Adalberto Felipe Pinheiro Chaves - 471718

1 - a) $A(x, y)$: x é amigo de y.

$\exists x (\forall t (A(x, t))$

b)

$PeS(a,b)$: $\begin{cases} 1, \text{ se } a = c \cdot K, \text{ com } c = a \text{ e } K = 1 \text{ e } b = c' \cdot K, \text{ com } c' = b \text{ e } K = 1 \\ 0, \text{ se } a = c \cdot K, \text{ com } c \neq a \text{ e } K \neq 1 \text{ e } b = c' \cdot K, \text{ com } c' \neq b \text{ e } K \neq 1 \end{cases}$

$CoQ(a)$: $\begin{cases} 1, \text{ se } a = t \cdot t \text{ ou } a = t \cdot t \cdot t, \text{ com } t \in \mathbb{Z} \\ 0, \text{ se } a \neq t \cdot t \text{ e } a \neq t \cdot t \cdot t, \forall t \in \mathbb{Z} \end{cases}$

SuperPrimo: $\begin{cases} 1, \text{ se for super primo entre si} \\ 0, \text{ se não for super primo entre si} \end{cases}$

$\exists x \exists y (SuperPrimo(PeS(x,y) \land \exists a (\neg(a = x) \land \neg(a = y) \land PeS(x,a) \land PeS(y,a) \land CoQ(a))))$

2- a) João é tio de Maria.

b) João têm dois filhos(a).

3- $P = 2\pi r$ $\wedge$ $P^3 = \frac{4\pi r^3}{3}$

$\Rightarrow P = (\pi + \pi) r$

$3P^3 = \pi + \pi + \pi + \pi \cdot r \cdot r \cdot r$

$3((\pi + \pi) r)^3 = \pi + \pi + \pi + \pi \cdot r \cdot r \cdot r$

$3 \cdot ((\pi \cdot \pi \cdot \pi + \pi \cdot \pi \cdot \pi) \cdot r \cdot r \cdot r = \pi + \pi + \pi + \pi \cdot r \cdot r \cdot r$

Domínio: $\mathbb{R}_+^*$

$2 = 1 + 1$

$3 = 2 + 1$

4- Para que esteja apto a progredir um professor deve possuir três turmas de pelo menos 50 alunos ou um coordenador de projetos de extensão deve possuir 2 projetos e ser autor de um artigo com Quali de A2,50.

5- $P(x,y)$: x é sogro de y.

$\forall x \neg P(x,x)$: x não pode ser sogro dele mesmo.

$\forall x \forall y (P(x,y) \to \neg P(y,x))$: x é sogro de y e y pode também ser sogro de x.

(Se x namorar a filha de y e y namora a filha de x)

$\forall x \forall y \forall z (P(x,y) \wedge P(y,z) \to \neg P(x,z))$;

x é sogro de y e y é sogro de z, x não pode ser sogro de z.

(Pois x não pode ser sogro do sogro de z e sogro de z ao mesmo tempo)

6- Para qualquer modelo e para todas as valorações, seja ela qual for, $x(K, K_1, K_2, \ldots, K_n)$ terá ~~o~~ $\neg\varphi$. Tendo isso em vista podemos concluir que não existe um x que possua φ, pois seria um absurdo não teria como possuir φ e $\neg\varphi$ ao mesmo tempo.

7- a) $\forall x\, \varphi(x) \to \neg \exists x \neg \varphi(x)$

$$\dfrac{\dfrac{\dfrac{[\exists x \neg \varphi(x)]^2 \qquad \dfrac{\dfrac{[\forall x\, \varphi(x)]^1}{\varphi(K)}(\forall E) \qquad [\neg \varphi(K)]^3}{\bot}(\bot I)}{\bot}(\exists E)^3}{\neg \exists x \neg \varphi(x)}(\neg I)^2}{\forall x\, \varphi(x) \to \neg \exists x \neg \varphi(x)}(\to I)^1$$

Podemos fazer a eliminação do existencial pois a variável "K" está presa ao para todos e o $\neg\varphi(K)$ está preso ao quantificador existencial e esse "K" da conclusão "$\neg\varphi(K)$" é arbitrário, se fosse φ de qualquer coisa daria certo pois está dentro do $\forall$ e com isso teríamos qualquer valor φ para chegar ao absurdo.

b) $\exists x\, \varphi \wedge \chi \vdash \exists x (\varphi \wedge \chi)$ $(x \notin VL(\chi)$

$$\dfrac{\dfrac{\dfrac{[\exists x\, \varphi \wedge \chi]}{\varphi \qquad \chi}(\exists E)}{(\varphi \wedge \chi)}(\wedge I)}{\exists x (\varphi \wedge \chi)}(\exists I)$$

Como é dito no enunciado que x não pertence as variáveis livres de χ podemos concluir que ele está preso ao quantificador existencial e com isso podemos usar a eliminação do existencial.