

CÁLCULO III

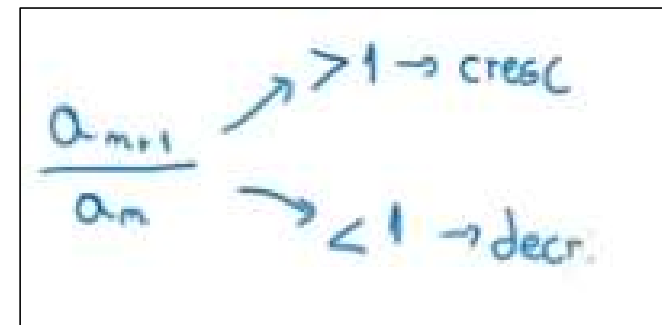
Professora: Juliette Zanetti

Outubro - 2023
Vila Velha, ES

SEQUÊNCIA CRESCENTE OU DECRESCENTE

Uma sequência é crescente se para todo $n \geq 1$ tivermos $a_n < a_{n+1}$

$$a_n = 2^n$$



Handwritten diagram showing the ratio test for sequence monotonicity. The fraction $\frac{a_{n+1}}{a_n}$ is written on the left. Two arrows point from it to the right. The top arrow points to $> 1 \rightarrow \text{cresc}$. The bottom arrow points to $< 1 \rightarrow \text{decr.}$

Uma sequência é decrescente se para todo $n \geq 1$ tivermos $a_n > a_{n+1}$

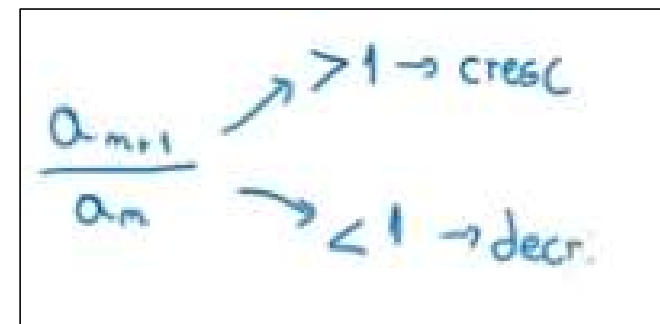
$$a_n = \frac{1}{2^n}$$

SEQUÊNCIA CRESCENTE OU DECRESCENTE

Uma sequência é crescente se para todo $n \geq 1$ tivermos $a_n < a_{n+1}$

$$a_n = 2^n$$

$$R = \frac{2^{n+1}}{2^n}$$



Handwritten note explaining the ratio test for sequence monotonicity:

$$\frac{a_{n+1}}{a_n} \begin{cases} \nearrow > 1 \rightarrow \text{cresc} \\ \searrow < 1 \rightarrow \text{decr.} \end{cases}$$

Uma sequência é decrescente se para todo $n \geq 1$ tivermos $a_n > a_{n+1}$

$$a_n = \frac{1}{2^n}$$

$$R = \frac{\frac{1}{2^{n+1}}}{\frac{1}{2^n}}$$

SEQUÊNCIA MONÓTONA

Uma sequência monótona vai ser sempre crescente ou decrescente



EXERCÍCIOS

Determine se as sequências são monótonas.

$$\text{a) } \{a_n\} = \left\{ \frac{4n}{n+1} \right\}$$

$$\text{b) } \{b_n\} = \left\{ \sin \left(\frac{n\pi}{6} \right) \right\}$$

$$\text{c) } a_n = \frac{n}{n+1}$$

EXERCÍCIOS

Determine se as sequências são monótonas.

a) $\{a_n\} = \left\{ \frac{4n}{n+1} \right\}$

b) $\{b_n\} = \left\{ \sin \left(\frac{n\pi}{6} \right) \right\}$

c) $a_n = \frac{n}{n+1}$

a) a_n é monótona crescente.

b) b_n não é monótona.

c) a_n é monótona crescente

EXERCÍCIOS

Iniciando em $n = 1$ represente graficamente as sequências, analisando o comportamento de cada uma delas:

