9) De un grupo de 6 hombres y 4 mujeres

a) ¿Cuántas comisiones de 3 personas se pueden formar?

Las comisiones no tienen orden (no importa si un hombre va antes de una mujer) => es una combinación

$$n C_k = \frac{n!}{k!\,(n-k)!}$$

$n = 10$ personas

$k = 3$ personas x comisión

$$10 C_3 = \frac{10!}{3!\,(7)!} = 120 \text{ combinaciones posibles}$$

b) ¿Cuántas en las que haya exactamente un hombre?

Utilizando el principio del producto:

de 6 hombres, necesitamos solo 1:

$$6 C_1 = \frac{6!}{1!\,5!} = 6 \text{ posibles puestas del hombre}$$

Como son grupos de 3, solo necesitamos 2 mujeres de las 4

$$4 C_2 = \frac{4!}{2!\,2!} = 6 \text{ posibles puestas de las mujeres}$$

$\Rightarrow$ $6 \cdot 6 = 12$ combinaciones para el caso

c) ¿Cuántas en las que haya al menos un hombre?

Puede haber de 1 a 3 hombres, para esto buscamos el tamaño de la combinación que no los tiene

$$_4 C_3 = \frac{4!}{3!\,(1)!} = 4 \text{ combinaciones sin mujeres}$$

$\Rightarrow$ Hay 116 combinaciones que tienen al menos un hombre

11. Se sabe que en un avión van 100 personas de las cuales 10 son mujeres que fuman y 20 hombres que no fuman; si van tantas personas que fuman como personas que no fuman, halle las siguientes probabilidades:

↳ 50/50 ⇒ 50 fuman, 50 no fuman

a) Si se escoge una persona al azar sea mujer;

b) Si se escoge una persona al azar, sea mujer que fuma;

c) Si se escoge una mujer, que sea de las que fuman;

d) Si se escoge una persona al azar, sea mujer o que fume.

	Fuman (F)	No Fuman (F^c)	
Hombres (H)	40	20	60
Mujeres (M)	10	30	40
	50	50	

⇒

$|H \cap F| = 40, \quad |H \cap F^c| = 20, \quad |M \cap F| = 10, \quad |M \cap F^c| = 30$

a)

$|A| = 40, \quad |\Omega| = 100$

$P(A) = \frac{40}{100} = 0{,}4$

b)

$|B| = |M \cap F| = 10$

$P(B) = \frac{10}{100} = 0{,}10$

c) $P(F|M) = \frac{P(F \cap M)}{P(M)} = \frac{0{,}1}{0{,}4} = 0{,}25$

d) Pueden ocurrir al mismo tiempo ⇒ No son disjuntos

"o" ⇒ $\cup$

$P(M \cup F) = P(M) + P(F) - P(M \cap F)$

$= 0{,}4 + \frac{|F|}{|\Omega|} - 0{,}1$

$= 0{,}4 + 0{,}5 - 0{,}1 = 0{,}8$ //

Escaneado con CamScanner

15. Una caja contiene diez fusibles. Ocho de ellos de capacidad 10 amperios (A) y los otros dos de capacidad 15 A. Se seleccionan dos fusibles aleatoriamente $\rightarrow$ grupos de 2 $\Rightarrow K=2$

a) ¿Cuál es la probabilidad de que el primer fusible sea de capacidad 15 A?

b) ¿Cuál es la probabilidad de que el segundo fusible sea de 15 A, dado que el primer fusible sea de 10 A?

c) ¿Cuál es la probabilidad de que el segundo fusible sea de 15 A, dado que el primer fusible sea de 15 A?

Respuesta(s): a) 2/10, b) 2/9, c) 1/9

$|\Omega| = 10$, 10 A = Evento A $\Rightarrow |A| = 8$, 15 A = Evento B $\Rightarrow |B| = 2$

a) "Primer" $\Rightarrow$ solo 1 fusible

$$P(B) = \frac{2}{10} = \frac{1}{5}$$

b) 1. A, 2. B

$$P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)}$$

- importa el orden $\Rightarrow \mathbb{P}$

$${}_{10}\mathbb{P}_2 = \frac{10!}{8!} = 90 \text{ posibles permutaciones} \Rightarrow |\Omega| = 90$$

$$P(A) = \frac{8}{10}$$

$|A \cap B| = 8 \cdot 2 = 16$ posibles combinaciones en las que estos 2 aparecen juntos

$$P(A \cap B) = \frac{16}{90}$$

$$P(B|A) = \frac{\cancel{16}^{\,2}}{\cancel{90}} \cdot \frac{\cancel{10}}{\cancel{8}} = \frac{2}{9}$$

c)

$$P(A|B) = \frac{P(B \cap B)}{P(B)} = \frac{\cancel{2}}{90} \cdot \frac{\cancel{10}}{\cancel{2}} = \frac{1}{9}$$

$$|B \cap B| = {}_2\mathbb{P}_2 = \frac{2!}{0!} = 2$$

Escaneado con CamScanner

21. Una contraseña de computadora consta de ocho caracteres.

a) ¿Cuántas contraseñas diferentes son posibles si cada caracter puede ser cualquier letra minúscula o dígito?

