Análise e Modelos

de

Séries Temporais Financeiras

Cristiano Fernandes
Dept. de Eng. Elétrica - PUC/Rio
cris@ele.puc-rio

Novembro - 2010

ROTEIRO

1. Motivação

2. Modelos GARCH para Séries de Retornos Financeiros

3. Risco de Mercado: Estimação do VaR (Valor em Risco) por modelos GARCH

1. MOTIVAÇÃO

Retorno = medida de resultado financeiro.

$$\Downarrow$$

retorno e risco são as medidas mais importantes em Finanças pois sintetizam os ganhos e perdas potenciais de um investimento.

Definição

- retornos simples $R_t = 100 \,.\, (\Delta P_t \,/\, P_{t-1})$
- log retornos $r_t = 100 \,.\, \ln (P_t \,/\, P_{t-1})$

onde

- P_t é a cotação do ativo no tempo t;
- $\Delta P_t = P_t - P_{t-1}$.

Obs: Se $\Delta P_t << P_{t-1} \quad \therefore \quad R_t \sim r_t$.

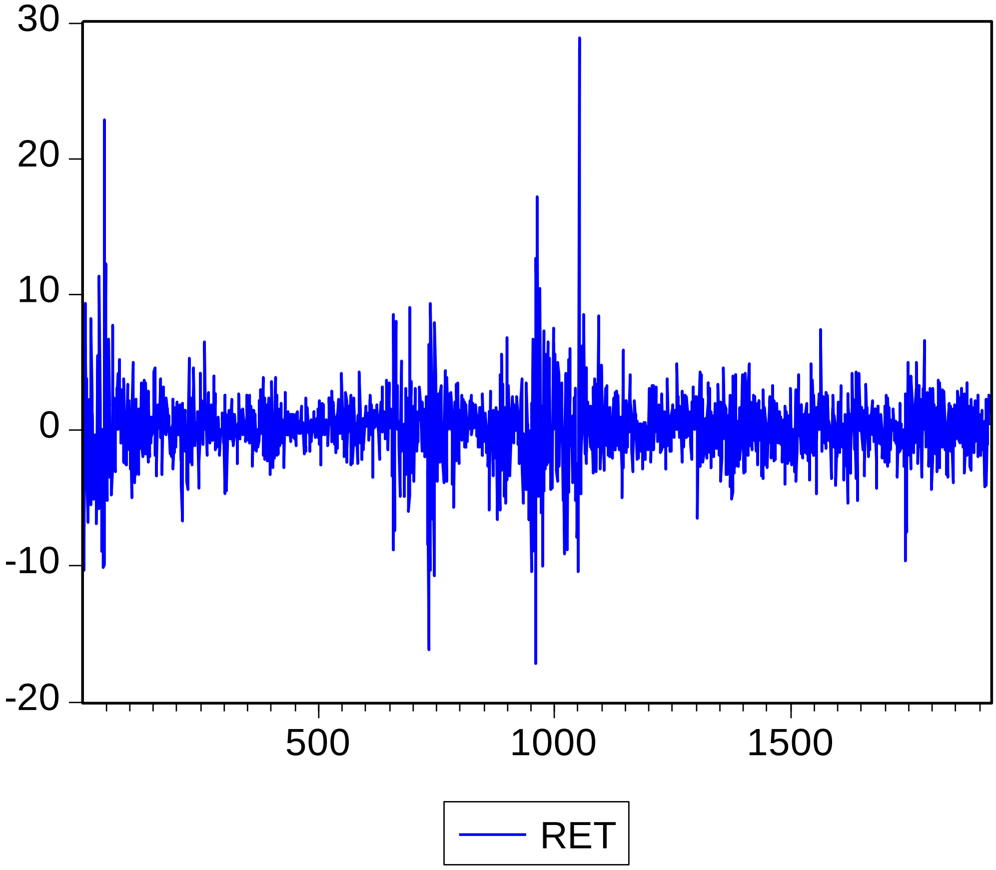
$\Rightarrow$ Exemplo: ações da Light na Bovespa

Data	Cotação fechamento (por lote de 1000 ações)
07/01/04	73,50
08/01/04	73,90
09/01/04	73,52

$r_{08/01/04} = 100 \; [(73,90 - 73,50 \,/\, 73,5] = 0.544\%$

$R_{08/01/04} = 100 \; \ln (73,90 \,/\, 73,5) = 0.543\%$

Fig. 1 Série de retornos diários do Ibovespa (02/01/95 à 17/05/02, 1922 dias úteis).



