

Grupo 3 - Módulo 2 - Maglev

Felipe Nery Barcelos Araújo (2020021190) *
Gustavo Vieira Barbosa (2020021352) *
Matheus Marques Gonçalves de Paula (2020068995) *

* Engenharia de Controle e Automação,
Universidade Federal de Minas Gerais, MG
(e-mails: felipenery@ufmg.br, gustavovbarbosa@ufmg.br,
mmgp@ufmg.br)

Abstract: Relatório do controle de posição de uma massa levitada por um eletroíma

Keywords: maglev, controle, posição, levitação, eletroíma

1. INTRODUÇÃO

A levitação magnética, é uma tecnologia em que utiliza forças magnéticas para suspender e controlar a posição de objetos metálicos, como uma esfera de aço, sem a necessidade de contato físico com superfícies. Um exemplo notável dessa aplicação é a levitação de uma esfera de aço por meio da força magnética gerada por um eletroímã, que será abordado nesse relatório por meio da planta Maglev da *Feedback*. Tal controle tem importância significativa tanto na sociedade como na indústria, oferecendo uma ampla gama de benefícios, desde sistemas de transporte de alta velocidade até aplicações em pesquisa e desenvolvimento.

Ao longo desse relatório será visto um estudo focado no controle de posição de uma esfera de aço por meio de forças magnéticas gerada por um eletroímã, como mostra a figura 1, um problema clássico de controle de sistemas magnéticos.

Com isso, nas seções subsequentes, exploraremos em detalhes a modelagem matemática do sistema maglev, bem como o fundamento do controle utilizado e demonstrações práticas.

2. DESCRIÇÃO DA PLANTA E ESPECIFICAÇÃO DO DESEMPENHO DESEJADO

O controle a ser realizado visa, inicialmente, controlar a posição de uma esfera de aço bem como tornar o sistema estável (deixando-a parada) com erro nulo para entrada de degrau. A planta a ser estudada envolve além da esfera de aço, um eletroímã, o qual irá gerar um campo magnético que consequentemente irá impor uma força eletromagnética sobre a esfera fazendo-a levitar com um controle preciso de posição. Essa posição é definida em 9 milímetros de distância do atuador.

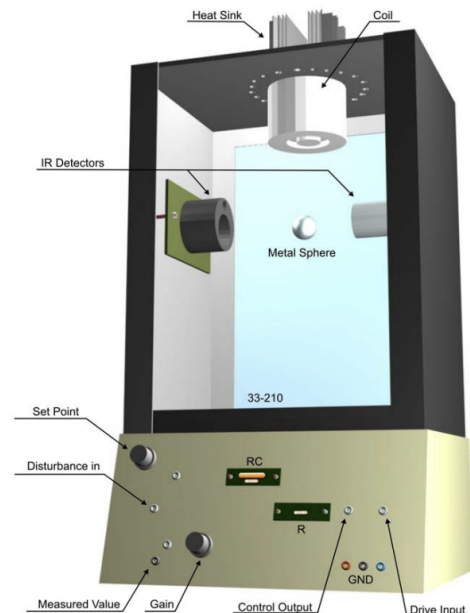


Fig. 1. Figura da planta real estudada, levitador magnético (Maglev). Fonte: Autoral

3. MODELAGEM MATEMÁTICA E VALIDAÇÃO DO MODELO

3.1 Modelagem da Planta

Inicialmente, procedemos com uma análise das forças atuantes no sistema em questão. A força exercida pela bobina é formulada mediante a seguinte expressão matemática:

$$F_b = k \frac{i^2}{x^2} \quad (1)$$

onde i representa a intensidade da corrente elétrica, x denota a distância entre o objeto e a bobina, e k representa um coeficiente intrínseco ao circuito elétrico. Paralelamente, a força gravitacional que age sobre um corpo é definida como:

$$F_g = mg \quad (2)$$

onde m corresponde à massa do corpo em questão, e g representa a aceleração devida à gravidade. Em concordância com os princípios da segunda lei de Newton, podemos estabelecer o seguinte resultado:

