

Simulação do controle FOC de motor PMSM aplicado a um motor BLDC

1st Felipe Lenschow

Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica

Universidade do Estado de Santa Catarina

Joinville, Santa Catarina, Brasil

felipe.lenschow@edu.udesc.br

Abstract—Este artigo apresenta a modelagem e simulação do acionamento utilizando Controle Orientado a Campo (FOC), comparando seu desempenho quando aplicado a um motor de corrente alternada sem escovas (BLAC), para o qual foi projetado, e a um Motor de Corrente Contínua Sem Escovas (BLDC). O modelo matemático no referencial dq é derivado para ambas as máquinas, e uma estratégia de controle empregando controladores Proporcional-Integral (PI) é implementada. A simulação, desenvolvida em Python, demonstra que, embora o FOC mantenha um controle preciso de velocidade para ambos os motores, ele introduz um ripple de torque significativo no motor BLDC devido à sua força contra-eletromotriz trapezoidal. Os resultados evidenciam as limitações do FOC padrão para máquinas BLDC em aplicações que exigem baixo ripple de torque.

Index Terms—PMSM, Controle Orientado a Campo, Simulação, Python, Acionamento de Motor

I. INTRODUÇÃO

Motores Síncronos de Ímãs Permanentes (PMSMs) são amplamente utilizados em aplicações industriais, veículos elétricos e robótica devido à sua alta eficiência, alta densidade de potência e excelente desempenho dinâmico. Para alcançar um controle de alto desempenho, o Controle Orientado a Campo (FOC) é comumente empregado. O FOC permite o controle independente de fluxo e torque transformando as correntes trifásicas do estator para um referencial girante dq, alinhado com o fluxo do rotor [1], porém, tal método de controle apresenta limitações quando aplicado a motores de corrente contínua sem escovas (BLDC), que possuem uma força contra-eletromotriz trapezoidal, em vez senoidal como nos motores de corrente alternada sem escovas (BLACs).

Este artigo desenvolve um ambiente de simulação para um sistema de acionamento PMSM. A simulação inclui a física do motor, o inversor de fonte de tensão e o algoritmo FOC. O objetivo é fornecer uma compreensão clara da dinâmica do sistema, validando o controle desenvolvido em [3], bem como mostrar os efeitos do mesmo FOC na dinâmica do motor BLDC.

II. MODELO DO SISTEMA

A. Modelo de Motores PMSC

O modelo dinâmico dos PMSMs pode ser derivado a partir das equações de tensão de fase. Conforme descrito em [2], as tensões nos enrolamentos do estator são definidas por:

$$\begin{bmatrix} v_a \\ v_b \\ v_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_s & 0 & 0 \\ 0 & R_s & 0 \\ 0 & 0 & R_s \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix} + \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \psi_a \\ \psi_b \\ \psi_c \end{bmatrix} \quad (1)$$

onde ψ representa o fluxo total concatenado em cada enrolamento, dado por:

$$\begin{bmatrix} \psi_a \\ \psi_b \\ \psi_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_{aa} & L_{ab} & L_{ac} \\ L_{ba} & L_{bb} & L_{bc} \\ L_{ca} & L_{cb} & L_{cc} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \psi_{am} \\ \psi_{bm} \\ \psi_{cm} \end{bmatrix} \quad (2)$$

A matriz de indutâncias L_{abc} contém termos que variam com a posição do rotor θ_m devido à saliência dos polos. Como apresentado por [3], as indutâncias próprias e mútuas são dadas por:

$$L_{aa} = L_{al} + L_{aa0} + L_{g2} \cos(2\theta_e) \quad (3)$$

$$L_{bb} = L_{al} + L_{aa0} + L_{g2} \cos(2\theta_e + 2\pi/3) \quad (4)$$

$$L_{cc} = L_{al} + L_{aa0} + L_{g2} \cos(2\theta_e - 2\pi/3) \quad (5)$$

$$L_{ab} = -\frac{1}{2}L_{aa0} + L_{g2} \cos(2\theta_e - 2\pi/3) \quad (6)$$

$$L_{bc} = -\frac{1}{2}L_{aa0} + L_{g2} \cos(2\theta_e) \quad (7)$$

$$L_{ca} = -\frac{1}{2}L_{aa0} + L_{g2} \cos(2\theta_e + 2\pi/3) \quad (8)$$

onde L_{al} é a indutância de dispersão, L_{aa0} é a componente constante da indutância mútua e L_{g2} representa a amplitude da variação de indutância devido à saliência.

