

Simulação e Controle de um Motor Síncrono de Ímãs Permanentes usando Controle Orientado a Campo

1st Felipe Lenschow

Programa de pós graduação em engenharia elétrica

Universidade do Estado de Santa Catarina

Joinville, Santa Catarina, Brasil

felipe.lenschow@edu.udesc.br

Abstract—Este artigo apresenta a modelagem e simulação de um sistema de acionamento de Motor Síncrono de Ímãs Permanentes (PMSM) utilizando Controle Orientado a Campo (FOC). O modelo matemático do PMSM no referencial dq é derivado, e uma estratégia de controle empregando controladores Proporcional-Integral (PI) para regulação de velocidade e corrente é implementada. A simulação é desenvolvida em Python, permitindo uma análise modular e flexível do comportamento dinâmico do motor sob condições variadas de carga e velocidade. Os resultados demonstram a eficácia da estratégia FOC em manter um controle preciso de velocidade e geração eficiente de torque.

Index Terms—PMSM, Controle Orientado a Campo, Simulação, Python, Acionamento de Motor

I. INTRODUÇÃO

Motores Síncronos de Ímãs Permanentes (PMSMs) são amplamente utilizados em aplicações industriais, veículos elétricos e robótica devido à sua alta eficiência, alta densidade de potência e excelente desempenho dinâmico. Para alcançar um controle de alto desempenho, o Controle Orientado a Campo (FOC) é comumente empregado. O FOC permite o controle independente de fluxo e torque transformando as correntes trifásicas do estator para um referencial girante (referencial dq) alinhado com o fluxo do rotor [1].

Este artigo detalha o desenvolvimento de um ambiente de simulação para um sistema de acionamento PMSM. A simulação inclui a física do motor, o inversor de fonte de tensão e o algoritmo FOC. O objetivo é fornecer uma compreensão clara da dinâmica do sistema e validar a estratégia de controle através de simulação numérica.

II. MODELO DO SISTEMA

A. Modelo Matemático do BLDC

O modelo dinâmico do motor BLDC pode ser derivado a partir das equações de tensão de fase. Conforme descrito em [2], as tensões nos enrolamentos do estator são definidas por:

$$\begin{bmatrix} v_a \\ v_b \\ v_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_s & 0 & 0 \\ 0 & R_s & 0 \\ 0 & 0 & R_s \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix} + \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \psi_a \\ \psi_b \\ \psi_c \end{bmatrix} \quad (1)$$

onde ψ representa o fluxo total concatenado em cada enrolamento, dado por:

$$\begin{bmatrix} \psi_a \\ \psi_b \\ \psi_c \end{bmatrix} = \mathbf{L}_{abc} \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \psi_{am} \\ \psi_{bm} \\ \psi_{cm} \end{bmatrix} \quad (2)$$

Assumindo um estator simétrico e equilibrado onde a indutância própria é L_s e a mútua é M_s , e negligenciando a variação da indutância com a posição do rotor ($L_m = 0$), a matriz de indutância \mathbf{L}_{abc} é constante:

$$\mathbf{L}_{abc} = \begin{bmatrix} L_s & M_s & M_s \\ M_s & L_s & M_s \\ M_s & M_s & L_s \end{bmatrix} \quad (3)$$

Para simplificar a análise e o controle, aplica-se a Transformada de Park para converter as variáveis do referencial trifásico (abc) para o referencial síncrono girante ($dq0$). A transformação é definida por $\mathbf{x}_{dq0} = \mathbf{T}\mathbf{x}_{abc}$, onde \mathbf{T} é a matriz de transformação.

Substituindo $\mathbf{x}_{abc} = \mathbf{T}^{-1}\mathbf{x}_{dq0}$ na equação de tensão (1):

$$\mathbf{T}^{-1}\mathbf{v}_{dq0} = \mathbf{R}\mathbf{T}^{-1}\mathbf{i}_{dq0} + \mathbf{L}_{abc} \frac{d}{dt}(\mathbf{T}^{-1}\mathbf{i}_{dq0}) + \mathbf{e}_{abc} \quad (4)$$

Multiplicando ambos os lados por \mathbf{T} :

$$\mathbf{v}_{dq0} = \mathbf{R}\mathbf{i}_{dq0} + \mathbf{T}\mathbf{L}_{abc} \frac{d}{dt}(\mathbf{T}^{-1}\mathbf{i}_{dq0}) + \mathbf{T}\mathbf{e}_{abc} \quad (5)$$

