de um programa de estimação; verifique se o(s) modelo(s) é(são) adequado(s).
   (f) Obtenha previsões para 1974 utilizando o(s) modelo(s) estimado(s).

4. Considere a série A_1 - Cananéia.
   (a) Utilizando um programa de identificação, sugira um ou mais modelos adequados para a série; obtenha as estimativas preliminares para os parâmetros.
   (b) Obtenha as estimativas finais para os parâmetros do(s) modelo(s) através de um programa de estimação; verifique se o(s) modelo(s) é(são) adequado(s).
   (c) Obtenha previsões para 1986 utilizando os modelos estimados.

5. Mesmas questões do Problema 4 para a Série A_5 - Energia.

6. Identificar um modelo para a série que fornece a fac amostral da tabela a seguir.