



**Universidade do Estadual Do Rio De Janeiro  
Instituto Politécnico Do Estado Do Rio De Janeiro  
Faculdade de Engenharia Mecânica e da Computação**

**Disciplina: Cálculo II**

**Discentes:**

**Ana Beatriz Rodrigues Fontinhas Rasel  
Felipe Pinheiro Feliciano**

**Professor(a):**

**Aline Z. Lunkes**

# **Aplicação da derivada parcial na topografia:**

**Rio de Janeiro  
8 de dezembro de 2023**

## **RESUMO**

Este trabalho possui como objetivo uma abordagem sobre as aplicações das derivadas parciais na topografia, tendo como ênfase a aplicação no traçado de curvas de níveis com o uso de um programa gráfico. O programa tem como funcionalidade a exibição gráfica de uma curva de nível sendo usado como base o Mathplotlib como exibidor externo de janela.

## **ABSTRACT**

This work aims to address the applications of partial derivatives in topography, with a focus on tracing contour lines using a graphical program. The program's functionality includes the graphical display of a contour line, using Mathplotlib as an external window displayer.

## SUMÁRIO

<b>1. INTRODUÇÃO .....</b>	<b>4</b>
<b>1.1. RELAÇÃO DA TOPOGRAFIA COM A ENGENHARIA .....</b>	<b>4</b>
<b>2. METODOLOGIA .....</b>	<b>5</b>
<b>2.1. TRAÇADO DE CURVAS DE NÍVEL .....</b>	<b>5</b>
<b>2.2. MODELAGEM DO PROGRAMA .....</b>	<b>5</b>
<b>2.3. RESULTADOS E DISCUSSÕES.....</b>	<b>6</b>
<b>3. CONCLUSÃO .....</b>	<b>7</b>
<b>4. REFERÊNCIA.....</b>	<b>7</b>

# 1. INTRODUÇÃO

A aplicação da derivada parcial na topografia desempenha um papel fundamental na engenharia, oferecendo ferramentas poderosas para analisar e compreender a superfície terrestre em detalhes. A topografia, ramo da geodésia (ciência que estuda a forma e as dimensões da Terra) que se concentra na representação precisa do relevo e das características naturais da Terra, é essencial em projetos de engenharia civil, ambiental e geotécnica. Nesse contexto, a derivada parcial, uma ferramenta matemática poderosa, desempenha um papel crucial ao permitir a quantificação das variações locais das elevações do terreno e facilitar a modelagem de fenômenos geoespaciais complexos.

A derivada parcial geralmente é empregada na topografia para a análise da taxa de variação das elevações em relação a cada coordenada espacial. Por exemplo, ao calcular a derivada parcial em relação à coordenada  $x$ , obtém-se informações sobre como as elevações variam na direção leste-oeste. Analogamente, a derivada parcial em relação à coordenada  $y$  fornece percepções sobre as variações norte-sul. Essas análises detalhadas permitem a criação de modelos precisos do terreno, identificando áreas críticas, como encostas íngremes, vales profundos e áreas propensas a erosão.

Além disso, a derivada parcial é crucial na determinação de características geomorfológicas, como picos, vales, cumes e depressões. Ao analisar as variações locais, os engenheiros podem antecipar potenciais desafios em projetos de construção, planejar rotas de infraestrutura e otimizar o uso do terreno de maneira sustentável.

## 1.1. RELAÇÃO DA TOPOGRAFIA COM A ENGENHARIA

A utilização da derivada parcial na topografia torna-se ainda mais significativa na engenharia, pois permite a criação de modelos tridimensionais precisos do terreno. Esses modelos são cruciais para o planejamento eficiente de estradas, represas, túneis e outras infraestruturas, garantindo que os projetos se adaptem às características específicas do ambiente. Além disso, a análise detalhada das variações topográficas contribui para a prevenção de desastres naturais, como deslizamentos de terra e inundações, ao identificar áreas de risco.

## **2. METODOLOGIA**

Dentre as diversas áreas da topografia onde existe a aplicação da derivada parcial, foi escolhido para o desenvolvimento deste trabalho a aplicação da mesma para o traçado de curvas de níveis. A partir de pesquisas e conhecimento prévio, foi possível modelar um programa o qual auxilia no estudo da topografia fornecendo o gráfico da função dada e as curvas de nível na área selecionada.

### **2.1. TRAÇADO DE CURVAS DE NÍVEL**

Os traçados das curvas de nível fundamentam-se em princípios matemáticos e topográficos, atribuindo a cada curva um valor de altitude constante, geralmente expresso em metros ou pés. Essas curvas são desenhadas para conectar pontos com a mesma altitude, formando assim um mapa tridimensional do terreno. A proximidade entre as curvas indica a inclinação do terreno, sendo que curvas mais próximas sugerem uma inclinação mais acentuada.

Quanto aos fatores históricos, a utilização de curvas de nível remonta a séculos atrás, quando cartógrafos e engenheiros iniciaram o mapeamento mais preciso do terreno. No século XVIII, o matemático suíço Johann Heinrich Lambert introduziu o conceito de curvas de nível, o qual foi posteriormente aprimorado por outros cientistas e cartógrafos. Desde então, as curvas de nível tornaram-se uma ferramenta fundamental na representação de terrenos e na análise de características geográficas.

