UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA
"JÚLIO DE MESQUITA FILHO"
Câmpus de Rio Claro

Relatório de estudo sobre grafos do tipo árvore

Grafos e Aplicações

Equipe:
André Luis Dias Nogueira
Felipe Melchior de Britto
Rafael Daiki Kaneko
Ryan Hideki Tadeo Guimarães
Vitor Marchini Rolisola

01/08/2024

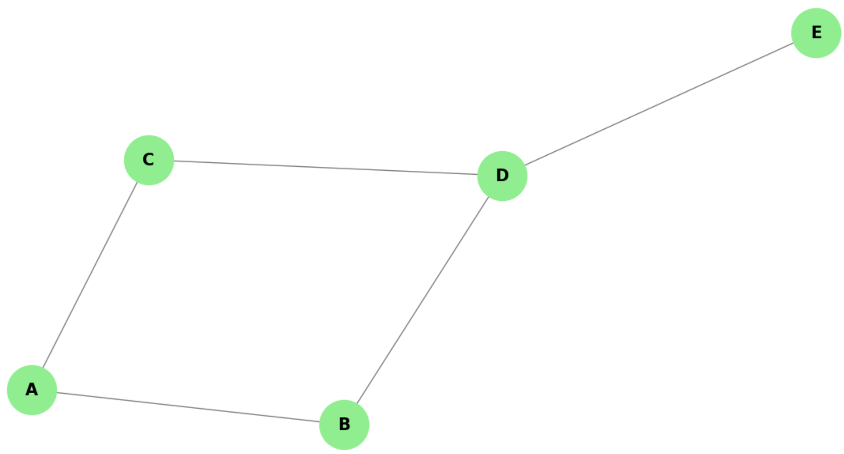
Conteúdo

1 Resumo

2 Introdução

Grafos são estruturas fundamentais em teoria dos grafos, utilizadas para modelar uma variedade de problemas em diferentes áreas, desde redes de computadores até genética.

Um grafo é uma estrutura matemática usada para modelar relações entre objetos de um conjunto. Ele é composto por dois conjuntos: um conjunto de vértices (ou nós) e um conjunto de arestas (ou arcos) que conectam esses vértices. Os vértices representam os objetos e as arestas representam as relações entre esses objetos. [1]



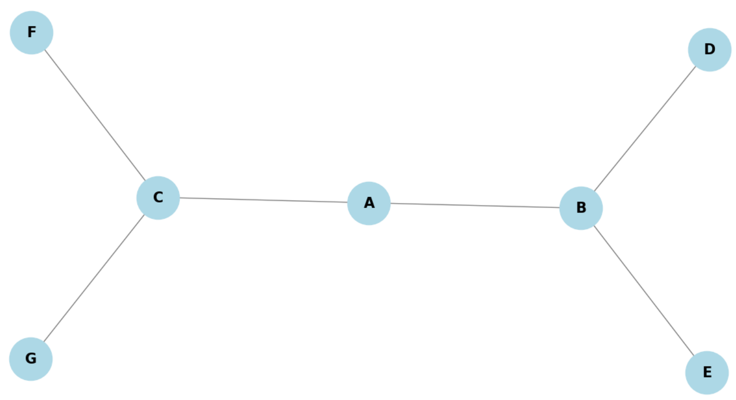
Por exemplo, na representação de uma rede social, os vértices podem representar pessoas e as arestas representam as conexões de amizade entre elas.

Um tipo especial de grafo, conhecido como árvore, apresenta propriedades únicas que tornam essa classe particularmente interessante para estudo.

Uma árvore é definida como um grafo não-orientado, conexo e acíclico, o que significa que não possui ciclos e, além disso, qualquer remoção de uma de suas arestas resulta em um grafo desconexo.[4] Então suas características são:

- **Conectividade**: Para qualquer par de vértices u e v, existe exatamente um caminho que conecta u e v.
- **Aciclicidade**: O grafo não contém ciclos; ou seja; não é possivel iniciar em im vértice, seguir arestas e retornar ao mesmo vértice sem atravessar arestas repetidamente.
- **Número de arestas**: Se uma árvore possui n vértices, então ela possui exatamente $n-1$ arestas.

