1.
   1. Demonstrar que $\int_{(1,2)}^{(3,4)} (6xy^2 - y^3)\,dx + (6x^2y - 3xy^2)\,dy$ é independente do caminho que liga $(1,2)$ a $(3,4)$.
   2. Calcule a integral do item anterior.

2. Provar que $\vec{F} = (2xz^3 + 6y)\vec{i} + (6x - 2yz)\vec{j} + (3x^2z^2 - y^2)\vec{k}$ é um campo conservativo, isto é, $\vec{F}$ provém de um potencial. Calcule $\int_\gamma \vec{F}\cdot d\vec{r}$ onde γ é um caminho entre $(1,-1,1)$ e $(2,1,-1)$.

3. Encontre, caso exista, um potencial para cada campo vetorial abaixo.
   1. $\vec{F}(x,y) = (3x^2y + 2)\vec{i} + (x^3 + 4y^3)\vec{j}$
   2. $\vec{F}(x,y) = (2x \operatorname{sen} y + 4e^x)\vec{i} + (x^2 \cos y + 2)\vec{j}$
   3. $\vec{F}(x,y) = -2y^3 \operatorname{sen} x\vec{i} + (6y^2 \cos x + 5)\vec{j}$
   4. $\vec{F}(x,y) = (3y + e^{x^2})\vec{i} + (2x - \frac{1}{y^2+1})\vec{j}$
   5. $\vec{F}(x,y,z) = yze^{xyz}\vec{i} + (xze^{xyz} + z)\vec{j} + (xye^{xyz} + y + 2z)\vec{k}$
   6. $\vec{F}(x,y,z) = y\vec{i} + z\vec{j} + y\vec{k}$
   7. $\vec{F}(x,y,z) = a(x)\vec{i} + b(y)\vec{j} + c(z)\vec{k}$ onde a, b e c são funções contínuas.

4. Seja $\vec{F} = P\vec{i} + Q\vec{j} + R\vec{k}$ um campo de classe C^1 definido no paralelepípedo $K = [0,a] \times [0,b] \times [0,c]$. Suponha que $\operatorname{rot}\vec{F} = \vec{0}$. Mostre que a função definida em K

$$f(x,y,z) = \int_0^x P(t,0,0)dt + \int_0^y Q(x,t,0)dt + \int_0^z R(x,y,t)dt$$

   é um potencial de $\vec{F}$.

Respostas

1.
   1. Verifique que em $\mathbb{R}^2$, que é simplesmente conexo, vale $\dfrac{\partial}{\partial y}(6xy^2 - y^3) = \dfrac{\partial}{\partial x}(6x^2y - 3xy^2)$.
   2. 236

2. Um potencial é $f(x,y,z) = x^2z^3 + 6xy - y^2z$. $\int_\gamma \vec{F}\cdot d\vec{r} = f(2,1,-1) - f(1,-1,1)$.

3.
   1. $f(x,y) = x^3y + 2x + y^4 + C$
   2. $f(x,y) = x^2 \operatorname{sen} y + 4e^x + 2y + C$
   3. $f(x,y) = 2y^3 \cos x + 5y + C$
   4. Não é conservativo

5. $f(x, y, z) = e^{xyz} + yz + z^2 + C$
6. Não é conservativo
7. $f(x, y, z) = A(x) + B(y) + C(z)$, onde A, B e C são primitivas de a, b e c, respectivamente.

4. Calcule o gradiente de f. Você vai precisar derivar sob o sinal de integração.