

# Lista de Exercícios de Análise Numérica sobre Integração

Prof.: Fabrício Murai

Informações importantes:

- Data de entrega: até 23:55 do dia 29/05/2018.
- Questões podem ser discutidas entre até três alunos. Nomes dos colegas precisam ser listados. Contudo, a escrita das soluções e submissão deve ser feita individualmente.
- Submissão deve ser feita em formato PDF através do Moodle, mesmo que tenham sido resolvidas a mão e escaneadas.
- Todas as soluções devem ser justificadas.
- Se puder, peço por favor que marque o tempo gasto para resolver a lista, para que o tamanho da lista de exercícios seja ajustado em semestres futuros.

1. Marque V ou F e justifique (respostas podem ser encontradas final do documento):

( ) Durante a integração numérica de uma função muito complicada, são escolhidos três pontos colineares. O resultado pela regra do trapézio será igual aquele pela regra 1/3 de Simpson.

( ) A regra do trapézio irá sempre superestimar o valor da integral.

( ) O número de pontos para se aplicar a regra dos 3/8 de Simpson composta deve ser par.

( ) Para um mesmo número de subintervalos, a regra de 1/3 de Simpson possui um limitante superior do erro maior que a regra dos 3/8 de Simpson.

( ) Se você pudesse optar entre:

(a) obter 3 pontos  $(x_i, y_i)$  com abcissas igualmente espaçadas e usar a regra do 1/3 de Simpson;

(b) obter 4 pontos  $(x_i, y_i)$  com abcissas igualmente espaçadas e usar a regra dos 3/8 de Simpson.

a primeira opção seria preferível.

( ) Ao se duplicar o número de intervalos na regra do trapézio, o limitante superior do erro de integração cai pela metade.

( ) Para garantir a exatidão do cálculo da integral de um polinômio  $f(x)$  de grau 8 através da Quadratura de Gauss-Legendre é necessário avaliar a função  $f(x)$  em pelo menos 5 pontos.

( ) Podemos aplicar uma versão "composta" da Quadratura de Gauss-Legendre a partir do cálculo de um ponto intermediário  $t_m = (t_1 + t_2)/2$ . A integral numérica será dada por  $I = f(t_1) + 2f(t_m) + f(t_2)$ .

( ) Na Quadratura de Gauss-Legendre, em  $I = A_1 f(t_1) + A_2 f(t_2)$ , os valores  $A_1$  e  $A_2$  são as raízes do polinômio de Legendre de grau  $n = 2$ .

2. Dada a integral

$$\int_1^7 x^2 dx$$

Resolva usando:

- (a) a regra do trapézio
- (b) a regra do 1/3 de Simpson
- (c) a regra do trapézio composta, a partir de  $m = 6$  subintervalos
- (d) a regra do 1/3 de Simpson composta, a partir de  $m = 6$  subintervalos
- (e) a regra dos 3/8 de Simpson composta, a partir de  $m = 6$  subintervalos

3. Calcule o limitante superior para o erro ao aproximar a integral abaixo a partir das regras:

$$\int_1^7 (3x^2 + 4x^3 + e^x) dx$$

- (a) a regra do trapézio composta, a partir de  $m=6$  subintervalos
- (b) a regra do 1/3 de Simpson composta, a partir de  $m=6$  subintervalos
- (c) a regra dos 3/8 de Simpson composta, a partir de  $m=6$  subintervalos

4. Seja a integral

$$\int_1^5 (e^x + x^{-1}) dx$$

- (a) Calcule o valor da integral utilizando a Quadratura de Gauss-Legendre, com  $n = 2$ .
- (b) Calcule a cota superior do erro da integral.