Resumen Estadística - Interpretación y Cálculo

1. Interpretando la Esperanza (E[X] o μ)

Qué es: El promedio ponderado o centro de gravedad. **Palabra Clave:** "A largo plazo" o "En promedio".

Resultado - Cómo argumentar (Fraseo sugerido)

- **Alto:** "Si el experimento se repite muchas veces, se espera una ganancia/rendimiento elevado. Es un escenario optimista para ingresos." (Contexto: Ganancias, Ventas, Calificaciones).
- **Bajo:** "El valor esperado es reducido, lo que indica un bajo rendimiento promedio por evento." (Contexto: Ganancias, Eficiencia).
- **Alto (Negativo):** "Se proyecta un costo o tiempo de espera promedio alto, lo cual es desfavorable para la operación." (Contexto: Costos, Tiempos de espera, Defectos).

Matiz Discreto: "En promedio se esperan X unidades por lote" (aunque no puedas tener 2.5 hijos, el promedio es ese).

Matiz Continuo: "El valor central hacia donde convergen las mediciones es…".

---

2. Interpretando la Dispersión (Varianza σ^2, Desviación σ, CV)

Qué es: Mide la incertidumbre, el riesgo o la variabilidad alrededor de la media. **Palabra Clave:** "Homogeneidad", "Riesgo", "Consistencia".

Medida - Resultado - Cómo argumentar

- **Baja ($\sigma \to 0$):** Confiable/Consistente: "Los datos están muy agrupados cerca de la media. El proceso es predecible y de bajo riesgo." (Contexto: Calidad industrial, Tiempos de llegada).
- **Alta (σ grande):** Volátil/Riesgoso: "Existe una gran dispersión en los resultados. Los valores pueden alejarse mucho del promedio, lo que implica incertidumbre." (Contexto: Inversiones bursátiles, Errores de medición).
- **Coeficiente de Variación (CV) <10%:** "La distribución es Homogénea. La media es altamente representativa del grupo."
- **Coeficiente de Variación (CV) >30%:** "La distribución es Heterogénea. El promedio no es confiable para tomar decisiones porque los datos varían demasiado."

Tip: Si el problema es de inversiones, σ alta significa "Alto Riesgo". Si es de manufactura, σ alta significa "Mala Calidad".

---

3. Interpretando la Posición (Cuartiles y Mediana)

Qué es: Indicadores de ubicación relativa y acumulación. **Palabra Clave:** "Acumulación", "Superación".

Medida - Cómo argumentar

- **Mediana (Q_2):** "El 50% de la población tiene un valor inferior a X. Es el punto de equilibrio central."
- **Q_1 (Bajo):** "El 25% de los casos más bajos no superan este umbral. Si este valor es alto, indica que incluso los 'peores' casos tienen buen rendimiento."
- **Q_3 (Alto):** "Solo el 25% superior supera este valor. Es el umbral de la excelencia (o del riesgo extremo, según el contexto)."
- **Rango Intercuartílico (Q_3-Q_1):** "El 50% central de los datos se mueve en este intervalo. Si es estrecho, la mayoría de la población 'normal' es muy parecida."

---

4. Interpretando la Forma (Asimetría y Curtosis)

Qué es: La "personalidad" de la curva. **Palabra Clave:** "Sesgo", "Concentración", "Colas".

A. Coeficiente de Asimetría ($\mathbf{A}_s$) * **$\mathbf{A}_s \approx 0$ (Simétrica):** "Los datos se distribuyen equitativamente a ambos lados de la media (ej. Estatura). La media y la mediana son similares." * **$\mathbf{A}_s > 0$ (Positiva/Derecha):** "Existe un Sesgo Positivo. La mayoría de los datos son bajos, pero hay valores atípicos extremadamente altos que 'jalan' el promedio hacia arriba (ej. Salarios: muchos ganan poco, pocos ganan millones)." * **$\mathbf{A}_s < 0$ (Negativa/Izquierda):** "Existe un Sesgo Negativo. La mayoría de los datos se concentran en valores altos, con algunos valores inusualmente bajos (ej. Notas en un examen muy fácil)."