Estatísticas Descritivas:

Média	**0.06**
Mediana	**.00000**
Moda	**.00**
Desvio padrão	**2.67**
Assimetria	**0.71**
Curtose	**16.81**
Mínimo	**-17.23**
Máximo	**28.82**
Percentil de 1%	**-7.84**
Percentil de 99%	**7.46**

Tabela 1. Eventos extremos na série do Ibovespa.

Data	Retorno	Evento
10/01/05	-10.38	Crise no México
15/07/97 16/07/97	-8.9 8.45	Crise na Tailândia
27/10/97	-16.22	Crise em Hong Kong
10/09/98 11/09/98 15/09/98	-17.23 12.57 17.12	Crise monetária na Rússia
14/01/99 15/01/99	-10.50 28.82	Desvalorização cambial no Brasil

- Séries temporais (ST) de retornos são "inputs" de muitos modelos/ testes em Finanças:

  - CAPM: cálculo do beta;
  - Modelo de Fatores;
  - Média-Variância: construção da fronteira eficiente;
  - Teste de previsibilidade do mercado;
  - Risco de Mercado: VaR e Valores Extremos;
  - Volatilidade;
  - Apreçamento de opções.

$\Rightarrow$ **Fatos estilizados** = regularidades estatísticas observadas num grande número de séries de retornos financeiros, obtidas a partir de estudos empíricos inicializados na década de 60, utilizando séries dos diversos mercados mundiais:

i. estacionariedade;
ii. fraca dependência linear;
iii. dependência não linear com aglomerados (*cluster*) de volatilidade (previsibilidade);
iv. caudas grossas ou não normalidade.

- Os modelos de séries temporais adequados para retornos devem ser capazes de capturar estes fatos estilizados.

- A formalização dos modelos de séries temporais é realizada a partir do conceito de **processo estocástico,** a ser visto nas próximas transparências.

4. MODELOS GARCH PARA SÉRIES DE RETORNOS FINANCEIROS

- Modelo GARCH(1,1) (Bollerslev(1986))

$$y_t = h_t^{1/2} e_t, \qquad e_t \sim NID(0,1)$$
$$h_t = \alpha_0 + \alpha_1 y^2_{t-1} + \beta_1 h_{t-1}$$
$$\alpha_0 > 0,\ \alpha_1 \geq 0,\ \beta_1 \geq 0.$$

⇒ **Pergunta**:

- Esta classe de modelo é capaz de reproduzir os **fatos estilizados** encontrados na séries de retornos financeiros ?

Fato estilizado	**Como investigar ?**
i. Estacionariedade	- $E(R_t)$, $Var(R_t)$ e $FAC(R_t)$ não dependem de t
ii. Dependência linear nula	- FAC de R_t é nula
iii. Dependência não - linear	- FAC de R^2_t é não nula
iii. Não normalidade (excesso de curtose)	- Curtose da distribuição de R_t é maior do que 3

- Assim sendo os fatos estilizados podem ser investigados a partir do modo incondicional dos modelos GARCH.

- Para obtermos as propriedades estatísticas do modo incondicional, precisamos primeiro, obter as propriedades do modo condicional.

Fatos Estilizados e Modelo GARCH(1,1)

$$y_t = h_t^{1/2} e_t, \qquad e_t \sim NID(0,1)$$
$$h_t = \alpha_0 + \alpha_1 y^2_{t-1} + \beta_1 h_{t-1}$$

- <u>modelo</u> <u>condicional:</u>

$$\begin{aligned} E(y_t \,|\mathbf{Y_{t-1}}) &= E(h_t^{1/2} e_t \,|\, \mathbf{Y_{t-1}}) \\ &= h_t^{1/2} E(e_t \,|\, \mathbf{Y_{t-1}}) \\ &= h_t^{1/2}\, 0 = 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} Var\,(y_t \,|\mathbf{Y_{t-1}}) &= E[(h_t^{1/2} e_t)^2 |\, \mathbf{Y_{t-1}}] \\ &= h_t\, E[e_t^{\,2} |\, \mathbf{Y_{t-1}}] \\ &= h_t \,.\, 1 = h_t \end{aligned}$$