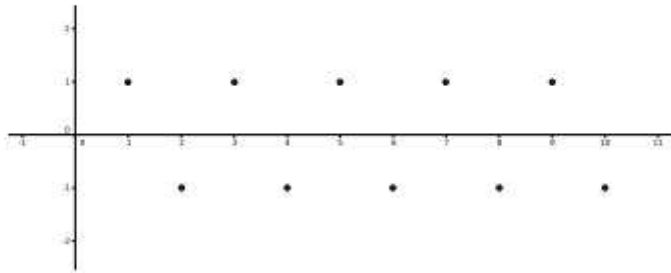
a) $(b_n) = (-1)^{n+1}$

b) $(c_n) = \frac{n}{n+1}$

c) $(d_n) = 1 + \left(\frac{1}{2}\right)^n$

EXERCÍCIOS

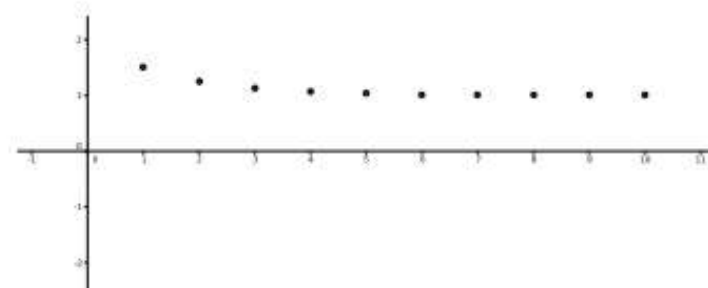
a) $(b_n) = (-1)^{n+1}$



b) $(c_n) = \frac{n}{n+1}$



