Análisis numérico para la Ingenieria - (CE-1111)

Tarea 1 - Ejercicio 3

Profesor:

Juan Pablo Soto Quirós

Estudiante:

Roy Chavarría Esquivel - 2017106387

Luis Felipe Jiménez Ulate - 2022211166

Carlos Eduardo Rodríguez Segura - 2022437835

25 / 08 / 2024

II Semestre

En el siguiente documento, viene explicada la solución final del ejercicio 3 de la tarea 1. Ejercicio el cual tiene el siguiente enunciado:

1. **[Valor 25 puntos]**: En un script con el nombre **pregunta3.m**, y utilizando el paquete *symbolic* de GNU Octave, calcule la siguiente información de la función $f(x) = \dfrac{x^2}{\sqrt{x^2-4}}$:
   (a) Dominio de la función.
   (b) Intersecciones en el eje x.
   (c) Asíntotas verticales, horizontales y oblicuas.
   (d) Primera y segunda derivada.
   (e) Gráfica de las funciones f, f' y f''.
   (f) Intervalos donde la función es creciente y decreciente.
   (g) Intervalos donde la función es concava hacia abajo y concava hacia arriba.

Inicialmente hay que hacer un pkg load, para poder instalar y cargar el paquete symbolic. Una vez realizado esto, hay que definir cuál va a ser nuestra variable derivable, y definir nuestra función. Esto está realizado en el siguiente captura de pantalla:

```
pkg load symbolic;  % Cargar el paquete simbólico

% Definir la variable simbólica y la función
syms x;
f = x^2 / sqrt(x^2 - 4);
```

a) Para calcular el dominio de la función, se utiliza el comando solve, y resolver la ecuación de la raíz, para ver en los lugares que se indefine. El resultado que da symbolic es el siguiente:

```
Dominio de la función:
El dominio de la función es:
  Or(And(x > 2, x < oo), x < -2)
```

Donde se puede ver claramente, donde nos dice que el dominio es a todas las x que son mayores que 2, y menores a -2. Esto se puede apreciar mejor en la sección en, donde está la gráfica de la función.

b) Las intersecciones con el eje x, se necesita ver nuevamente la respuesta e), para apreciar que symbolic graficó todos los lugares donde se indefine, como 0. Por lo tanto, la intersección con el eje x que da symbolic es:

```
Intersección con el eje x:
Las intersecciones con el eje x son:
  0
```

Aunque el resultado debería de ser, “no hay”

c) Las asíntotas verticales se tiene que son:

```
Asintotas verticales:
Las asintotas verticales son:
  [-2]
  [  ]
  [2 ]
```

Las asíntotas horizontales son:

```
La asintota horizontal cuando x tiende a +∞ es:
  oo
La asintota horizontal cuando x tiende a -∞ es:
  oo
```

Y con las asíntotas oblicuas o inclinadas, primero se hace un if, para observar si sus asíntotas horizontales son 0, significa que tiene asíntotas oblicuas, donde se calcula la pendiente de la asíntota oblicua, y se calcula la intersección con el eje y, con esto tendríamos ela ecuación de la recta, a la cual se hace asintótica la función.

.

```
Asintotas inclinadas:
No hay asintotas inclinadas debido a la existencia de asintotas horizontales.
```

```
if horizontal_asymptote_pos_inf == 0 && horizontal_asymptote_neg_inf == 0
    m = limit(f/x, x, inf);  % Pendiente de la asintota oblicua
    b = limit(f - m*x, x, inf);  % Intersección con el eje y
    oblique_asymptote = m*x + b;
    disp('La asintota oblicua es:');
    disp(oblique_asymptote);
else
    disp('No hay asintotas inclinadas debido a la existencia de asintotas horizontales.');
end
```

