SMA0355 – Cálculo III **Segunda Lista**

1. Ache a área do círculo $r = \operatorname{sen}\theta$, dada em coordenadas polares. Faça o mesmo para a região delimitada pela cardioide $r = 1 - \operatorname{sen}\theta$.

2. Determinar a área no quarto quadrante, limitada pela parábola $x - y = (x+y)^2 + 1$ e pela reta $x - y = 4$. Sugestão: Faça $u = x - y$ e $v = x + y$.

3. Calcular $\iint_B (x-y)^2 \operatorname{sen}^2(x+y)\, dx\, dy$, onde B é o paralelogramo de vértices: $(\pi, 0)$, $(2\pi, \pi)$, $(\pi, 2\pi)$ e $(0, \pi)$. Sugestão: Usar a transformação: $u = x - y$ e $v = x + y$.

4. Achar o volume do sólido S limitado pelo paraboloide $x^2 + y^2 = 4z$ e pelo cilindro $x^2 + y^2 = 8y$ e pelo plano $z = 0$.

5. Determinar o volume V do sólido constituído pelo cone $(z-3)^2 \geq x^2 + y^2$, $0 \leq z \leq 2$ e pelo cilindro $x^2 + y^2 \leq 1$, $2 \leq z \leq 5$.

6. Considere a transformação $T(u,v) = (x(u,v), y(u,v)) = (u^2 - v^2, 2uv)$. Sejam $B_{uv} = \{(u,v); 1 \leq u \leq 2, -1 \leq v \leq 1\}$ e $B = T(B_{uv})$ a imagem de B_{uv} pela transformação T. Faça um esboço de B_{uv} e de B. Use o teorema de mudança de variáveis para calcular $\iint_B x dx dy$.

7. Considere a transformação $T(u,v) = (x(u,v), y(u,v)) = (e^u \cos v, e^u \operatorname{sen} v)$. Sejam $B_{uv} = \{(u,v); 0 \leq u \leq 1, 0 \leq v \leq \pi/2\}$ e $B = T(B_{uv})$ a imagem de B_{uv} pela transformação T. Faça um esboço de B_{uv} e de B. Use o teorema de mudança de variáveis para calcular a área de B.

8. Encontre a integral dupla $\iint_B e^{-x^2-y^2}\, dx dy$, onde B é a região que está no primeiro quadrante e é limitada pela circunferência $x^2 + y^2 = a^2$ e pelos eixos coordenados

Respostas

1. Área do círculo é $\pi/4$ e a da cardioide $3\pi/2$.
2. $2\sqrt{3}$
3. $\pi^4/3$
4. 96π
5. $35\pi/3$
6. 48
7. $\pi(e^2 - 1)/4$
8. $\pi(1 - e^{-a^2})/4$