

1. Introdução

As curvas de frenagem são muito importantes para o desenvolvimento do sistema de freios do veículo. Elas mostram o quanto de carregamento cada eixo sofre para uma dada desaceleração, além de mostrar o máximo de desaceleração possível para um dado coeficiente de atrito entre o pneu e a pista.

Sabemos que as curvas ótimas de frenagem não tem relação com o sistema de freios, mas sim com a geometria do carro. Sendo assim, as curvas de frenagem podem ser utilizadas como base de comparação para analisar o quão próximo do máximo desempenho possível nosso sistema de freios está.

2. Conceitos físicos:

a) Transferência Longitudinal de Carga:

Quando um carro freia, aparece uma força inercial em seu centro de massa, o que faz com que o eixo da frente sofra um carregamento maior do que quando o carro estava em repouso. Essa diferença entre o carregamento em repouso para o carregamento durante uma frenagem é chamada de transferência longitudinal de carga.

b) Distribuição de Carga estática (ψ):

A distribuição de carga estática é definida como sendo a razão entre o carregamento estático no eixo traseiro e o peso total do veículo.

$$\psi = \frac{F_{zr}}{W} \quad (1)$$

c) Coeficiente de Tração (μ_T):

O coeficiente de tração é definido como sendo a razão entre a força de frenagem de um eixo e o carregamento dinâmico no mesmo eixo.

$$\mu_T = \frac{F_x}{F_{z,dyn}} \quad (2)$$

3. Funcionamento do projeto:

Para calcularmos as forças ótimas de frenagem, é necessário fazer o cálculo das cargas estáticas e dinâmicas que cada eixo sofre.

a) Cálculo das cargas Estáticas:

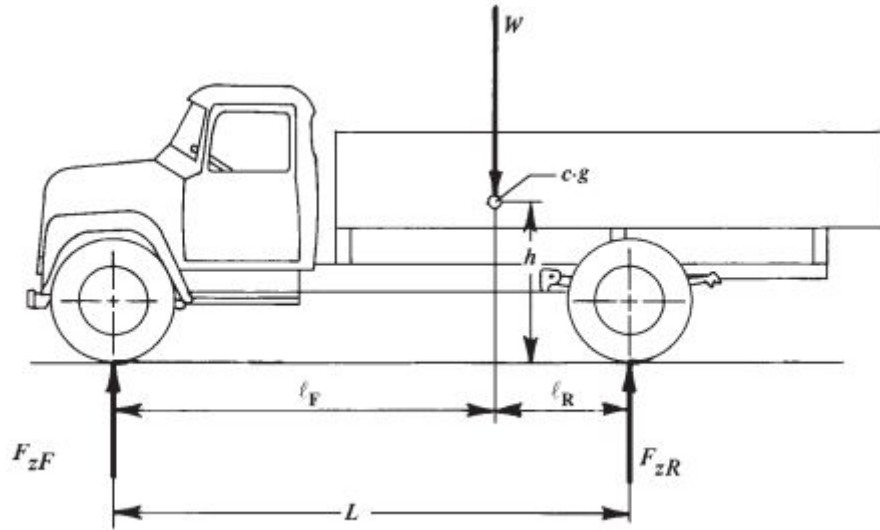


Figura 1: Forças com carro em repouso.

i. Dianteira:

Fazendo o somatório de momentos com relação ao eixo traseiro temos:

$$F_{zF} \cdot L = W \cdot \ell_R \rightarrow \ell_R = \frac{F_{zF} \cdot L}{W} \rightarrow \ell_R = \psi \cdot L \quad (3)$$

ii. Traseira

Fazendo o somatório de momentos com relação ao eixo dianteiro temos:

$$F_{zR} \cdot L = W \cdot \ell_F \rightarrow \ell_F = \frac{F_{zR} \cdot L}{W} \rightarrow \ell_F = (1-\psi) \cdot L \quad (4)$$

b) Cálculo das cargas Dinâmicas:

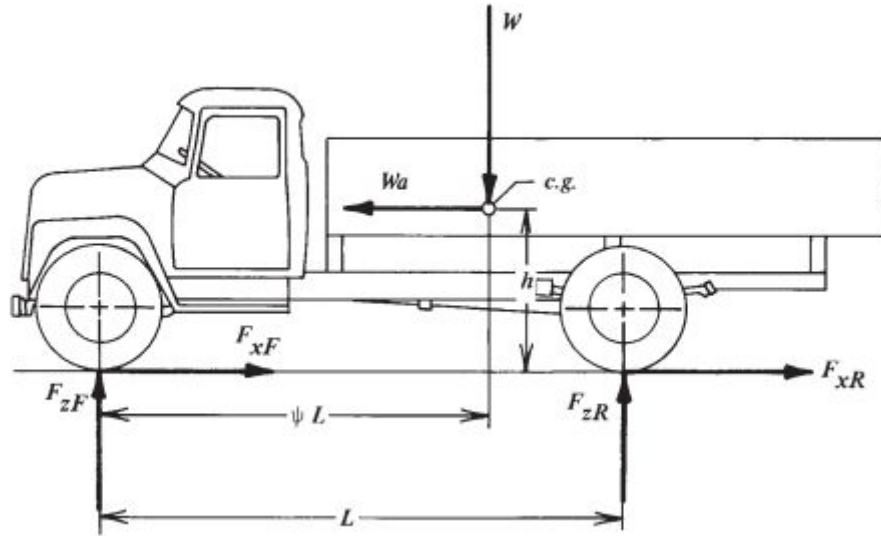


Figura 2: Forças com carro freando.