c) $(d_n) = 1 + \left(\frac{1}{2}\right)^n$



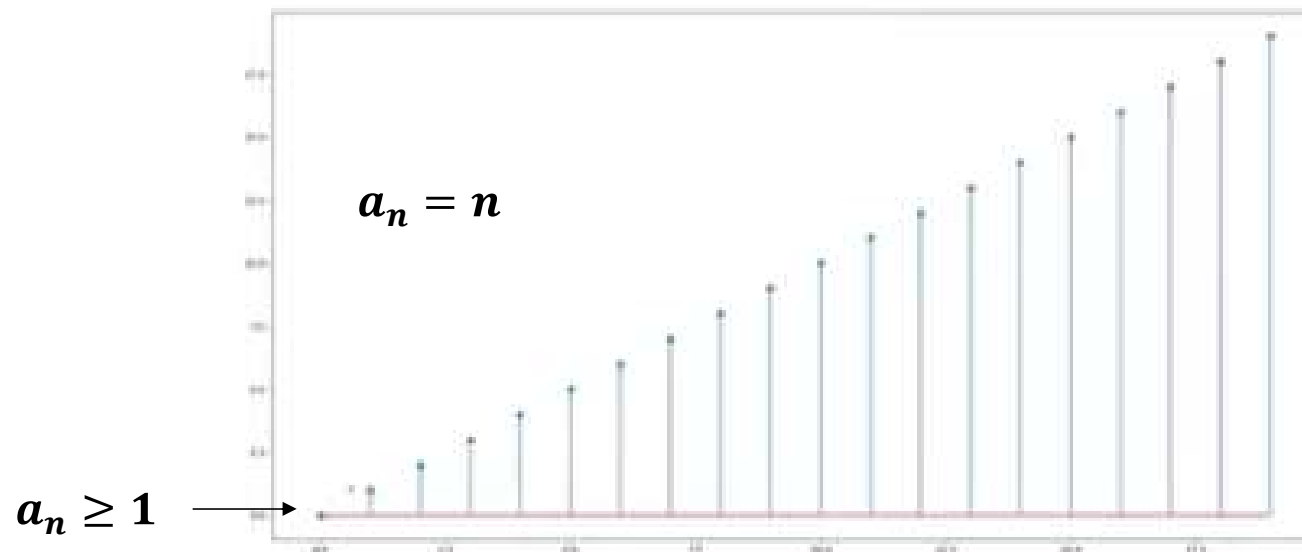
SEQUÊNCIA LIMITADA

Uma sequência é limitada superiormente se existir um valor B tal que

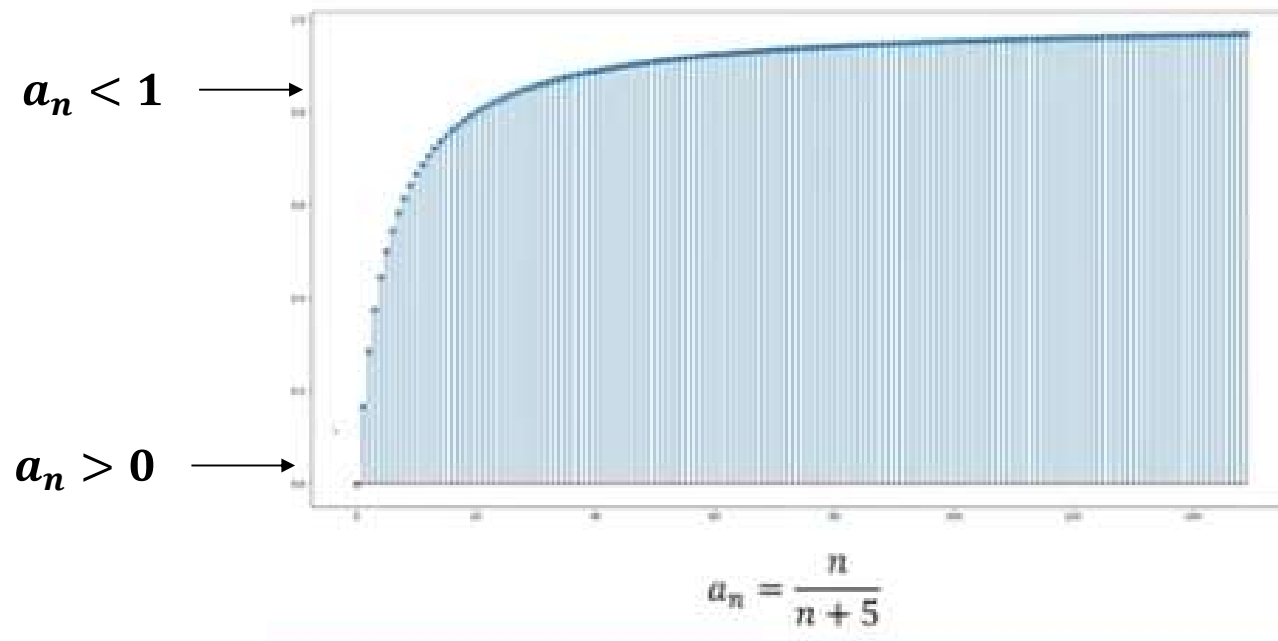
$$a_n \leq B, \text{ para todo } n \geq 1$$