b) ¿Cuántas contraseñas diferentes son posibles si cada caracter puede ser cualquier letra minúscula o dígito y al menos un caracter debe ser un dígito?

c) Un sistema de computadora requiere que las contraseñas contengan al menos un dígito. Si se generan ocho caracteres aleatoriamente y cada uno es igualmente probable de ser cualesquiera de las 26 letras o de los diez dígitos, ¿cuál es la probabilidad de que se genere una contraseña válida?

Contraseña -> importa el orden -> puede repetir

a)

$\Omega = 36$

$k = 8$ $\Rightarrow$ $36\,\mathbb{PR}_8 = 36^8$ posibles contraseñas

b) Casos con 0 dígitos $\Omega = 26,\ k=8$

$26\,\mathbb{PR}_8 = 26^8$

Casos con dígitos y sin dígitos: $36^8 - 26^8 = 2{,}612 \times 10^{12}$ contraseñas

c) Necesitan al menos 1 dígito $\Rightarrow$ $A = 2{,}612 \times 10^{12}$

$|\Omega| = 36^8$

$P(A) = \dfrac{2{,}60 \times 10^{12}}{36^8} = 0{,}926$

Es muy probable que haya una contraseña válida

19. El papá de un bebé próximo a nacer quiere que su hijo se llame Juan, Camilo o Felipe. La mamá por su parte, pretende que se llame Andrés o Pablo. Para que ambos queden felices deciden combinar los nombres propuestos, considerando que primero irá el del papá y, luego, el de la mamá. ¿De cuántas formas diferentes se pueden proponer un nombre para el bebé?. Escriba el espacio muestral.

Respuesta(s): Siendo J:Juan; C:Camilo; F:Felipe; A:andrés; P:Pablo; $\Omega = \{JA, JP, CA, CP, FA, FP\}$

$P = (J, C, F)$; $M = (A, P)$

$\Omega = (J, C, F, A, P)$ $\qquad |P| = 3$, $|M| = 2$

1° papá – 2° mamá $\Rightarrow$ Importa el orden

Combinaciones totales disponibles:

$_5P_2 = \frac{5!}{(5-2)!} = 20$

Primero debe ocurrir P y luego M, entonces tenemos $|P| \cdot |M|$ opciones disponibles:

$|P| \cdot |M| = 6$, si primero van los del padre;

$\Omega = (JA, JP, CA, CP, FA, FP)$

20)

Calif \ CI	75-80	81-85	86-90	91-95	96-100	101-105
51-58		2	5		1	1
43-50	3	2				2
35-42	1		3	4	1	1
27-34	2	3		3	1	
19-26	3	4	2			
11-18	3		3			
	12	11	13	7	3	4

a) CI: 86-90 y C: 35-42

$|A| = 3$

$|\Omega| = 50$

$P(A) = \frac{3}{50} = 0{,}06$

b) Únicamente: Cal > 42, CI > 95

$|B| = 4$

$|\Omega| = 50$

$P(B) = \frac{4}{50} = 0{,}08$

25. Los currículum de dos aspirantes masculinos para el puesto de profesor de química en una facultad se colocan en el mismo archivo que los currículum de dos aspirantes mujeres. Hay dos puestos disponibles y el primero, con el rango de profesor asistente, se cubre mediante la selección al azar de 1 de los 4 aspirantes. El segundo puesto, con el rango de profesor titular, se cubre después mediante la selección aleatoria de uno de los 3 aspirantes restantes. Utilizando la notación M_2F_1, por ejemplo, para denotar el evento simple de que el primer puesto se cubra con el segundo aspirante hombre y el segundo puesto se cubra después con la primera aspirante mujer:

a) liste los elementos de un espacio muestral S;

b) liste los elementos de S que corresponden al evento A de que el puesto de profesor asistente se cubra con un aspirante hombre;

c) liste los elementos de S que corresponden al evento B de que exactamente 1 de los 2 puestos se cubra con un aspirante hombre;

d) liste los elementos de S que corresponden al evento C de que ningún puesto se cubra con un aspirante hombre;

e) liste los elementos de S que corresponden al evento $A \cup B$,

f) liste los elementos de S que corresponden al evento $A \cup C$,

g) construya un diagrama de Venn para ilustrar las intersecciones y las uniones de los eventos A, B y C.

