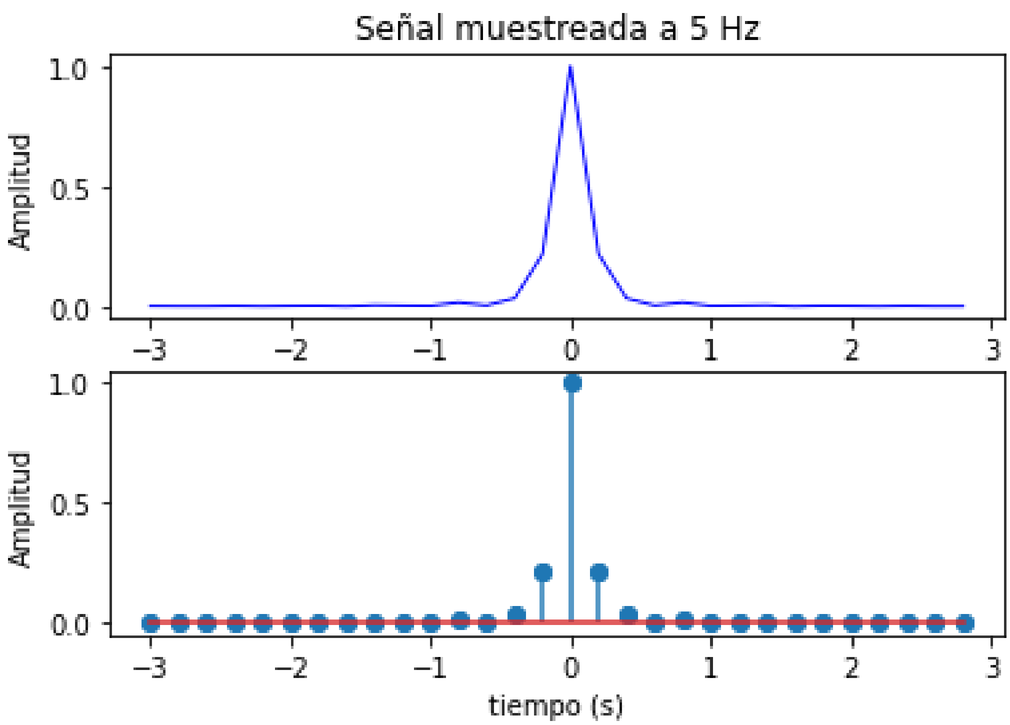
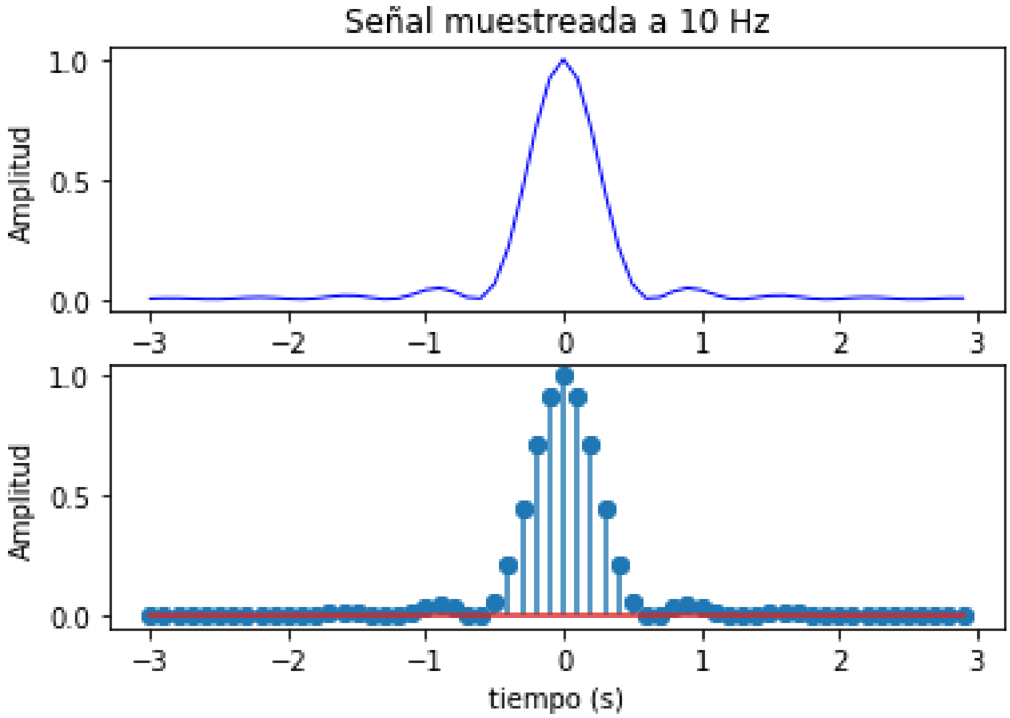
P1. (3 pts.) Una señal $g(t) = sinc^2(5\pi t)$ se muestrea usando un tren de impulsos uniformemente espaciados a una frecuencia de 5 Hz, 10 Hz y 20 Hz. Para cada una de las tres frecuencias responda:

