

Quiz 17

Cálculo Numérico / Análise Numérica

Prof.: Fabrício Murai

Nome:

Nº de matrícula:

1. Dado o polinômio $P(x) = x^4 - 7x^3 - 4x^2 + 45x + 40 = 0$ e que uma das raízes encontra-se no intervalo $[3;4]$, encontre uma aproximação para essa raiz a partir de 3 iterações do método da bisseção.

i	a	Fa	b	Fb	x	Fx
0	3	31,0	4	-36,0	3,5	-1,6
1	3	31,0	3,5	-1,6	3,25	15,3
2	3,25	15,3	3,5	-1,6	3,38	7,0

$$x = 3,38$$

2. Qual o número de iterações necessárias para que $|x_k - x_{k+1}| \leq 0,0625$?
3. O que podemos dizer sobre o número de raízes reais positivas desse polinômio?
4. O que podemos dizer sobre o número de raízes reais negativas desse polinômio?
5. Aplicando o método de Isolamento de raízes visto em sala, concluímos que $[0.705,8]$ é o intervalo onde se encontram as raízes reais positivas (caso haja alguma). Podemos usar essa informação para aplicar o método da bisseção, fazendo $a=0.705$ e $b=8$?

2. Qual o número de iterações necessárias para que $|x_k - x_{k+1}| \leq 0,0625$?

$$|x_k - x_{k+1}| = \frac{b-a}{2^{k+1}}$$

$$\frac{b-a}{2^{k+1}} \leq 0,0625$$

$$\frac{4-3}{2^{k+1}} \leq 0,0625$$

$$k \geq 3$$

3. O que podemos dizer sobre o número de raízes reais positivas desse polinômio?

De acordo com a regra de sinais de Descartes, o número de raízes reais positivas de $P(x) = 0$ é igual ao número de variações de sinais na sequência dos coeficientes ou é menor que este número por um inteiro par, sendo as raízes contadas de acordo com a sua multiplicidade e não sendo considerados os coeficientes nulos.

Dessa forma, temos os seguintes coeficientes: $c_4 = 1$; $c_3 = -7$; $c_2 = -4$; $c_1 = 45$; $c_0 = 40$. O número de variações de sinais na sequência dos coeficientes é igual a 2, logo, o número de raízes reais positivas é igual a 2 ou zero.

4. O que podemos dizer sobre o número de raízes reais negativas desse polinômio?

Se $P(x) = 0$ não possuir coeficientes nulos, então o número de raízes reais negativas (contando multiplicidades) é igual ao número de permanências de sinais na sequência dos coeficientes ou é menor que este número por um inteiro par.

Dados os coeficientes mostrados no item anterior, podemos ver 2 permanências de sinais na sequência, logo, o número de raízes reais negativas é igual a 2 ou zero.

5. Aplicando o método de Isolamento de raízes visto em sala, concluímos que $[0.705, 8]$ é o intervalo onde se encontram as raízes reais positivas (caso haja alguma). Podemos usar essa informação para aplicar o método da bisseção, fazendo $a=0.705$ e $b=8$?

Não, pois $P(a) = 67,5$ e $P(b) = 656,0$. Como $P(a)$ e $P(b)$ possuem o mesmo sinal, o método da bisseção não pode ser utilizado.