Uma sequência é limitada inferiormente se existir um valor B tal que

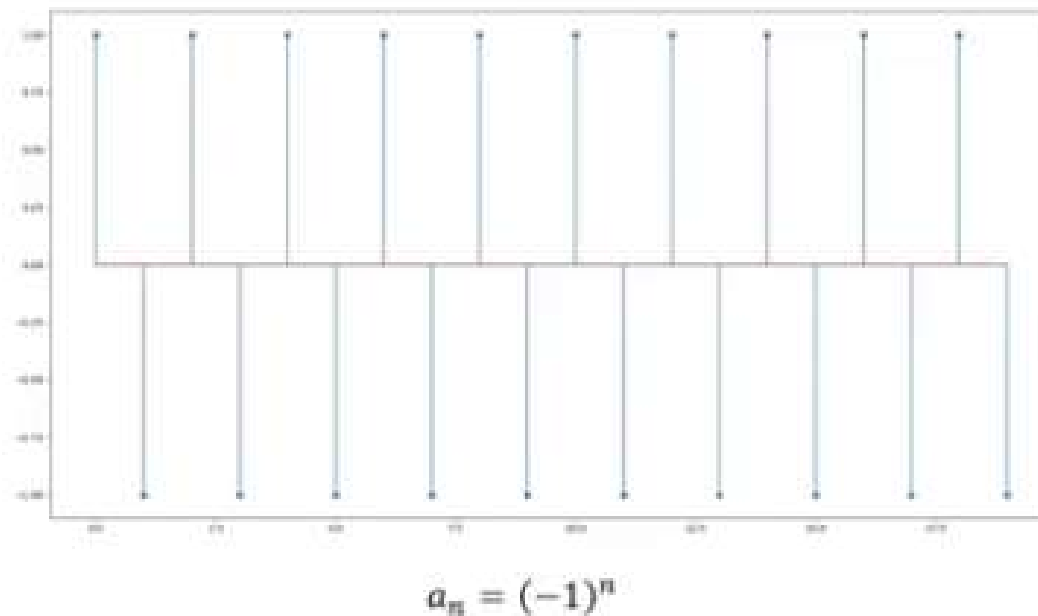
$$a_n \geq B, \text{ para todo } n \geq 1$$



SEQUÊNCIA LIMITADA



SEQUÊNCIA LIMITADA



SEQUÊNCIA LIMITADA

Uma sequência é limitada superiormente se existir um valor B tal que
$$a_n \leq B, \text{ para todo } n \geq 1$$

Uma sequência é limitada inferiormente se existir um valor B tal que
$$a_n \geq B, \text{ para todo } n \geq 1$$

Diremos que uma sequência é limitada se ela for limitada superior e inferiormente



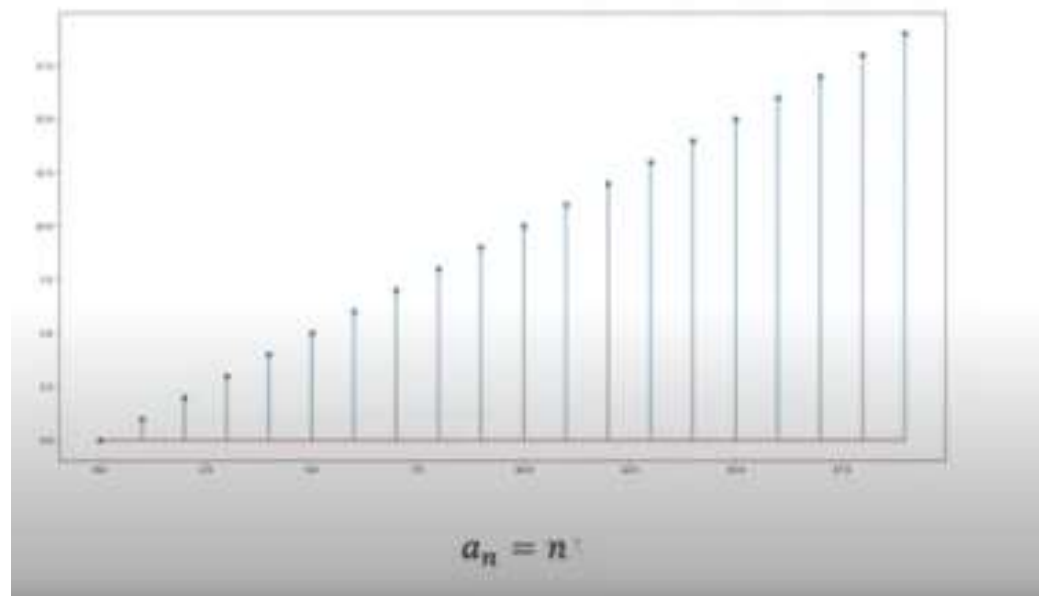
TEOREMA DA SEQUÊNCIA MONÓTONA

Dada uma sequência monótona:
Ela será convergente se, e somente se, for limitada.