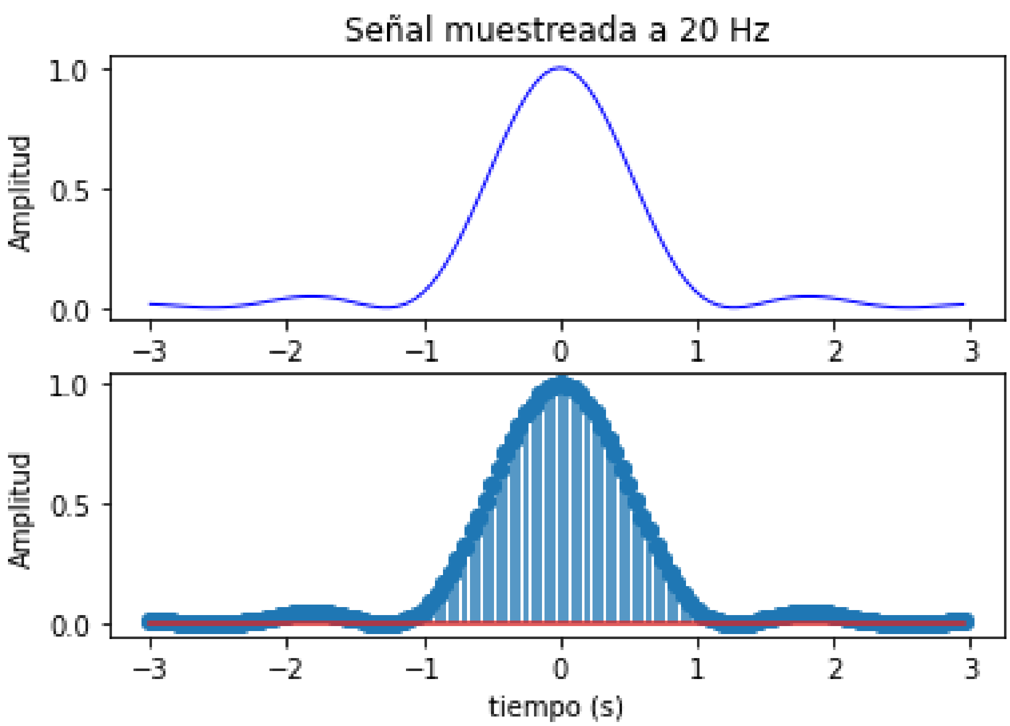
a. (0.6) Grafique la señal muestreada
b. (0.9) Grafique la transformada de Fourier de la señal muestreada
c. (0.9) Determine si es posible recuperar la la señal $g(t)$ a partir de la señal muestreada y cómo lo haría
d. (0.6) Grafique la transformada de Fourier resultante de pasar la señal muestreada por un filtro pasabajos ideal de 5 Hz de ancho de banda.

