10. De una facultad con 786 estudiantes se ha tomado una muestra representativa de 80, respecto al número de signaturas aprobadas hasta la fecha en la que se obtuvo la muestra, con lo cual se ha organizado la tabla de frecuencias individuales adjunta.

Número de asignaturas	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28
Número de estudiantes	2	4	5	8	13	12	9	11	7	6	3

a b c d e f g h i j k

Calcule:

a) **El número total de las asignaturas aprobadas por los 15 estudiantes de la muestra que menos asignaturas tienen aprobadas.**

b) **El número total de las asignaturas aprobadas por los 14 estudiantes de la muestra que más asignaturas tienen aprobadas.**

c) **El número de estudiantes, en la muestra y en la facultad, que han aprobado al menos 20 asignaturas y menos de 26 asignaturas.**

d) **El número de estudiantes, en la muestra y en la facultad, que han aprobado más de 25 asignaturas.**

a) Notamos que: los estudiantes de los grupos a hasta c son los que menos asignaturas tienen, entonces extraemos 15 de los grupos

a: 2 estudiantes × 18 asignaturas = 36

b: 4 " " × 19 " " = 76

c: 5 " " × 20 " " = 100

d: 4 " " × 21 " " = 84

15 estudiantes, tienen en total 296 asignaturas

b) Los grupos i - k son los que más estudiantes tienen. Entonces:

k: 28 · 3 = 84

j: 27 · 6 = 162

i: 26 · 7 = 130

376

Los 14 estudiantes con más asignaturas han completado 376 asignaturas

c) Grupos que cumplen la condición $20 \leq x \leq 26$: c-h

c.1) Estudiantes de la muestra: $5+8+13+12+9+11=58$ estudiantes cumplen

c.2) En la facultad:

Primero buscaremos que porcentaje de estudiantes pasó las asignaturas en la muestra, para poder extrapolarlo a la facultad

$$\begin{array}{l} 80 \rightarrow 100\% \\ 58 \rightarrow x \end{array} \Rightarrow \frac{58 \cdot 100}{80} = 72.5\%$$

Si 72,5% de los estudiantes pasaron en la muestra $\Rightarrow$

$$\begin{array}{l} 100\% \rightarrow 786 \\ 72,5\% \rightarrow x \end{array} \Rightarrow \frac{72,5 \times 786}{100} = 589,85 \approx 570$$

Como no podemos tener 0,89 estudiantes, concluimos que:

570 estudiantes cumplen

d) $x > 25$, grupos que cumplen: i-k

Seguimos la misma regla que en el anterior:

c.1) $7+6+3=16$ estudiantes cumplen

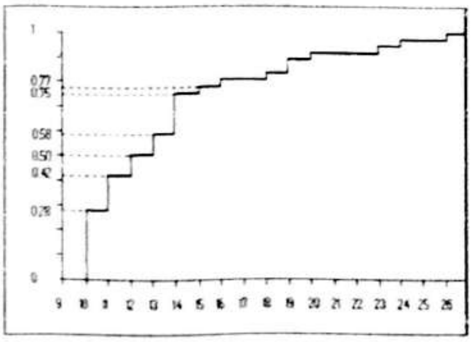
c.2)
$$\begin{array}{l} 80 \rightarrow 100\% \\ 16 \rightarrow x \end{array} \Rightarrow \frac{16 \cdot 100}{80} = 20\%$$

$$\begin{array}{l} 100\% \rightarrow 786 \\ 20\% \rightarrow x \end{array} \Rightarrow \frac{20 \cdot 786}{100} = 157,2 \approx 157 \text{ estudiantes cumplen}$$

11. Las siguientes puntuaciones representan la calificación en un examen final para un curso de Probabilidad y Estadística:

2 3	6 0	7 9	3 2	5 7	7 4	5 2	7 0	8 2
3 6	8 0	7 7	8 1	9 5	4 1	6 5	9 2	8 5
5 5	7 6	5 2	1 0	6 4	7 5	7 8	2 5	8 0
9 8	8 1	6 7	4 1	7 1	8 3	5 4	6 4	7 2
8 8	6 2	7 4	4 3	6 0	7 8	8 9	7 6	8 4
4 8	8 4	9 0	1 5	7 9	3 4	6 7	1 7	8 2
6 9	7 4	6 3	8 0	8 5	6 1			