Essas características permitem que árvores sejam a estrutura mínima necessária para garantir a conectividade entre os vértices de um grafo com o menor número de arestas possíveis, um aspecto crucial para a otimização de recursos em diversos cenários práticos.

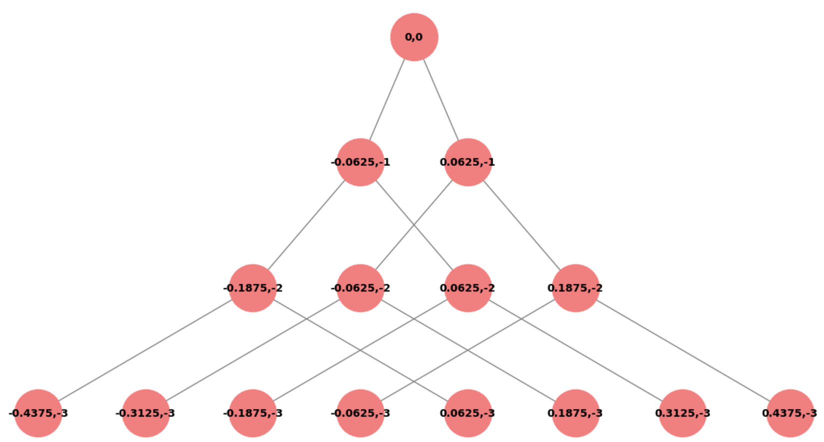


A análise de árvores em grafos tem implicações diretas em problemas de interligação, como o fornecimento de redes elétricas, onde o objetivo é minimizar o custo de conexão ao garantir que todas as unidades estejam conectadas. Além disso, árvores desempenham um papel importante na computação, particularmente em algoritmos de ordenação, como o Heapsort, e na modelagem de genealogias e redes hierárquicas.

Uma **árvore binomial** é uma estrutura de dados que representa uma coleção de árvores binomiais. A definição formal de uma árvore binomial é a seguinte[3] [2]:

Uma **árvore binomial** B_k é uma árvore que possui as seguintes propriedades:

- **Estrutura Recursiva**: Uma árvore binomial B_k é composta por 2^k nós e tem exatamente k árvores binomiais $B_{k-1}, B_{k-2}, \ldots, B_0$ como subárvores. A árvore B_k é obtida ao unir duas árvores B_{k-1}.
- **Propriedades dos Nós**:
  - O nó na raiz de B_k tem um grau de k (ou seja, ele possui k filhos).
  - A altura de B_k é k.
  - A árvore B_k possui 2^k folhas.
- **Organização dos Nós**: Os nós são organizados de tal forma que os valores dos nós na subárvore esquerda são menores ou iguais ao valor do nó pai, e os valores dos nós na subárvore direita são maiores.



As árvores binomiais são particularmente úteis em algoritmos de estrutura de dados, como em filas de prioridade.

O presente relatório tem o objetivo de explorar as propriedades matemáticas e aplicativas das árvores binomiais, abordando tanto sua definição formal quanto suas extensões, como arborescências e a aplicação em algoritmos de busca.

A introdução a essas ideias será contextualizada com base nas propriedades da conectividade e da aciclicidade, discutindo ainda como árvores binomiais podem ser vistas como estruturas mínimas e otimizadas para representação de relações complexas, ao mesmo tempo que mantêm a simplicidade computacional.

3 Implementação

4 Resultados e discussão

5 Conclusão

Bibliografia

[1] Emilio Bergamin Junior. *Aula 1 - Conceitos introdutórios de grafos*. 2024. URL: https://drive.google.com/file/d/1ZE6hkZ3LWcdHdRhw44ctXAguC0Iqbqzm/view.

[2] Daniel D. Sleator Robert E. Tarjan. ≪A data structure for dynamic trees≫. Em: *STOC '81: Proceedings of the thirteenth annual ACM symposium on Theory of computing* (1981). DOI: 10.1145/800076.

[3] Ronald L. Rivest e Clifford Stein Thomas H. Cormen Charles E. Leiserson. *Introduction to Algorithms*. First edition. MIT Press, 1990.

[4] Douglas B. West. *Introduction to Graph Theory*. Second edition. Pearson College Div, 2000.