Expandindo a derivada do produto $\frac{d}{dt}(\mathbf{T}^{-1}\mathbf{i}_{dq0}) = \mathbf{T}^{-1} \frac{d\mathbf{i}_{dq0}}{dt} + \frac{d\mathbf{T}^{-1}}{dt} \mathbf{i}_{dq0}$:

$$\mathbf{v}_{dq0} = \mathbf{R}\mathbf{i}_{dq0} + \mathbf{T}\mathbf{L}_{abc} \mathbf{T}^{-1} \frac{d\mathbf{i}_{dq0}}{dt} + \mathbf{T}\mathbf{L}_{abc} \frac{d\mathbf{T}^{-1}}{dt} \mathbf{i}_{dq0} + \mathbf{e}_{dq0} \quad (6)$$

A matriz de indutância no referencial dq é diagonal para uma máquina de polos lisos, com $L_d = L_q = L_s - M_s$. O termo $\mathbf{T}\mathbf{L}_{abc} \frac{d\mathbf{T}^{-1}}{dt}$ resulta nas tensões de acoplamento devido à velocidade.

Finalmente, as equações de estado para as correntes I_d e I_q são obtidas isolando as derivadas:

$$\frac{dI_d}{dt} = \frac{1}{L_d}(V_d - R_s I_d + \omega_e L_q I_q) \quad (7)$$

$$\frac{dI_q}{dt} = \frac{1}{L_q}(V_q - R_s I_q - \omega_e L_d I_d - \omega_e \lambda_m) \quad (8)$$

Note que para o BLDC com fluxo trapezoidal, o termo de força contra-eletromotriz e_{dq0} conteria harmônicos, mas para fins de controle FOC fundamental, aproxima-se para o modelo senoidal acima.

O torque eletromagnético é dado por:

$$T_e = \frac{3}{2}P(\lambda_m I_q + (L_d - L_q)I_d I_q) \quad (9)$$

A dinâmica mecânica é descrita por:

$$J \frac{d\omega_m}{dt} = T_e - T_L - B\omega_m - T_c \quad (10)$$

onde J é o momento de inércia, ω_m é a velocidade mecânica, T_L é o torque de carga, B é o coeficiente de atrito viscoso, e T_c é o torque de atrito de Coulomb.

B. Modelo do Inversor

O Inversor de Fonte de Tensão (VSI) trifásico é modelado idealmente, assumindo que as tensões de referência geradas pelo controlador são aplicadas com precisão aos terminais do motor, limitadas apenas pela tensão do barramento CC V_{bus} . Os limites da Modulação por Largura de Pulso Vetorial Espacial (SVPWM) são considerados saturando a magnitude do vetor de tensão para $V_{bus}/\sqrt{3}$.

III. ESTRATÉGIA DE CONTROLE

A estratégia FOC é implementada com uma estrutura de controle em cascata.

A. Malha de Controle de Corrente

Dois controladores PI internos regulam as correntes I_d e I_q . A referência de I_d é definida como zero ($I_d^* = 0$) para maximizar o torque por ampère para o modelo SPMSM. A referência de I_q é fornecida pela malha externa de velocidade. Termos de desacoplamento são calculados para compensar os efeitos de acoplamento cruzado entre os eixos d e q mostrados em (??) e (??).

B. Malha de Controle de Velocidade

Um controlador PI externo regula a velocidade do motor. O erro entre a velocidade de referência ω_{ref} e a velocidade medida ω_m aciona o controlador PI para gerar a corrente de torque de referência I_q^* . A saída do controlador de velocidade é saturada para limitar a corrente máxima e proteger o motor e o inversor.

IV. RESULTADOS DA SIMULAÇÃO

A simulação foi realizada utilizando Python. Os parâmetros do motor utilizados são: $P = 21$, $R_s = 4.485\Omega$, $L_d = L_q = 54.8$ mH, $\lambda_m = 0.201$ Wb, $J = 0.1444$ kg·m², $B = 0.0057$ Nms/rad.

O perfil de simulação consiste em:

- $t = 0.0s$: Início em 40 RPM.
- $t = 0.2s$: Degrau de torque de carga de 20 Nm aplicado.
- $t = 0.4s$: Degrau de referência de velocidade para 80 RPM.
- $t = 0.6s$: Degrau de referência de velocidade de volta para 40 RPM.
- $t = 0.8s$: Torque de carga removido.