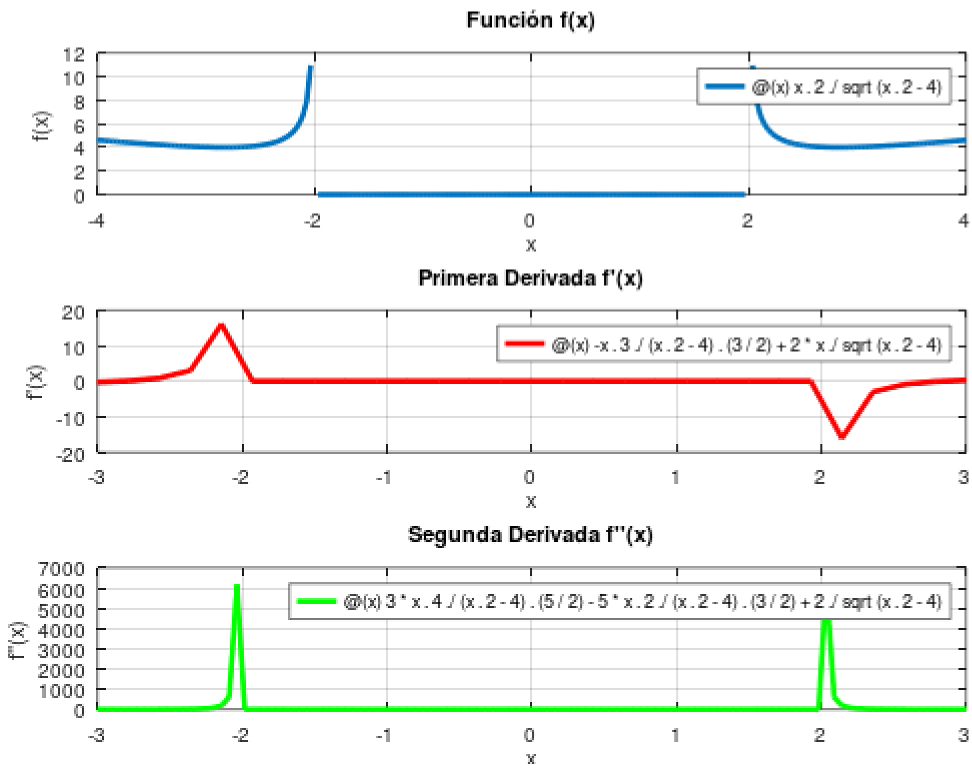
d) El cálculo de las derivadas se hace con la función diff, y los resultados serían los siguientes:

```
     -
Primera derivada:
          3
         x            2*x
  - ----------- + -----------
             3/2      ________
    / 2     \        /  2
    \x  - 4/       \/  x  - 4
Segunda derivada:
         4              2
      3*x           5*x            2
  ----------- - ----------- + -----------
           5/2           3/2     ________
  / 2     \     / 2     \       /  2
  \x  - 4/      \x  - 4/      \/  x  - 4
```

Si se hace con el comando simplify, se verían de la siguiente forma:

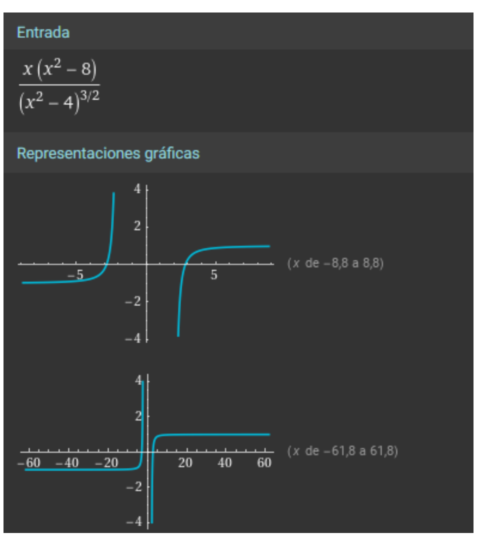
```
Primera derivada:
     / 2    \
   x*\x  - 8/
  -----------
           3/2
  / 2     \
  \x  - 4/
Segunda derivada:
             / 2    \
           4*\x  + 8/
  ----------------------------
     ________
    /  2      / 4      2      \
  \/  x  - 4 *\x  - 8*x  + 16/
```

e) Las gráficas de la función principal y de sus primeras dos derivadas:



Importante mencionar, que en la función principal, todo lo que debería ser infinito lo muestra como 0, y que en las gráficas de las primeras dos derivadas, son saltos al infinito lo que tiene en esos valores en donde la función tiende a infinito.

Para corroborar esa información, se usó wolframalpha para graficar la primera derivada, la cual da como resultado:



f) Para poder ver en qué lugares la función es creciente y decreciente, primero se deben calcular sus puntos críticos, con esos puntos críticos de la primera derivada, bastará con evaluar la función en lugares con puntos de prueba, observar su signo, y concluir que en esos intervalos la función es creciente o decreciente

```
Intervalos donde la función es creciente y decreciente:
Puntos críticos:
  [    0    ]
  [         ]
  [      ___]
  [-2*\/ 2 ]
  [         ]
  [     ___ ]
  [2*\/ 2   ]
f'(-10) = -0.978095
f'(0) = 0.000000
f'(10) = 0.978095


Punto crítico 1: -2*sqrt(2)
La función es creciente en ]-∞, -2*sqrt(2)]
Punto crítico 2: 2*sqrt(2)
La función es decreciente en [2*sqrt(2), +∞[
```

g) Para poder ver en qué lugares la función es cóncava hacia abajo o cóncava hacia arriba, la solución es similar a los puntos crecientes o decrecientes. Solo que ahora es encontrar los puntos críticos de la segunda derivada, y evaluar con los puntos de prueba. Con los signos, se podrá observar si es creciente o decreciente en esos intervalos.

```
Intervalos donde la función es cóncava hacia arriba y hacia abajo:
Puntos críticos de la segunda derivada:
  [      ___   ]
  [-2*\/ 2 *I]
  [            ]
  [     ___    ]
  [2*\/ 2 *I ]
f''(-10) = 0.004784
f''(0) = 0.000000
f''(10) = 0.004784
```