Para simplificar a análise, aplica-se a Transformada de Park para converter as variáveis do referencial trifásico (abc) para o referencial síncrono girante ($dq0$). A transformação é definida por $\mathbf{x}_{dq0} = \mathbf{T}\mathbf{x}_{abc}$, onde \mathbf{T} é a matriz de transformação dada por:

$$\mathbf{T} = \frac{2}{3} \begin{bmatrix} \cos(\theta_e) & \cos(\theta_e - \frac{2\pi}{3}) & \cos(\theta_e + \frac{2\pi}{3}) \\ -\sin(\theta_e) & -\sin(\theta_e - \frac{2\pi}{3}) & -\sin(\theta_e + \frac{2\pi}{3}) \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix} \quad (9)$$

Aplicando a Transformada de Park na equação (1), obtemos a equação de tensão no referencial $dq0$:

$$\mathbf{v}_{dq0} = \mathbf{T}\mathbf{v}_{abc} = \mathbf{T}\mathbf{R}\mathbf{i}_{abc} + \mathbf{T} \frac{d\psi_{abc}}{dt} \quad (10)$$

Sabendo que $\mathbf{i}_{abc} = \mathbf{T}^{-1}\mathbf{i}_{dq0}$ e $\psi_{abc} = \mathbf{T}^{-1}\psi_{dq0}$:

$$\mathbf{v}_{dq0} = \mathbf{R}\mathbf{i}_{dq0} + \mathbf{T} \frac{d}{dt}(\mathbf{T}^{-1}\psi_{dq0}) \quad (11)$$

Expandindo a derivada do produto::

$$\frac{d}{dt}(\mathbf{T}^{-1}\psi_{dq0}) = \mathbf{T}^{-1} \frac{d\psi_{dq0}}{dt} + \frac{d\mathbf{T}^{-1}}{dt} \psi_{dq0} \quad (12)$$

Substituindo na equação (11):

$$\mathbf{v}_{dq0} = \mathbf{R}\mathbf{i}_{dq0} + \frac{d\psi_{dq0}}{dt} + \mathbf{T} \frac{d\mathbf{T}^{-1}}{dt} \psi_{dq0} \quad (13)$$

A matriz inversa da transformada de Park é definida como:

$$\mathbf{T}^{-1} = \begin{bmatrix} \cos(\theta_e) & -\sin(\theta_e) & 1 \\ \cos(\theta_e - \frac{2\pi}{3}) & -\sin(\theta_e - \frac{2\pi}{3}) & 1 \\ \cos(\theta_e + \frac{2\pi}{3}) & -\sin(\theta_e + \frac{2\pi}{3}) & 1 \end{bmatrix} \quad (14)$$

Sua derivada em relação ao tempo é:

$$\frac{d\mathbf{T}^{-1}}{dt} = \omega_e \begin{bmatrix} -\sin(\theta_e) & -\cos(\theta_e) & 0 \\ -\sin(\theta_e - \frac{2\pi}{3}) & -\cos(\theta_e - \frac{2\pi}{3}) & 0 \\ -\sin(\theta_e + \frac{2\pi}{3}) & -\cos(\theta_e + \frac{2\pi}{3}) & 0 \end{bmatrix} \quad (15)$$

Portanto, o termo $\mathbf{T} \frac{d\mathbf{T}^{-1}}{dt}$ resulta em um acoplamento cruzado entre os eixos d e q devido à velocidade angular elétrica ω_e :

$$\mathbf{T} \frac{d\mathbf{T}^{-1}}{dt} = \omega_e \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (16)$$

