

# Lista de Exercícios de Análise Numérica (Raízes de Equações)

Prof.: Fabrício Murai

## Informações importantes:

- Data de entrega: até meio-dia do dia 20/06/2018.
- Questões podem ser discutidas entre até três alunos. Nomes dos colegas precisam ser listados. Contudo, a escrita das soluções e submissão deve ser feita individualmente.
- Submissão deve ser feita em formato PDF através do Moodle, mesmo que tenham sido resolvidas a mão e escaneadas.
- Todas as soluções devem ser justificadas.
- Se puder, peço por favor que marque o tempo gasto para resolver a lista, para que o tamanho da lista de exercícios seja ajustado em semestres futuros.

1. Dado o polinômio  $P(x) = x^4 - 7x^3 - 4x^2 + 45x + 40 = 0$  e que uma das raízes encontra-se no intervalo  $[3;4]$ , encontre uma aproximação para essa raiz a partir de 2 (duas) iterações do método da bisseção. **Nota:** o cálculo de  $x_0$  não conta como uma iteração.
2. Sem executar mais iterações, responda qual o número de iterações necessárias para que no problema anterior  $|x_k - x_{k-1}| \leq 0,0625$ ?
3. Utilizando o método de Newton, encontre o valor aproximado de  $\sqrt{50}$  (faça apenas 3 iterações e dê a resposta com 6 casas decimais). **Dica:** comece o raciocínio com  $\sqrt{50} = x$ .
4. Começando a iteração por um valor  $x$  próximo ao valor real da raiz, qual método é mais aconselhado para se obter esse valor, o de Newton ou o da bisseção? Por quê?
5. Dado o polinômio  $P(x) = x^4 - 6x^3 - 5x^2 + 42x + 20 = 0$  e que uma das raízes encontra-se no intervalo  $[5;6]$ , encontre uma aproximação para essa raiz com um erro  $|x_{k+1} - x_k| < \epsilon = 10^{-4}$ , utilizando:
  - (a) O método das secantes.
  - (b) O método da *regula falsi*.
  - (c) Qual método executou menos iterações? Por que isto era de se esperar?
6. Dada a função  $f(x) = x^3 - e^x - \ln x$ , encontre a equação de iteração do método de Newton que minimiza essa função.

---

## Questões exclusivas para TN1 e TN2

7. Sobre o polinômio  $P(x) = x^4 - 7x^3 - 4x^2 + 45x + 40 = 0$ , responda:
  - (a) O que podemos dizer sobre o número de raízes reais positivas de  $P(x)$ ?
  - (b) O que podemos dizer sobre o número de raízes reais negativas de  $P(x)$ ?
  - (c) Aplicando o método de Isolamento de raízes visto em sala, concluímos que  $[0.705, 8]$  é o intervalo onde se encontram as raízes reais positivas (caso haja alguma). Podemos usar essa informação para aplicar o método da bisseção, fazendo  $a=0.705$  e  $b=8$ ?

---

**Questões exclusivas para TB1**

7. Encontre o par  $(x, y)$  que minimiza  $f(x, y) = -x^2 - y^2$ , usando o método de Newton para duas dimensões, começando a partir do ponto  $(1, 1)$ .
8. Marque V para verdadeiro e F para falso. Justifique sua resposta.
- ( ) Seja uma função  $g : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ . Se  $x^*$  é o único ponto em que o gradiente  $\nabla g$  é nulo, então  $g(x^*)$  é necessariamente o mínimo ou máximo de  $g$ .
  - ( ) Encontrar os pontos críticos de  $g : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$  equivale a resolver um sistema de equações (lineares ou não-lineares).
  - ( ) Seja um polinômio  $h(x, y, z)$  de grau 1. Pode-se aplicar o método de Newton para encontrar os pontos críticos de  $h(x, y, z)$ .
-