

Gabarito do Quizz 01

Cálculo Numérico / Análise Numérica

Prof.: Fabrício Murai

1. Matrícula e nome do aluno:
2. Escreva o polinômio característico da matriz

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 1 & 3 \end{bmatrix}$$

O polinômio característico é dado por $\det(A - \lambda I)$. Logo,

$$\det(A - \lambda I) = \det \left(\begin{bmatrix} 1 - \lambda & -2 \\ 1 & 3 - \lambda \end{bmatrix} \right) = \lambda^2 - 4\lambda + 5.$$

3. Encontre os autovalores de A .

Os autovalores são as raízes do polinômio característico (embora nesse caso possam ser obtidos diretamente a partir das relações de Girard).

$$\begin{aligned} \lambda^2 - 4\lambda + 5 &= 0 \\ \lambda &= 4 \pm \sqrt{4^2 - 4 \times 5} \\ \lambda &= 4 \pm i \end{aligned}$$

4. Calcule a norma-1 de A .

A norma-1 **de uma matriz** é a maior entre as somas dos elementos de uma mesma coluna em módulo

$$\|A\|_1 = \max_j \sum_i |A_{ij}| = 5.$$

5. Calcule a norma-2 (i.e., norma espectral) de A .

A norma-2 **de uma matriz não-simétrica** é o maior valor singular de A , dado por $\sigma_{\max} = \sqrt{\lambda_{\max}(A^T A)}$. Tem-se que

$$A^T A = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 16 \end{bmatrix},$$

cujos autovalores são dados por $\lambda = 18 \pm \sqrt{18^2 - 120}$. Logo,

$$\sigma_{\max} = \sqrt{\lambda} = 18 + \sqrt{18^2 - 120}.$$