Em seguida, aplica-se a transformada de Park na equação de fluxo (2):

$$\psi_{dq0} = \mathbf{T}\psi_{abc} = \mathbf{T}(\mathbf{L}_{abc}\mathbf{i}_{abc} + \psi_{m,abc}) \quad (17)$$

$$\psi_{dq0} = \mathbf{T}\mathbf{L}_{abc}\mathbf{T}^{-1}\mathbf{i}_{dq0} + \mathbf{T}\psi_{m,abc} \quad (18)$$

A matriz de indutância no referencial $dq0$, \mathbf{L}_{dq0} , é obtida pela transformação de similaridade $\mathbf{T}\mathbf{L}_{abc}\mathbf{T}^{-1}$. Esta operação desacopla as fases e elimina a dependência da posição do rotor, resultando em uma matriz diagonal constante:

$$\mathbf{L}_{dq0} = \begin{bmatrix} L_d & 0 & 0 \\ 0 & L_q & 0 \\ 0 & 0 & L_{al} \end{bmatrix} \quad (19)$$

onde as indutâncias de eixo direto e quadratura são constantes, e dadas por:

$$L_d = L_{al} + \frac{3}{2}(L_{aa0} + L_{g2}) \quad (20)$$

$$L_q = L_{al} + \frac{3}{2}(L_{aa0} - L_{g2}) \quad (21)$$

Definindo o fluxo dos ímãs transformado como $\psi_{m,dq0} = \mathbf{T}\psi_{m,abc}$, a equação de fluxo no referencial $dq0$ é dada por:

$$\psi_{dq0} = \mathbf{L}_{dq0}\mathbf{i}_{dq0} + \psi_{m,dq0} \quad (22)$$

Substituindo (22) em (13):

$$\mathbf{v}_{dq0} = \mathbf{R}\mathbf{i}_{dq0} + \mathbf{L}_{dq0} \frac{d\mathbf{i}_{dq0}}{dt} + \mathbf{T} \frac{d\mathbf{T}^{-1}}{dt} \mathbf{L}_{dq0}\mathbf{i}_{dq0} + \mathbf{e}_{dq0} \quad (23)$$

onde \mathbf{e}_{dq0} é a força contra-eletromotriz no referencial $dq0$, dada por:

$$\mathbf{e}_{dq0} = \frac{d\psi_{m,dq0}}{dt} + \mathbf{T} \frac{d\mathbf{T}^{-1}}{dt} \psi_{m,dq0} \quad (24)$$

A forma matricial explícita no referencial dq torna-se:

$$\frac{d\mathbf{i}_{dq0}}{dt} = \mathbf{A}\mathbf{i}_{dq0} + \mathbf{B}(\mathbf{v}_{dq0} - \mathbf{e}_{dq0}) \quad (25)$$

onde as matrizes de estado \mathbf{A} e de entrada \mathbf{B} são dadas por:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} -\frac{R_s}{L_d} & \omega_e \frac{L_q}{R_d} \\ -\omega_e \frac{L_d}{L_q} & -\frac{R_s}{L_q} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{B} = \begin{bmatrix} \frac{1}{L_d} & 0 \\ 0 & \frac{1}{L_q} \end{bmatrix} \quad (26)$$

Isolando as derivadas para cada componente:

$$\frac{dI_d}{dt} = \frac{1}{L_d}(V_d - R_s I_d + \omega_e L_q I_q - e_d) \quad (27)$$

$$\frac{dI_q}{dt} = \frac{1}{L_q}(V_q - R_s I_q - \omega_e L_d I_d - e_q) \quad (28)$$

B. Diferenças entre BLDC e BLAC

Ambos são motores síncronos de ímãs permanentes, mas a principal distinção entre o motor BLDC e o BLAC reside na distribuição do fluxo magnético e na forma de onda da força contra-eletromotriz (Back-EMF).

1) **BLAC**: O Motor Síncrono de Ímãs Permanentes (PMSM), ou BLAC, possui uma distribuição de fluxo senoidal. No referencial síncrono dq , as componentes da força contra-eletromotriz tornam-se constantes:

$$e_d = 0 \quad (29)$$

$$e_q = \omega_e \lambda_m \quad (30)$$

Isso simplifica o controle, pois as referências de corrente podem ser constantes para torque constante.