### **2.2. MODELAGEM DO PROGRAMA**

Ao iniciarmos o programa, precisamos descrever que:

Foi importado para o programa, matplotlib, que vamos usar como “gerenciador de janela” para fazer a exibição das devidas curvas de níveis. O intuito dessa parte a seguir é mostrar a parte do código que pode ser trocada conforme desejar. Mediante isso, vamos resumir descrevendo algumas funções importantes:

```

1 # Defina a função do parabolóide
2 def func(x, y):
3     return x**2 - y**4
4
5 n_para_curvas = 5
6
7 z_plot = 1

```

Começamos definindo:

- A função que iremos usar usando  $x$  e  $y$ .
- O número de curvas de nível que queremos (ao redor do ponto  $Z$ )
- O ponto em  $Z$  onde vai usar para fazer o corte inicial.

Aqui definimos a largura nos eixos  $x$  e  $y$ , por exemplo, como mostrado na imagem,  $x$  pode ir de -5 até 5, isso será os limites da exibição do gráfico, a terceira variável no caso da imagem, 100, seria quanto intervalos existem entre os limites de exibição (-5 e 5), ou seja, terá 100 cortes, a precisão está diretamente ligada a isso, mediante o fato de quanto maior o número, a precisão irá aumentar, mas acarreta em um custo adicional de processamento para geração do gráfico. O código original pode ser encontrado no GitHub: <https://github.com/FelipePF/Exibidor-grafico-de-curva-de-nivel>.

```

1 # Crie pontos de dados
2 x = np.linspace(-5, 5, 100)
3 y = np.linspace(-5, 5, 100)
4 x, y = np.meshgrid(x, y)
5 z = func(x, y)

```

### Máquina de Desenvolvimento:

Distro: Debian 12

CPU: AMD Ryzen 5 5500U with Radeon Graphics (12) @ 2GHz

GPU: AMD ATI Lucienne

RAM: 8GB

Compilado diretamente pelo Terminal (python3)

## 2.3. RESULTADOS E DISCUSSÕES

Para uma melhor compreensão do funcionamento do programa, torna-se importante uma análise do seu comportamento na prática.

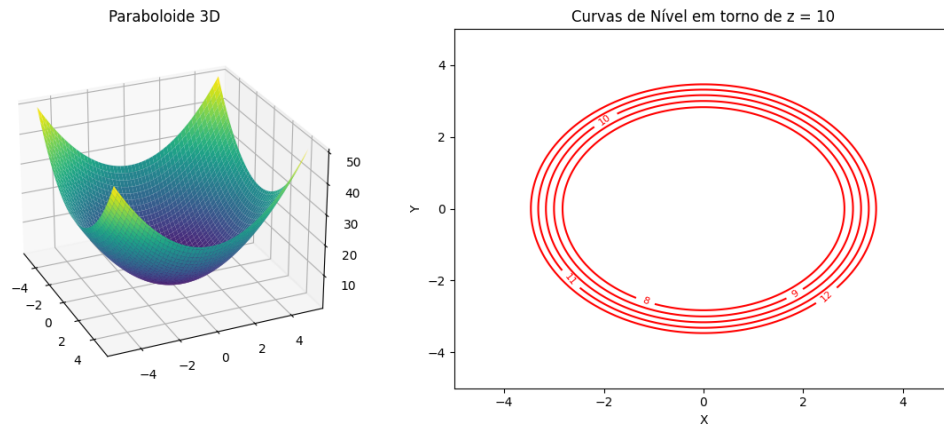


Imagem 1: Representação do programa sobre a função  $f(x, y) = x^2 + y^2$

Na imagem a cima podemos observar o gráfico da função  $f(x, y) = x^2 + y^2$  e cinco curvas de nível existentes em  $z = 10$ .

### 3. CONCLUSÃO

Este trabalho propôs um estudo e a aplicação de um programa gráfico para a obtenção dos resultados. Dada a relevância substancial desse problema nas esferas científicas computacionais e matemáticas, foi imperativo compreender profundamente sua importância, aplicações e explorar parte dos estudos preexistentes para proporcionar aprimoramentos significativos. Os resultados revelam que, apesar de os primeiros registros sobre o tema serem dispersos, foi possível juntar, e obter resultados preliminares bastante promissores. No contexto de perspectivas futuras, tente-se ascender a relevância e dessa abordagem em futuras aplicações práticas, desde resolução de problemas até estudos específicos.

### 4. REFERÊNCIAS

Paul, C. R. (2002). "Introduction to Topology and Modern Analysis." McGraw-Hill Education.

Pedro,D.(2023).”A utilização das derivadas parciais na topografia.”

<https://matplotlib.org/stable/>; acessado em 8 de dezembro de 2023

[Jumpy.org/pt/](https://jumpy.org/pt/); acessado em 8 de dezembro de 2023

[docs.python.org/3/library/index.html](https://docs.python.org/3/library/index.html); acessado em 8 de dezembro de 2023