NOTA: Puede realizar el desarrollo a mano o por software, en ambos casos los gráficos deben ser precisos y mostrar toda la información necesaria.

a. Para la cada una de las frecuencias solicitadas se graficó además de la señal a una frecuencia determinada, un tren de impulsos el cual determina cada punto el cual se grafica esta señal.




Señal muestreada a 10 Hz
Amplitud
Amplitud
tiempo (s)


Señal muestreada a 20 Hz
Amplitud
Amplitud
tiempo (s)

El código en Python 3.7+ se presenta a continuación.

```
def plotter(figura, titulo, xlab, ylab, x, y,
color="blue",frecuencia=1,ylim=0):
    #plt.figure(nombre, tamaño, resolución)
    plt.figure(figura)
    if ylim != 0:
        plt.ylim(ylim)
    if frecuencia != 1:
        plt.subplot(2, 1,2)
        plt.stem(x,y)
        plt.scatter(x,y)
        plt.xlabel(xlab)
        plt.ylabel(ylab)
    plt.subplot(2, 1,1)
    plt.title(titulo)
    plt.ylabel(ylab)
    plt.plot(x, y, color,linewidth=1,color=color)
    plt.show()
```

Esa es la función de creación de los gráficos.

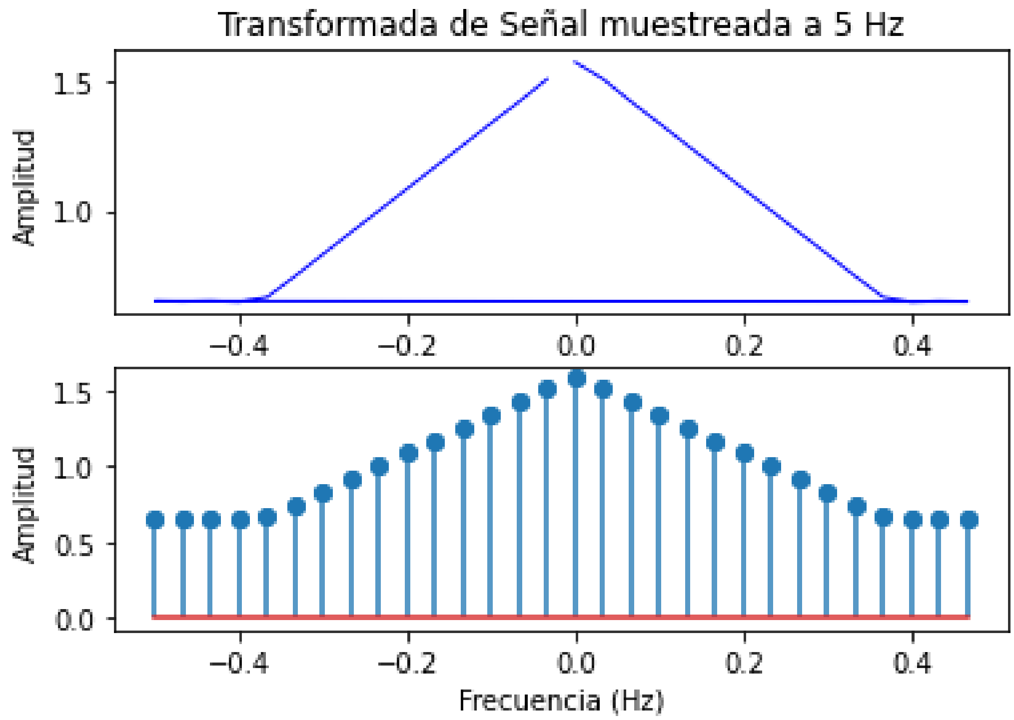
```
# (0.6) Grafique la señal muestreada
# Para la señal muestrando con una frecuencia de 5 Hz
freq1 = 5
T1 = 1 / freq1
x1 = np.arange(-3,3, T1)
xT1 = x1 * T1
y1 = np.sinc(5 * np.pi * xT1) * np.sinc(5 * np.pi * xT1)
```