2) **BLDC**: O motor BLDC possui uma distribuição de fluxo trapezoidal. Ao contrário do BLAC, as componentes e_d e e_q no referencial síncrono não são constantes, mas variam com a posição do rotor, apresentando ondulações características.

A Fig. 1 ilustra que e_q apresenta ondulações (harmônicos de ordem $6k$) em vez de ser um valor DC puro, e e_d também oscila em torno de zero. Essas variações introduzem ripple de torque se o controle FOC padrão (projeto para PMSM) for aplicado sem compensação.

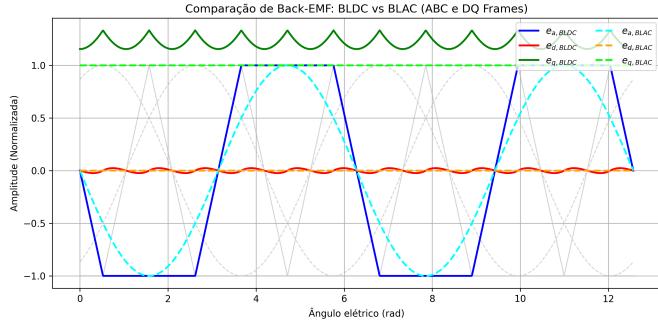


Fig. 1. Formas de onda da força contra-eletromotriz trapezoidal no referencial trifásico (e_a, e_b, e_c) e suas componentes no referencial síncrono (e_d, e_q).

C. Equação de Torque

A potência instantânea de entrada nos terminais do estator no referencial *abc* é dada por:

$$P_{abc} = v_a i_a + v_b i_b + v_c i_c \quad (31)$$

Utilizando a transformação de Park, e considerando a transformação invariante em amplitude e a componente zero nula, a potência pode ser reescrita no referencial *dq0*:

$$P_{dq} = \frac{3}{2}(v_d i_d + v_q i_q) \quad (32)$$

Substituindo as equações de tensão v_d e v_q na equação de potência (13 em 32):

$$P_{dq} = \frac{3}{2} \left[i_d \left(R_s i_d + L_d \frac{di_d}{dt} - \omega_e L_q i_q + e_d \right) + i_q \left(R_s i_q + L_q \frac{di_q}{dt} + \omega_e L_d i_d + e_q \right) \right] \quad (33)$$

Reagrupando os termos, podemos identificar três componentes distintas de potência:

$$P_{dq} = \underbrace{\frac{3}{2} R_s (i_d^2 + i_q^2)}_{P_{cu}} + \underbrace{\frac{3}{2} \left(L_d i_d \frac{di_d}{dt} + L_q i_q \frac{di_q}{dt} \right)}_{P_{mag}} + \underbrace{\frac{3}{2} [(e_d i_d + e_q i_q) + \omega_e (L_d - L_q) i_d i_q]}_{P_{em}} \quad (34)$$

onde P_{cu} representa as perdas resistivas no cobre, P_{mag} é a taxa de variação da energia magnética armazenada, e P_{em} é a potência eletromecânica convertida. Portanto, a potência eletromecânica é:

$$P_{em} = \frac{3}{2}(e_d i_d + e_q i_q) + \frac{3}{2}\omega_e(L_d - L_q)i_d i_q \quad (35)$$

O torque eletromagnético T_e relaciona-se com a potência mecânica pela velocidade angular do rotor ω_m . Considerando $\omega_e = P\omega_m$, onde P é o número de pares de polos:

$$T_e = \frac{P_{em}}{\omega_m} = \frac{PP_{em}}{\omega_e} \quad (36)$$

Substituindo a expressão de P_{em} encontrada anteriormente:

$$T_e = \frac{3}{2}P \left[\frac{e_d i_d + e_q i_q}{\omega_e} + (L_d - L_q)i_d i_q \right] \quad (37)$$

Podemos separar o torque em duas componentes: o torque de alinhamento (ou síncrono), devido à interação com a força contra-eletromotriz, e o torque de relutância, devido à assimetria do rotor:

$$T_e = \underbrace{\frac{3}{2}P \frac{e_d i_d + e_q i_q}{\omega_e}}_{T_{sinc}} + \underbrace{\frac{3}{2}P(L_d - L_q)i_d i_q}_{T_{rel}} \quad (38)$$

O termo $T_{relutancia}$ surge em máquinas com saliência ($L_d \neq L_q$), sendo proporcional a $(L_d - L_q)I_d I_q$.