Portanto $\quad y_t \,|\mathbf{Y_{t-1}} \sim N(0, h_t)$

- <u>modelo</u> <u>incondicional:</u>

- **média:**

$$E(y_t) = E\,(E(y_t \,|\, \mathbf{Y_{t-1}})) = E(0) = 0$$

- **variância:**

$$
\begin{aligned}
Var(y_t) &= E(Var(y_t \mid \mathbf{Y_{t-1}})) + Var(E(y_t \mid \mathbf{Y_{t-1}})) \\
&= E(h_t) + Var(0) \\
&= E(h_t) \\
&= E(\alpha_0 + \alpha_1 y^2_{t-1} + \beta_1 h_{t-1}) \\
&= \alpha_0 + \alpha_1 E(y^2_{t-1}) + \beta_1 E(h_{t-1}) \\
&= \alpha_0 + \alpha_1 Var(y_t) + \beta_1 Var(y_t)
\end{aligned}
$$

Pois como:

i. $Var(y_t) = E(h_t) \rightarrow E(h_{t-1}) = Var(y_{t-1})$
ii. $Var(y_{t-1}) = Var(y_t)$ por estacionariedade

Assim sendo, segue que:

$$Var(R_t) = \alpha_0 \;/\; [1 - (\alpha_1 + \beta_1)], \quad (\alpha_1 + \beta_1) < 1.$$

$\Rightarrow$ Ou seja, a média e a variância incondicionais do processo GARCH(1,1) são invariantes no tempo.

- **Autocorrelação para y_t**

$$FAC(y_t) = \rho(k) = [\, E(y_t\, y_{t-k}) - E(y_t)\, E(y_{t-k})] \,/\, Var(y_t)$$
$$= E(y_t\, y_{t-k}) \,/\, Var(y_t)$$

mas $E(y_t\, y_{t-k}) = E\,[E(y_t\, y_{t-k}\, |\mathbf{Y_{t-1}})]$
$$= E\,[y_{t-k}\, E(y_t\, |\mathbf{Y_{t-1}})]$$
$$= 0$$

$\Rightarrow$ Portanto o processo GARCH(1,1) produz observações descorrelatadas.

- **Curtose para y_t**

$$K = E(y_t^4)/[Var(y_t)]^2.$$

$$E(y_t^4) = E(E(y_t^4)|\mathbf{Y_{t-1}}) = E(E(h_t^2\ \varepsilon_t^4)|\mathbf{Y_{t-1}}) = E(h_t^2\ E(\varepsilon_t^4)|\mathbf{Y_{t-1}})$$
$$= E(h_t^2\, 3) = 3E(h_t^2)$$

Substituindo-se na expressão de h_t, y_{t-1} por $h_{t-1}^{1/2}\varepsilon_{t-1}$, elevando-se ao quadrado, e tomando-se o valor esperado, chegamos a

$$K = \frac{3[1 - (\alpha_1 + \beta_1)^2]}{[1 - (\alpha_1 + \beta_1)^2 - 2\alpha_1^2]} > 3.$$

$\Rightarrow$ Portanto, o processo GARCH(1,1) produz observações não normais, leptocúrticas.

- **Autocorrelação para y^2_t**

Definindo $\upsilon_t = y_t^2 - h_t$ e substituindo h_t, temos

$\upsilon_t = y_t^2 - (\alpha_0 + \alpha_1 y_{t-1}^2 + \beta_1 h_{t-1})$.

Usando que $h_t = y_t^2 - \upsilon_t$, segue que

$$y_t^2 = \alpha_0 + (\alpha_1 + \beta_1)\, y_{t-1}^2 - \beta_1 \upsilon_{t-1} + \upsilon_t$$

- Ou seja, o processo para y^2_t é do tipo:

$$y^2_t = c + \varphi\, y^2_{t-1} + \theta\, \upsilon_{t-1} + \upsilon_t$$

que se trata de um processo correlacionado, denominado de ARMA(1,1).

