

# Simulação do controle FOC de motor PMSM aplicado a um motor BLDC

1<sup>st</sup> Felipe Lenschow

Programa de pós graduação em engenharia elétrica

Universidade do Estado de Santa Catarina

Joinville, Santa Catarina, Brasil

felipe.lenschow@edu.udesc.br

**Abstract**—Este artigo apresenta a modelagem e simulação de um sistema de acionamento de Motor Síncrono de Ímãs Permanentes (PMSM) utilizando Controle Orientado a Campo (FOC). O modelo matemático do PMSM no referencial dq é derivado, e uma estratégia de controle empregando controladores Proporcional-Integral (PI) para regulação de velocidade e corrente é implementada. A simulação é desenvolvida em Python, permitindo uma análise modular e flexível do comportamento dinâmico do motor sob condições variadas de carga e velocidade. Os resultados demonstram a eficácia da estratégia FOC em manter um controle preciso de velocidade e geração eficiente de torque.

**Index Terms**—PMSM, Controle Orientado a Campo, Simulação, Python, Acionamento de Motor

## I. INTRODUÇÃO

Motores Síncronos de Ímãs Permanentes (PMSMs) são amplamente utilizados em aplicações industriais, veículos elétricos e robótica devido à sua alta eficiência, alta densidade de potência e excelente desempenho dinâmico. Para alcançar um controle de alto desempenho, o Controle Orientado a Campo (FOC) é comumente empregado. O FOC permite o controle independente de fluxo e torque transformando as correntes trifásicas do estator para um referencial girante (referencial dq) alinhado com o fluxo do rotor [1].

Este artigo detalha o desenvolvimento de um ambiente de simulação para um sistema de acionamento PMSM. A simulação inclui a física do motor, o inversor de fonte de tensão e o algoritmo FOC. O objetivo é fornecer uma compreensão clara da dinâmica do sistema e validar a estratégia de controle através de simulação numérica.

## II. MODELO DO SISTEMA

### A. Modelo Matemático do BLDC

O modelo dinâmico do motor BLDC pode ser derivado a partir das equações de tensão de fase. Conforme descrito em [2], as tensões nos enrolamentos do estator são definidas por:

$$\begin{bmatrix} v_a \\ v_b \\ v_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_s & 0 & 0 \\ 0 & R_s & 0 \\ 0 & 0 & R_s \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix} + \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \psi_a \\ \psi_b \\ \psi_c \end{bmatrix} \quad (1)$$

onde  $\psi$  representa o fluxo total concatenado em cada enrolamento, dado por:

$$\begin{bmatrix} \psi_a \\ \psi_b \\ \psi_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_{aa} & L_{ab} & L_{ac} \\ L_{ba} & L_{bb} & L_{bc} \\ L_{ca} & L_{cb} & L_{cc} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \psi_{am} \\ \psi_{bm} \\ \psi_{cm} \end{bmatrix} \quad (2)$$

A matriz de indutâncias  $L_{abc}$  contém termos que variam com a posição do rotor  $\theta_m$  devido à saliência dos polos. As indutâncias próprias e mútuas são dadas por:

$$L_{aa} = L_{al} + L_{aa0} + L_{g2} \cos(2\theta_e) \quad (3)$$

$$L_{bb} = L_{al} + L_{aa0} + L_{g2} \cos(2\theta_e + 2\pi/3) \quad (4)$$

$$L_{cc} = L_{al} + L_{aa0} + L_{g2} \cos(2\theta_e - 2\pi/3) \quad (5)$$

$$L_{ab} = -\frac{1}{2}L_{aa0} + L_{g2} \cos(2\theta_e - \pi/3) \quad (6)$$

$$L_{bc} = -\frac{1}{2}L_{aa0} + L_{g2} \cos(2\theta_e) \quad (7)$$

$$L_{ca} = -\frac{1}{2}L_{aa0} + L_{g2} \cos(2\theta_e + \pi/3) \quad (8)$$

onde  $L_{al}$  é a indutância de dispersão,  $L_{aa0}$  é a componente constante da indutância mútua e  $L_{g2}$  representa a amplitude da variação de indutância devido à saliência.