$n = 60$



a) **Determine una distribución de frecuencias para el puntaje de los estudiantes.**

b) **Elabore un histograma de frecuencias relativas.**

c) **Calcule la media, la mediana y la desviación estándar de la muestra.**

Respuesta(s): Media ≈ 65.48; Mediana = 71.5; Desv. estándar ≈ 21.13

a)

Int	m_i	f_i	fr_i	F_i	Fr_i
[10-21)	15.5	3	0.050	3	0.050
[21-32)	26.5	2	0.033	5	0.083
[32-43)	37.5	5	0.083	10	0.167
[43-54)	48.5	4	0.067	14	0.233
[54-65)	59.5	10	0.167	24	0.400
[65-76)	70.5	11	0.183	35	0.583
[76-87)	81.5	19	0.317	54	0.900
[87-98]	92.5	6	0.100	60	1.000
		$N = 60$			

a.1) Rango

$x_{máx} = 98$, $x_{min} = 10$

$R = 98 - 10 = 88$

a.2) # de intervalos

$k = \sqrt{n} \Rightarrow k = \sqrt{60} = 7,7$

$\Rightarrow k = 8$

a.3) Amplitud

$A = \frac{R}{k} \Rightarrow A = \frac{88}{8} = 11$

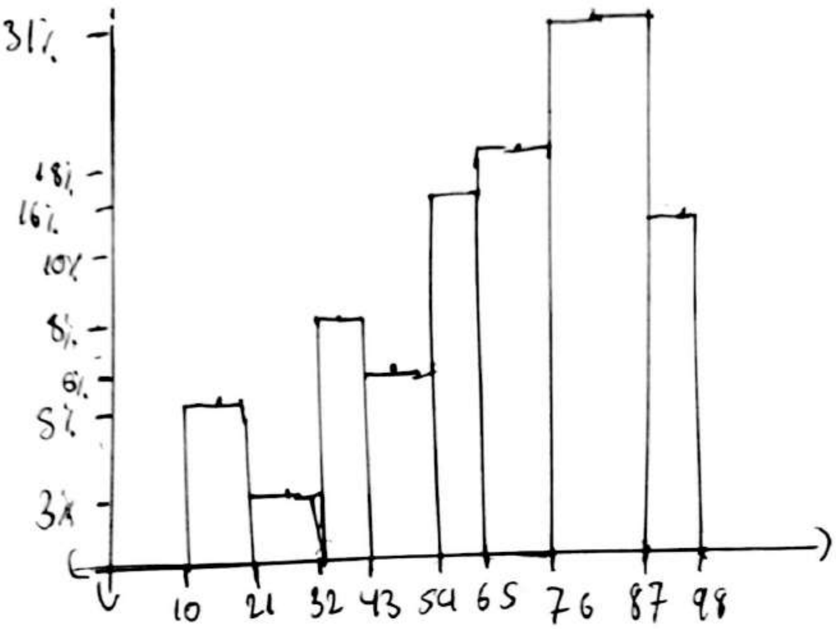
a.4) intervalos y m_i

1) $[10-21) \Rightarrow m_i = (10+21)/2 = 15.5$

2) $[21-32) \Rightarrow m_i = (21+32)/2 = 26,5$

⋮

b)



c) Media

$$\overline{X} = \frac{1}{60} \sum_{i=1}^{8} m_i \cdot f_i$$

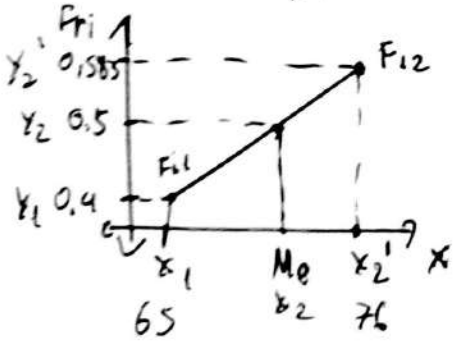
$$= \frac{1}{60} \cdot \left[(15.5 \cdot 3) + (37.5 \cdot 5) \dots\dots + (92.5 \cdot 6) \right]$$