- Portanto obtemos a seguinte relação:

GARCH(1,1) p/ y_t $\Leftrightarrow$ ARMA(1,1) p/ y_t^2

- Prova-se que a FAC para y^2_t será dada por

$$\rho(k) = \alpha_1 (1-\alpha_1\beta_1-\beta_1^2) / (1-2\alpha_1\beta_1-\beta_1^2),\ k=1$$
$$= (1+\beta_1)^{k-1}\rho(1),\ k= 2,3,...$$

- Assim sendo provamos que o processo GARCH(1,1) consegue reproduzir os principais fatos estilizados observados em séries de retornos financeiros:

- série estacionária de 2ª ordem;
- série descorrelatada;
- dependência no quadrado da série;
- não normalidade da série.

- Previsão da variância

$$E_t(h_{t+s}) = \alpha_0 + (\alpha_1 + \beta_1)\, E_t(h_{t+s-1}), \quad s > 1$$
$$= h_t\,(\alpha_1 + \beta_1)^s + \alpha_o \sum_{k=0}^{s-1} (\alpha_1 + \beta_1)^k$$
$$= w + (\alpha_1 + \beta_1)^s\,(h_t - w),$$

onde $w = \alpha_o / [1-(\alpha_1 + \beta_1)]$, $\alpha_1 + \beta_1 < 1$,
é a variância incondicional (reversão).

- Se no modelo GARCH(1,1), $\alpha_1 + \beta_1 = 1$, então obtemos o modelo IGARCH(1,1)

$$h_t = \alpha_0 + \alpha_1\, y^2_{t-1} + (1 - \alpha_1) h_{t-1}$$

- Se $\alpha_0 = 0$, este é o modelo RiskMetrics da JPMorgan.

- Modelos IGARCH apresentam persistência (meia vida ∞) na volatilidade, i.e., a volatilidade hoje afeta, indefinidamente, a volatilidade no futuro:

$$E_t(h_{t+s}) = h_t + s\alpha_0$$

- Estimação

- Por MV (máxima verossimilhança).
- Requer que postulemos uma distribuição para os distúrbios e_t.
- Se

$$e_t \sim f(e_t), \text{ com } E(e_t)=0 \text{ e } E(e_t)^2=1,$$

então pode-se demonstrar que a forma genérica do log da função de verossimilhança para modelos GARCH(1,1) é dada por :

$$\log L(\psi) = -1/2\sum_{t=2}^{n}\log(h_t) + \sum_{t=2}^{n}\log f(e_t)$$

onde $f(e_t)$ é avaliada em $(y_t - \mu_t)/ h_t^{1/2}$, μ_t sendo a média condicional de y_t.

[prova:

$$\log L(\psi) = \log \prod_{t=2}^{n} f(y_t|\mathbf{Y_{t-1}}) = \sum_{t=2}^{n} \log f(y_t|\mathbf{Y_{t-1}}).$$

Mas $f(y_t|\mathbf{Y_{t-1}}) = f(e_t = y_t/h_t^{1/2}) \,/\, |dy_t/de_t|$, (mudança de variável)

Portanto:

$$\log L(\psi) = \sum_{t=2}^{n} \log f(y_t|\mathbf{Y_{t-1}}) = \sum_{t=2}^{n} \log(f(e_t) h_t^{-1/2}) = -1/2 \sum_{t=2}^{n} \log h_t + \sum_{t=2}^{n} \log f(e_t)$$

]

Exemplos:

$\Rightarrow$ se $\mathbf{e_t \sim NID(0,1)}$:

$$\log L = -\frac{1}{2}(n-1)\log(2\pi) - 1/2 \sum_{t=2}^{n} \log(h_t) - \frac{1}{2}\sum_{t=2}^{n} \frac{\left(y_t - (c+\varphi y_{t-1})\right)^2}{h_t}$$

$\Rightarrow$ se $\mathbf{e_t = u_t\ [(m-2)/m]^{1/2}, m>2}$, **onde** $\mathbf{u_t \sim t(m)}$, então $Var(e_t)=1$. Segue que

$$\log L = -1/2 \sum_{t=2}^{n} \log(h_t) - \frac{1}{2}(m+1)\sum_{t=2}^{n} \log[\ (y_t - (c+\varphi y_{t-1}))^2 / [h_t(m-2)] + 1] +$$
$$+ n \log\{(m-2)^{-1/2}\,\Gamma[(m+1)/2] / [\Gamma(m/2)\pi^{1/2}]\}$$

Solução do problema de maximização: efetuada através de algoritmos de otimização não-linear (ex: Gauss Newton/BHHH).

