

Quiz 13

Cálculo Numérico / Análise Numérica

Prof.: Fabrício Murai

Nome:

Nº de matrícula:

1. Marque V ou F e justifique (respostas podem ser encontradas final do documento):
 - () Durante a integração numérica de uma função muito complicada, são escolhidos três pontos colineares. O resultado pela regra do trapézio será igual aquele pela regra 1/3 de Simpson.
 - () A regra do trapézio irá sempre superestimar o valor da integral.
 - () O número de pontos para se aplicar a regra dos 3/8 de Simpson composta deve ser par.

2. Dada a integral

$$\int_1^7 x^2 dx$$

Resolva usando:

- (a) a regra do trapézio

$$h = b - a = 7 - 1 = 6$$

$$I = \frac{h}{2}(y_0 + y_1)$$

$$I = 3(1 + 49) = 150$$

- (b) a regra do 1/3 de Simpson

$$h = \frac{b - a}{2} = \frac{7 - 1}{2} = 3$$

$$I = \frac{h}{3}(y_0 + 4y_1 + y_2)$$

$$I = 1(1 + 4 \times 16 + 49) = 114$$

- (c) a regra do trapézio composta, a partir de $m = 6$ subintervalos

$$h = \frac{b - a}{m} = \frac{7 - 1}{6} = 1$$

$$I = \frac{h}{2} \sum_{i=0}^m c_i y_i$$

$$I = \frac{1}{2}(1 + 49 + 2(4 + 9 + 16 + 25 + 36)) = 115$$

i	x	y	c (trapézio)	c (1/3)	c (3/8)
0	1	1	1	1	1
1	2	4	2	4	3
2	3	9	2	2	3
3	4	16	2	4	2
4	5	25	2	2	3
5	6	36	2	4	3
6	7	49	1	1	1

(d) a regra do 1/3 de Simpson composta, a partir de $m = 6$ subintervalos

$$h = \frac{b-a}{m} = \frac{7-1}{6} = 1$$

$$I = \frac{h}{3} \sum_{i=0}^m c_i y_i$$

$$I = \frac{1}{3}(1 + 49 + 2(9 + 25) + 4(4 + 16 + 36)) = 114$$

(e) a regra dos 3/8 de Simpson composta, a partir de $m = 6$ subintervalos

$$h = \frac{b-a}{m} = \frac{7-1}{6} = 1$$

$$I = \frac{3h}{8} \sum_{i=0}^m c_i y_i$$

$$I = \frac{3}{8}(1 + 49 + 2 \times 16 + 3(4 + 9 + 25 + 36)) = 114$$

(Respostas da Questão 1) Marque V ou F e justifique:

(V) Durante a integração numérica de uma função muito complicada, são escolhidos três pontos colineares. O resultado pela regra do trapézio será igual aquele pela regra 1/3 de Simpson.

Ao se interpolar 3 pontos colineares através de um polinômio do tipo $y = ax^2 + bx + c$, tem-se que $a = 0$. Isto é, a regra 1/3 de Simpson irá calcular a área do trapézio delimitado por (x_0, y_0) e (x_2, y_2) .

(F) A regra do trapézio irá sempre superestimar o valor da integral.

Não necessariamente. Se o trecho da função a ser integrada apresenta concavidade para cima, a regra do trapézio superestimar o valor da integral. Caso a concavidade seja para baixo, a regra do trapézio subestimar o valor da integral

(F) O número de pontos para se aplicar a regra dos 3/8 de Simpson composta deve ser par.

A regra dos 3/8 de Simpson deve ser aplicada em 4 pontos (uma vez que esta é baseada em um polinômio interpolador de grau 3). Caso o intervalo de integração seja subdividido em "m" subintervalos, a única restrição é que "m" seja múltiplo de 3 (não necessariamente par)