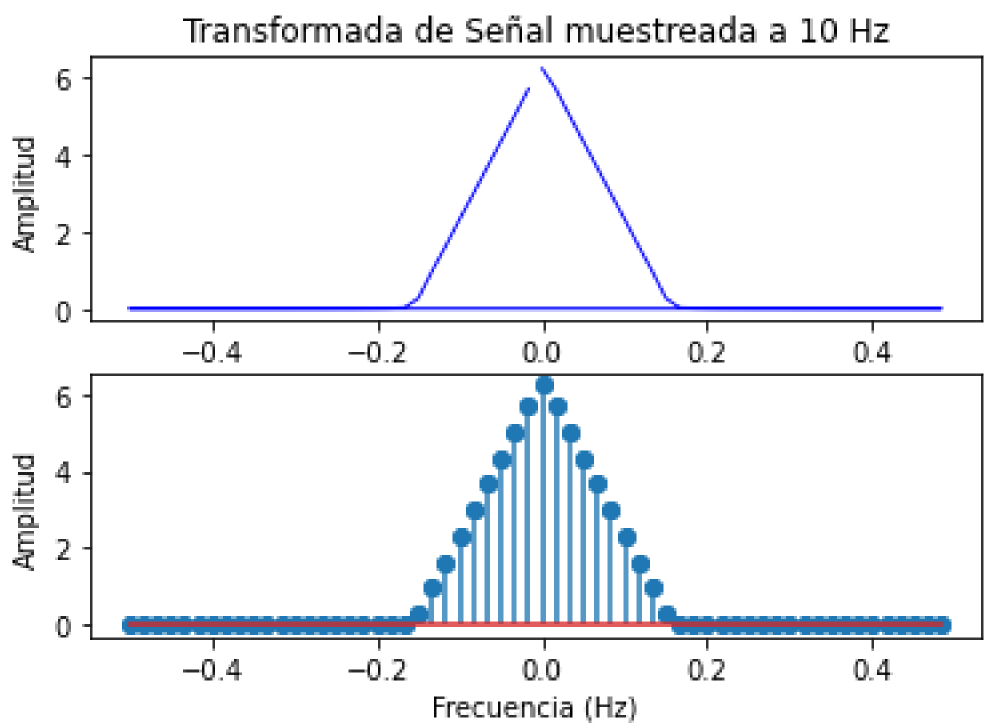
Ese es el algoritmo de creación de la función junto con eje x de frecuencia determinada.

