

1. Calcule

1. $\int_{\gamma} (x^2 + y^2) \, ds$, onde $\gamma(t) = (t, t), -1 \leq t \leq 1$.
2. $\int_{\gamma} (2xy + y^2) \, ds$, onde $\gamma(t) = (t + 1, t - 1), 0 \leq t \leq 1$.
3. $\int_{\gamma} xyz \, ds$, onde $\gamma(t) = (\cos t, \sin t, t), 0 \leq t \leq 2\pi$.
4. $\int_{\gamma} (x + y + z) \, ds$, onde $\gamma(t) = (t, 2t, 3t), 0 \leq t \leq 1$.
2. Calcule a área da superfície vertical que é delimitada inferiormente pelo segmento dado por $\Gamma_1(t) = (t, 2 - t, 0), 0 \leq t \leq 1$, e superiormente pelo arco dado por $\Gamma_2(t) = (t, 2 - t, t^2), 0 \leq t \leq 1$.
3. Calcule o comprimento da cicloide $\gamma(t) = (a(t - \sin t), a(1 - \cos t)), 0 \leq t \leq 2\pi, a > 0$.
4. Se uma curva γ é dada em coordenadas polares pela equação $r = f(\theta), \alpha \leq \theta \leq \beta, f$ de classe C^1 , mostre que seu comprimento é $\int_{\gamma} ds = \int_{\alpha}^{\beta} \sqrt{f'(\theta)^2 + f(\theta)^2} d\theta$.
5. Calcule o comprimento da cardioide $r = a(1 - \cos \theta), a > 0$.
6. Calcule $\int_{\gamma} \frac{1}{x+y+1} \, ds$ em que γ é o quadrado de vértices $(0, 0), (1, 0), (1, 1)$ e $(0, 1)$.

Respostas

1. 1) $\frac{4\sqrt{2}}{3}$ 2) $-\sqrt{2}$ 3) $-\frac{\sqrt{2}\pi}{2}$ 4) $3\sqrt{14}$
2. $\sqrt{2}/3$
3. $8a$
4. Use a parametrização $\gamma(\theta) = (f(\theta) \cos \theta, f(\theta) \sin \theta)$.
5. $8a$
6. $2 \ln 3$