- **Validação do Modelo**

- Utilização de procedimentos gráficos e testes estatísticos para investigar a adequabilidade do modelo estimado aos dados reais.

  i. hipóteses do termo aleatório

     - distribuição: QQ plot, JB (normalidade)
     - iid: FAC p/ res, FAC p/ res^2, teste BDS

     , onde res é o resíduo padronizado.

  ii. previsibilidade da variância

     - teste de cobertura: Christorffensen

- Se o modelo falhar em alguns destes testes, deve ser re-especificado:

  - outra distribuição p/ o termo aleatório ?
  - outro processo dinâmico para a volatilidade ?

- Generalizações

- GARCH(p,q)

$$y_t = h_t^{1/2} e_t, \quad e_t \sim NID(0,1)$$

$$h_t = \alpha_0 + \sum_{i=1}^{q} \alpha_i y^2_{t-i} + \sum_{i=1}^{p} \beta_i h_{t-i},$$

$$\alpha_0 > 0, \alpha_i \geq 0, \ \beta_j \geq 0, i = 1, ...,q; j = 1, ... ,p.$$

Outras generalizações tipo GARCH

MODELO		REFERÊNCIA
GJR / TARCH	$y_t = h_t^{1/2} e_t$ $h_t = \alpha_0 + \alpha_1 h_{t-1} + \alpha_2 y^2_{t-1} +$ $+ \alpha_3 S_{t-1} y^2_{t-1}, \quad S_t = 1$, se $y_t < 0$, 0, cc	**Glosten, Jagannathan and Runkle (1989)**
EGARCH(1,1)	$y_t = h_t^{1/2} e_t$ $\ln h_t = \alpha_0 + \alpha_1 \mid y_{t-1} h^{-1/2}_{t-1} \mid +$ $+ \alpha_2 y_{t-1} (h_{t-1})^{-1/2} + \alpha_3 \ln h_{t-1}$	**Nelson (1991)**
EAR(1,1)	$y_t = \phi \exp(- h_t \sigma_y^{-2}) y_{t-1} + e_t$ $h_t = \alpha_0 + \alpha_1 e^2_{t-1} + \alpha_2 h_{t-1}$	**LeBaron (1992)**
MACH(1)	$y_t = h_t^{1/2} e_t$ $h_t = \alpha_0 + \alpha_1 y_{t-1} h^{-1/2}_{t-1}$	**Yang & Bewley (1992)**

- Volatilidade Estocástica (Harvey, Ruiz & Shephard (1994))

$$y_t = \exp(1/2\ h_t^{1/2})\ e_t$$

$$h_t = \alpha_0 + \alpha_1 h_{t-1} + \eta_t, \quad \eta_t \sim NID(0, \sigma^2) \text{ ou } t(m).$$

3. Risco de Mercado: Estimação do VaR (Valor em Risco) por modelos GARCH

- **VaR *(Value at Risk)*** = uma medida do <u>risco de mercado</u> para ativos/carteiras.

$$\Downarrow$$

Qual a perda máxima esperada de uma carteira (ou ativo) em um dado <u>horizonte</u> de tempo a um determinado <u>nível de confiança</u> ?

Exemplo: Nos próximos dias, devido as flutuações do mercado, espera-se que em 19 de cada 20 dias, o valor das perdas não excedam o patamar de 45 mil Reais (o VaR)

ou

que, em média, em cada 20 dias, um apresentará perdas que excedam o patamar de 45 mil Reais