$$m\ddot{x} = mg - k \frac{i^2}{x^2} \quad (3)$$

$$f(x, i) = \ddot{x}_2 = g - \frac{k}{m} \frac{i^2}{x^2} \quad (4)$$

3.2 Linearização

A teoria de controle linear parte do princípio de que a planta possui comportamento linear. Mas nem sempre isto é verdade. Contudo, para toda função bem comportada em torno de um ponto fixo, com variações pequenas, a curva pode ser aproximada por uma reta que passa por esse ponto. As variações são definidas:

$$\delta x = x - x_{eq} \quad (5)$$

$$\delta i = i - i_{eq} \quad (6)$$

$$\delta y = y - y_{eq} \quad (7)$$

onde x , i e y são as variáveis originais, x_{eq} , i_{eq} e y_{eq} são valores que a planta assume quando está em uma condição de equilíbrio e δx , δi e δy as variações em torno do ponto de equilíbrio. Vale ressaltar que o ponto de equilíbrio escolhido deve ser o mais próximo possível das especificações de desempenho desejado, ou seja, os valores que fazem a esfera flutuar a 9 mm, pois fora do ponto de equilíbrio os comportamentos não lineares são mais evidentes. Encontra-se os pontos de equilíbrio igualando a equação 4 a 0.

$$\ddot{x}_2 = g - k \frac{i^2}{x^2} = 0 \rightarrow i = \sqrt{\frac{mg}{k}} x \quad (8)$$

Quaisquer combinações de i e x que satisfaçam a relação anterior são considerados pontos de equilíbrio. Os valores de m e k não são definidos separadamente, mas sim através da seguinte relação:

$$\frac{k}{m} = 1,2415 \cdot 10^{-3} \quad (9)$$

que é inerente ao sistema. A aceleração da gravidade é tomada por $g = 9,81 \text{ m/s}^2$. Sendo assim, a corrente de entrada para uma saída de equilíbrio $x_o = 9 \text{ mm}$ é:

$$i_o = \sqrt{\frac{9,81 \text{ m/s}^2}{1,2415 \cdot 10^{-3}}} \cdot 0,009 \text{ m} \quad (10)$$

$$i_o = 0,8 \text{ A} \quad (11)$$

Portanto, a entrada e a saída de equilíbrio estipulados são $i_o = 0,8 \text{ A}$ e $x_o = 0,009 \text{ m}$, respectivamente. Neste ponto, o sistema é linearizado, deslocando-se o referencial, de modo que sua nova origem coincida com este ponto. O modelo linearizado da planta, então, é dado por:

$$\ddot{x} = -[K_i i + a_x x] \quad (12)$$

onde K_i e a_x são coeficientes dados por:

$$K_i = \left[\frac{\partial}{\partial i} f(x, i) \right]_{x=x_o, i=i_o} \quad (13)$$

$$a_x = \left[\frac{\partial}{\partial x} f(x, i) \right]_{x=x_o, i=i_o} \quad (14)$$

Tomando as derivadas parciais e aplicando o ponto de operação, tem-se:

$$K_i = \frac{-2ki_o}{mx_o^2} = \frac{-2 \cdot 1,2415 \cdot 10^{-3} \cdot 0,8 \text{ A}}{(0,009 \text{ m})^2} = -24,5250 \quad (15)$$

$$a_x = \frac{2ki_o^2}{mx_o^3} = \frac{2 \cdot 1,2415 \cdot 10^{-3} \cdot (0,8 \text{ A})^2}{(0,009 \text{ m})^3} = 2180 \quad (16)$$

Aplicando a transformada de Laplace ao modelo linearizado em 12, tem-se a seguinte função de transferência:

$$s^2 X(s) = -K_i I(s) - a_x X(s) \quad (17)$$

$$G(s) = \frac{X(s)}{I(s)} = \frac{-K_i}{s^2 + a_x} \quad (18)$$

Entretanto, a entrada do sistema, na prática, é dada por tensão. Essa relação é descrita por:

$$i(t) = k_1 u(t) \quad (19)$$

onde k_1 é uma constante de proporcionalidade entre a tensão e a corrente do circuito e depende inteiramente das características físicas do mesmo. A equação anterior, no domínio de Laplace, se torna:

$$I(s) = k_1 U(s) \quad (20)$$

Substituindo 20 em 18, tem-se:

