

Quiz 14 (Gabarito)

Cálculo Numérico / Análise Numérica

Prof.: Fabrício Murai

Nome:

Nº de matrícula:

1. Marque V ou F e justifique:

() Para um mesmo número de subintervalos, a regra de 1/3 de Simpson possui um limitante superior do erro maior que a regra dos 3/8 de Simpson.

() Se você pudesse optar entre:

(a) obter 3 pontos (x_i, y_i) com abcissas igualmente espaçadas e usar a regra do 1/3 de Simpson;

(b) obter 4 pontos (x_i, y_i) com abcissas igualmente espaçadas e usar a regra dos 3/8 de Simpson.

a primeira opção seria preferível.

() Ao se duplicar o número de intervalos na regra do trapézio, o limitante superior do erro de integração cai pela metade.

2. Calcule o limitante superior para o erro ao aproximar a integral abaixo a partir das regras:

$$\int_1^7 (3x^2 + 4x^3) dx$$

(a) a regra do trapézio composta, a partir de $m = 6$ subintervalos

$$E_1 = -\frac{(b-a)^3}{12m^2} f''(\theta), \quad a < \theta < b$$

$$f(x) = 3x^2 + 4x^3$$

$$f''(x) = 6 + 24x$$

θ é tal que $f''(\theta)$ apresenta maior valor em módulo no intervalo trabalhado, logo

$$f''(7) = 174$$

$$E_1 = -\frac{(7-1)^3}{12 \times (6^2)} 174 = -87$$

(b) a regra do 1/3 de Simpson composta, a partir de $m = 6$ subintervalos

$$E_2 = -\frac{(b-a)^5}{180m^4} f^4(\theta), \quad a < \theta < b$$
$$f(x) = 3x^2 + 4x^3$$
$$f^4(x) = 0$$

logo

$$E_2 = 0$$

(c) a regra dos 3/8 de Simpson composta, a partir de $m = 6$ subintervalos

$$E_3 = -\frac{(b-a)^5}{80m^4} f^4(\theta), \quad a < \theta < b$$
$$f(x) = 3x^2 + 4x^3$$
$$f^4(x) = 0$$

logo

$$E_3 = 0$$

(Respostas da Questão 1) Marque V ou F e justifique:

(F) Para um mesmo número de subintervalos, a regra de 1/3 de Simpson possui um limitante superior do erro maior que a regra dos 3/8 de Simpson.

Vemos que a fórmula para os erros das regras 1/3 e 3/8 de Simpson diferem-se apenas no denominador, sendo que o denominador da 1/3 de Simpson é maior, ou seja, resultará em um quociente menor. Logo, o erro produzido pela regra 1/3 de Simpson é menor que o erro produzido pela 3/8.

(F) Se você pudesse optar entre:

1. obter 3 pontos (x_i, y_i) com abcissas igualmente espaçadas e usar a regra do 1/3 de Simpson;
 2. obter 4 pontos (x_i, y_i) com abcissas igualmente espaçadas e usar a regra dos 3/8 de Simpson.
- a primeira opção seria preferível.

O erro dado pela integração usando a regra 1/3 de Simpson é dado por:

$$E_2 = -\frac{(b-a)^5}{180m^4} f^4(\theta), \quad a < \theta < b$$

O erro dado pela integração usando a regra 3/8 de Simpson é dado por:

$$E_3 = -\frac{(b-a)^5}{80m^4} f^4(\theta), \quad a < \theta < b$$

Substituindo-se $m = 2$ e $m = 3$ em suas respectivas fórmulas, verifica-se que a segunda opção produziria um erro menor, logo esta seria preferível.

(F) Ao se duplicar o número de intervalos na regra do trapézio, o limitante superior do erro de integração cai pela metade.

De acordo com a fórmula do erro da regra do trapézio, ao se duplicar o número de intervalos, o erro diminui quatro vezes