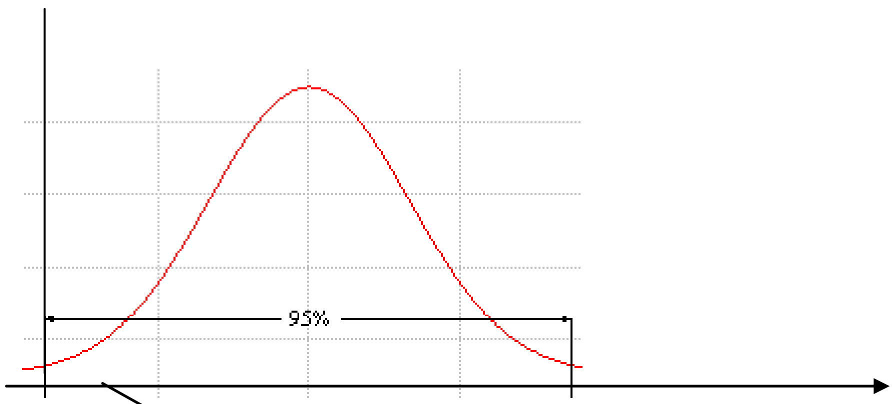
Exige: - horizonte: dias, semanas, meses, etc;
- nível de confiança: 90%,95%, 99% (Basiléia).

- Na prática o cálculo do VaR é efetuado a partir da distribuição dos retornos calculados com a freqüência adequada (diária, semanal, mensal, etc) e através da sua versão logarítmica (r_t).

- A partir desta distribuição calcula-se um valor “crítico” do retorno (ou quantil) = é um valor negativo extremo, portanto associado a grandes perdas.

- A probabilidade de ocorrer perdas menores do que o valor “crítico” é muito grande. Ou de forma equivalente, a probabilidade de ocorrer perdas maiores do que o valor “crítico” é pequena.

- O cálculo formal deste valor exige a determinação da distribuição de densidade dos retornos (incondicional)



r_t*= valor “crítico” (desconhecido)   Retorno

Pr. (Retorno $\geq$ valor “crítico”) = (1-α)% (conhecido)
Pr. (Retorno < valor “crítico”) = α %

Ou algebricamente:

$$\int_{-100\%}^{r_t^*} f(r_t)dr = \alpha$$

- Este cálculo exige o conhecimento da distribuição incondicional da série de retornos. Se esta não for assumida a priori (ex: t(m), ged etc) ou não puder ser obtida de forma explícita a partir do modelo de ST adotado para a série de retornos, então este valor crítico não poderá ser estimado.

- Na abordagem paramétrica, que aqui utilizamos, o mais natural é se obter o VaR a partir da densidade condicional dos retornos:

$$\int_{-100\%}^{r_t|^* \mathbf{r_{t-1}}} f(r_t \mid \mathbf{r_{t-1}})dr = \alpha$$

- A perda monetária (absoluta) associada a este retorno extremo é o VaR, o qual é obtido usando que:

$r_t^* = \Delta V^*_t / V_0$, donde segue que

$VaR = \Delta V^*_t = - r_t^* V_0$

onde - V_0 é o valor inicial investido no ativo/carteira.
- se for o valor condicional substituir r^*_t por

$$\mathbf{r_t^*} = r_t^* \mid \mathbf{r_{t-1}}$$

- **Interpretação:** espera-se que as flutuações do preço do ativo produzam uma perda monetária máxima de $r_t^*\ V_0$ unidades monetárias, com confiança de $(1-\alpha)\%$ no período em consideração.

- Esta é a perda máxima em situação “normal” de mercado, i.e., se os retornos não excederem o limite especificado pelo quantil extremo r_t^*.

- De forma equivalente, será a perda mínima se houver retornos na região a esquerda do quantil limite.

- Ou seja, do ponto de vista estatístico, o cálculo do VaR se resume ao cálculo do quantil associado a uma determinada probabilidade extrema da cauda esquerda (5%, 1%, etc) da função distribuição de probabilidade (condicional/incondicional) dos retornos.

- Métodos de cálculo do VaR:

  - Paramétrico (linear, delta-normal, RiskMetrics)

  - Monte Carlo

- Simulação Histórica

- Delta-Gama

$\Rightarrow$ **Outra medida de risco**

- Perda média esperada (PME), ou *expected shortfall* = é o valor esperado da perda, dado que esta excedeu o VaR. É avaliada calculando-se :

$$PME = E[\Delta V_t \mid \Delta V_t < -VaR]$$

usando que ΔV_t = - R V_0, segue que, na prática, o seguinte cálculo deve ser efetuado:

$$PME = -V_0\, E(R_t \mid R_t < R_t^*) = -V_0 \int_{-100\%}^{R_t^*} R \quad f(\mathrm{Re}torno_t)dr$$

- Observe que se houver perdas devido a ocorrência na região extrema, o VaR apenas oferece a perda mínima. A PME é mais informativa pois calcula a média da perda nesta região.