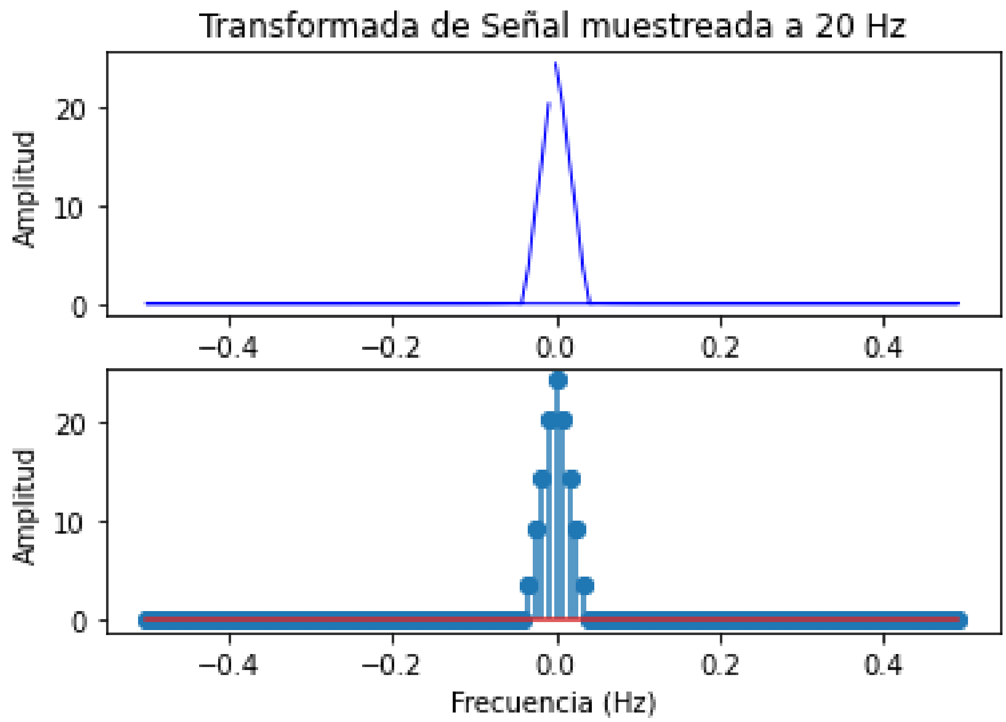
```
plotter("a","Señal muestreada a 5 Hz", "tiempo (s)", "Amplitud", x1,y1,frecuencia=T1)
```

Finalmente, la llamada a la función de graficar.

b) Para la transformada de Fourier, al igual que el ejercicio anterior, por cada una de las frecuencias.







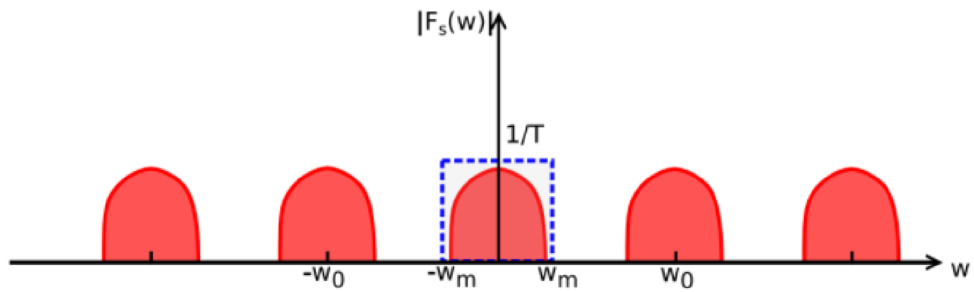
Al igual que el laboratorio, cada uno de las transformadas se realizó con la librería scipy, que a su vez esta utiliza numpy para realizar los cálculos.

```
# (0.9) Grafique la transformada de Fourier de la señal muestreada

fft1 = fft(y1).real
ffreq1 = fftfreq(len(xT1))

plotter("a","Transformada de Señal muestreada a 5 Hz", "Frecuencia (Hz)",
"Amplitud", ffreq1,abs(fft1),frecuencia=T1)
```

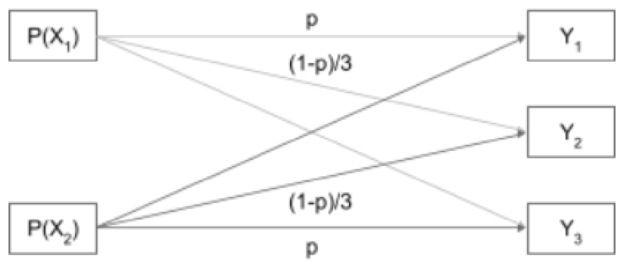
c) Para poder realizar la recuperación de la señal original, es imposible hacer el uso de la anti transformada ya que modificará la señal a tal punto de ser completamente distinta. Es por ello que se utilizará el tren de impulsos como soporte, y se aplicará un filtro de paso bajo, con una frecuencia de corte igual a la frecuencia máxima denotada en la transformada, pedida para cada uno de los muestreos.