TEOREMA DA SEQUÊNCIA MONÓTONA

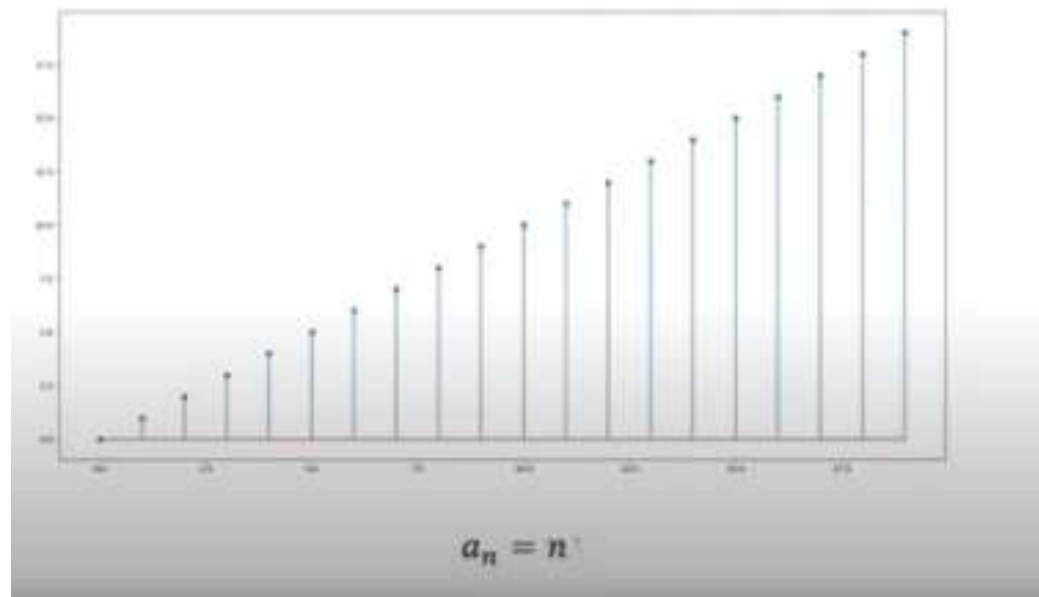
Dada uma sequência monótona:
Ela será convergente se, e somente se, for limitada.



TEOREMA DA SEQUÊNCIA MONÓTONA

Dada uma sequência monótona:
Ela será convergente se, e somente se, for limitada.