Para simplificar a análise, aplica-se a Transformada de Park para converter as variáveis do referencial trifásico ( $abc$ ) para o referencial síncrono girante ( $dq0$ ). A transformação é definida por  $\mathbf{x}_{dq0} = \mathbf{T}\mathbf{x}_{abc}$ , onde  $\mathbf{T}$  é a matriz de transformação dada por:

$$\mathbf{T} = \frac{2}{3} \begin{bmatrix} \cos(\theta_e) & \cos(\theta_e - \frac{2\pi}{3}) & \cos(\theta_e + \frac{2\pi}{3}) \\ -\sin(\theta_e) & -\sin(\theta_e - \frac{2\pi}{3}) & -\sin(\theta_e + \frac{2\pi}{3}) \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix} \quad (9)$$

Aplicando a Transformada de Park na equação (1), obtemos a equação de tensão no referencial  $dq0$ :

$$\mathbf{v}_{dq0} = \mathbf{T}\mathbf{v}_{abc} = \mathbf{T}\mathbf{R}\mathbf{i}_{abc} + \mathbf{T} \frac{d\psi_{abc}}{dt} \quad (10)$$

Sabendo que  $\mathbf{i}_{abc} = \mathbf{T}^{-1}\mathbf{i}_{dq0}$  e  $\psi_{abc} = \mathbf{T}^{-1}\psi_{dq0}$ , e assumindo  $\mathbf{R}$  diagonal e constante:

$$\mathbf{v}_{dq0} = \mathbf{R}\mathbf{i}_{dq0} + \mathbf{T} \frac{d}{dt} (\mathbf{T}^{-1}\psi_{dq0}) \quad (11)$$

Expandindo a derivada do produto  $\frac{d}{dt} (\mathbf{T}^{-1}\psi_{dq0}) = \mathbf{T}^{-1} \frac{d\psi_{dq0}}{dt} + \frac{d\mathbf{T}^{-1}}{dt} \psi_{dq0}$ :

$$\mathbf{v}_{dq0} = \mathbf{R}\mathbf{i}_{dq0} + \frac{d\psi_{dq0}}{dt} + \mathbf{T} \frac{d\mathbf{T}^{-1}}{dt} \psi_{dq0} \quad (12)$$

O termo  $\mathbf{T} \frac{d\mathbf{T}^{-1}}{dt}$  representa o acoplamento entre os eixos devido à velocidade angular elétrica  $\omega_e$ :

$$\mathbf{T} \frac{d\mathbf{T}^{-1}}{dt} = \omega_e \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (13)$$

Em seguida, aplica-se a transformação na equação de fluxo (2):

$$\psi_{dq0} = \mathbf{T}\psi_{abc} = \mathbf{T}(\mathbf{L}_{abc}\mathbf{i}_{abc} + \psi_{m,abc}) \quad (14)$$

$$\psi_{dq0} = \mathbf{T}\mathbf{L}_{abc}\mathbf{T}^{-1}\mathbf{i}_{dq0} + \mathbf{T}\psi_{m,abc} \quad (15)$$

A matriz de indutância no referencial  $dq0$ ,  $\mathbf{L}_{dq0}$ , é obtida pela transformação de similaridade  $\mathbf{T}\mathbf{L}_{abc}\mathbf{T}^{-1}$ . Esta operação desacopla as fases e elimina a dependência da posição do rotor, resultando em uma matriz diagonal constante:

$$\mathbf{L}_{dq0} = \begin{bmatrix} L_d & 0 & 0 \\ 0 & L_q & 0 \\ 0 & 0 & L_{al} \end{bmatrix} \quad (16)$$

onde as indutâncias de eixo direto e quadratura são constantes, e dadas por:

$$L_d = L_{al} + \frac{3}{2}(L_{aa0} + L_{g2}) \quad (17)$$

$$L_q = L_{al} + \frac{3}{2}(L_{aa0} - L_{g2}) \quad (18)$$

Definindo o fluxo dos ímãs transformado como  $\psi_{m,dq0} = \mathbf{T}\psi_{m,abc}$ , a equação de fluxo no referencial  $dq0$  é dada por:

$$\psi_{dq0} = \mathbf{L}_{dq0}\mathbf{i}_{dq0} + \psi_{m,dq0} \quad (19)$$

Substituindo (19) em (12):

$$\mathbf{v}_{dq0} = \mathbf{R}\mathbf{i}_{dq0} + \mathbf{L}_{dq0} \frac{d\mathbf{i}_{dq0}}{dt} + \mathbf{T} \frac{d\mathbf{T}^{-1}}{dt} \mathbf{L}_{dq0}\mathbf{i}_{dq0} + \mathbf{e}_{dq0} \quad (20)$$

onde  $\mathbf{e}_{dq0}$  é a força contra-eletromotriz no referencial  $dq0$ , dada por:

$$\mathbf{e}_{dq0} = \frac{d\psi_{m,dq0}}{dt} + \mathbf{T} \frac{d\mathbf{T}^{-1}}{dt} \psi_{m,dq0} \quad (21)$$

