Quizz 09
Cálculo Numérico / Análise Numérica

Prof.: Fabrício Murai

1) Dado os pontos $X = \begin{bmatrix} 1.0000 \\ 1.2500 \\ 1.5000 \\ 1.7500 \\ 2.0000 \\ 4.0000 \\ 4.2500 \end{bmatrix}$ e $Y = \begin{bmatrix} 1.6487 \\ 2.7183 \\ 3.0802 \\ 3.4042 \\ 3.8574 \\ 3.9551 \\ 4.4817 \end{bmatrix}$

a) Escolha os pontos para fazer uma interpolação cúbica em $x = 2.2$.

b) Escolha os pontos para uma interpolação cúbica em $x = 1.4$. Qual método é mais adequado para interpolar esse ponto? Polinômio de Newton ou Polinômio de Gregory-Newton? Por que?

c) Use o método escolhido na questão anterior para calcular o valor de $P_3(1.4)$.

2) Considere a função $f(x) = \frac{1}{x}$ e os pontos $X = \begin{bmatrix} 1 \\ 1.5 \\ 2.5 \end{bmatrix}$ e $Y = \begin{bmatrix} 1 \\ 0.667 \\ 0.4 \end{bmatrix}$.

a) Qual a cota superior do módulo do erro de truncamento na interpolação polinomial de $x = 1.2$ usando todos os pontos?

1.a)

Utilizando um polinômio de terceiro grau é necessário a escolha de 4 pontos. Deve-se escolher 4 pontos tais que:

1. $x = 2.2$ possa ser encontrado no intervalo de pontos escolhido.
2. $x = 2.2$ esteja próximo dos pontos escolhidos.

Os dois primeiros pontos a serem escolhidos são os pontos mais próximos que formam um intervalo que contém $x = 2.2$: 2.0000 e 4.0000.

Para o terceiro ponto há duas opções (4.2500 e 1.7500), como $(4.25 - 2.2) \geq (2.2 - 1.75)$, o terceiro ponto é 1.7500.

Para o último ponto há duas opções (4.2500 e 1.5000), como $(4.25 - 2.2) \geq (2.2 - 1.5)$, o terceiro ponto é 1.5000. Pontos escolhidos: 1.5000; 1.7500; 2.0000; 4.0000.

1.b)

Seguindo o raciocínio da questão anterior. Os pontos escolhidos são:

1.0000; 1.2500; 1.5000; 1.7500. Observando que há um espaçamento constante nos valores de x (0.25) deve-se escolher o polinômio de Gregory-Newton. Uma vez que o polinômio de Gregory-Newton possui uma complexidade menor do que o polinômio de Newton, aquele executará a interpolação em um tempo menor.

1.c)

Para resolvermos precisamos fazer a tabela de diferenças dividas:

i	x_i	y_i	$\triangle\ y_i$	$\triangle^2\ y_i$	$\triangle^3\ y_i$
0	1.0000	1.6487	1.0696	-0.7077	0.6698
1	1.2500	2.7183	0.3619	-0.0379	
2	1.5000	3.0802	0.3240		
3	1.7500	3.4042			

O polinômio de Gregory-Newton é dado por:
$P_3(x) = y_0 + [\frac{(\triangle y_0 * u_x)}{1!}] + [\frac{(\triangle^2 y_0 * u_x * (u_x - 1))}{2!}] + [\frac{(\triangle^3 y_0 * u_x * (u_x - 1) * (u_x - 2))}{3!}]$
u_x é dado por:
$u_x = \frac{x - x_0}{h}$
$u_x = \frac{1.4 - 1.0}{0.25} = 1.6$
Substituindo os valores da tabela e de u_x na expressÃ£o acima, obtém-se $P_3(1.4) = 2.9775$

2.a)

A cota superior do erro de truncamento na interpolação polinomial de grau 2 é dada por:
$T_2(x) = \frac{f^{(3)}(\varepsilon)}{3!}(x - x_0)(x - x_1)(x - x_2)$.
$f^{(3)}(x) = -\frac{6}{x^4}$
ε deve ser escolhido de maneira que máximize $f^{(3)}(x)$. Escolhendo $\varepsilon = 1$ temos que: $f^{(3)}(\varepsilon) = -6$
$T_2(1.2) = \frac{-6}{6}(1.2 - 1)(1.2 - 1.5)(1.2 - 2.5) = 0.078$