Para máquinas de ímãs permanentes montados na superfície (SPMSM), $L_d = L_q$, o que elimina o termo de torque de relutância.

No caso do PMSM com fluxo senoidal, onde $e_d = 0$ e $e_q = \omega_e \lambda_m$, a equação simplifica-se para a forma clássica:

$$T_e = \frac{3}{2}P \lambda_m I_q \quad (39)$$

Para o motor BLDC, como visto anteriormente, e_d e e_q variam com a posição do rotor, resultando em ondulações de torque se as correntes I_d e I_q forem mantidas constantes. A simulação utiliza a forma geral baseada nas componentes de força contra-eletromotriz para capturar este comportamento.

A dinâmica mecânica é descrita por:

$$J \frac{d\omega_m}{dt} = T_e - T_L - B\omega_m - T_c \quad (40)$$

onde J é o momento de inércia, ω_m é a velocidade mecânica, T_L é o torque de carga, B é o coeficiente de atrito viscoso, e T_c é o torque de atrito de Coulomb.

D. Modelo do Inversor

O Inversor de Fonte de Tensão (VSI) trifásico é modelado idealmente, assumindo que as tensões de referência geradas pelo controlador são aplicadas com precisão aos terminais do motor, limitadas apenas pela tensão do barramento CC V_{bus} . Os limites da Modulação por Largura de Pulso Vetorial Espacial (SVPWM) são considerados saturando a magnitude do vetor de tensão para $V_{bus}/\sqrt{3}$ para um movimento suave.

A banda passante (ω_b) da malha de corrente é projetada para ser aproximadamente 10 vezes maior que a da malha de velocidade, garantindo o desacoplamento dinâmico. Neste trabalho, adotou-se $\omega_b = 350$ Hz e $\xi = 4$. Os ganhos resultantes são calculados conforme as equações analíticas apresentadas em [3], tendo como premissas que o acoplamento entre os eixos d e q é tratado como um distúrbio a ser compensado, que a dinâmica dos eixos d e q são iguais (válido para $L_d = L_q$), e que a resistência do motor seja muito menor que o ganho do controlador:

$$k_p = \frac{\xi\omega_b 2L_q}{\sqrt{2\xi^2 + 1 + \sqrt{(1+2\xi)^2 + 1}}} \quad (41)$$

$$k_i = \frac{L_q\omega_b^2}{2\xi^2 + 1 + \sqrt{(1+2\xi)^2 + 1}} \quad (42)$$

Substituindo os parâmetros, obtém-se $k_p = 119$ e $k_i = 4015$. O diagrama de blocos do controlador de corrente é mostrado na Fig. 2.

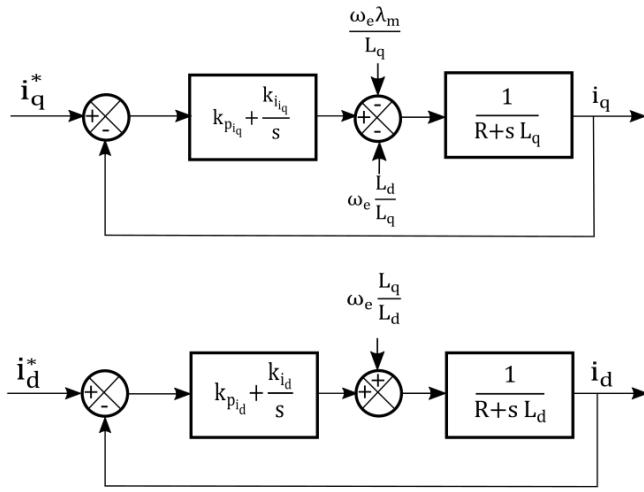


Fig. 2. Diagrama de blocos do controlador de corrente [3].