A forma matricial explícita no referencial  $dq$  torna-se:

$$\frac{d\mathbf{i}_{dq0}}{dt} = \mathbf{A}\mathbf{i}_{dq0} + \mathbf{B}(\mathbf{v}_{dq0} - \mathbf{e}_{dq0}) \quad (22)$$

onde as matrizes de estado  $\mathbf{A}$  e de entrada  $\mathbf{B}$  são dadas por:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} -\frac{R_s}{L_d} & \omega_e \frac{L_q}{L_d} \\ -\omega_e \frac{L_d}{L_q} & -\frac{R_s}{L_q} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{B} = \begin{bmatrix} \frac{1}{L_d} & 0 \\ 0 & \frac{1}{L_q} \end{bmatrix} \quad (23)$$

Isolando as derivadas para cada componente:

$$\frac{dI_d}{dt} = \frac{1}{L_d}(V_d - R_s I_d + \omega_e L_q I_q - e_d) \quad (24)$$

$$\frac{dI_q}{dt} = \frac{1}{L_q}(V_q - R_s I_q - \omega_e L_d I_d - e_q) \quad (25)$$

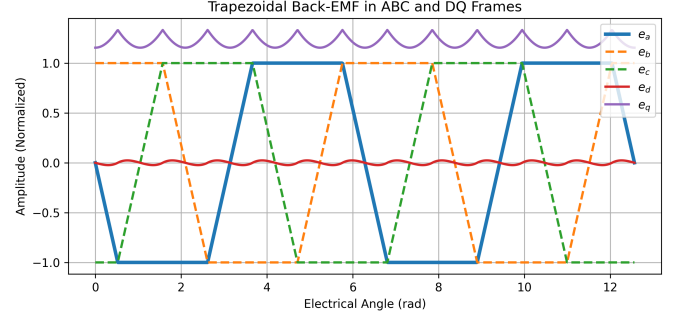


Fig. 1. Formas de onda da força contra-eletromotriz trapezoidal no referencial trifásico ( $e_a, e_b, e_c$ ) e suas componentes no referencial síncrono ( $e_d, e_q$ ).

A Fig. 1 ilustra as formas de onda trapezoidais das fases e o resultado da transformação para o referencial  $dq$ . Nota-se que  $e_q$  apresenta ondulações características (harmônicos de ordem  $6k$ ) em vez de ser um valor DC puro como no PMSM senoidal, e  $e_d$  também apresenta ondulações em torno de zero.

### B. Modelo Matemático do PMSM

Diferente do BLDC, o Motor Síncrono de Ímãs Permanentes (PMSM) possui uma distribuição de fluxo senoidal. Neste caso, no referencial síncrono  $dq$ , as componentes da força contra-eletromotriz tornam-se constantes:

$$e_d = 0 \quad (26)$$

$$e_q = \omega_e \lambda_m \quad (27)$$

Substituindo estas definições nas equações (9) e (10), obtemos as equações de estado para o PMSM:

$$\frac{dI_d}{dt} = \frac{1}{L_d}(V_d - R_s I_d + \omega_e L_q I_q) \quad (28)$$

$$\frac{dI_q}{dt} = \frac{1}{L_q}(V_q - R_s I_q - \omega_e L_d I_d - \omega_e \lambda_m) \quad (29)$$

### C. Equação de Torque

A produção de torque eletromagnético em máquinas síncronas pode ser descrita de forma geral pelo balanço de potência no referencial  $dq$ . O torque é dado por:

$$T_e = \frac{3}{2} P \frac{e_d I_d + e_q I_q}{\omega_e} + T_{relutancia} \quad (30)$$

Para máquinas de ímãs permanentes montados na superfície (SPMSM),  $L_d = L_q$ , o que elimina o termo de torque de relutância.

No caso do PMSM com fluxo senoidal, onde  $e_d = 0$  e  $e_q = \omega_e \lambda_m$ , a equação simplifica-se para a forma clássica:

$$T_e = \frac{3}{2} P \lambda_m I_q \quad (31)$$

Para o motor BLDC, como visto anteriormente,  $e_d$  e  $e_q$  variam com a posição do rotor, resultando em ondulações de torque se as correntes  $I_d$  e  $I_q$  forem mantidas constantes. A simulação utiliza a forma geral baseada nas componentes de força contra-eletromotriz para capturar este comportamento.

