MAC0122 - Relatório EP1

Felipe Fernandes de Lima, Nº: 9345321

• CONCEITOS MATEMÁTICOS

Para a elaboração deste EP, utilizei para o problema apresentado uma formulação matemática que encontrei por meio de pesquisa.

A ideia seria encontrar k inteiro tal que:

$$2^k = n * 10^z + A, \text{ com } \ 0 \leq A \leq 10^k - 1$$

Onde n é o número de entrada, *z* é um expoente que representa o tamanho estimado para o resultado e *A* é um inteiro cujos algarismos completariam a potência de dois.

Remodelando esta ideia, pode-se concluir que:

$$n \,.\, 10^z < 2^k < (n+1) \,.\, 10^z$$

Daí, ao aplicar-se a função logarítmica à desigualdade, foi possível encontrar uma resposta:

$$\log(n \,.\, 10^z) < \log\left(2^k\right) < \log[(n+1) \,.\, 10^z]$$

$$\log n + \log 10^z < \log 2^k < \log(n+1) + \log 10^z$$

$$\log n + z < \mathrm{k} \,.\, \log 2 < \log(n+1) + z$$

$$\frac{\log\ n + z}{\log 2} < k < \frac{\log(n+1) +\ z}{\log 2}$$

Portanto k será um número pertencente ao intervalo $\left]\frac{\log\ n+z}{\log 2}; \frac{\log\ (n+1)+z}{\log 2}\right[$

O algoritmo utilizado no EP procura, para diversos valores de z, os limites inferior e superior para k, conforme o intervalo obtido acima. A operação termina quando entre esses números existe um inteiro, pois as potencias consideradas são somente a de 2 elevado a um expoente natural (portanto inteiro). Então k recebe o valor desse inteiro.

O significado prático da variável z* é o número de casas decimais que serão acrescentados à direita de n. Como o enunciado informava que "mais da metade dos dígitos foram apagados", então o algoritmo já inicia com z valendo o número de algarismos de n acrescido de 1. Assim, se a entrada for, por exemplo, 42, o programa começará a procurar com z = 3, de forma que 2^kestará entre 42000 e 43000. Não encontrando k inteiro entre os limites, z aumentará e, para novas tentativas, 2^kestará entre 420000 e 430000, 4200000 e 4300000, 42000000 e 43000000, e assim sucessivamente.

*No programa, z recebeu o nome de *digitos_extra*.

A ideia para descobrir se há um inteiro entre os limites superior e inferior de k foi baseada na P2 de MAC2166 deste ano, que dizia:

"Para um número real x ≥ 0, denotamos por $\lfloor x \rfloor$ seu chão, que é o maior inteiro menor ou igual a x." (Questão 2, P2 (GA Elétrica) de 19/5/2015)

Se o chão de cada um dos limites de k for diferente, então há um inteiro entre eles, sendo este o chão do limite superior. Por exemplo, se 54,99885 > k > 55,03838, então o único valor inteiro que k poderia assumir seria k = $\lfloor 55{,}03838 \rfloor$ = 55.

• MAIOR VERIFICAÇÃO CORRETA

Até o último teste feito 520.369.874 foi o maior número testado com resposta correta, resultando em 23.933.903.

De fato:

$$2^{23933903} = 5{,}20369874841 \ldots \ .10^{7204822}$$

O teste que produziu o maior número foi 64.120.321, cujo resultado foi 90.923.108.

Também:

$$2^{90923108} = 6.4120321895311 \ldots .10^{27370582}$$

• FONTES:

- http://mathforum.org/library/drmath/view/61545.html