Lista de Exercícios 1 de Analise Numérica

Prof.: Fabrício Murai

Informações importantes:

- Data de entrega: até 23:59 do dia 23/03/2018.
- Questões podem ser discutidas entre até três alunos. Nomes dos colegas precisam ser listados. Contudo, a escrita das soluções e submissão deve ser feita individualmente.
- Submissão deve ser feita em formato PDF através do Moodle, mesmo que tenham sido resolvidas a mão e escaneadas.
- Todas as soluções devem ser justificadas.
- Se puder, peço por favor que marque o tempo gasto para resolver a lista, para que o tamanho da lista de exercícios seja ajustado em semestres futuros.

1. Considere o seguinte computador hipotético, onde a representação de um número real qualquer, em ponto flutuante, pode ser generalizado da forma $F(2, 3, -7, 7)$.

   (a) Como será representado o número $(-11.9)_{10}$ neste computador?

   (b) O número $(1.1)_{10} \times 2^{-9}$ pode ser representado? Por que?

2. Considere o polinômio

$$p(x) = (x-2)^9 = x^9 - 18x^8 + 144x^7 - 672x^6 + 2016x^5 - 4032x^4 + 5376x^3 - 4608x^2 + 2304x - 512.$$

   a. Plote $p(x)$ para $x = 1.920, 1.921, 1.922, \ldots, 2.080$ calculando p através dos seus coeficientes $1, , -18, 144, \ldots$, isto é, usando a expansão. Dica: o método `linspace` do numpy vai ser útil para isso.

   b. Plote o mesmo gráfico novamente, agora calculando p através da expressão $(x-2)^9$.

   c. Explique a diferença.

3. Quantos números diferentes existem usando precisão-dupla (`float` de 64 bits)? Escreva sua resposta usando potências de 2.

4. Considere a matriz

$$A = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 4 \\ 3 & 5 & 19 \end{bmatrix}$$

   (a) Mostre que suas colunas são linearmente dependentes.

   (b) Qual o posto da matriz A?

5. Se $D = BC$, onde

$$B = \begin{bmatrix} 1 & 4 & 7 \\ 2 & 5 & 8 \\ 3 & 6 & 9 \end{bmatrix} \quad \text{e} \quad C = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 3 \\ -2 & 0 & 2 \\ -3 & 0 & 1 \end{bmatrix},$$

   é correto afirmar que a matriz D possui inversa? Por quê?

6. Considere a matriz

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 3 \end{bmatrix}$$

   (a) Escreva o polinômio característico desta matriz.

   (b) Encontre os autovalores de A.

7. Considere o sistema de equações lineares dado por

$$\begin{bmatrix} 4 & 0 & 0 \\ -2 & 5 & 0 \\ 1 & 7 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 12 \\ 4 \\ 20 \end{bmatrix}$$

   (a) Sem resolver o sistema, determine se este possui uma única solução.

   (b) Resolva utilizando o método das substituições sucessivas.

8. Sejam o sistema linear $Ax = b$, de ordem n, e a matriz C de ordem n e não singular. Assinale V antes da sentença se ela for verdadeira e F se for falsa e justifique:
   ( ) A matriz CA não é singular.
   ( ) Se C for uma matriz de permutação, então $\det(CA) = \det(A)$.
   ( ) O sistema $Ax = b$ não é necessariamente equivalente ao sistema $CAx = Cb$.

9. Seja $A = \begin{bmatrix} 3 & 2 & 4 \\ 1 & 1 & 2 \\ 4 & 3 & -2 \end{bmatrix}$.

   (a) Calcule a decomposição (manualmente) $PA = LU$ **Não precisa resolver $Ly = Pb$, nem $Ux = y$.**

   (b) Calcule o determinante de A a partir de P, L e U.

10. Modifique o método LU (sem pivotação) abaixo para que funcione *in-place*. Isto é, a implementação não deve alocar memória nova para L ou U, mas sim sobrescrever A.

```
def LU(A):
    U = np.copy(A)
    m, n = A.shape
    L = np.eye(n)
    for k in range(n-1):
        for j in range(k+1,n):
            L[j,k] = U[j,k]/U[k,k]
            U[j,k:n] -= L[j,k] * U[k,k:n]
    return L, U
```

11. Modifique o método LU visto em sala para incluir pivotação. Dica: o método `swap` será útil.

```
def swap(a,b):
    temp = np.copy(a)
    a[:] = b
    b[:] = temp
```