Exemplo de cálculo do VaR

$\Rightarrow$ Suponha que você tem 1.000.000,00 de Reais aplicados numa carteira que espelha exatamente o Ibovespa.

Qual o VaR diário de 95 % ?

- **Hipótese:** $r_t = \mu_t + h_t^{1/2} e_t \qquad e_t \sim NID(0,1)$

onde, tipicamente:

- μ_t é um processo AR(1)
- $h_t^{1/2}$ é um processo GARCH(1,1)

Assim sendo, temos que:

$$r_t \,|\mathbf{r}_{t-1} \sim N(\mu_t, h_t)$$
$$e_t = (r_t - \mu_t)/ h_t^{1/2} \sim N(0,1)$$

- **Cálculo do VaR** condicional(a 95%)

$$\text{Prob}(r_t \leq r_t^*|\, \mathbf{r}_{t-1}) = 5\% \text{ (densidade condicional)}$$

$\Downarrow$

conhecida

$$\text{Prob}[(r_t - \mu_t) / h_t^{1/2} \leq (r_t^* - \mu_t) / h_t^{1/2} *|\, \mathbf{r}_{t-1}) = 5\%$$
$$\text{Prob}(e_t \leq \mathbf{-}\,\xi) = 5\ \% \text{ (densidade condicional padronizada)}$$

da tabela: - **1.645**

>> Portanto $r_{t|t-1}^* = \mu_t - 1.645\, h_t^{1/2}$ é o retorno "crítico", um retorno com valor negativo extremo (perda !!)

- Para calcularmos R_t^* ajustamos um modelo, para a série de retornos ($R_t = \mu_t + h_t^{1/2} e_t$) e projetamos a equação de R_t^* um passo à frente.

- Assim podemos avaliar o VaR amanhã, baseado na evidência dos dados até hoje.