A Fig. 1 mostra a resposta do sistema.

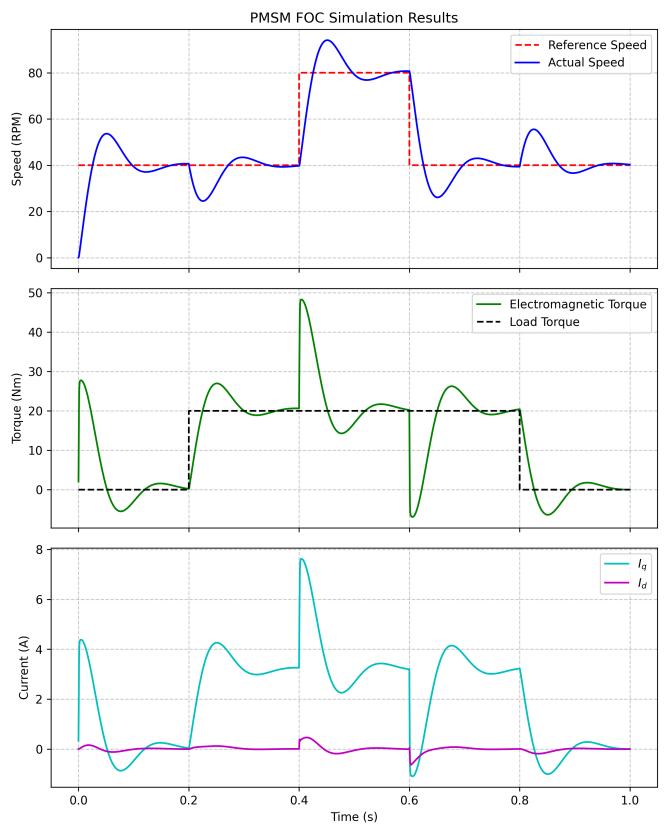


Fig. 1. Resultados da simulação mostrando Velocidade, Torque e Correntes (I_d , I_q).

O controlador de velocidade rastreia a referência de RPM com precisão e mínimo sobressinal. Quando o torque de carga é aplicado em $t = 0.2s$, observa-se uma pequena queda de velocidade, que é rapidamente rejeitada pelo controlador à medida que I_q aumenta para gerar o torque eletromagnético necessário. A corrente I_d é mantida em zero, garantindo uma operação eficiente.

V. CONCLUSÃO

Uma simulação completa de um acionamento PMSM usando FOC foi apresentada. A implementação modular em

Python permite testes fáceis de diferentes parâmetros de controle e características do motor. Os resultados confirmam a robustez do esquema FOC em lidar com distúrbios de carga e rastrear referências de velocidade.

APPENDIX A

CÓDIGO DA SIMULAÇÃO

Os códigos fonte da simulação desenvolvida em Python são apresentados a seguir.

A. *PMSMMotor.py*

```

# --- Calculate Id/Iq from Measured Currents
# (Ia, Ib, Ic) ---
# Clarke
I_alpha = Ia
I_beta = (Ia + 2.0*Ib) / math.sqrt(3.0)

# Park
Id_meas = I_alpha * cos_t + I_beta * sin_t
Iq_meas = -I_alpha * sin_t + I_beta * cos_t

# Constants that depend on speed (We)
g11 = 1 - (self.Ts * (self.Rs / self.Ld))
g12 = (We * self.Lq * self.Ts) / self.Ld
g21 = -We * self.Ld * self.Ts / self.Lq
g22 = 1 - self.Rs * self.Ts / self.Lq
h11 = self.Ts / self.Ld
h22 = self.Ts / self.Lq
i2 = -We * self.Lambda_m * self.Ts / self.Lq

# Calculate next current states based on
# Applied Voltages and MEASURED currents
Id_next = g11 * Id_meas + g12 * Iq_meas +
    h11 * Vd_ref
Iq_next = g21 * Id_meas + g22 * Iq_meas +
    h22 * Vq_ref + i2

# Torque Calculation
Te = 1.5 * self.Npp * Iq_next * (self.
    Lambda_m + (self.Ld - self.Lq) * Id_next
    )

# Mechanical Dynamics (Euler Integration)
# Handle Coulomb friction direction
Tc_dir = self.Tc if self.Wr > 0 else (-self.
    Tc if self.Wr < 0 else 0)

accel = (Te - Tload - (self.Bn * self.Wr) -
    Tc_dir) / self.J
self.Wr += accel * self.Ts

# Position Integration
self.theta += self.Wr * self.Ts
self.theta = self.theta % (2*math.pi) # Wrap
# mechanical angle

# Save for sensing
self.Id = Id_next
self.Iq = Iq_next

return Te