d)

P2. (3 pts.) Responda las siguientes preguntas

a. (1.0) Determine cuántos en cuántos dB se puede disminuir el ruido térmico de un radiotelescopio que tiene un ancho de banda de 250 MHz cuando se opera en criogenia (-269 °C) verus cuando se opera a temperatura ambiente (25 °C)
b. (1.5) Considere el siguiente canal binario. Calcule la matriz de canal y la información del canal cuando p = 0.7
c. (0.5) Grafique la capacidad de canal C = I(X/Y) en función de p



a) Determine cuántos en cuántos dB se puede disminuir el ruido térmico de un radiotelescopio que tiene un ancho de banda de 250 MHz cuando se opera en criogenia (-269 °C) verus cuando se opera a temperatura ambiente (25 °C)

Para determinar cuantos son los dB se delimitan las variables como

K = 1.38e-23 J/K

T1 = 273.15 – 269 = 4.15 °K

T2 = 273.15 + 25 = 298.15 °K

Ancho de Banda = 250 MHz = 250e7

Para T1:

N = -228,6 dBW + 10 log (4.15) + 10 log 250e7

= -228,6 + 6.1804 + 93.9794

= -128,4402 dBW

Para T2 (Temperatura Ambiente):

N = -228,6 dBW + 10 log (298.15) + 10 log 250e7

= -228,6 + 24.7443 + 93.9794

= -109,8763 dBW

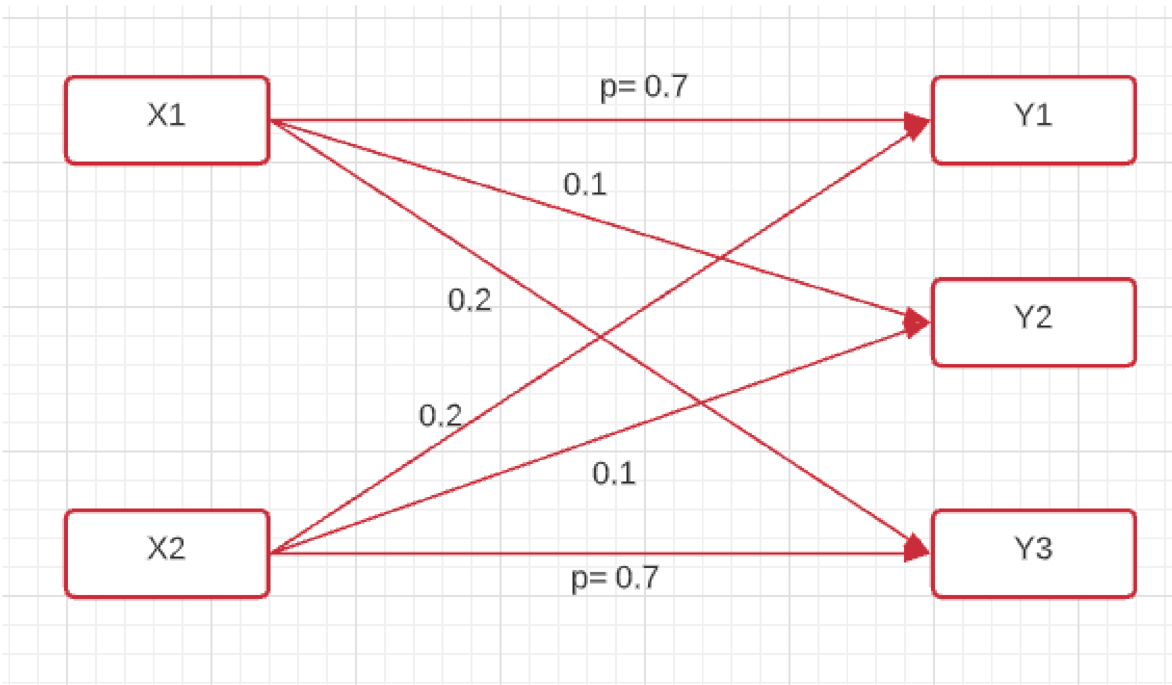
La diferencia entre ambos es de 18,5639 dBW

b) (1.5) Considere el siguiente canal binario. Calcule la matriz de canal y la información del canal cuando p = 0.7