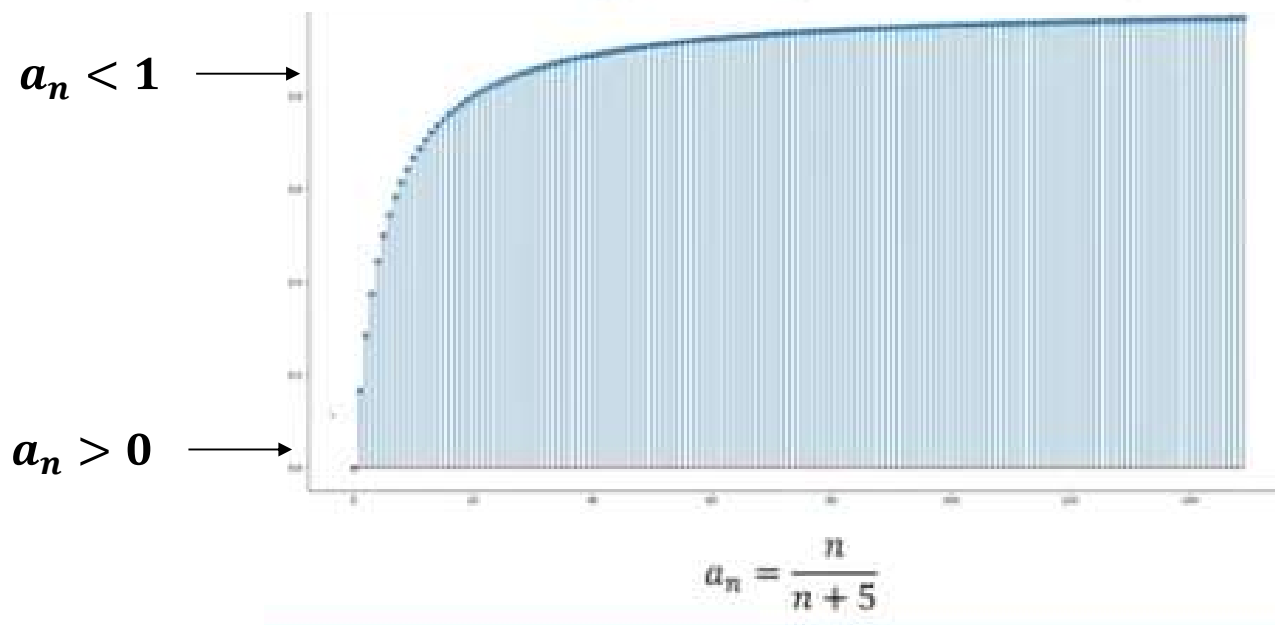
**Não é
convergente!**



Monótona
~~Lim. inf a_n~~
X Lim. sup

SEQUÊNCIA LIMITADA

Dada uma sequência monótona:
Ela será convergente se, e somente se, for limitada.



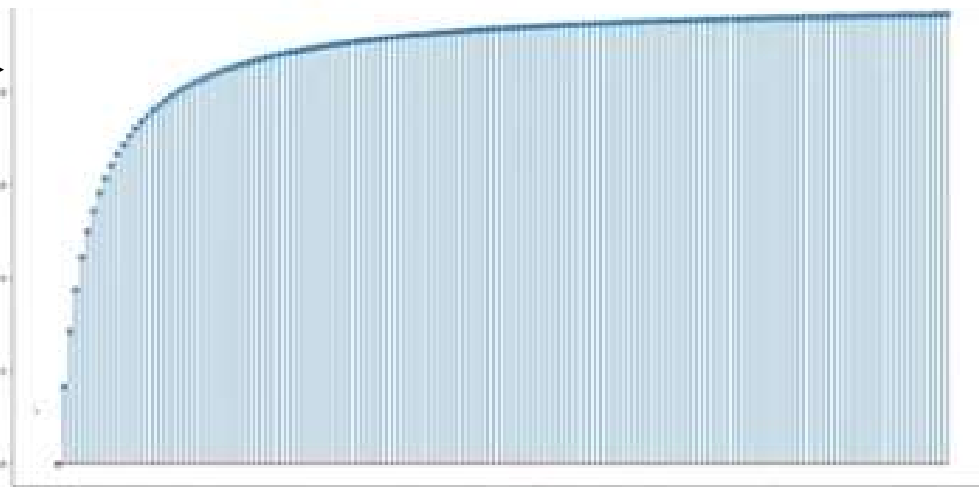
SEQUÊNCIA LIMITADA

Dada uma sequência monótona:
Ela será convergente se, e somente se, for limitada.

$$a_n < 1 \longrightarrow$$

Convergente!