```

B. FOCController.py

```

import math

class FOCController:
    def __init__(self, Ts, Imax=8.0):
        self.Ts = Ts
        self.Imax = Imax

        # --- Controller Parameters ---
        self.Kps = 1                  # Speed P
        self.Kis = 55.0                # Speed I
        self.KpId = 119.0              # Id P
        self.KiId = 4015.0             # Id I
        self.KpIq = 119.0              # Iq P
        self.KiIq = 4015.0             # Iq I

        # --- Integrator States for PI Controllers
        #
        self.Ui_s = 0.0
        self.Ui_Id = 0.0

```

```

19         self.Ui_Iq = 0.0
20
21     def control_step(self, RPMref, Wr, Ia, Ib, Ic,
22                     theta_e, Vbus):
23         #
24         -----
25
26         # FIELD ORIENTED CONTROL (FOC)
27         #
28         -----
29
30         # --- Clarke Transform (abc -> alpha, beta)
31         # I_alpha = Ia
32         # I_beta = (1/sqrt(3)) * (Ia + 2*Ib) <-- Standard Clarke
33         # Or: I_beta = (Ia + 2*Ib) / sqrt(3)
34
35         I_alpha = Ia
36         I_beta = (Ia + 2.0*Ib) / math.sqrt(3.0)
37
38         # --- Park Transform (alpha, beta -> dq) ---
39         cos_t = math.cos(theta_e)
40         sin_t = math.sin(theta_e)
41
42         Id = I_alpha * cos_t + I_beta * sin_t
43         Iq = -I_alpha * sin_t + I_beta * cos_t
44
45         # --- Speed Controller (Outer Loop) ---
46         error_speed = (RPMref * 2 * math.pi / 60.0)
47             - Wr
48
49         # PI Calc
50         Up_s = self.Kps * error_speed
51         # Integral with Anti-windup clamping (Output limited to Imax)
52         Ui_s_next = self.Ui_s + (self.Kis * self.Ts
53             * error_speed)
54
55         Iq_ref_unlimited = Up_s + Ui_s_next
56
57         # Saturation / Clamp
58         Iq_ref = max(-self.Imax, min(self.Imax,
59             Iq_ref_unlimited))
60
61         # Back-calculation / Anti-windup decision
62         if Iq_ref == Iq_ref_unlimited:
63             self.Ui_s = Ui_s_next
64         else:
65             # If saturated, do not update integral ( simple anti-windup)
66             pass
67
68         Id_ref = 0.0 # MTPA would go here, 0 for surface PMSM
69
70         # --- Current Controllers (Inner Loops) ---
71
72         # Iq Loop
73         err_Iq = Iq_ref - Iq
74         Up_Iq = self.KpIq * err_Iq
75         Ui_Iq_next = self.Ui_Iq + (self.KiIq * self.Ts
76             * err_Iq)
77         Vq_ref = Up_Iq + Ui_Iq_next # + Decoupling ( omitted as it was 0)
78         self.Ui_Iq = Ui_Iq_next # Simplified update
79
80         # Id Loop
81         err_Id = Id_ref - Id
82         Up_Id = self.KpId * err_Id
83         Ui_Id_next = self.Ui_Id + (self.KiId * self.Ts
84             * err_Id)

```

```

76         Vd_ref = Up_Id + Ui_Id_next # - Decoupling ( omitted as it was 0)
77         self.Ui_Id = Ui_Id_next
78
79         #
80         -----
81
82         # INVERSE PARK & SVPWM
83         #
84         -----
85
86         cos_t = math.cos(theta_e)
87         sin_t = math.sin(theta_e)
88
89         # Inverse Park
90         Va_ref = cos_t * Vd_ref - sin_t * Vq_ref
91         Vb_ref = math.cos(theta_e - 2*math.pi/3) *
92             Vd_ref - math.sin(theta_e - 2*math.pi/3) *
93                 Vq_ref
94         Vc_ref = math.cos(theta_e + 2*math.pi/3) *
95             Vd_ref - math.sin(theta_e + 2*math.pi/3) *
96                 Vq_ref
97
98         # SVPWM Min-Max Injection (from C code logic )
99         # Note: In the original simulation, this was calculated but not explicitly used for Vd/Vq modification
100        # except for the Vbus limitation below.
101
102        # Voltage Saturation based on Vbus (Limit circle)
103        V_mag = math.sqrt(Vd_ref**2 + Vq_ref**2)
104        max_V = Vbus / math.sqrt(3) # Max phase voltage with SVPWM
105
106        if V_mag > max_V:
107            ratio = max_V / V_mag
108            Vd_ref *= ratio
109            Vq_ref *= ratio
110
111    return Va_ref, Vb_ref, Vc_ref

