1. Calcule $\oint_\gamma (2xy - x^2)\, dx + (x + y^2)\, dy$ sendo γ a curva fechada do domínio limitado entre $y = x^2$ e $y^2 = x$, percorrida no sentido anti-horário.

2. Calcule $\oint_\gamma \vec{F} \cdot d\vec{r}$ onde γ é a curva cujo traço é a fronteira de D.

    1. $\vec{F}(x, y) = xy\vec{i} - 2xy\vec{j}$, D é o retângulo $1 \le x \le 2$, $0 \le y \le 3$
    2. $\vec{F}(x, y) = e^x \text{ sen } y\vec{i} + e^x \cos y\vec{j}$, D é $0 \le x \le 1$, $0 \le y \le \pi/2$
    3. $\vec{F}(x, y) = (\frac{2}{3}xy^3 - x^2y)\vec{i} + x^2y^2\vec{j}$, D é o triângulo de vértices $(0, 0)$, $(1, 0)$, $(1, 1)$.

3. Usando o Teorema de Green, calcule $\oint_\gamma 2x^2y^3\, dx + 3xy\, dy$ onde γ é o círculo $x^2 + y^2 = 1$.

4. Usando integral de linha, calcule a área da região delimitada pelas curvas $y = x + 2$ e $y = x^2$.

5. Usando integral de linha, calcule a área da região no primeiro quadrante delimitada pelas curvas $4y = x$, $y = 4x$ e $xy = 4$.

6. Calcule $\int_\gamma \frac{x\, dx + y\, dy}{x^2 + y^2}$, onde γ é o arco de parábola $y = x^2 - 1$, $-1 \le x \le 2$, seguido pelo segmento de $(2, 3)$ a $(-1, 0)$.

7. Calcule o fluxo de $\vec{F}$ através de γ na direção de $\vec{n}$.
    (a) $\vec{F}(x, y) = x\vec{i} + y\vec{j}$, γ é a circunferência centrada na origem de raio 1, $\vec{n}$ e a normal unitário exterior.
    (b) $\vec{F}(x, y) = y\vec{j}$, γ é a lateral do quadrado de vértices $(0, 0)$, $(1, 0)$, $(1, 1)$ e $(0, 1$, $\vec{n}$ é normal unitário exterior.
    (c) $\vec{F}(x, y) = x^2\vec{i}$, γ é a elipse $x^2/4 + y^2 = 1$, $\vec{n}$ é normal unitário exterior.
    (d) $\vec{F}(x, y) = x\vec{i} + y\vec{j}$, $\gamma(t) = (t, t^2)$, $0 \le t \le 1$, $\vec{n}$ é normal unitário apontando para baixo.

8. Sejam $f : \Omega \subset \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ uma função suave tal que $\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial y^2} = 0$ em Ω, um aberto simplesmente conexo. Mostre que o fluxo do campo gradiente de f através de uma curva fechada simples contida em Ω, na direção de sua normal exterior, é zero.

Respostas

1. $\frac{1}{30}$
2. 1) $-\frac{27}{2}$ 2) 0 3) $\frac{1}{4}$
3. $-\frac{\pi}{4}$
4. $\frac{9}{2}$
5. $8 \ln 2$
6. 0, mas não é pelo Teorema de Green. Na verdade, é possível usar o Teorema de Green para resolver este exercício, mas é preciso usar uma região apropriada que não contenha a origem.
7. (a) 2π
    (b) 1
    (c) 0
    (d) $\frac{1}{3}$
8. Utilize o teorema da divergência no plano.