$$G(s) = \frac{X(s)}{k_1 U(s)} = \frac{-k_1 K_i}{s^2 + a_x} \quad (21)$$

Por fim, a saída da planta, na prática, é dada por tensão, através da relação:

$$v(t) = k_s x(t) \quad (22)$$

onde k_s também é uma constante de proporcionalidade entre a tensão e a distância da bolinha e está relacionada ao sensor da planta. Em Laplace, a relação anterior se torna:

$$V(s) = k_s X(s) \quad (23)$$

Substituindo 23 em 21, tem-se:

$$G(s) = \frac{V(s)}{U(s)} = \frac{-k_s k_1 K_i}{s^2 + a_x} \quad (24)$$

Os valores das constantes são:

$$k_1 = 1,05 \text{ A/V} \quad (25)$$

$$k_s = 143,48 \text{ V/m} \quad (26)$$

e foram obtidos pelo diagrama de simulação da planta. Ao final, substituindo os valores de k_1 , k_s , K_i e a_x em 24, a função de transferência que descreve o comportamento linear da planta em torno do ponto de operação estipulado em $x_o = 0,009 \text{ m}$ é:

$$G(s) = \frac{3695}{s^2 - 2180} \quad (27)$$

3.3 Validação do Modelo

O modelo obtido não é estável e, portanto, não é possível aplicar uma entrada de tensão sem que a saída divirja. Sendo assim, o modelo será validado juntamente com um controle PD. Para o mesmo, o lugar das raízes da planta $G(s)$ foi analisado a fim de estipular um controlador PD do tipo:

$$C(s) = K_d \left(s + \frac{K_p}{K_d} \right) \quad (28)$$

onde K_d é o ganho do controlador e $\frac{K_p}{K_d}$ é o zero do mesmo. O lugar das raízes da planta está presente na figura abaixo. Por ele, nota-se que um dos polos está situado no semi-plano positivo, ou seja, o sistema é instável. O controlador PD será calculado a fim de deslocar esse polo para o semi-plano direito, estabilizando o sistema.

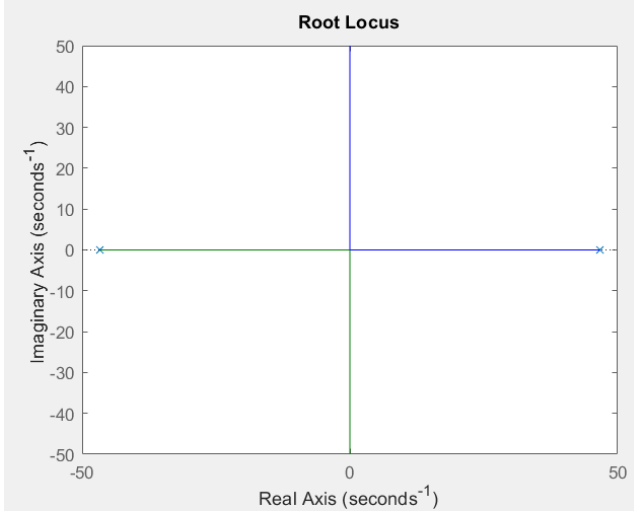


Fig. 2. Lugar das raízes da planta $G(s)$. Fonte: Autoral, produzida com *MATLAB*.

Sendo assim, foi alocado um zero em $s = -20$ e um ganho de 0,2, que resultou no seguinte lugar das raízes, com o deslocamento do polo instável para $s = -17,5$. O outro polo é negativo, então, para fins de validação, já está satisfatório.

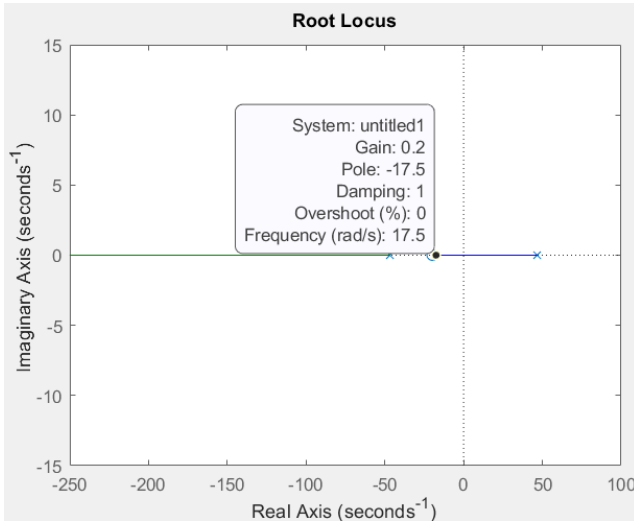


Fig. 3. Lugar das raízes da planta $G(s)$ com compensador $C(s)$. Fonte: Autoral, produzida com *MATLAB*.