```

C. Inverter.py

```

1 import math
2
3 class Inverter:
4     def __init__(self):
5         pass
6
7     def step(self, Va_ref, Vb_ref, Vc_ref, Vbus):
8         #
9         -----
10
11         # INVERTER MODEL
12         #
13         -----
14
15         # Simple voltage source inverter model.
16         # Limits the output phase voltages based on Vbus.
17         # In a real inverter, this would involve PWM duty cycles.
18         # Here we assume average voltage injection with saturation.
19
20         # Max phase voltage (linear modulation limit for SVPWM)
21         max_V = Vbus / math.sqrt(3)

```

```

19     # Calculate magnitude of the requested
20     # voltage vector
21     # (Assuming balanced 3-phase, we can
22     # estimate magnitude)
23     # A more robust check is to convert back to
24     # alpha-beta or dq to check magnitude,
25     # but here we can check individual phase
26     # limits or the vector sum.
27
28     # Let's use the same logic as before: limit
29     # the vector magnitude.
30     # To do this without dq, we can look at the
31     # peak.
32     # Or simpler: just clamp individual phases
33     # to +/- Vbus/2 (DC link midpoint ref)
34     # BUT, the previous logic used a circular
35     # limit on Vdq.
36
37     # Let's stick to the previous logic's intent
38     # :
39     # If we receive Vabc, we assume they are
40     # already appropriate.
41     # However, we should enforce the physical
42     # limit of the bus.
43
44     # For this simulation, let's assume the
45     # controller handles the circular limit (
46     # SVPWM),
47     # and the inverter just hard-clamps if
48     # something goes wrong, or models the PWM
49     # effect.
50
51     # Since the controller was doing the
52     # limiting, we can just pass through
53     # or add a hard clamp for safety.
54
55     # Let's add a simple clamp to +/- Vbus/2 for
56     # each phase relative to neutral point
57     # (assuming ideal DC link utilization).
58
59     limit = Vbus / 2.0
60
61     Va = max(-limit, min(limit, Va_ref))
62     Vb = max(-limit, min(limit, Vb_ref))
63     Vc = max(-limit, min(limit, Vc_ref))
64
65     return Va, Vb, Vc

```

D. Sensors.py

```

1 import math
2
3 class Sensors:
4     def __init__(self):
5         pass
6
7     def measure(self, motor, RPMref):
8         #
9         # SENSOR MODEL
10        #
11
12        # 1. Measure Currents (Ia, Ib, Ic)
13        # Calculate Ia, Ib, Ic from motor states (Id
14        # , Iq, theta_e)
15
16        # Inverse Park Transform (dq -> alpha, beta)
17        cos_t = math.cos(motor.theta_e)
18        sin_t = math.sin(motor.theta_e)

```

```

19     I_alpha = motor.Id * cos_t - motor.Iq * sin_t
20     I_beta = motor.Id * sin_t + motor.Iq * cos_t
21
22     # Inverse Clarke (alpha, beta -> abc)
23     Ia = I_alpha
24     Ib = -0.5 * I_alpha + (math.sqrt(3)/2.0) * I_beta
25     Ic = -0.5 * I_alpha - (math.sqrt(3)/2.0) * I_beta
26
27     # 2. Measure Position (theta_e)
28     # Assuming perfect position sensor for FOC
29     theta_e = motor.theta_e
30
31     # 3. Measure Speed
32     # Reverting to actual speed measurement to
33     # fix feedback loop
34     Wr_meas = motor.Wr
35
36     return Ia, Ib, Ic, theta_e, Wr_meas

