1) Considerando las siguientes matrices:

$$I = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad A = \begin{bmatrix} -1/2 & \sqrt{3}/2 \\ -\sqrt{3}/2 & -1/2 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} -1/2 & -\sqrt{3}/2 \\ \sqrt{3}/2 & -1/2 \end{bmatrix}$$

$$C = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \quad D \begin{bmatrix} 1/2 & -\sqrt{3}/2 \\ -\sqrt{3}/2 & -1/2 \end{bmatrix} \quad E = \begin{bmatrix} 1/2 & \sqrt{3}/2 \\ \sqrt{3}/2 & -1/2 \end{bmatrix}$$

(i)

X	I	A	B	C	D	E
I	I	A	B	C	D	E
A	A	B	I	E	C	D
B	B	I	A	D	E	C
C	C	D	E	I	A	B
D	D	E	C	B	I	A
E	E	C	D	A	B	I

Conjunto cerrado bajo la multiplicacio como se evidencia en la tabla la multiplicacion de 2 cualesquiera matrices da como resultado una matris que pertenece al conjunto de matrices

[I, A, B, C, D, E]

- Existe un elemento neutro bajo la multiplicación.

$A \times I = A$, $E \times I = E$, $B \times I = B$, $D \times I = D$, $C \times I = C$

- Existe un elemento inverso para todo elemento del grup

$A \times B = I$, $B \times A = I$, $C \times C = I$, $D \times D = I$, $E \times E = I$

- El conjunto es asociativo bajo la multiplicación

Para el conjunto de matrices como para $G\Delta$ cada elemento tiene 3 elementos que su inverso son ellos mismos

Conjundo de matrices

$C \times C = I$
$D \times D = I$
$E \times E = I$

$G\Delta$

$X_A \circ X_A = I$
$X_B \circ X_B = I$
$X_C \circ X_C = I$

b) Conjunto cerrado bajo la operación ($\odot$)

$[I, [R_i], [\bar{R}_j], [X_k] \in G_\Delta] \ / \ k = 1,2,3$

$X_k \odot R_i = X_2 \in G_\Delta \qquad R_i \odot R_i = \bar{R}_j \in G_\Delta$

$R_i \odot X_k = X_1 \in G_\Delta \qquad X_1 \odot X_2 = R_i , \bar{R}_j \in G_\Delta$

• Existe un elemento neutro $I \in G_\Delta$

$I \odot X_k = X_k \qquad I \odot R_i = R_i \qquad I \odot \bar{R}_j = R_j$

• Existe un elemento inverso para Rotación y Reflexión

→ Rotación $R_i \odot \bar{R}_j = I$ → Reflexión $= X_k \odot X_k = I$

• Asociativa respecto con la operación

$R_1 \odot [X_k \odot X_k] = X_k \odot [R_1 \odot X_k] = R_1$

$R_1 \odot [X_1 \odot X_2] = [R_1 \odot X_2] \odot X_1 = I, \bar{R}_j$

$X_1 \odot [R_1 \odot X_2] = [X_2 \odot X_1] \odot R_1 = I, X_3$

$R_1 \odot [\bar{R}_j \odot X_k = X_k = [R_1 \odot \bar{R}_j] \odot X_k$

c) El conjunto de rotaciones $R_1, \bar{R}_j$ en sentido horario y antihorario respectivamente $[i, j = \frac{2\pi}{3}]$ forman un grupo cíclico de orden 3

$R_{\frac{2\pi}{3}} \odot I = R_{\frac{2\pi}{3}} \rightarrow R^{\frac{2\pi}{3}} \odot R^{\frac{2\pi}{3}} = \bar{R}_{\frac{2\pi}{3}} \qquad \hat{R}^{\frac{2\pi}{3}} \odot R^{\frac{2\pi}{3}} = I$

$\odot$	I	R_1	$\bar{R}_j$
I	I	R_1	$\bar{R}_j$
R_1	R_1	$\bar{R}_j$	I
$\bar{R}_j$	$\bar{R}_j$	I	R_1

Cada Reflexión con la identidad forman un subgrupo de orden 2. $[I, X_k]$

$I \odot X_k = X_k \rightarrow X_k \odot X_k = I.$

$\odot$	I	X_k
I	I	X_k
X_k	X_k	I