E. Projeto do Controlador de Velocidade

O controlador de velocidade é projetado assumindo que a dinâmica da malha de corrente é suficientemente rápida para ser desprezada. A banda passante escolhida foi $\omega_b = 35$ Hz com um fator de amortecimento $\xi = 1.0$. As equações para os ganhos do controlador de velocidade, considerando que a dinâmica da malha de corrente é suficientemente rápida para ser desprezada, que o torque de carga e coulomb distúrbios a serem compensados e o atrito viscoso é muito menor que o momento de inércia, e são dadas por:

$$k_p = \frac{\xi\omega_b 2J}{K_t \sqrt{2\xi^2 + 1 + \sqrt{(1+2\xi)^2 + 1}}} \quad (43)$$

$$k_i = \frac{J\omega_b^2}{K_t(2\xi^2 + 1 + \sqrt{(1+2\xi)^2 + 1})} \quad (44)$$

Os ganhos obtidos para o controlador de velocidade são $k_p = 1.25$ e $k_i = 55$. O diagrama de blocos correspondente é apresentado na Fig. 3.

A saída do controlador de velocidade (referência de corrente I_q^*) é saturada em $I_{max} = 8$ A para proteger o motor e evitar a desmagnetização dos ímãs permanentes. A referência de corrente de eixo direto é mantida em zero ($I_d^* = 0$).

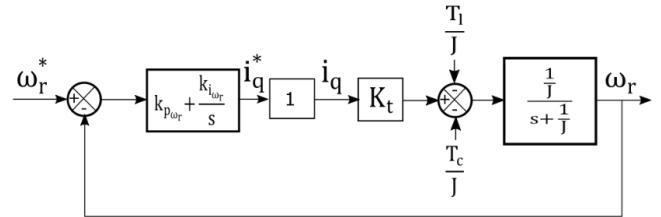


Fig. 3. Diagrama de blocos do controlador de velocidade [3].

III. RESULTADOS DA SIMULAÇÃO

A simulação foi realizada utilizando Python. Os parâmetros do motor utilizados são: $P = 21$, $R_s = 4.485\Omega$, $L_d = L_q = 54.8$ mH, $\lambda_m = 0.201$ Wb, $J = 0.1444$ kg·m², $B = 0.0057$ Nms/rad.

O perfil de simulação consiste em:

- $t = 0.0s$: Início em 40 RPM.
- $t = 0.2s$: Degrau de torque de carga de 20 Nm aplicado.
- $t = 0.4s$: Degrau de referência de velocidade para 80 RPM.
- $t = 0.6s$: Degrau de referência de velocidade de volta para 40 RPM.
- $t = 0.8s$: Torque de carga removido.

A Fig. 4 e a Fig. 5 mostram a resposta do sistema comparando o motor PMSM (BLAC) e o motor BLDC sob o mesmo controle FOC.

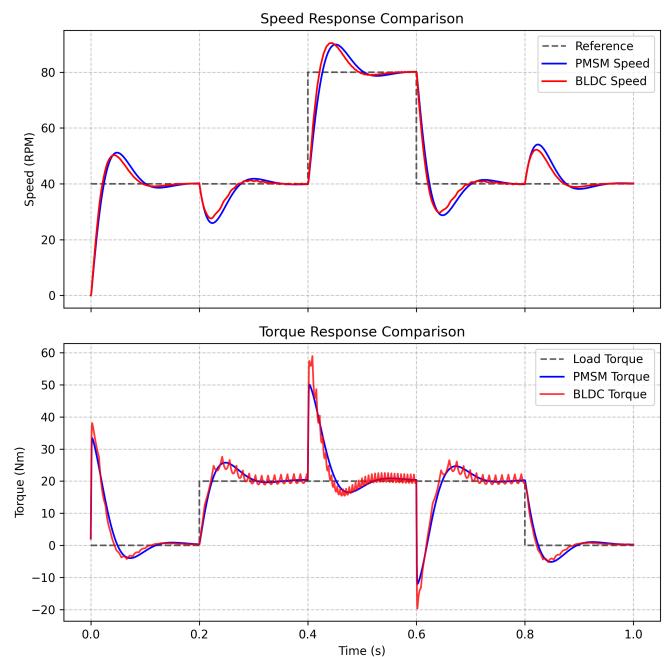


Fig. 4. Comparação de Velocidade e Torque entre PMSM e BLDC.