Portanto, tem-se:

$$K_i = 0,2 \quad (29)$$

$$\frac{K_p}{K_i} = 20 \rightarrow K_p = 4 \quad (30)$$

Ao final, o sistema de validação será correspondente à seguinte figura:

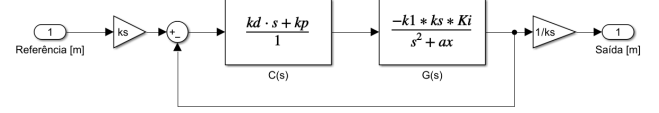


Fig. 4. Diagrama em blocos do sistema realimentado para validação. Fonte: Autoral, produzida com *SIMULINK*.

O sistema anterior foi simulado para uma entrada de referência de onda quadrada com 2 mm de amplitude 1 Hz de frequência. O resultado da simulação está presente na figura 5. Vale lembrar que a saída está em torno do ponto de operação.

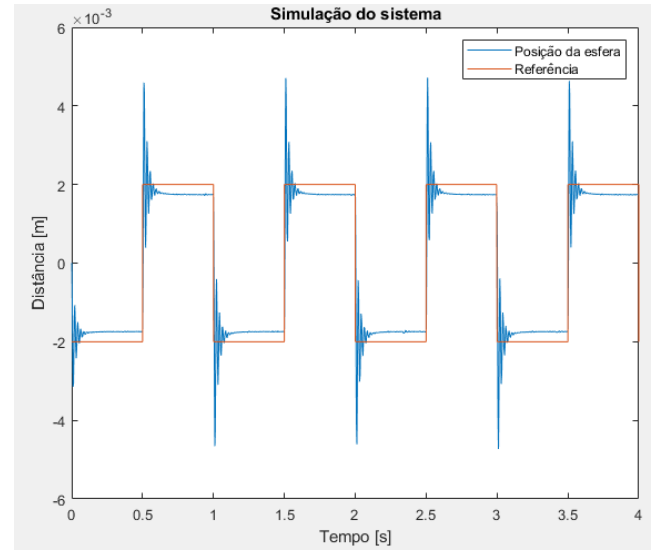


Fig. 5. Resultado de simulação. Fonte: Autoral, produzida com *SIMULINK*.

Em seguida, o teste prático foi realizado implementando o mesmo compensador PD utilizado na simulação. O resultado do teste não foi coletado, mas se mostrou bastante satisfatório em comparação com a planta simulada, ou seja, a função de transferência em 27 se mostra capaz de representar o sistema real.

4. PROJETO DO CONTROLADOR

A princípio, buscamos realizar o controlador proporcional, integrativo e derivativo (PID), por garantir erro nulo para entrada em degrau e por ser amplamente difundido nas indústrias e sistemas de controle em geral. A seguir será explicitado as tentativas para obter esse controlador.

4.1 Primeira tentativa

Para obtenção dos parâmetros foi plotado o lugar das raízes da planta em malha fechada, figuras 6 e 7. Com o lugar das raízes traçado, foi utilizado o *sisotool* para realizar a escolha da localização dos polos e ganho do controlador PID, com isso realizamos o cancelamento de polos mais instáveis, os polos localizados mais a direita do círculo unitário, e escolhemos um ganho arbitrário para sair da instabilidade e obter uma resposta satisfatória. Por

fim, implementamos o controle na planta e visualizamos que a resposta obtida na planta não condizia com o esperado visto no *MatLab*, independente da referência inserida, o carrinho não se mexia nada, consequentemente, acreditamos que o ganho do K_p estava baixo e fomos aumentando de forma empírica, após diversos aumentos no K_p , o carrinho começou a se mexer. Sendo assim, a planta modelada era equivalente com o sistema em malha aberta, mas em malha fechada o comportamento era diferente. De forma a elucidar o ocorrido, assumimos de que a falha ocorreu devido aos coeficientes de atrito $C1$ e $C2$, portanto, aumentamos esses parâmetros, empiricamente, até obter uma resposta satisfatória para iniciar novamente o processo de controle mas com uma nova modelagem da planta.

