DESARROLLO

1) Considere el conjunto de polinomios de grado n, $x \in \mathbb{R}$.

$$|P_n\rangle \rightleftarrows p(x) = a_0 + a_1 x + a_2 x^2 + \dots + a_{n-1} x^{n-1} = \sum_{i=0}^{n-1} a_i x^{n-1}.$$

a) ¿P_n es un espacio vectorial respecto a la suma y multiplicación por un número real?

- $|P_n\rangle$ es cerrado bajo la operación $\boxplus$: $\forall |P_1\rangle, |P_j\rangle \in |P_n\rangle$
  $|P_k\rangle = |P_1\rangle \boxplus |P_j\rangle \in |P_n\rangle$
- La operación $\boxplus$ es conmutativa: $\forall |P_1\rangle, |P_j\rangle \in |P_n\rangle$
  $|P_1\rangle \boxplus |P_j\rangle = |P_j\rangle \boxplus |P_1\rangle$
- La operación $\boxplus$ es Asociativa: $\forall |P_1\rangle, |P_j\rangle, |P_k\rangle \in |P_n\rangle$
  $[|P_1\rangle \boxplus |P_j\rangle] \boxplus |P_k\rangle = [|P_k\rangle \boxplus |P_j\rangle] \boxplus |P_1\rangle$
- Existe un único elemento neutro $|\emptyset\rangle$: $|\emptyset\rangle \boxplus |P_1\rangle = |P_1\rangle$
  $\forall |P_1\rangle \in |P_n\rangle$
- Existe un elemento simétrico para cada elemento de $|P_n\rangle$.
  $\forall |P_1\rangle \in |P_n\rangle \; \exists \; |-P_1\rangle \; / \; |P_1\rangle \boxplus |-P_1\rangle = |\emptyset\rangle$
- $|P_n\rangle$ es cerrado bajo el producto por un número real:
  $\forall x \in \mathbb{R}$ y cualquier $|P_1\rangle \in |P_n\rangle \Rightarrow x|P_1\rangle \in |P_n\rangle$

$\Rightarrow \forall x, y \in \mathbb{R}, [|P_1\rangle, |P_j\rangle] \in |P_n\rangle$

- $x[y|P_1\rangle] = [xy]|P_1\rangle$
- $(x+y)|P_1\rangle = x|P_1\rangle \boxplus y|P_1\rangle$
- $x(|P_1\rangle \boxplus |P_j\rangle) = x|P_1\rangle \boxplus x|P_j\rangle$
- $1|P_1\rangle = |P_1\rangle \; \forall |P_1\rangle \in |P_n\rangle$ y $1 \in \mathbb{R}$.

b) Si los coeficientes a_i son enteros ¿P_n será un espacio vectorial?

No sería un espacio vectorial, dado que no sería un espacio vectorial cerrado bajo el producto, dado que el producto por el inverso de un entero por un $|P_1\rangle \in |P_n\rangle$ no pertenecería a los enteros. ~~ejemplo~~

c) ¿Cual de los siguientes subconjuntos de P_n es un espacio Vectorial?

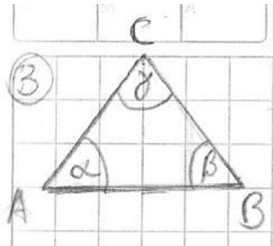
2) El polinomio $\emptyset$ y todos los polinomios de grado par
→ No se podría por que no cumple con el axioma del inverso

3) Todos los polinomios que tienen a x como un facto [grado $n > 1$].
↳ No cumpliría con el teorema de dimensionalidad, un subespacio debe que ser de dimension $\leq n$. y los polinomios son de dimension $\underline{n-1}$

4) Todos los polinomios que tienen a $x-1$ como un factor
↳ No cumpliría con la suma cerrada dado que al sumar un polinomio de grado 1 diferente al $[\emptyset]$ no tendría como resultado un factor $x-1$ sino $\underline{x \pm \alpha}$

1) El polinomio cero y todos los polinomios de grado $n-1$
↳ como vimos en el inciso (a) si consideramos coeficientes reales cumpliría con los 10 axiomas y sería un subconjunto del espacio Vectorial $\underline{P_n}$.