$$r^*_{T+1|T} = \hat{\mu}_{T+1|T} - 1.645\, \hat{h}^{1/2}_{T+1|T}$$

onde

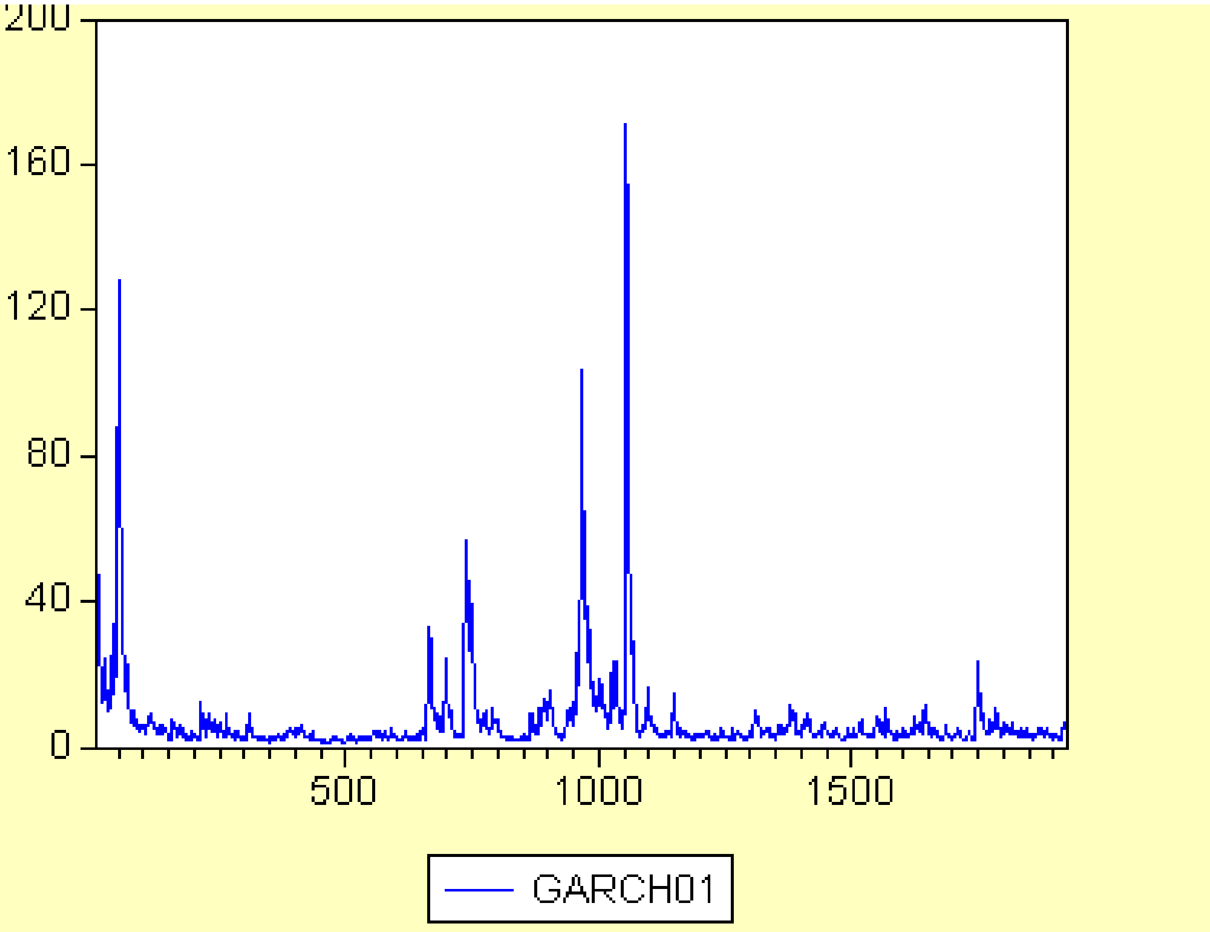
$$\hat{\mu}_{T+1|T} = \hat{\varphi}\, r_T$$

$$\hat{h}_{T+1|T} = \hat{\alpha}_0 + \hat{\alpha}_1 (r_T - \hat{\varphi}\, r_{T-1})^2 + \hat{\beta}_1\, \hat{h}_T$$

Tabela 2: Resultados da estimação de um modelo AR(1)-GARCH(1,1) para a série de retornos do Ibovespa.

	Coefficient	Std. Error	z-Statistic	Prob.
C	0,145466	0,044783	3,248255	0,0012
RET(-1)	0,053504	0,023510	2,275825	0,0229
	Variance Equation			
C	0,254009	0,039543	6,423614	0,0000
ARCH(1)	0,167417	0,012348	13,55848	0,0000
GARCH(1)	0,794086	0,015641	50,77054	0,0000
R-squared	0,000818			

Fig. 12 - Variância condicional para a série de retornos do Ibovespa.



- Cálculo do VaR

$$r^*_{T+1|T} = \hat{\mu}_{T+1|T} - 1,645\ \hat{h}^{1/2}_{T+1|T}$$

onde

$$\hat{\mu}_{T+1|T} = 0,1454 + 0,0535\ R_T$$
$$\hat{h}_{T+1|T} = 0,254 + 0,167\ (R_T - 0,0535\,R_{T-1})^2 + 0,794\ \hat{h}_T$$

Substituindo-se:

$R_T = 0,308$, $R_{T-1} = 2,483$ e $\hat{h}_T = 4,317$, segue que:

$$\hat{\mu}_{T+1|T} = 0,162$$
$\hat{h}_{T+1|T} = 3,687$, ou seja

$\hat{R}^*_{T+1|T} = -2,997\%$ é o valor crítico.

- A perda monetária, associada a este retorno “crítico” é o VaR, o qual é obtido usando que:

$$\Delta V_{T+1|T} = r^*_{T+1|T}\ V_T = -2{,}997\ \%^*\ 1.000.000{,}00$$
$$= -\ 29.970{,}00 \text{ Reais}$$

- Ou seja, nos próximos dias, espera-se que, em média, apenas um em 20 dias produza uma perda superior a 29.970,00 Reais.

- O que ficou faltando ?

  - validar o modelo GARCH(1,1) !
  - vide notas complementares