

Universidade Federal Rural de
Pernambuco
Unidade Acadêmica de Garanhuns

Grafos Ponderados

Igor Medeiros Vanderlei

igor.vanderlei@gmail.com

Grafos Ponderados



Frequentemente precisamos modelar
problemas utilizando grafos cujas

arestas possuem pesos ou custos associados;

- No problema do transporte rodoviário, o peso poderia representar o custo (ou o tempo gasto, ou a distância) de cada rota;
- No problema do circuito elétrico, o peso poderia representar o custo do condutor para ligar dois componente;
- Observe que nem sempre o peso está associado diretamente à distância entre os vértices.

Grafos Ponderados

-

Nestes problemas geralmente surgem questões relativas à minimização de custo.

- Qual a forma mais barata de conectar todos os vértices?
- Qual é o caminho mais barato entre dois pontos?

Grafos Ponderados

-

O primeiro é conhecido como **árvores espalhadas mínimas**;

- O segundo, **menor caminho**.

Grafos Ponderados

-

No grafo abaixo, os vértices que formam a árvore espalhada mínima estão

representados com linhas duplas.

- Observe que o menor caminho não utiliza necessariamente os vértices da árvore, ex: qual o menor caminho entre A e G?

Árvores Espalhadas Mínimas

-

Seja $G=(V,E)$ um grafo conectado, ponderado e não orientado. Seja $w(u, v)$ o peso da aresta (u,v) . O problema da árvore espalhada mínima consiste em encontrar o subconjunto acíclico $T \subseteq E$, que conecte todos os

vértices e cujo peso total

seja minimizado.

Árvores Espalhadas Mínimas

-

Representação dos pesos:

- Na matriz: Cada elemento da matriz passará a armazenar um valor inteiro(representando o peso) em vez do valor booleano.

- Na lista: Cada nó da lista deve acrescentar o valor do peso.
- **Obs: Assumiremos que todos os pesos são positivos.**

Árvores Espalhadas Mínimas

-

A árvore mínima pode não ser única, observe mais três árvores mínimas para o grafo de exemplo

Algoritmo Genérico

Algoritmo de Kruskal

-

Inicialmente faz com que cada vértice seja uma árvore mínima.

- Em cada passo, escolhe-se uma aresta para conectar duas árvores.
- As arestas são ordenadas pelo peso.
- **Obs. É preciso tomar cuidado para não criar ciclos.**

Algoritmo de Kruskal

Algoritmo de Kruskal

Algoritmo de Kruskal

Algoritmo de Prim

-

As arestas do conjunto A sempre formam uma árvore única, que começa a partir de um vértice

arbitrário e aumenta em cada iteração, até atingir todos os vértices.

- Em cada etapa, é adicionada uma aresta, que conecta a árvore a um vértice isolado.

Algoritmo de Prim

Algoritmo de Prim

Algoritmo de Prim

-

Todos os vértices que não estão na árvore são organizados em uma fila de prioridade, baseada em um campo chave. Para cada vértice v , $\text{chave}[v]$ é o peso mínimo de qualquer aresta que conecta v a um vértice da árvore.

- A cada vértice v adicionado, as chaves de todos os vértices u que possuem conectividade com v precisa ser atualizada.

Algoritmo de Prim