Universidade Federal Rural de Pernambuco
Unidade Acadêmica de Garanhuns

Caminhos Mais Curtos

Igor Medeiros Vanderlei

Igor.vanderlei@gmail.com

Caminhos mais Curtos

-

Em um problema de caminhos mais curtos, temos um grafo ponderado G=(V,

E), com função de peso
w: E $\rightarrow$ R.

- O peso do caminho p = $<V_0, V_1, \ldots, V_k>$ é o somatório dos pesos de suas arestas:

Caminhos mais Curtos

-

Definimos o peso do caminho mais curto desde *v* até *u* por

- Um caminho mais curto desde *v* até *u* é definido como qualquer caminho entre v e u que tenha o peso
  - O algoritmo de busca em largura é um algoritmo de caminho mais curto em grafos não ponderados

Variantes do Problema

-

Caminho mais curto de origem única: dado um grafo G = (V, E), queremos encontrar um caminho mais curto desde um determinado vértice de origem $s \in V$ até todo vértice $v \in V$.

- **Caminho mais curto de destino único:** Encontrar um caminho mais curto até um determinado vértice de destino $t \in V$, a partir de cada vértice $v \in V$.

Variantes do Problema

-

Caminho mais curto de par único: Encontrar um caminho mais curto desde u até v, para determinados vértices u e v.

- **Caminho mais curto para todos os pares:** Encontrar um caminho mais curto desde u até v, para todo par de vértice u e v.

Subestrutura ótima de um caminho mais curto

-

Um caminho mais curto entre dois vértices contém outros caminhos mais curtos em seu interior.

- Prova?

Aresta de peso negativo

-

Em algumas instâncias do problema de caminho mais curto pode haver peso negativo. Se o grafo não contém ciclo de peso negativo, o peso do caminho mais curto permanece bem definido.

- Se existir ciclo de peso negativo, nenhum caminho de s até um vértice no ciclo pode ser o caminho mais curto. Sempre é possível encontrar um caminho de peso menor atravessando o ciclo mais uma vez. Neste caso, definimos:

Aresta de peso negativo

Ciclos

-

Um caminho mais curto pode conter ciclos?

- Peso Negativo
- Peso Positivo
- Peso Zero

Representação do caminho mais curto

-

Dado um grafo $G = (V, E)$, mantemos para cada vértice $v \in V$ um predecessor (v), que é outro vértice ou o valor null.

- A cadeia de predecessor, com origem em um vértice v, percorrida ao contrário representa um caminho mais curto entre s e v.
- Os algoritmos determinam também o subgrafo predecessor

Árvore de caminho mais curto

Relaxamento

•

Os algoritmos utilizarão a técnica de relaxamento. Para cada vértice $v \in V$, mantemos um atributo $d[v]$, que é um limite superior sobre o peso de um caminho mais curto desde a origem s até v. Chamamos d[v] de uma estimativa de caminho mais curto.

Relaxamento

-

O processo de relaxamento de uma aresta
(u, v) consiste em testar se podemos melhorar a estimativa do caminho mais curto para v com a passagem através de u e, neste caso, atualizar d[v] e (v)

Inicialização

-

Inicializamos a estimativa de caminho mais curto e o predecessor de todos os vértices com os valores infinito e null, respectivamente. A estimativa do vértice de origem é ajustado para 0.

Propriedades de caminhos mais curtos e relaxamento

Propriedades de caminhos mais curtos e relaxamento

Algoritmo de Bellman-Ford

Algoritmo de Bellman-Ford