O controlador de velocidade rastreia a referência de RPM com precisão para ambos os motores. No entanto, observa-se que o motor BLDC apresenta um ripple de torque significativo

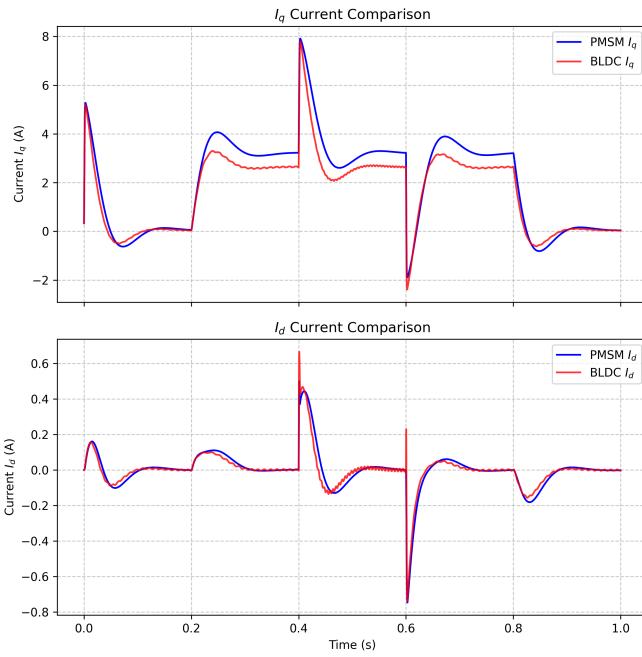


Fig. 5. Comparação das Correntes I_d e I_q entre PMSM e BLDC.

em comparação com o PMSM. Este ripple é intrínseco à aplicação do controle FOC (projeto para formas de onda senoidais) em uma máquina com força contra-eletromotriz trapezoidal. A frequência fundamental deste ripple é de 6 vezes a frequência elétrica, correspondendo às comutações que ocorreriam em um controle trapezoidal padrão.

As correntes I_d e I_q no caso do BLDC (Fig. 5) mostram oscilações claras. O controlador PI de corrente tenta compensar a variação da Back-EMF trapezoidal, que não é constante no referencial dq , resultando nessas ondulações. Embora a velocidade média seja mantida, a qualidade do torque é degradada, o que pode gerar vibrações e ruído acústico em aplicações reais.

IV. CONCLUSÃO

Uma simulação completa de um acionamento PMSM usando FOC foi apresentada e comparada com a aplicação da mesma estratégia em um motor BLDC. A implementação modular em Python permitiu uma análise detalhada das diferenças de desempenho.

Os resultados confirmam que, embora o FOC possa controlar a velocidade de um motor BLDC com eficácia, ele introduz um ripple de torque considerável devido ao descasamento entre a estratégia de controle (baseada em modelos senoidais) e a física do motor (Back-EMF trapezoidal). Para aplicações de alto desempenho utilizando motores BLDC, estratégias de minimização de ripple de torque ou o uso de controle trapezoidal dedicado seriam mais apropriados. O ambiente de simulação desenvolvido serve como uma ferramenta valiosa para estudar e validar tais estratégias de controle avançado.

APPENDIX A CÓDIGO DA SIMULAÇÃO

Os códigos fonte da simulação desenvolvida em Python são apresentados a seguir.

REFERENCES

- [1] P. Pillay and R. Krishnan, "Modeling, simulation, and analysis of permanent-magnet motor drives. I. The permanent-magnet synchronous motor drive," *IEEE Transactions on Industry Applications*, vol. 25, no. 2, pp. 265-273, March-April 1989.
- [2] MathWorks, "BLDC - Three-winding brushless direct current motor with trapezoidal flux distribution," [Online]. Available: <https://www.mathworks.com/help/sps/ref/bldc.html>.
- [3] Matheus Alexandre Beviláqua, "Implementação do Controle de Velocidade de Motores Síncronos a Ímãs Permanentes em Plataforma LabVIEW FPGA", Universidade do Estado de Santa Catarina, 2015.