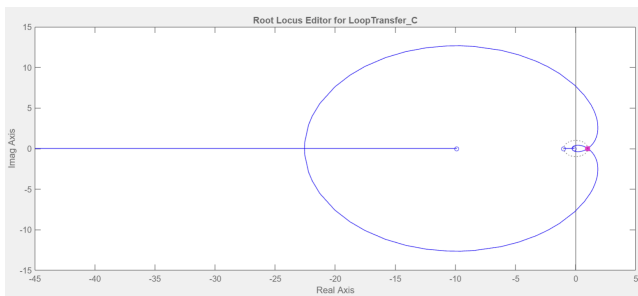


Fig. 6. Lugar da raízes da malha fechada da planta. Fonte: autoral, produzida com *matlab*.

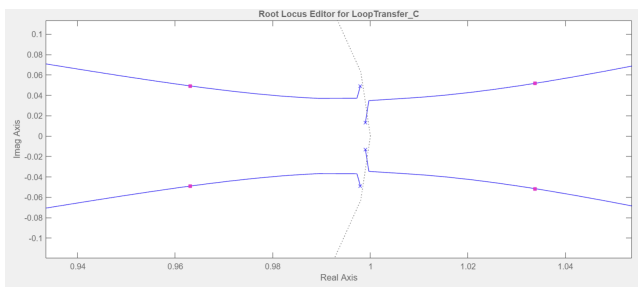


Fig. 7. Lugar da raízes da malha fechada da planta aproximada na extremidade do círculo unitário. Fonte: autoral, produzida com *matlab*.

4.2 Segunda tentativa

Sequencialmente após a correção dos parâmetros $C1$ e $C2$, de forma impirica, recalculamos o modelo de espaço de estados utilizando a equação X.

Posteriormente foi realizado um novo estudo sobre o lugar das raízes em malha fechada, figura 8, em que aproximando para próximo da extremidade do círculo unitário temos a figura 9. Em que é possível perceber que a característica da resposta do modelo é fortemente marcada por dois pares de polos conjugados próximos a extremidade do círculo unitário levando para a instabilidade do sistema, como mostra a resposta ao degrau do sistema, figura 10.

Com isso, foi inserido o integrador e um par de zeros conjugados, controlador PID, próximo ao par de polos conjugados mais a direita do círculo unitário com a finalidade de atraí-los para dentro do círculo unitário, estabilizando o sistema e melhorando a margem de ganho. Nesse processo

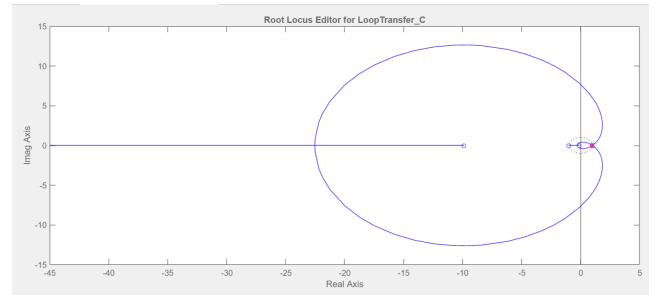


Fig. 8. Lugar da raízes da malha fechada da planta atualizada. Fonte: autoral, produzida com *matlab*.

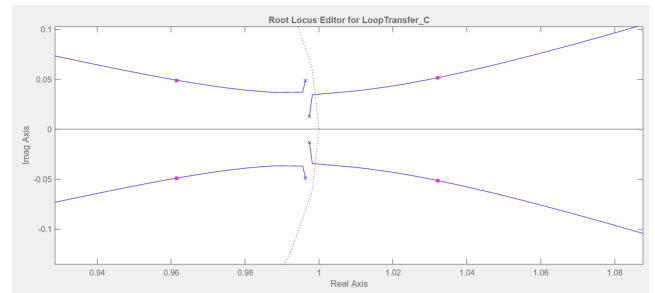


Fig. 9. Lugar da raízes da malha fechada da planta atualizada aproximada na extremidade do círculo unitário. Fonte: autoral, produzida com *matlab*.