Mismo archivo: $|H| = 2$, $|M| = 2$, puestos disp: 2, prof A: azar $\frac{1}{4}$

PT: 3 restantes $\Rightarrow \frac{1}{3}$

$M_2 F_1$: 2° hombre, 1° Mujer.

$H = (M_1, M_2)$, $M = (F_1, F_2)$

PA $\rightarrow$ PT

a) Importa el orden: $|U| = 4$, $k = 2$

$${}_4P_2 = \frac{4!}{(4-2)!} = 12$$

$S = \{M_1M_2;\ M_2M_1;\ M_1F_1;\ M_1F_2;\ M_2F_1;\ M_2F_2,\ F_1F_2,\ F_2F_1,\ F_1M_1,$
$F_1M_2,\ F_2M_1,\ F_2M_2\}$

b) Primero M, xq' el asistente es primero

$A = \{M_1M_2,\ M_2M_1,\ M_1F_1,\ M_1F_2,\ M_2F_1,\ M_2F_2\}$

c) $B = \{M_1F_1,\ M_1F_2,\ M_2F_1,\ M_2F_2,\ F_1M_1,\ F_1M_2,\ F_2M_1,\ F_2M_2\}$

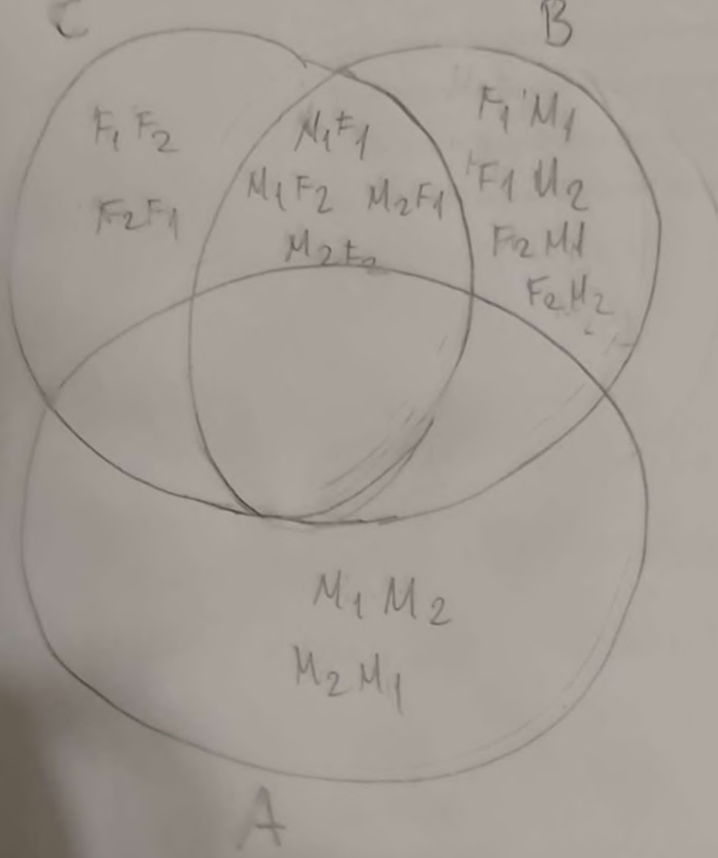
d) $C = \{F_1F_2,\ F_2F_1\}$

e)

$A \cup B = \{ M_1M_2, M_2M_1, M_1F_1, M_1F_2, M_2F_2, F_1M_1, F_1M_2, F_2M_1, F_2M_2 \}$

f) $A \cup C = \{ M_1M_2, M_1F_1, M_1F_2, M_2M_1, M_2F_1, M_2F_2, F_1F_2, F_2F_1 \}$

g)



32. Los empleados de una compañía se distribuyen de la siguiente manera:

	Hombre (H)	Mujer (M)	TotaL
Administrativos (A)	20	30	50
Técnicos (T)	60	140	200
Ventas (V)	100	50	150
TOTAL:	180	220	400

Se elige aleatoriamente a un empleado, establecer:

a) ¿Cuál es la probabilidad de que sea mujer?

b) ¿Cuál es la probabilidad de que trabaje en ventas?

c) ¿Cuál es la probabilidad de que sea hombre y trabaje de técnico?

d) ¿Cuál es la probabilidad de que sea hombre o trabaje de técnico?