```

E. Simulate.py

```

1 import numpy as np
2 import matplotlib.pyplot as plt
3 import math
4 from PMSMMotor import PMSMMotor
5 from FOCController import FOCController
6 from Inverter import Inverter
7 from Sensors import Sensors
8
9 # --- Main Execution ---
10 if __name__ == "__main__":
11     # Simulation Parameters
12     Ts = 1e-4
13     t_end = 1.0
14
15     # Initialize Modules
16     motor = PMSMMotor(Ts)
17     controller = FOCController(Ts)
18     inverter = Inverter()
19     sensors = Sensors()
20
21     # Time settings
22     num_steps = int(t_end / Ts)
23
24     # Storage for plotting
25     history = {
26         'time': np.zeros(num_steps),
27         'rpm_ref': np.zeros(num_steps),
28         'rpm_act': np.zeros(num_steps),
29         'Iq': np.zeros(num_steps),
30         'Id': np.zeros(num_steps),
31         'Te': np.zeros(num_steps),
32         'Tload': np.zeros(num_steps),
33         'Vbus': np.zeros(num_steps)
34     }
35
36     print("Starting Simulation...")
37
38     t = 0.0
39     for k in range(num_steps):
40         # Update time
41         t = k * Ts
42         history['time'][k] = t
43
44         #
45
46         # 1. INPUTS & PROFILE

```

```

46      #
47      RPMref = 40.0
48      Tload = 0.0
49
50      if t > 0.2:
51          Tload = 20.0
52      if t > 0.4:
53          RPMref = 80.0
54      if t > 0.6:
55          RPMref = 40.0
56      if t > 0.8:
57          Tload = 0.0
58
59      V_bus = 311.0
60
61      #
62      #
63      # 2. SENSORS STEP
64      Ia, Ib, Ic, theta_e, Wr_meas = sensors.
65      measure(motor, RPMref)
66
67      #
68      #
69      # 3. CONTROL STEP
70      Va_ref, Vb_ref, Vc_ref = controller.
71      control_step(
72          RPMref, Wr_meas, Ia, Ib, Ic, theta_e,
73          V_bus
74      )
75
76      #
77      #
78      Va, Vb, Vc = inverter.step(Va_ref, Vb_ref,
79      Vc_ref, V_bus)
80
81      #
82      #
83      #
84      # 5. MOTOR PHYSICS STEP
85      #
86
87      Te = motor.physics_step(Va, Vb, Vc, Tload,
88      Ia, Ib, Ic)
89
90      #
91
92      #
93      # 6. DATA LOGGING
94      #
95
96      history['Vbus'][k] = V_bus
97      data = history
98
99      # --- Plotting ---
100     fig, (ax1, ax2, ax3) = plt.subplots(3, 1,
101         figsize=(10, 12), sharex=True)
102
103     # Plot 1: Speed
104     ax1.plot(data['time'], data['rpm_ref'], 'r--',
105             label='RPM Ref')
106     ax1.plot(data['time'], data['rpm_act'], 'b-',
107             label='RPM Actual')
108     ax1.set_ylabel('Speed (RPM)')
109     ax1.set_title('PMSM FOC Simulation')
110     ax1.legend()
111     ax1.grid(True)
112
113     # Plot 2: Torque
114     ax2.plot(data['time'], data['Te'], 'g-',
115             label='Electromagnetic Torque')
116     ax2.plot(data['time'], data['Tload'], 'k--',
117             label='Load Torque')
118     ax2.set_ylabel('Torque (Nm)')
119     ax2.legend()
120     ax2.grid(True)
121
122     # Plot 3: Currents and Voltage Input
123     ax3.plot(data['time'], data['Iq'], 'c-',
124             label='Iq (A)')
125     ax3.plot(data['time'], data['Id'], 'm-',
126             label='Id (A)')
127     # Scaling Vbus to fit on plot for visualization
128     ax3.plot(data['time'], data['Vbus']/10, 'y-',
129             alpha=0.3, label='Vbus Input / 10 (V)')
130     ax3.set_xlabel('Current (A)')
131     ax3.set_xlabel('Time (s)')
132     ax3.legend()
133     ax3.grid(True)
134
135     plt.tight_layout()
136     plt.show()

```

REFERENCES

- [1] F. Blaschke, "The principle of field orientation as applied to the new TRANSVECTOR closed-loop control system for rotating-field machines," Siemens Review, vol. 39, no. 5, pp. 217-220, 1972.
- [2] MathWorks, "BLDC - Three-winding brushless direct current motor with trapezoidal flux distribution," [Online]. Available: <https://www.mathworks.com/help/sps/ref/bldc.html>.