$$\overline{x} \approx 65{,}48$$

Mediana

Tenemos que aplicar interpolación

1) Encontramos la clase mediana [65 - 76)



$$(Y_2 - Y_1) = m\,(x_2 - x_1)$$

$$m = \frac{Y_2' - Y_1}{X_2' - X_1} = 0{,}017$$

Si $x_2 = Me \Rightarrow$

$$\frac{(Y_2 - Y_1)}{m} = x_2 - x_1$$

$$X_2 = \frac{(Y_2 - Y_1)}{m} + X_1 \approx 71.1$$

Desviación estandar

$$S = \sqrt{\frac{1}{60-1} \sum_{i=1}^{8} (m_i - 65{,}48)^2 \cdot f_i}$$

$$= \sqrt{\frac{1}{59} \left[((15{,}5 - 65{,}48)^2 \cdot 3) + ((26{,}5 - 65{,}48)^2 \cdot 2) \ldots \right]}$$

$S \cong 21{,}13$

15. El siguiente cuadro representa las posibles puntuaciones, entre 0 y 100, obtenidos por un grupo de trabajadores en una prueba de aptitud. Además, se sabe que $fr_4 - fr_5 = 0.12$ y el ancho del intervalo es de 16.

	Puntuación	Punto medio (x_i)	Frecuencia Absoluta (f_i)	Frecuencia Absoluta Acumulada (F_i)	Frecuencia Relativa (fr_i)	Frecuencia Relativa Acumulada (Fr_i)
1	[2,5 - 18,5)	10,5	4	4	0,08	0,08
2	[18,5 - 34,5)	26,5	5	9	0.10	0,18
3	[34,5 - 50,5)	42,5	9	18	0,18	0.36
4	[50,5 - 66,5)	58.5	16	34	0,32	0,68
5	[66,5 - 82,5)	74,5	10	44	0,20	0,88
6	[82,5 - 98,5]	90,5	6	50	0.12	1,00

a) **Complete la tabla de frecuencias**

b) **¿Qué porcentaje de trabajadores se encuentran por debajo del promedio?**

c) **Dibuje el diagrama de caja.**

a)