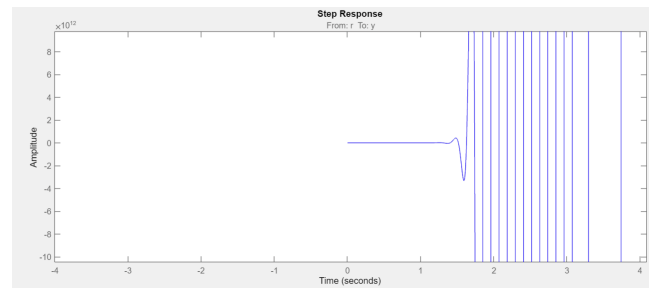


Fig. 10. Resposta ao degrau da planta atualizada, sem controlador, indo para a instabilidade. Fonte: autoral, produzida com *matlab*.

visualizamos que o integrador colocado fazia com que o lugar das raízes do segundo par de polos conjugados da planta direcionasse para a instabilidade, portanto, procuramos alocar o par de zeros conjugados de forma a garantir a não instabilidade do primeiro par de polos e de aumentar a margem de ganho em relação ao segundo par de polos, para tal, o par de zeros deveria se localizar entre ambos os polos, mas mais próximo do primeiro. O lugar das raízes do controlador é explicitado pelas figuras 11 e 12.

Posteriormente, foi ajustado o ganho do controlador visualizando a resposta ao degrau do sistema com controlador, tendo como foco que o tempo de acomodação fosse menor do que 4 segundos e principalmente que não houvesse sobressinal, pois como a planta possui uma margem de apenas 3 centímetros, sendo que nos 3 centímetros possui uma chave fim de curso em que corta a alimentação do motor, o sobressinal atrapalha muito o controle, a resposta ao degrau obtida é representada pela curva 'Modelado' na figura 13. Por fim, a equação do controlador PID obtido está explicitada na equação 31.

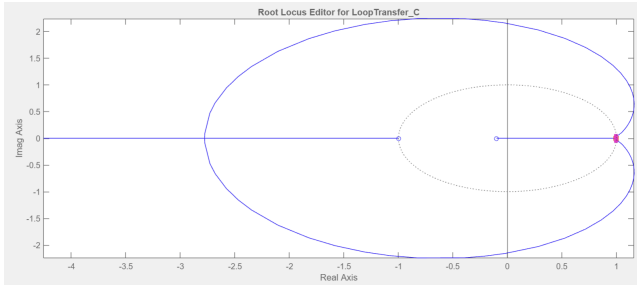


Fig. 11. Lugar da raízes da malha fechada da planta atualizada com controlador PID. Fonte: autoral, produzida com *matlab*.

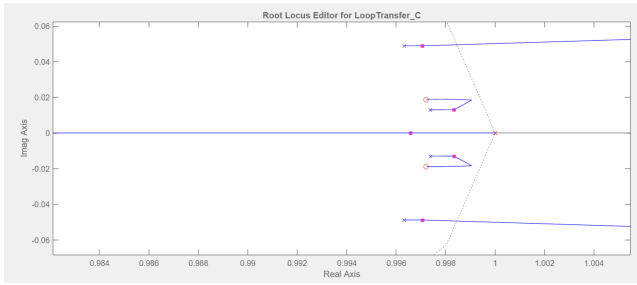


Fig. 12. Lugar da raízes da malha fechada da planta atualizada com controlador PID aproximada na extremidade do círculo unitário. Fonte: autoral, produzida com *matlab*.

$$C = \frac{0,27951(z^2 - 1,994z + 0,9948)}{(z - 1)} \quad (31)$$

No final, o controlador foi implementado e aplicado um degrau unitário na planta com o objetivo de comparar o resultado real com o esperado pela modelagem, essa comparação é representada pela figura 13.