③



$[\alpha A, \beta B, \gamma C] = I$

a) Tabla de multiplicación para G_Δ, vale decir. $G_\Delta = \{I, \{R_i\}, \{\bar{R}_j\}, \{X_k\}\}$
y la operación es concatenación

$R_j = R_i = \frac{2}{3}\pi$

$[A\gamma, B\alpha, C\beta] \xrightarrow{\bar{R}\frac{2\pi}{3}} [A\beta, B\gamma, C\alpha] \xrightarrow{\frac{2\pi}{3}} [A\alpha, B\gamma, C\beta] \xrightarrow{X_A} [A\gamma, B\beta, C\alpha] \xrightarrow{X_B}$

$[A\beta, B\gamma, C\alpha] \xrightarrow{X_C}$

$\bigcirc$	I	$R\frac{2\pi}{3}$	$\bar{R}\frac{2\pi}{3}$	X_A	X_B	X_C
I	I	$R\frac{2\pi}{3}$	$\bar{R}\frac{2\pi}{3}$	X_A	X_B	X_C
$R\frac{2\pi}{3}$	$R\frac{2\pi}{3}$	$\bar{R}\frac{2\pi}{3}$	I	X_C	X_A	X_B
$\bar{R}\frac{2\pi}{3}$	$\bar{R}\frac{2\pi}{3}$	I	$R\frac{2\pi}{3}$	X_B	X_C	X_A
X_A	X_A	X_B	X_C	I	$R\frac{2\pi}{3}$	$\bar{R}\frac{2\pi}{3}$
X_B	X_B	X_C	X_A	$\bar{R}\frac{2\pi}{3}$	I	$R\frac{2\pi}{3}$
X_C	X_C	X_A	X_B	$R\frac{2\pi}{3}$	$\bar{R}\frac{2\pi}{3}$	I

$R^{2\pi/3} \bigcirc R^{2\pi/3} = \bar{R}^{2\pi/3}$ | $\bar{R}^{2\pi/3} \bigcirc R^{2\pi/3} = I$ | $X_A \bigcirc R^{2\pi/3} = X_B$

$R^{2\pi/3} \bigcirc \bar{R}^{2\pi/3} = I$ | $\bar{R}^{2\pi/3} \bigcirc \bar{R}^{2\pi/3} = R^{2\pi/3}$ | $X_A \bigcirc \bar{R}^{2\pi/3} = X_C$

$R^{2\pi/3} \bigcirc X_A = X_C$ | $\bar{R}^{2\pi/3} \bigcirc X_A = X_B$ | $X_A \bigcirc X_A = I$

$R^{2\pi/3} \bigcirc X_B = X_A$ | $\bar{R}^{2\pi/3} \bigcirc X_B = X_C$ | $X_A \bigcirc X_B = R^{2\pi/3}$

$R^{2\pi/3} \bigcirc X_C = X_B$ | $\bar{R}^{2\pi/3} \bigcirc X_C = X_A$ | $X_A \bigcirc X_C = \bar{R}^{2\pi/3}$

$X_B \circ R^{2\pi/3} = X_C$

$X_B \circ R^{2\pi/3} = X_A$

$X_B \circ X_A = \bar{R}^{2\pi/3}$

$X_B \circ X_B = I$

$X_B \circ X_C = R^{2\pi/3}$

$X_C \circ R^{2\pi/3} = X_A$

$X_C \circ R^{2\pi/3} = X_B$

$X_C \circ X_A = R^{2\pi/3}$

$X_C \circ X_B = \bar{R}^{2\pi/3}$

$X_C \circ X_C = I$