$A = 16$

$fr_4 - fr_5 = 0,12$

1) Encontrar intervalos

Limite superior $= L_i + A$

$$m_i = \frac{L_i + (L_i + 16)}{2}$$

$$m_4 = \frac{L_4 + (L_4 + 16)}{2}$$

$$58,5 = \frac{2L_4 + 16}{2}$$

$$58,5 = \frac{2L_4}{2} + \frac{16}{2}$$

$$L_4 = 58,5 - 8$$

$$L_4 = 50,5$$

2) Determinar tamaño muestra

$F_1 = f_1$

Si $fr_i = f_i/N$

$\Rightarrow fr_2 = f_2/N$

$0,10 = f_2/N$

$f_2 = 0,10 \cdot N$

$Fr_3 = fr_1 + fr_2 + fr_3$

$fr_1 = f_1/N \Rightarrow fr_1 = \frac{4}{N}$

Datos: $f_2 = 0,10 \cdot N$ $\qquad f_6 = 0,12 \cdot N$

$fr_1 = \frac{4}{N}$

$f_3 = 0,26N - 4$

$f_5 = 10$

Reemplazamos $N = 50$ en todos los datos

$\Rightarrow Fr_3 = \frac{4}{N} + 0{,}10 + fr_3$

$0{,}36 = \frac{4}{N} + 0{,}10 + fr_3$

$0{,}26 - \frac{4}{N} = \left(\frac{f_3}{N}\right) \ldots$

$f_3 = \left(0{,}26 - \frac{4}{N}\right) \cdot N$

$f_3 = 0{,}26N - 4$

Si: $fr_4 - fr_5 = 0{,}12$

$fr_4 - \frac{10}{N} = 0{,}12$

$\frac{f_4}{N} - \frac{10}{N} = 0{,}12$

$\frac{f_4 - 10}{N} = 0{,}12$

$f_4 = 0{,}12N + 10$

Si $N = f_1 + f_2 + f_3 + \ldots + f_6 \Rightarrow$

$4 + 0.10N + (0{,}26N - 4) + (0{,}12N + 10) + 10 + (0{,}12N) = N$

$N(0{,}10 + 0{,}26 + 0{,}12 + 0{,}12) + (4 - 4 + 10 + 10) = N$

$0{,}60N + 20 = N$

$N = \frac{20}{0{,}40} = 50$ //

Escaneado con CamScanner

b) 1) Primero calculamos el promedio

$$\bar{x} = \frac{1}{50} \sum_{i=1}^{6} m_i \cdot f_i$$

$$\bar{x} = (10,5 \cdot 4) + (26,5 \cdot 5) + \dots + m_i f_i$$

$$\bar{x} = \frac{2781}{50} = 55.62$$

2) Determinar empleados

Este porcentaje está determinado entre los intervalos 1 a 4

Buscamos cuantos entran en el intervalo 4:

$$55,62 - 50.5 = 5.12 \text{ puntos}$$

$$16 \text{ puntos} \rightarrow 16 \text{ empleados (amplitud)}$$
$$5.12 \rightarrow x \qquad \Rightarrow x = 5.12$$

Sumamos con las fi del resto de intervalos:

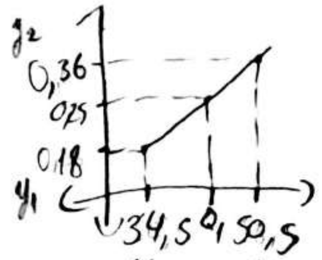
$$\text{Cantidad} = 4+5+9+5.12$$
$$= 23,12$$

Porcentaje: $\frac{23,12}{50} \cdot 100\% = 46,24\%$ de trabajadores.

C) Diagrama de caja:

Necesitamos los 3 cuartiles (Interpolamos para obtenerlos)

Q_1: 25% (intervalo 2 a 3)



$$(0,25 - 0,18) = m(Q_1 - 34,5)$$

$$m = \frac{0,36 - 0,18}{50,5 - 34,5} = 0,011$$

$$Q_1 = \frac{0,25 - 0,18}{0,011} + 34,5 = 40,86$$

Escaneado con CamScanner

Mediana
Utilizamos el otro método para interpolar
Posición:

$$\frac{nk}{100} = \frac{5\cancel{0}\cdot 5\cancel{0}}{1\cancel{00}} = 25$$, se encuentra en el intervalo 4

$$Me = 50,5 + \frac{25-18}{\cancel{16}}\cdot \cancel{16}$$

$Me = 57,5$ o Q_2

Q_3:

$$\frac{nk}{100} = \frac{\overset{1}{\cancel{5}}0.75}{\underset{2}{\cancel{100}}} = 37.5$$, en el intervalo 5

$$Q_3 = 66,5 + \frac{37.5-34}{\underset{5}{\cancel{10}}}\cdot \overset{8}{\cancel{16}}$$

$Q_3 = 72,1$

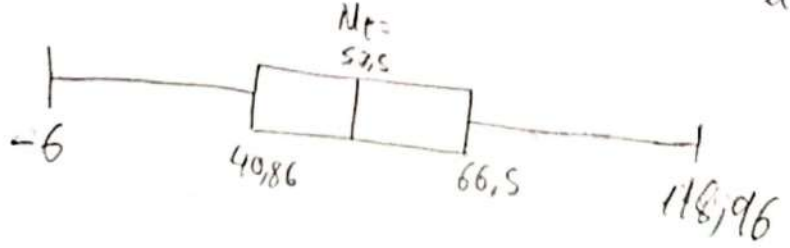
Obtenemos outliers:

$RIQ = Q_3 - Q_1 \Rightarrow RIQ = 72,1 - 40,86 = 31,24$

$L_i = 40,86 - 1.5(31,24) = -6$

$L_s = 72,1 + 1.5(31,24) = 118,96$

No puede haber notas negativas o mayores a 6



18. De la producción de 8000 empaques se obtuvo una muestra cuya distribución de frecuencias por intervalos de clase considerando el peso de los empaques, está dada por:

i	Intervalos (pesos en gramos)	Empaques f_i	F_i
1	4.5 - 11.5	17	17
2	11.5 - 18.5	23	40
3	18.5 - 25.5	18	58
4	25.5 - 32.5	26	84
5	32.5 - 39.5	19	103
6	39.5 - 46.5	14	117
7	46.5 - 53.5	23	140
8	53.5 - 60.5	27	167
9	60.5 - 67.5	21	188
10	67.5 - 74.5	19	207