B. Curtosis ($\mathbf{A}_p$) * **$\mathbf{A}_p > 3$ (Leptocúrtica):** "La distribución es muy picuda. Los datos están fuertemente concentrados en la media, pero existen 'colas pesadas' (posibilidad de eventos extremos raros)." * **$\mathbf{A}_p < 3$ (Platicúrtica):** "La distribución es achatada. Los datos están muy dispersos y no hay una moda clara y dominante; la probabilidad está muy repartida." * **$\mathbf{A}_p \approx 3$ (Mesocúrtica):** "El coeficiente de curtosis es de 3, lo que indica que la variable sigue una distribución Mesocúrtica. Esto significa que el comportamiento de los datos (su concentración y la probabilidad de eventos extremos) es similar al de una Distribución Normal estándar, lo cual sugiere un comportamiento equilibrado y predecible."

Ejemplo de Argumentación Ejercicio: Tiempo de reparación de una máquina. $\mu = 5$ horas, $\sigma = 4$ horas (Alta), $\mathrm{A}_s = 2$ (Positiva).

Buena Interpretación: "Aunque el tiempo de reparación promedio esperado es de 5 horas, la operación presenta un alto riesgo debido a una desviación estándar de 4 horas, lo que indica que los tiempos son muy inestables. Además, el sesgo positivo ($\mathrm{A}_s = 2$) nos advierte que, aunque la mayoría de reparaciones son rápidas, existen casos ocasionales donde la reparación tarda muchísimo tiempo, elevando el promedio. Se recomienda tener maquinaria de respaldo."

PARTE 1: MODELADO DISCRETO (Construir la Tabla)

El Reto: Te dan un texto con historias de dinero o conteos y debes crear la tabla $p(x)$.

Caso 1: Conteo Simple (Drones / Monedas) Situación: "Se inspeccionan 3 drones", "Se lanzan 2 monedas". **Estrategia:** Identifica el espacio muestral (Ω). Cuenta los casos favorables. **Ejemplo:** Drones defectuosos. Si hay 2 defectuosos en total, X no puede ser 3.

Caso 2: Ganancia Neta y Costos Hundidos (Licitación / Consultor) Situación: "Pagas $5,000 por entrar. Si ganas recibes $40,000". **La Trampa:** Olvidar restar el costo inicial cuando pierdes. **Fórmula Maestra:** $X =$ Ingreso Bruto $-$ Costos Totales. **Ejemplo:** Licitación de Software. * Ganar: $40k - 5k = 35k. $* Perder : \$0 - 5k = -5k$. (¡No es cero!).

Caso 3: Eventos Secuenciales y Riesgo (Cadena de Suministro) Situación: "Pasa transporte, LUEGO pasa aduana, LUEGO inspección". **Estrategia:** Dibuja un Árbol de Probabilidad. Multiplica las ramas para sacar la probabilidad final.

La Trampa Financiera (Metáfora de la Billetera): Solo resta dinero que sale de tu bolsillo (multas, costos). No restes el valor de la carga perdida (lucro cesante) si nunca te la pagaron.

Ejemplo: Contenedor marítimo. $P(\text{Pérdida Total}) = P(\text{Se hunde}) + P(\text{Multa})$. Suma de ramas finales.

PARTE 2: CÁLCULO CONTINUO (Integrales y k)

El Reto: Te dan una función $f(x)$ con una constante k desconocida o debes calcular Esperanza/Varianza.

Caso 1: Polinomios Simples y Simetría (Parábola) Función: $f(x) = k(2x - x^2)$. **Estrategia:** Integra normal (regla de la potencia).

El Truco Gráfico: * Si te piden $P(X >$ mitad del intervalo) y la gráfica es simétrica (montaña perfecta), la respuesta es automática 0.5. * Vértice: Usa la derivada $f'(x) = 0$ para hallar el pico (Moda). Si el pico cae fuera del intervalo, la función es "monótona" (solo sube o baja).

Caso 2: Trigonometría y "Vaca Vestida" (Seno/Coseno) Función: $f(x) = \sin(x)$ o para calcular $E[X]$ tienes $\int x \cdot \cos(x) dx$. **Estrategia:** * Integración por Partes: $\int u dv = uv - \int v du$. * Método Tabular (El mejor): Úsalo para momentos altos ($E[X^2]$ con $x^2 \sin x$). * Deriva el polinomio hasta 0. * Integra el trigonométrico cíclicamente. * Multiplica cruzado (+, -, +).