A dinâmica mecânica é descrita por:

$$J \frac{d\omega_m}{dt} = T_e - T_L - B\omega_m - T_c \quad (32)$$

onde  $J$  é o momento de inércia,  $\omega_m$  é a velocidade mecânica,  $T_L$  é o torque de carga,  $B$  é o coeficiente de atrito viscoso, e  $T_c$  é o torque de atrito de Coulomb.

#### D. Modelo do Inversor

O Inversor de Fonte de Tensão (VSI) trifásico é modelado idealmente, assumindo que as tensões de referência geradas pelo controlador são aplicadas com precisão aos terminais do motor, limitadas apenas pela tensão do barramento CC  $V_{bus}$ . Os limites da Modulação por Largura de Pulso Vetorial Espacial (SVPWM) são considerados saturando a magnitude do vetor de tensão para  $V_{bus}/\sqrt{3}$ .

### III. ESTRATÉGIA DE CONTROLE

A estratégia de controle adotada neste trabalho baseia-se na técnica de Controle Orientado a Campo (FOC), conforme detalhado em [3]. A estrutura de controle utiliza malhas em cascata, empregando controladores do tipo Proporcional-Integral (PI) para a regulação das correntes de eixo direto e quadratura, bem como para a velocidade do rotor.

#### A. Projeto dos Controladores de Corrente

O projeto dos controladores de corrente segue uma metodologia de alocação de polos baseada na resposta em frequência desejada. A função de transferência de malha fechada é aproximada para um sistema de segunda ordem, permitindo relacionar os ganhos do controlador ( $k_p, k_i$ ) com a frequência natural ( $\omega_n$ ) e o fator de amortecimento ( $\xi$ ).

A banda passante ( $\omega_b$ ) da malha de corrente é projetada para ser aproximadamente 10 vezes maior que a da malha de velocidade, garantindo o desacoplamento dinâmico. Neste trabalho, adotou-se  $\omega_b = 350$  Hz e  $\xi = 4$ . Os ganhos resultantes são calculados conforme as equações analíticas apresentadas em [3]:

$$k_{p_{iq}} = \frac{\xi \omega_b 2 L_q}{\sqrt{2\xi^2 + 1 + \sqrt{(1 + 2\xi)^2 + 1}}} \quad (33)$$

$$k_{i_{iq}} = \frac{L_q \omega_b^2}{2\xi^2 + 1 + \sqrt{(1 + 2\xi)^2 + 1}} \quad (34)$$

Substituindo os parâmetros, obtém-se  $k_p = 119$  e  $k_i = 4015$ . O acoplamento entre os eixos  $d$  e  $q$  é tratado como

um distúrbio a ser compensado pela ação integral do controlador. A estrutura completa do controle FOC implementado é ilustrada na Fig. 2.

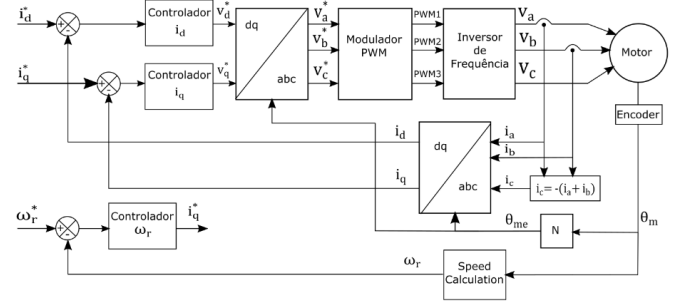


Fig. 2. Diagrama de blocos do controle FOC [3].

#### B. Projeto do Controlador de Velocidade

O controlador de velocidade é projetado assumindo que a dinâmica da malha de corrente é suficientemente rápida para ser desprezada. A banda passante escolhida foi  $\omega_b = 35$  Hz com um fator de amortecimento  $\xi = 1.0$ . Os ganhos obtidos para o controlador de velocidade são  $k_{p\omega} = 1.25$  e  $k_{i\omega} = 55$ .

A saída do controlador de velocidade (referência de corrente  $I_q^*$ ) é saturada em  $I_{max} = 8$  A para proteger o motor e evitar a desmagnetização dos ímãs permanentes. A referência de corrente de eixo direto é mantida em zero ( $I_d^* = 0$ ).