a) **El costo de producción de cada unidad es de 1.20 dólares. Las unidades que pesan hasta 29 gramos se venden a 1.40 dólares. Las unidades que pesan más de 29 y hasta 50 gramos se venden a 1.70 dólares. Las unidades que pesan más de 50 gramos se venden a 1.90 dólares. Calcule la utilidad que se esperaría obtener si la muestra es representativa de la población y se venden todas las unidades producidas.**

b) **Calcule el peso máximo que estadísticamente se puede aceptar para las unidades que conforman el 32 % más bajo de la muestra.**

c) **Calcule el peso mínimo que estadísticamente se puede aceptar para las unidades que conforman el 26 % más alto de la muestra.**

a.1) Obtenemos el tamaño de la muestra: $n = 207$ empaques

a.2) Separo por categorías de peso

C.1 $\leq 29g \Rightarrow$ Intervalos 1 a 4

C.2 $\leq 50g \Rightarrow$ Intervalo 4 a 7

C.3 $> 50g \Rightarrow$ Intervalo 7 a 10

a.3) Obtener datos de intervalos

I.4 (Interpolamos)

$$P_K = \frac{\frac{nk}{100} - F_{i-1}}{f_i} \cdot A + L_{i-1} \qquad \frac{nk}{100} = \text{posición} = N_P$$

$$P_K = 29$$

$$\frac{f_i (P_k - L_{i-1})}{A} + F_{i-1} = N_p$$

$N_p =$

$$\frac{26(29-25.5)}{7} + 58 = 71 \text{ empaques} \leq 29\text{ g}$$

C.2) I.7

$$N_p = \frac{23(50-46{,}5)}{7} + 117 = 128{,}5 - 71 = 57{,}5 > 29 \text{ y} \leq 50$$

C.3) $-128{,}5 + 207 = 78{,}5 > 50$

a.3) Extrapolamos

$207 \rightarrow 8000 \Rightarrow$ C.1) $\dfrac{71 \cdot 8000}{207} = 2743.96 \approx 2744$

$y \rightarrow x$

C.2) $\dfrac{57{,}5 \cdot 8000}{207} = 2222.22 \approx 2222$

C.3) $\dfrac{78.5 \cdot 8000}{207} = 3033.81 \approx 3034$

C.4) Utilidad

Costo: $8000 \cdot 1{,}20 = \$9600$

Ingresos:

$C_1: 2744 \cdot 1{,}40 = \$3841.40$

$C_2: 2222 \cdot 1{,}70 = \$3777.40$

$C_3: 3034 \cdot 1.90 = \$5764.60$

$\$13383.60$

Utilidad: Ingreso - Costo $= \$3783.60$

b) Busco P_{32}

Posición: $\frac{nk}{100} = \frac{207 \cdot 32}{100} = 66.24$

$P_{32} = 25.5 + \frac{66.24 - 58}{26} \cdot 7 = 27,718$ de peso máximo en en el porcentaje

c) Para buscar el más bajo del 26% más alto debo encontrar el valor que está en el máximo del 74% más bajo

$\frac{nk}{100} = \frac{207 \cdot 74}{100} = 153,18$

$P_{74} = 53,5 + \frac{153,18 - 140}{27} \cdot 7 = 56,917$

20. De 9860 manzanas producidas se ha tomado una muestra respecto a su diámetro en mm, con la que se ha obtenido la distribución dada en la tabla.

i	Diámetro	Manzanas
1	26,5-35,5	18
2	35,5-44,5	8
3	44,5-53,5	15
4	53,5-62,5	14
5	62,5-71,5	25
6	71,5-80,5	21
7	80,5-89,5	19
		$n=120$

a) **Calcule el número de manzanas, en la muestra y en la producción, que en diámetro se espera no superen 0.8 veces la media de la muestra.**

b) **Calcule el noveno decil.**

c) **Calcule el número de manzanas, en la muestra y en la producción, que en diámetro se espera superen 1.2 veces la media de la muestra.**

d) **Calcule la mediana de la muestra.**

Respuesta(s): a)34; 2760; b)83.8; c)36; d) 2919

a.1)

$$\bar{x} = \frac{1}{120}\sum_{i=1}^{K} m_i \cdot f_i$$

$$\bar{x} = 60{,}925 \text{ mm}$$

No debe superar: $\bar{x} \cdot 0.8 = 48{,}74$ mm

Para encontrarlo debo interpolar y encontrar la posición del número desde el que cumple:

