Quiz 14 (Gabarito)
Cálculo Numérico / Análise Numérica

Prof.: Fabrício Murai

Nome:
Nº de matricula:

1. Marque V ou F e justifique:
   (   ) Para um mesmo número de subintervalos, a regra de 1/3 de Simpson possui um limitante superior do erro maior que a regra dos 3/8 de Simpson.

   (   ) Se você pudesse optar entre:

   (a) obter 3 pontos (x_i, y_i) com abcissas igualmente espaçadas e usar a regra do 1/3 de Simpson;
   (b) obter 4 pontos (x_i, y_i) com abcissas igualmente espaçadas e usar a regra dos 3/8 de Simpson.

   a primeira opção seria preferível.

   (   ) Ao se duplicar o número de intervalos na regra do trapézio, o limitante superior do erro de integração cai pela metade.

2. Calcule o limitante superior para o erro ao aproximar a integral abaixo a partir das regras:

$$\int_1^7 (3x^2 + 4x^3 + e^x)dx$$

   (a) a regra do trapézio composta, a partir de m = 6 subintervalos

$$E_1 = -\frac{(b-a)^3}{12m^2} f^2(\theta), \quad a < \theta < b$$
$$f(x) = 3x^2 + 4x^3 + e^x$$
$$f^2(x) = 6 + 24x + e^x$$

   θ é tal que $f^2(\theta)$ apresenta maior valor em módulo no intervalo trabalhado, logo

$$f^2(7) = 1270.63$$

$$E_1 = -\frac{(7-1)^3}{12 \times (6^2)} 1270.63 = -635.32$$

(b) a regra do 1/3 de Simpson composta, a partir de m = 6 subintervalos

$$E_2 = -\frac{(b-a)^5}{180m^4} f^4(\theta), \quad a < \theta < b$$
$$f(x) = 3x^2 + 4x^3 + e^x$$
$$f^4(x) = e^x$$

θ é tal que $f^4(\theta)$ apresenta maior valor em módulo no intervalo trabalhado, logo

$$f^4(7) = 1096.63$$

$$E_2 = -\frac{(7-1)^5}{180 \times (6^4)} 1096.63 = -36.55$$

(c) a regra dos 3/8 de Simpson composta, a partir de m = 6 subintervalos

$$E_3 = -\frac{(b-a)^5}{80m^4} f^4(\theta), \quad a < \theta < b$$
$$f(x) = 3x^2 + 4x^3$$
$$f^4(x) = e^x$$

θ é tal que $f^4(\theta)$ apresenta maior valor em módulo no intervalo trabalhado, logo

$$f^4(7) = 1096.63$$

$$E_3 = -\frac{(7-1)^5}{80 \times (6^4)} 1096.63 = -82.25$$

(Respostas da Questão 1) Marque V ou F e justifique:

(F) Para um mesmo número de subintervalos, a regra de 1/3 de Simpson possui um limitante superior do erro maior que a regra dos 3/8 de Simpson.

Vemos que a fórmula para os erros das regras 1/3 e 3/8 de Simpson diferem-se apenas no denominador, sendo que o denominador da 1/3 de Simpson é maior, ou seja, resultará em um quociente menor. Logo, o erro produzido pela regra 1/3 de Simpson é menor que o erro produzido pela 3/8.

(F) Se você pudesse optar entre:

1. obter 3 pontos (x_i, y_i) com abcissas igualmente espaçadas e usar a regra do 1/3 de Simpson;
2. obter 4 pontos (x_i, y_i) com abcissas igualmente espaçadas e usar a regra dos 3/8 de Simpson.

a primeira opção seria preferível.

O erro dado pela integração usando a regra 1/3 de Simpson é dado por:

$$E_2 = -\frac{(b-a)^5}{180m^4} f^4(\theta), \quad a < \theta < b$$

O erro dado pela integração usando a regra 3/8 de Simpson é dado por:

$$E_3 = -\frac{(b-a)^5}{80m^4} f^4(\theta), \quad a < \theta < b$$

Substituindo-se m = 2 e m = 3 em suas respectivas fórmulas, verifica-se que a segunda opção produziria um erro menor, logo esta seria preferível.

`(F)` Ao se duplicar o número de intervalos na regra do trapézio, o limitante superior do erro de integração cai pela metade.

De acordo com a fórmula do erro da regra do trapézio, ao se duplicar o número de intervalos, o erro diminui quatro vezes