$$a_n > 0 \longrightarrow$$

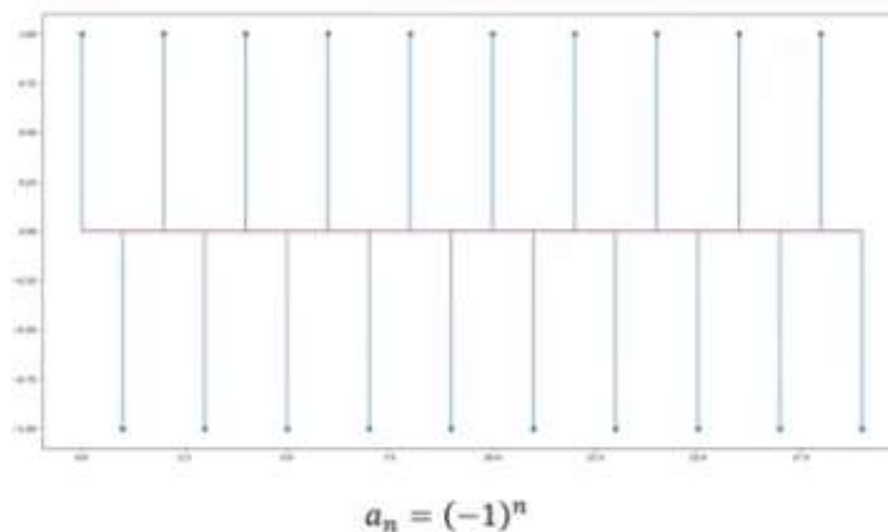


$$a_n = \frac{n}{n+5}$$

Monótona
 $a_n < 1$
 $a_n > 0$

TEOREMA DA SEQUÊNCIA MONÓTONA

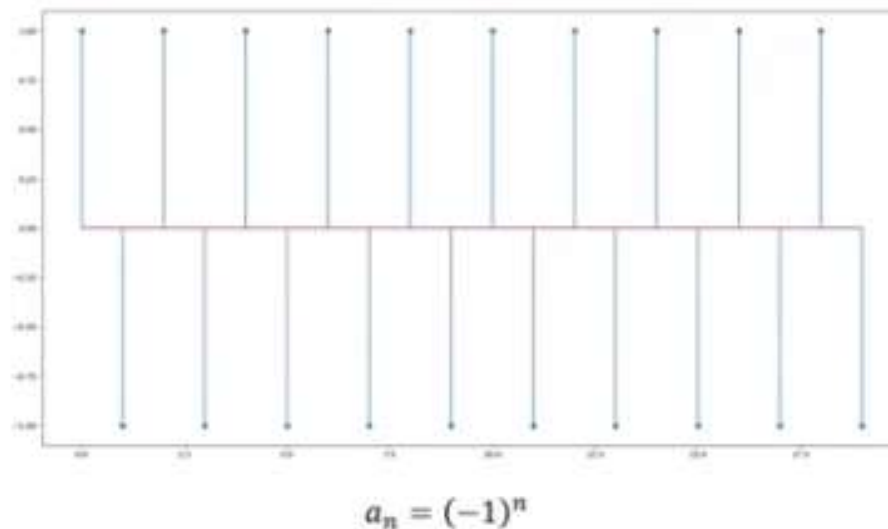
Dada uma sequência monótona:
Ela será convergente se, e somente se, for limitada.



TEOREMA DA SEQUÊNCIA MONÓTONA

Dada uma sequência monótona:
Ela será convergente se, e somente se, for limitada.

**Limitada e não
monótona!**



TEOREMA DA SEQUÊNCIA MONÓTONA

Verifique se a sequência $\left(\frac{2^n}{n!}\right)_{n \in \mathbb{N}}$ é convergente.

Dada uma sequência monótona:
Ela será convergente se, e somente se, for limitada.

TEOREMA DA SEQUÊNCIA MONÓTONA

Verifique se a sequência $\left(\frac{2^n}{n!}\right)_{n \in \mathbb{N}}$ é convergente.

Sequência é convergente, seguindo o teorema.



Dada uma sequência monótona:
Ela será convergente se, e somente se, for limitada.

TEOREMA DA SEQUÊNCIA MONÓTONA

Verifique se a sequência $\frac{n}{n+3}$ $n \in \mathbb{N}$ é convergente.

Dada uma sequência monótona:
Ela será convergente se, e somente se, for limitada.

TEOREMA DA SEQUÊNCIA MONÓTONA

Verifique se a sequência $\frac{n}{n+3}$ $n \in \mathbb{N}$ é convergente.

Sequência é convergente, seguindo o teorema.



Dada uma sequência monótona:
Ela será convergente se, e somente se, for limitada.

Série \neq Sequências

(Somatório) \neq (Sucessão)