Caso 3: Racionales y Logaritmos (Fracciones Parciales Nivel 1) Función: $\frac{1}{(x+1)(x+3)}$. (Factores lineales distintos). **Estrategia:** Descompón en $\frac{A}{x+1} + \frac{B}{x+3}$. **Resolución:** "Tapa con el dedo" o da valores que anulen el paréntesis (ej. $x = -1$). **Integral:** Resultado siempre es $\ln|\text{algo}|$.

Caso 4: Irreducibles y Arcotangente (Fracciones Parciales Nivel 2) Función: $\frac{1}{(x+1)(x^2+3)}$. (Factor cuadrático irreducible). **Estrategia:** Descompón en $\frac{A}{x+1} + \frac{Bx+C}{x^2+3}$. **Resolución:** * Iguala el numerador original (usualmente 1, o x si buscas esperanza) a la suma de multiplicaciones. * Usa sistemas de ecuaciones comparando coeficientes (x^2, x, independientes). **Integral:** Recuerda que $\int \frac{1}{x^2+a^2} dx$ lleva a $\arctan(x/a)$.

PARTE 3: LAS MÉTRICAS (Fórmulas y Trucos)

El Reto: Calcular los indicadores una vez tienes el modelo.

1. Esperanza ($E[X]$) * **Discreta:** Suma producto ($\sum x \cdot p$). * **Continua:** $\int x \cdot f(x)$. * **Ojo:** Si usas fracciones parciales para la esperanza, el numerador cambia a x (porque multiplicaste por x).

2. Varianza ($V[X]$) * **El Atajo:** Nunca calcules $\int (x - \mu)^2$. * Usa siempre: $V(X) = E[X^2] - (E[X])^2$. * Para $E[X^2]$: Usa Tabular si es trigonométrica o fracciones parciales si es racional.

3. Mediana y Cuartiles * **Ecuación:** $F(m) = 0.5$ (o 0.25 para Q1, 0.75 para Q3). * **Trigonométrica:** Usas arcsin (seno inverso) para despejar el ángulo. * **Discreta:** Acumula probabilidades hasta pasar el umbral.

4. Probabilidad Condicional * **Fórmula:** $P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$. * **Ejemplo:** "Dado que perdió dinero (B), probabilidad de que fuera por inspección (A)". * **Clave:** El denominador es la suma de TODAS las ramas malas. El numerador es solo la rama específica que te piden.

Función	Derivada	Integral
$y = c$	$y' = 0$	$c.x$
$y = c.x$	$y' = c$	$c.x^2/2$
$y = x^n$	$y' = n.x^{n-1}$	$x^{(n+1)}/(n+1)$
$y = x^{-n}$	$y' = -n/x^{(x+1)}$	$-x^{-(n+1)}/(n+1)$
$y = x^{½}$	$y' = 1/(2.\sqrt{x})$	$x^{3/2}/(3/2)$
$y = x^{a/b}$	$y' = x^{(a/b-1)}/(b/a)$	$\frac{x^{\frac{a}{b}+1}}{\frac{a}{b}+1}$
$y = 1/x$	$y' = -1/x^2$	$\log x$
$y = \sin x$	$y' = \cos x$	$-\cos x$
$y = \cos x$	$y' = -\sin x$	$\sin x$
$y = \tan x$	$y' = 1/\cos^2 x$	$-\log \cos x$
$y = \text{cotan } x$	$y' = -1/\sin^2 x$	$\log \sin x$
$y = \sec x$	$y' = \sin x/\cos^2 x$	$y' = \log(\text{tg } x/2)$
$y = \text{cosec } x$	$y' = -\cos x/\sin^2 x$	$y' = \log[\cos x/(1 - \text{sen } x)]$
$y = \text{arcsen } x$	$y' = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$	$x.\arcsin x + \sqrt{1-x^2}$
$y = \arccos x$	$y' = \frac{-1}{\sqrt{1-x^2}}$	$x.\arccos x - \sqrt{1-x^2}$
$y = \text{arctg } x$	$y' = 1/(1 + x^2)$	$x.\text{arctg } x - [\log(1 + x^2)\}/2$
$y = \text{arccotan } x$	$y' = -1/(1 + x^2)$	$x.\text{arccotg } x + [\log(1 + x^2)\}/2$
$y = \text{arcsec } x$	$y' = \frac{1}{x.\sqrt{x^2-1}}$	