Quizz Teórico sobre Interpolação
Cálculo Numérico / Analise Numérica

Prof.: Fabrício Murai

Não esqueça de escrever seu nome. Esse quizz não vale nota. Considere as sentenças a seguir. Marque **V** se a sentença for verdadeira e **f** se a sentença for falsa. **Escrever uma justificativa é um bom exercício.**

`(V)` É possível obter um polinômio de grau 3 a partir da interpolação polinomial de 5 pontos.

A partir da interpolação de 5 pontos, iremos obter um polinômio de grau máximo 4. Usando o método de Newton, por exemplo, é possível que a diferença dividida de ordem 4 seja nula (i.e., $\boldsymbol{\Delta}^4 y_0 = 0$), dando origem a um polinômio de grau 3. Isso é equivalente ao caso em que a interpolação de 3 pontos dá origem a uma reta.

`(V)` Se $f(x)$ é um polinômio de grau n, as diferenças finitas $\Delta^{n+1} y_i$ são identicamente nulas quando calculadas para quaisquer (x_i, y_i) dados, onde $y_i = f(x_i)$.

O teorema visto em sala versa sobre as diferenças divididas. No entanto, vimos que a relação entre $\boldsymbol{\Delta}^n y_i$ e $\Delta^n y_i$ é dada por

$$\boldsymbol{\Delta}^n y_i = \frac{\Delta^n y_i}{n! h^n}.$$

Logo, se o polinômio é de grau n, então $\boldsymbol{\Delta}^{n+1} y_i = 0$, o que implica que $\Delta^n y_i = 0$.

`(F)` Seja $f(x)$ uma função desconhecida. São conhecidos apenas 3 pontos $(x_i, y_i), i = 1, 2, 3$, para os quais $y_i = f(x_i)$. Calculando-se as diferenças divididas, notamos que $\boldsymbol{\Delta}^2 y_0 = 0$. Conclui-se que $f(x)$ é um polinômio de grau 1 (uma reta).

Esta sentença corresponde a recíproca do teorema visto em sala, que não é verdadeira. O fato de que a interpolação deu origem a uma reta só indica que os pontos são colineares. No entanto, existem infinitas funções que passam por 3 pontos colineares.

`(F)` Os diferentes métodos de interpolação vistos em sala podem dar origem a diferentes polinômios de grau n quando interpolados sobre um mesmo conjunto de $n + 1$ pontos.

Todos os métodos dão origem ao mesmo polinômio quando interpolados a partir de um mesmo conjunto de pontos.

`(V)` O processo de Horner diminui o número de multiplicações necessárias no método de Gregory-Newton.

O processo de Horner coloca termos em evidência, reduzindo o número de multiplicações no método de Gregory-Newton (assim como no método de Newton).

(V) Considere a escolha de pontos para a interpolação polinomial na abcissa z. Dado que já foram escolhidos $x_i < z$ e $x_j > z$, se $|x_k - z| = |x_m - z|$, pode-se escolher tanto x_k quanto x_m.

O método de escolha de pontos visto em sala considera apenas a distância entre os pontos e a abcissa a ser interpolada. Logo, podem ser escolhidos x_k ou x_m.

(F) Considere a escolha de pontos para a interpolação polinomial na abcissa z. Dado que já foram escolhidos $x_i < z$ e $x_j > z$, se $|x_k - z| = |x_m - z|$, a escolha de x_k resultará no mesmo erro de truncamento que x_m.

Escolhas de pontos diferentes vão dar origens a polinômios diferentes e, portanto, a erros de interpolação diferentes. Até mesmo o limitante superior para o erro de truncamento irá depender do intervalo determinado pela escolha de pontos.

(F) Seja $f(x) = x \sin x$. O erro de truncamento de um polinômio interpolador obtido a partir dos pontos $(0, 0)$, $(\pi/6, \pi/12)$, $(\pi/4, \pi\sqrt{2}/8)$, $(\pi/3, \pi\sqrt{3}/6)$, $(\pi/2, \pi/2)$ é igual para qualquer $z \in [0, \pi/2]$.

(Cuidado: embora você possa ficar compelido a verificar se a sentença é verdade, esta questão não requer nenhuma conta.) O erro de um mesmo polinômio interpolador varia de ponto para ponto.

(V) Sempre que o método de Gregory-Newton é aplicável, a interpolação de Lagrange também é.

Dentre os métodos vistos em sala, o método de Gregory-Newton é o único que apresenta restrição em relação ao espaçamento entre as abcissas dos pontos usados na interpolação.

(F) O método de Gregory-Newton requer menos espaço na memória do que o método de Newton.

Ambos podem ser executados com o uso do vetor auxiliar *Dely* e mais algumas variáveis auxiliares para armazenar resultados parciais do somatório.