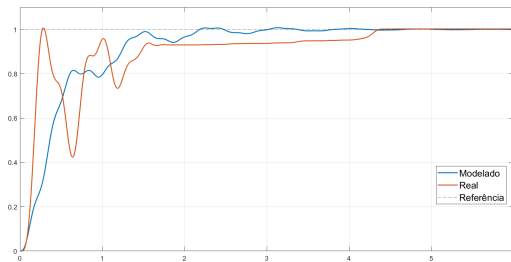


Fig. 13. Comparação da resposta ao degrau em MF da planta em relação ao modelo, com controlador PID. Fonte: autoral, produzida com *matlab*.

Nessa comparação é possível perceber uma dinâmica aproximada entre os modelos, todavia, há algumas divergências nas amplitudes do movimento do período transitório e demora para estabilização no regime permanente.

5. RESULTADOS EXPERIMENTAIS EM MALHA FECHADA

Essa seção testa o controle obtido em diversas situações e entradas diferentes na planta, esses testes são as figuras 14, 15, 16, 17 e 18.

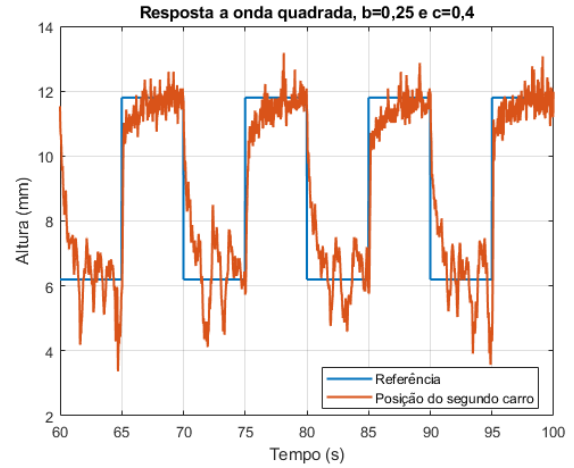


Fig. 14. Resposta a onda quadrada com $A=5,29\text{mm}$ e $F=0,1\text{Hz}$, e filtro com $b=0,25$ e $c=0,4$. Fonte: autoral, produzido com *matlab* por meio dos dados coletados na planta.

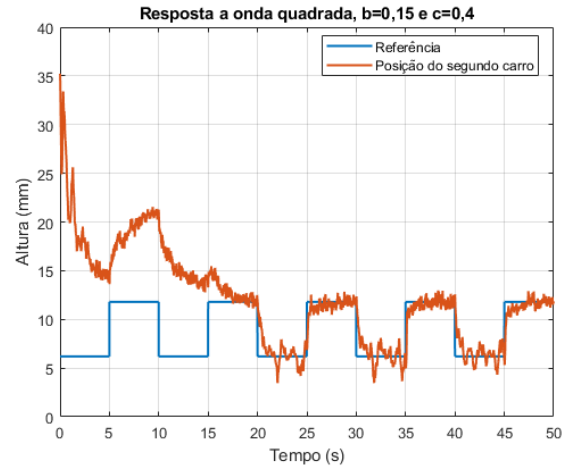


Fig. 15. Resposta a onda quadrada com $A=5,29\text{mm}$ e $F=0,1\text{Hz}$, e filtro com $b=0,15$ e $c=0,4$. Fonte: autoral, produzido com *matlab* por meio dos dados coletados na planta.

Analisando os testes exemplificados, vemos que no início a resposta é muito afetada pelo fato da planta exigir que a esfera de aço parte de uma posição favorável para a força magnética atuar, com isso a esfera era colocada manualmente e, portanto, sujeita a diversos erros humanos de precisão como foi visto, mas após a esfera ser posicionada ela entra para o controle da planta. Ademais, quando a esfera entra na região de controle, é visto que o controle foi eficaz, pois foi capaz de atingir a referência de forma rápida, mas oscilava bem pouco em torno dela devido as características intrínsecas a planta.

