



UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA  
“Júlio de Mesquita Filho”  
Instituto de Geociências e Ciências Exatas  
DEMAC  
Ciências da Computação



André Luis Dias Nogueira  
Felipe Melchior de Britto  
Rafael Daiki Kaneko  
Ryan Hideki Tadeo Guimarães  
Vitor Marchini Rolisola

## **Relatório sobre Grafos Hamiltonianos**

Relatório Acadêmico

Rio Claro, 2024

André Luis Dias Nogueira  
Felipe Melchior de Britto  
Rafael Daiki Kaneko  
Ryan Hideki Tadeo Guimarães  
Vitor Marchini Rolisola

## **Relatório sobre Grafos Hamiltonianos**

Este relatório apresenta a implementação de testes para verificar se grafos aleatórios satisfazem os teoremas hamiltonianos de Dirac, Ore e Bondy-Chvatl, utilizando modelos de grafos com ciclo inicial e arestas adicionadas com probabilidade  $p$ . A análise foi realizada para diferentes valores de  $N$  e  $p$ , com resultados apresentados em gráficos e tabelas.

UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA

Orientador: Prof. Emílio Bergamim Júnior

Rio Claro

2024

# RESUMO

Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit. Ut purus elit, vestibulum ut, placerat ac, adipiscing vitae, felis. Curabitur dictum gravida mauris. Nam arcu libero, nonummy eget, consectetur id, vulputate a, magna. Donec vehicula augue eu neque. Pellentesque habitant morbi tristique senectus et netus et malesuada fames ac turpis egestas. Mauris ut leo. Cras viverra metus rhoncus sem. Nulla et lectus vestibulum urna fringilla ultrices. Phasellus eu tellus sit amet tortor gravida placerat. Integer sapien est, iaculis in, pretium quis, viverra ac, nunc. Praesent eget sem vel leo ultrices bibendum. Aenean faucibus. Morbi dolor nulla, malesuada eu, pulvinar at, mollis ac, nulla. Curabitur auctor semper nulla. Donec varius orci eget risus. Duis nibh mi, congue eu, accumsan eleifend, sagittis quis, diam. Duis eget orci sit amet orci dignissim rutrum.

Nam dui ligula, fringilla a, euismod sodales, sollicitudin vel, wisi. Morbi auctor lorem non justo. Nam lacus libero, pretium at, lobortis vitae, ultricies et, tellus. Donec aliquet, tortor sed accumsan bibendum, erat ligula aliquet magna, vitae ornare odio metus a mi. Morbi ac orci et nisl hendrerit mollis. Suspendisse ut massa. Cras nec ante. Pellentesque a nulla. Cum sociis natoque penatibus et magnis dis parturient montes, nascetur ridiculus mus. Aliquam tincidunt urna. Nulla ullamcorper vestibulum turpis. Pellentesque cursus luctus mauris.

Nulla malesuada porttitor diam. Donec felis erat, congue non, volutpat at, tincidunt tristique, libero. Vivamus viverra fermentum felis. Donec nonummy pellentesque ante. Phasellus adipiscing semper elit. Proin fermentum massa ac quam. Sed diam turpis, molestie vitae, placerat a, molestie nec, leo. Maecenas lacinia. Nam ipsum ligula, eleifend at, accumsan nec, suscipit a, ipsum. Morbi blandit ligula feugiat magna. Nunc eleifend consequat lorem. Sed lacinia nulla vitae enim. Pellentesque tincidunt purus vel magna. Integer non enim. Praesent euismod nunc eu purus. Donec bibendum quam in tellus. Nullam cursus pulvinar lectus. Donec et mi. Nam vulputate metus eu enim. Vestibulum pellentesque felis eu massa.

Quisque ullamcorper placerat ipsum. Cras nibh. Morbi vel justo vitae lacus tincidunt ultrices. Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit. In hac habitasse platea dictumst. Integer tempus convallis augue. Etiam facilisis. Nunc elementum fermentum wisi. Aenean placerat. Ut imperdiet, enim sed gravida sollicitudin, felis odio placerat quam, ac pulvinar elit purus eget enim. Nunc vitae tortor. Proin tempus nibh sit amet nisl. Vivamus quis tortor vitae risus porta vehicula.

**Palavras-chaves:** latex. abntex. editoração de texto.

# SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO . . . . .	4
1.1	Justificativas e Relevância . . . . .	4
1.2	Metodologia . . . . .	4
1.3	Objetivos . . . . .	5
2	DESENVOLVIMENTO . . . . .	7

# 1 INTRODUÇÃO

A Teoria dos Grafos é uma área essencial da matemática discreta, com aplicações em diversos campos, incluindo ciência da computação, logística, redes de comunicação, biologia computacional e pesquisa operacional. Um conceito particularmente relevante nessa teoria é o de ciclos hamiltonianos, onde se busca um percurso cíclico que passa por todos os vértices de um grafo exatamente uma vez. Grafos que contêm tais ciclos são denominados **grafos hamiltonianos** e têm implicações práticas em problemas de otimização, como o problema do caixeiro viajante e o roteamento de redes, onde se procura uma rota eficiente que minimize o custo de deslocamento.