Desde el I_3:

$P_k = 48{,}74$

$$P_K = L_{i-1} + \frac{\boxed{\frac{nk}{100}} - F_{i-1}}{f_i} \cdot A$$

Posición, lo que buscamos

$$\left(\frac{P_K - L_{i-1}}{A}\right) \cdot f_i + F_{i-1} = N_{pos}$$

$$N_{pos} = \left(\frac{48{,}74 - 44{,}5}{9}\right) \cdot 15 + 26 = 33{,}07 \approx 33$$ (no podemos tener manzanas decimales!

a.2) en la producción

$$\frac{33,07}{120} = 0,276$$

$0,276 \cdot 9860 = 2721,36 \approx 2721$

b) P_{90}

Posición: $\frac{12\cancel{0} \cdot 9\cancel{0}}{1\cancel{00}} = 108$

$$P_{90} = 80,5 + \frac{108 - 101}{19} \cdot 9$$

$P_{90} = 83,816$

c) Datos $> \bar{x} \cdot 1,20$
=
73,11 desde I_6

$$N_{pos} = \left(\frac{73,11 - 71,5}{9}\right) \cdot 21 + 80 = 83,757$$

Hay 83,757 datos hasta aquí $\Rightarrow 120 - 83,757 = 36,24 \approx \boxed{36}$ datos que cumplen. Para la muestra: $\frac{36,24}{120} = 0,302 \cdot 9860 = 2977,72 \approx \boxed{2978}$ en la prod.

$R_1 = 36$ manzanas ; $R_2 = 2978$ manzanas

d) $N_{pos} = \frac{nk}{100} = \frac{12\cancel{0} \cdot 5\cancel{0}}{1\cancel{00}} = 60 \quad (I_4)$

$$P_{50} = 62,5 + \frac{60 - 55}{25} \cdot 9 = 64,3$$

33. **Un fabricante de cierto componente electrónico se interesa en determinar el tiempo de vida (en horas) de estos dispositivos, para lo cual ha tomado una muestra de 12 observaciones:**

123, 116, 120, 130, 122, 110, 175, 126, 125, 110, 119, ?.

Uno de los datos se ha extraviado pero se conoce que la media de los 12 datos es 124 horas.

e) **Encuentre el dato faltante.**

f) **Calcule la mediana, primer y tercer cuartil.**

g) **Encuentre el rango, varianza y desviación estándar.**

h) **Dibuje el diagrama de caja.**

e) $\bar{x} = \dfrac{x+123+116+120+130+122+110+175+126+125+110+119}{12}$

$(124)\cdot 12 = x + 1376$

$1488 - 1376 = x$

$x = 112$

f) Ordenamos:

110, 110, 112, 116, 119, 120, 122, 123, 125, 126, 130, 175

es par...

$Me = \dfrac{\frac{n}{2} + \frac{n+2}{2}}{2} = \dfrac{120+122}{2} = 121$

$Q_1: \dfrac{nk}{100} = j + r$

$\dfrac{12\cdot 25}{100} = \overset{j}{3} + \overset{r}{0} \Rightarrow P_{25} = \dfrac{x_3 + x_{3+1}}{2}$

$P_{25} = \dfrac{112+116}{2} = 114$

$Q_3: \dfrac{75\cdot 12}{100} = \overset{j}{9} + \overset{r}{0} \Rightarrow P_{75} = \dfrac{x_9 + x_{10}}{2}$

$P_{75} = \dfrac{125+126}{2} = 125{,}5$

g)