6. CONCLUSÃO

Por fim, vale ressaltar que o projeto envolveu o estudo da modelagem e controle de uma planta linear e serviu de base para o estudo prático das teorias de controle estudadas ao longo de disciplinas de semestres anteriores. A modelagem envolveu o uso de uma abordagem fenomenológica para a decomposição das forças do sistema e a partir disso os

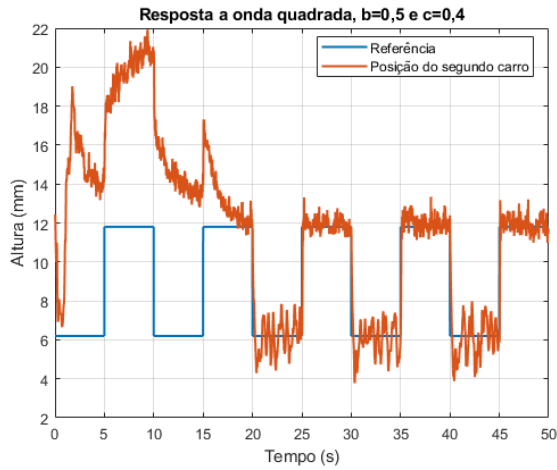


Fig. 16. Resposta a onda quadrada com $A=5,29\text{mm}$ e $F=0,1\text{Hz}$, e filtro com $b=0,5$ e $c=0,4$. Fonte: autoral, produzido com *matlab* por meio dos dados coletados na planta.

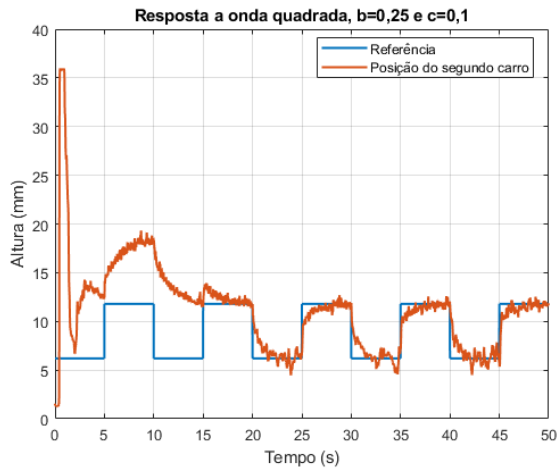


Fig. 17. Resposta a onda quadrada com $A=5,29\text{mm}$ e $F=0,1\text{Hz}$, e filtro com $b=0,25$ e $c=0,1$, carro 1 e 2 com 4 pesos. Fonte: autoral, produzido com *matlab* por meio dos dados coletados na planta.

parâmetros da planta foram encontrados com a realização de testes envolvendo a troca de molas, pesos e a fixação dos carrinhos. Depois de modelar o sistema, foi desenvolvido um controlador com base no método do lugar das raízes com o *software Matlab* e com isso os parâmetros da resposta foram aprimorados para maior confiabilidade do modelo. Com isso, os parâmetros do PID foram implementados de forma discreta no controlador do sistema massa mola e diversos testes com entradas diferentes foram feitos.

7. REFERÊNCIAS

- Notas de aula
- Manual da planta

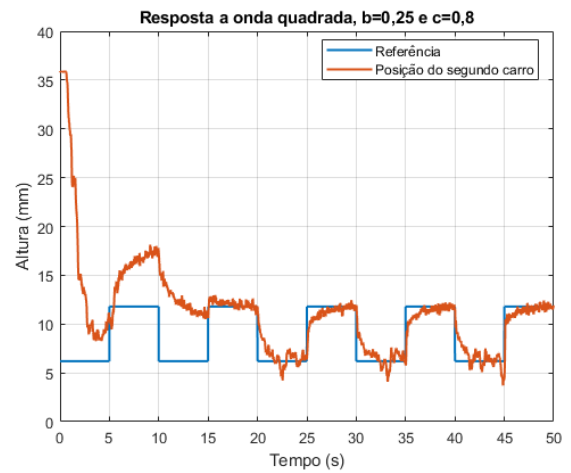


Fig. 18. Resposta a onda quadrada com $A=5,29\text{mm}$ e $F=0,1\text{Hz}$, e filtro com $b=0,25$ e $c=0,8$, carro 1 e 2 com 4 pesos. Fonte: autoral, produzido com *matlab* por meio dos dados coletados na planta.