## 1.1 JUSTIFICATIVAS E RELEVÂNCIA

O estudo de grafos hamiltonianos ganha importância na medida em que muitos problemas complexos podem ser simplificados pela verificação de hamiltonianidade em suas representações gráficas. Contudo, a determinação exata da presença de ciclos hamiltonianos é um problema computacionalmente difícil (NP-completo). Para contornar essa dificuldade, a teoria propõe critérios suficientes de hamiltonianidade, que, embora não garantam uma solução exata para todos os grafos, oferecem maneiras eficientes de inferir a presença de ciclos hamiltonianos em grafos que satisfaçam certas condições. Os teoremas de **Dirac**, **Ore** e **Bondy-Chvátal** são três desses critérios, cada um propondo condições suficientes que, quando satisfeitas, garantem a hamiltonianidade do grafo. A relevância desses teoremas está no potencial de reduzir significativamente a complexidade do problema da hamiltonianidade, o que tem implicações diretas em áreas como o planejamento urbano e a configuração de redes, onde rotas e conexões precisam ser eficientes e bem estruturadas.

Explorar e comparar os modelos de grafos que satisfaçam esses teoremas em condições variáveis de conexão oferece uma base empírica valiosa para avaliar a aplicabilidade e a robustez de cada critério. Esse estudo também contribui para uma melhor compreensão dos modelos aleatórios de grafos, que frequentemente são usados para simular redes reais, onde a distribuição de conexões segue padrões probabilísticos.

## 1.2 METODOLOGIA

A metodologia proposta para este estudo envolve a implementação de um conjunto de testes para verificar se um grafo dado satisfaz os critérios de hamiltonianidade estabelecidos pelos teoremas de Dirac, Ore e Bondy-Chvátal. Para isso, serão aplicados algoritmos específicos

para cada teorema:

1. Teste de Dirac: Será verificado se todos os vértices de um grafo possuem grau  $\delta \geq \frac{n}{2}$ , sendo  $n$  o número de vértices do grafo.
2. Teste de Ore: Para cada par de vértices não adjacentes  $u$  e  $v$ , será avaliado se a soma dos graus  $d(u) + d(v) \geq n$ .
3. Teste de Bondy-Chvátal: Utilizando o método de fechamento do grafo, serão inseridas arestas entre vértices não adjacentes sempre que a soma de seus graus seja pelo menos  $n$ , e em seguida, será avaliado se o grafo resultante é hamiltoniano.

Os testes serão aplicados a grafos gerados aleatoriamente de acordo com dois modelos:

- Modelo Cíclico-Aleatório: Um grafo inicialmente configurado como um ciclo simples de  $N$  vértices (o que garante que ele seja hamiltoniano) e, em seguida, arestas adicionais são inseridas entre pares de vértices com uma probabilidade  $p$ .
- Modelo de Erdos-Renyi: Cada par de vértices recebe uma aresta com uma probabilidade fixa  $p$ , sem uma configuração inicial de ciclo, resultando em grafos com conectividade aleatória.

Para cada combinação de  $N$  (número de vértices) e  $p$  (probabilidade de conexão), serão gerados dez grafos aleatórios. Cada grafo será submetido aos três testes, e os resultados serão organizados em tabelas e gráficos, comparando a frequência com que cada teorema é satisfeito em cada modelo.

## 1.3 OBJETIVOS

Este estudo possui os seguintes objetivos principais:

1. Explorar a Aplicabilidade dos Teoremas de Dirac, Ore e Bondy-Chvátal: Aprofundar a compreensão dos critérios de hamiltonianidade em grafos aleatórios, identificando em que circunstâncias cada teorema é aplicável.
2. Desenvolver Testes Computacionais para Verificação da Hamiltonianidade: Implementar algoritmos que verifiquem a conformidade de grafos com os três teoremas, de modo a avaliar a eficiência de cada critério como indicador de hamiltonianidade.
3. Comparar Modelos de Grafos Aleatórios: Examinar a eficácia dos modelos cíclico-aleatório e Erdos-Renyi na produção de grafos que satisfaçam os critérios de hamiltonianidade, e comparar as taxas de grafos hamiltonianos produzidos por cada modelo para diferentes valores de  $N$  e  $p$ .

Este estudo pretende fornecer uma visão prática e teórica sobre os critérios hamiltonianos, contribuindo para o entendimento de sua aplicabilidade e oferecendo uma base empírica para o uso desses critérios na análise e simulação de redes complexas.

## 2 DESENVOLVIMENTO