Rango $= x_{máx} - x_{min}$

$= 175 - 110 = 65$

Desviación estandar

$$s = \sqrt{\frac{1}{12-1} \sum_{i=1}^{12} (x_i - \bar{x})^2}$$

$$S = \sqrt{\frac{[(110-124)^2 + \dots + (175-124)^2}{11}}$$

$s = 17,289$

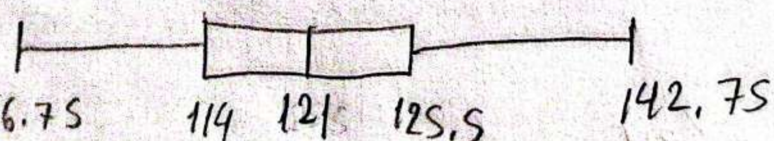
Varianza: $s^2 = 298,909$

h)

$RIQ = 125.5 - 114 = 11.5$

$L_i = 114 - 1.5(11.5) = 96.75$

$L_s = 125 - 1.5(11.5) = 142.75$



40. Una empresa de ingeniería que opera en el oleoducto transecuatoriano cerca de Lago Agrio mide el espesor de la pared (en mm) de 60 tubos nuevos para control de calidad. Los datos (60 valores) son.

8.1,	8.5,	7.9,	8.2,	8.4,	8.0,	8.3,	8.6,	8.1,	8.5,
7.8,	8.2,	8.4,	8.0,	8.3,	8.6,	8.2,	8.5,	7.9,	8.3,
8.4,	8.1,	8.4,	8.7,	8.0,	8.3,	8.5,	8.1,	8.4,	8.6,
8.3,	8.5,	7.9,	8.2,	8.4,	8.0,	8.3,	8.6,	8.1,	8.5,
7.8,	8.2,	8.4,	8.0,	8.3,	8.6,	8.2,	8.5,	7.9,	8.3,
8.4,	8.1,	8.4,	8.7,	8.0,	8.3,	8.5,	8.1,	8.4,	8.6.

i) **¿Cuál es el número de tubos cuyo espesor es mayor que 8.2 mm y no más de 8.5 mm? (Sugerencia: Ordene primero los datos).**

j) **Calcule el espesor de pared promedio (media $\bar{x}$) y la desviación estándar (s) de la muestra.**

k) **Calcule el valor del tercer cuartil (Q_3) y del decil 7 (D_7) e interprete su significado en el contexto de la calidad.**

l) **Agrupe los datos en 7 intervalos y realice un histograma de frecuencias** relativas.

Espesor	f_i	F_i	fr_i	Fr_i
7.8	2	2	0,033	0,033
7,9	4	6	0,067	0,1
8,0	6	12	0,100	0,2
8.1	7	19	0,117	0,317
8.2	6	25	0,100	0,417
8.3	9	34	0,150	0,567
8.4	9	43	0,150	0,717
8.5	8	51	0,133	0,850
8.6	7	58	0,117	0,967
8.7	2	60	0,033	1
	n= 60			

]8,2< x ≤ 8,5

Respuesta = 9+9+8 = 26

j)
$$\bar{x} = \frac{(7.8 \cdot 2)+(7.9 \cdot 4)+\dots+(8.7 \cdot 2)}{60}$$

$$\bar{x} = 8,283$$

$$S = \sqrt{\frac{(7,8-8,283)^2+\dots+(8.7-8.283)^2}{59}}$$

$$S = 0,239$$

k)

Q_3: $\frac{60 \cdot 75}{100} = \overset{j}{45} + \overset{r}{0}$

$$P_{75} = \frac{x_{45}+x_{46}}{2} = \frac{8.5+8.5}{2} = 8.5$$

D_7: $\frac{60 \cdot 70}{100} = \overset{j}{42} + \overset{r}{0}$

$$P_{70} = \frac{x_{42}+x_{43}}{2} = \frac{8.4+8.4}{2} = 8.4$$

Para Q_3:

Solo el 25% de los tubos supera el espesor de 8.5

Para D_7:

El 70% de los tubos varía en un rango de 0.6 en espesor más bajo

i) $k=7$

$R = 8.7 - 7.8 = 0.9$

$\Delta = \frac{0.9}{7} = 0.12$

Intervalos	mi	fi	fri
[7.80 - 7.93)	7.865	6	0,1
[7.93 - 8,06)	7.995	6	0.1
[8,06 - 8,19)	8.125	7	0.117
[8,19 - 8,32)	8.255	15	0,250
[8,32 - 8,45)	8.385	9	0.150
[8,45 - 8,58)	8.515	8	0.133
[8,58 - 8,70]	8.645	9	0.150