Matriz del canal:

	Y1	Y2	Y3
X1	P(Y1/X1)	P(Y2/X1)	P(Y3/X1)
X2	P(Y1/X2)	P(Y2/X2)	P(Y3/X2)

Para poder rellenar la matriz del canal, se resuelven las probabilidades faltantes.



	Y1	Y2	Y3
X1	P(Y1/X1) = 0.7	P(Y2/X1) = 0.1	P(Y3/X1) = 0.2
X2	P(Y1/X2) = 0.2	P(Y2/X2) = 0.1	P(Y3/X2) = 0.7

P(Y1) = P(X1)P(Y1/X1) + P(X2)P(Y1/X2)
P(Y1) = 0.5 * 0.7 + 0.5 * 0.2
P(Y1) = 0.6

P(Y2) = P(X1)P(Y2/X1) + P(X2)P(Y2/X2)
P(Y2) = 0.5 * 0.1 + 0.5 * 0.1
P(Y2) = 0.1

P(Y3) = P(X1)P(Y3/X1) + P(X2)P(Y3/X2)
P(Y3) = 0.5 * 0.2 + 0.5 * 0.7
P(Y3) = 0.45

Por lo tanto, para calcular la información del canal para cuando p = 0.7 será

$$I(X,Y) = H(Y) - H(Y|X) = H(X) - H(X|Y)$$

Donde,

$$H(Y) = \sum_{j=1}^{n} p(y_j)\log_2 \left(\frac{1}{p(y_j)}\right)$$

$$H(Y|X) = \sum_{i=1}^{n} p(x_i) \sum_{j=1}^{m} p(y_j/x_i) \log_2\left(\frac{1}{p(y_j|x_i)}\right)$$

$$H(Y|X) = \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{m} p(x_i)p(y_j/x_i) \log_2\left(\frac{1}{p(y_j|x_i)}\right)$$

Por ello, se calcula H(Y):

$$H(Y) = \sum_{i=1}^{3} p(y_i) \log\left(\frac{1}{p(y_i)}\right) = 0.6 * \log\left(\frac{1}{0.6}\right) + 0.1 * \log\left(\frac{1}{0.1}\right) + 0.45 * \log\left(\frac{1}{0.45}\right) = 1.2928$$

Luego, H(Y|X):

$$H(Y|X) = \sum_{i=1}^{2} \sum_{j=1}^{3} p(x_i)p(y_j/x_i) \log_2\left(\frac{1}{p(y_j|x_i)}\right)$$

$$H(Y|X) = 0.5 * 0.7 * \log_2\left(\frac{1}{0.7}\right) + 0.5 * 0.1 * \log_2\left(\frac{1}{0.1}\right) + 0.5 * 0.2 * \log_2\left(\frac{1}{0.2}\right) +$$

$$0.5 * 0.2 * \log_2\left(\frac{1}{0.2}\right) + 0.5 * 0.1 * \log_2\left(\frac{1}{0.1}\right) + 0.5 * 0.2 * \log_2\left(\frac{1}{0.7}\right) = 1.0281$$

Finalmente, al volver a la ecuación original :

$$I(X,Y) = H(Y) - H(Y|X) = H(X) - H(X|Y)$$

Se tiene que

$$I(X,Y) = H(Y) - H(Y|X) = 1.2928 - 1.0281 = 0.2647$$

c)