Respuesta(s): *a*) 0.55 *b*) 0.38 *c*) 0.15 *d*) 0.8

a)

$|M| = 220 \quad , \quad |\Omega| = 400$

$P(A) = \frac{22\cancel{0}}{40\cancel{0}} = 0{,}55$

b) $|V| = 150, \ |\Omega| = 400$

$P(B) = \frac{15\cancel{0}}{40\cancel{0}} = 0{,}375$

c) $|H \cap T| = 60$

$P(C) = \frac{6\cancel{0}}{40\cancel{0}} = 0{,}15$

d) $H \cup T$ No son disjuntos.

$P(H \cup T) = P(H) + P(T) - P(H \cap T)$

$= \frac{180 + 200 - 60}{400} = 0{,}8$

38. En las fábricas a los trabajadores constantemente se les motiva para que practiquen la tolerancia cero para prevenir los accidentes en el lugar de trabajo. Los accidentes pueden ocurrir porque el ambiente o las condiciones laborales son inseguros en sí mismos. Los accidentes también pueden ocurrir por negligencia o simplemente por fallas humanas. Además, los horarios de trabajo de 7:00 A.M. a 3:00 P.M. (turno matutino), de 3:00 P.M. a 11:00 P.M. (turno vespertino) y de 11:00 P.M. a 7:00 A.M. (turno nocturno) pueden ser un factor en la cantidad de accidentes. El año pasado ocurrieron 300 accidentes. Los porcentajes de los accidentes por la combinación de condiciones son como sigue:

Turno	Condiciones inseguras	Fallas humanas
Matutino	5 %	32 %
Vespertino	6 %	25 %
Nocturno	2 %	30 %

Si se elige aleatoriamente un reporte de accidente de entre los 300 reportes,

a) ¿Cuál es la probabilidad de que el accidente haya ocurrido en el turno nocturno?

b) ¿Cuál es la probabilidad de que el accidente haya ocurrido debido a una falla humana?

c) ¿Cuál es la probabilidad de que el accidente haya ocurrido debido a las condiciones inseguras?

d) ¿Cuál es la probabilidad de que el accidente haya ocurrido durante los turnos vespertino o nocturno?

$|\Omega| = 300$

a) Son eventos disjuntos

$2\% + 30\% = 32\%$ o $0{,}32$

b)

$32+25+30 = 87\%$ o $0{,}87$

c)

$5+6+2 = 13\%$ o $0{,}13$

d) $V \cup N$ (disjuntos)

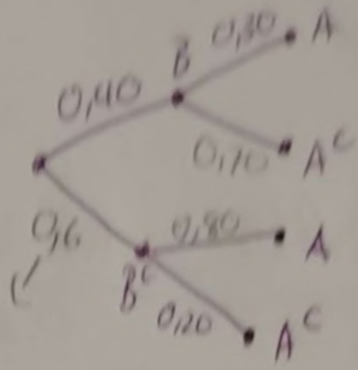
$P(V \cup N) = P(V) + P(N) = (6+25) + (30+2) = 31+32 = 63\%$ o $0{,}63$

Determine:

a) $P(A)$

b) $P(B/A)$

c) $P(B/A^c)$



xq?

$P(B^c) = 1 - P(B)$

Primero pasan B o B^c que son disjuntos y A ocurre siempre después de ambos, por lo que aplicamos probabilidad total

$\Rightarrow \quad A = A \cap \Omega \Rightarrow A = A \cap (B \cup B^c)$

$A = (A \cap B) \cup (A \cap B^c)$

Por teorema prob total

$$P(A) = \sum_{k=1}^{2} P(A|B_k)\, P(B_k)$$

$$P(A) = P(A|B)P(B) + P(A|B^c)P(B^c)$$

Sabemos que:

$P(B) = 0,4$ $\qquad$ $P(A|B) = 0,30$

$P(B^c) = 0,6$ $\qquad$ $P(A|B^c) = 0,80$

$P(A) = (0,3)(0,4) + (0,8)(0,6)$

$= 0,12 + 0,48$

$P(A) = 0,6$

b) Se nos pide "invertir" la probabilidad, dado que B ya ocurrió, p... se nos pide $A \Rightarrow B$, por lo que usamos Bayes

$$P(B|A) = \frac{P(A|B)\,P(B)}{\underbrace{\sum_{J=1}^{2} P(A|B_j)P(B_j)}_{\to \text{ prob total}}} \Rightarrow P(B|A) = \frac{P(A|B)P(B)}{P(A)}$$