### IV. RESULTADOS DA SIMULAÇÃO

A simulação foi realizada utilizando Python. Os parâmetros do motor utilizados são:  $P = 21$ ,  $R_s = 4.485\Omega$ ,  $L_d = L_q = 54.8$  mH,  $\lambda_m = 0.201$  Wb,  $J = 0.1444$  kg·m<sup>2</sup>,  $B = 0.0057$  Nms/rad.

O perfil de simulação consiste em:

- $t = 0.0s$ : Início em 40 RPM.
- $t = 0.2s$ : Degrau de torque de carga de 20 Nm aplicado.
- $t = 0.4s$ : Degrau de referência de velocidade para 80 RPM.
- $t = 0.6s$ : Degrau de referência de velocidade de volta para 40 RPM.
- $t = 0.8s$ : Torque de carga removido.

A Fig. 3 mostra a resposta do sistema.

O controlador de velocidade rastreia a referência de RPM com precisão e mínimo sobressinal. Quando o torque de carga é aplicado em  $t = 0.2s$ , observa-se uma pequena queda de velocidade, que é rapidamente rejeitada pelo controlador à medida que  $I_q$  aumenta para gerar o torque eletromagnético necessário. A corrente  $I_d$  é mantida em zero, garantindo uma operação eficiente.

### V. CONCLUSÃO

Uma simulação completa de um acionamento PMSM usando FOC foi apresentada. A implementação modular em Python permite testes fáceis de diferentes parâmetros de controle e características do motor. Os resultados confirmam a robustez do esquema FOC em lidar com distúrbios de carga e rastrear referências de velocidade.

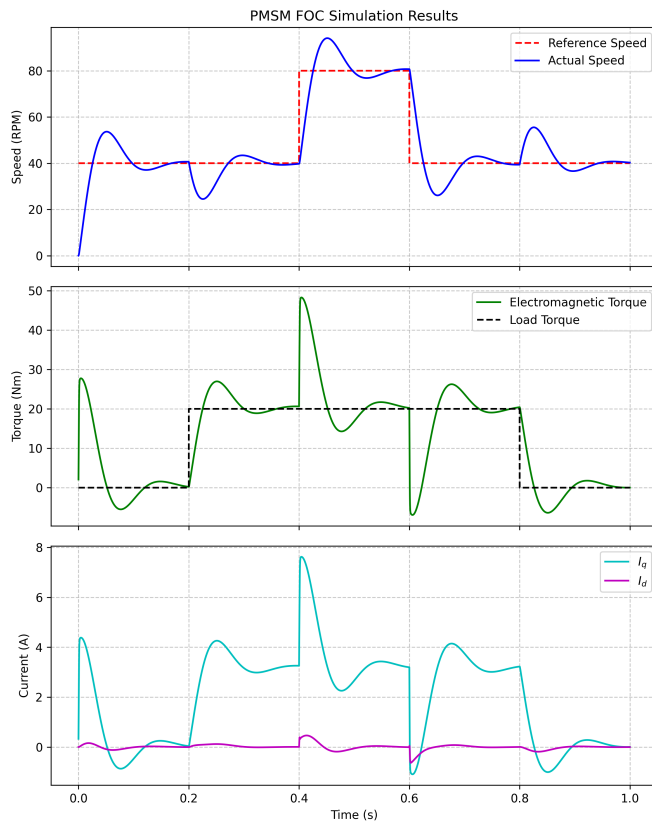


Fig. 3. Resultados da simulação mostrando Velocidade, Torque e Correntes ( $I_d$ ,  $I_q$ ).

## APPENDIX A CÓDIGO DA SIMULAÇÃO

Os códigos fonte da simulação desenvolvida em Python são apresentados a seguir.

### REFERENCES

- [1] F. Blaschke, "The principle of field orientation as applied to the new TRANSVECTOR closed-loop control system for rotating-field machines," Siemens Review, vol. 39, no. 5, pp. 217-220, 1972.
- [2] MathWorks, "BLDC - Three-winding brushless direct current motor with trapezoidal flux distribution," [Online]. Available: <https://www.mathworks.com/help/sps/ref/bldc.html>.
- [3] Matheus Alexandre Bevilaqua, "Implementação do Controle de Velocidade de Motores Síncronos a Ímãs Permanentes em Plataforma LabVIEW FPGA", Universidade do Estado de Santa Catarina, 2015.