i. Traseira:

Fazendo o somatório dos momentos com relação ao ponto de contato entre o eixo dianteiro e o chão temos:

$$F_{zR,dyn} \cdot L + W \cdot a \cdot h = W \cdot \ell_F \rightarrow F_{zR,dyn} = (W \cdot \ell_F - W \cdot a \cdot h) / L \rightarrow F_{zR,dyn} = W(\psi - a \cdot \chi) \quad (5)$$

Sendo $\chi = h/L$

ii. Dianteira:

Fazendo o somatório dos momentos com relação ao ponto de contato entre o eixo traseiro e o chão temos:

$$F_{zF,dyn} = W \cdot (1 - \psi + a \cdot \chi) \quad (6)$$

c) Forças de Frenagem:

i. Traseira:

Isolando a Força de frenagem da equação (2) e utilizando a força normal de frenagem dinâmica do eixo traseiro encontrada em (5), temos:

$$F_{xR} = W(\psi - a \cdot \chi) \cdot \mu_{TR} \quad (7)$$

Sendo μ_{TR} o coeficiente de tração do eixo traseiro.

ii. Dianteira:

Isolando a Força de frenagem da equação (2) e utilizando a força normal de frenagem dinâmica do eixo dianteiro encontrada em (6), temos:

$$F_{xF} = W(1 - \psi + a \cdot \chi) \cdot \mu_{TF} \quad (8)$$

Sendo μ_{TF} o coeficiente de tração do eixo dianteiro.

d) Forças Ótimas de Frenagem:

De acordo com Limpert, a situação ótima de frenagem ocorre quando o coeficiente de tração (μ_T) se torna igual ao coeficiente de atrito entre o pneu pista (μ), sendo estes também iguais à desaceleração em unidades g's.

i. Força de Frenagem Normalizada Ótima Traseira:

$$(F_{xR,opt})/W = (\psi - a.\chi).a \quad (9)$$

ii. Força de Frenagem Normalizada Ótima Dianteira:

$$(F_{xF,opt})/W = (1 - \psi + a.\chi).a \quad (10)$$

Analisando as equações (9) e (10), podemos perceber uma relação quadrática com relação a desaceleração, plotando um gráfico temos:

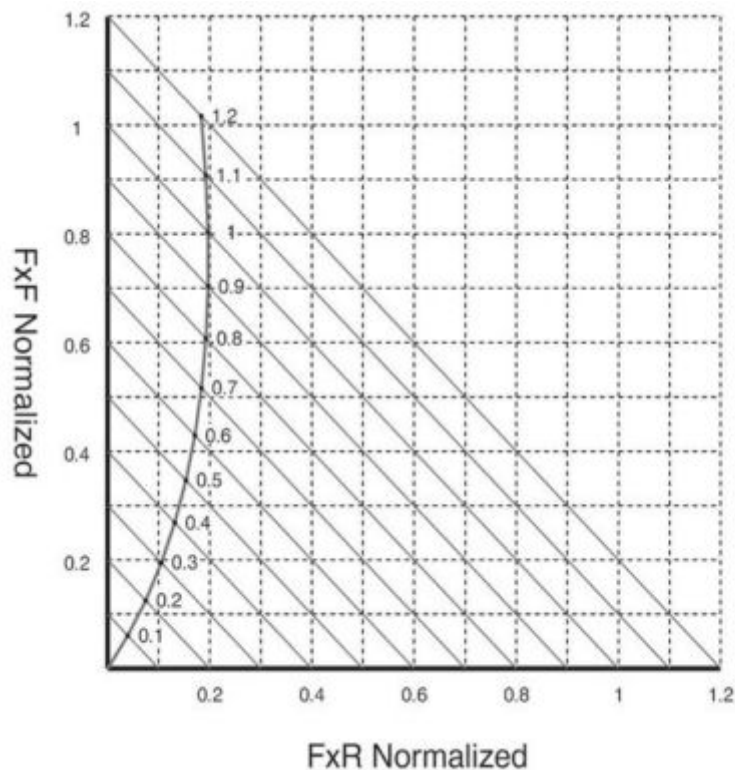


Figura 3: Diagrama de Forças de Frenagem Ótimas.

Em qualquer lugar da curva, as forças de frenagem dianteiras e traseiras são consideradas forças de frenagem ótimas para aquela dada desaceleração.

Seguindo as linhas de 45° a partir de uma dada desaceleração, podemos perceber que em qualquer ponto dessa linha, as desacelerações são iguais. Dessa forma, as linhas de 45° são chamadas de linhas de desaceleração constantes.

Para uma melhor análise das forças ótimas de frenagem, temos que eliminar a desaceleração das equações (9) e (10). Resolvendo a equação (9) e substituindo na segunda Lei de Newton $((F_{xF,opt}/W) + (F_{xR,opt}/W) = a)$ chegamos na Equação Geral da Força de Frenagem Ótima Traseira $(F_{xR}/W)_{opt}$.

$$\left(\frac{F_{xR}}{W}\right)_{opt} = \sqrt{\frac{(1-\psi)^2}{4\chi^2} + \left(\frac{1}{\chi}\right)\left(\frac{F_{xF}}{W}\right)} - \frac{1-\psi}{2\chi} - \frac{F_{xF}}{W} \quad (11)$$

Com a equação (11), podemos calcular a força de frenagem traseira ótima associada a uma força de frenagem dianteira especificada.

A representação gráfica da equação 11 é uma parábola onde no quadrante superior direito representa a frenagem e o quadrante inferior esquerdo representa a aceleração.

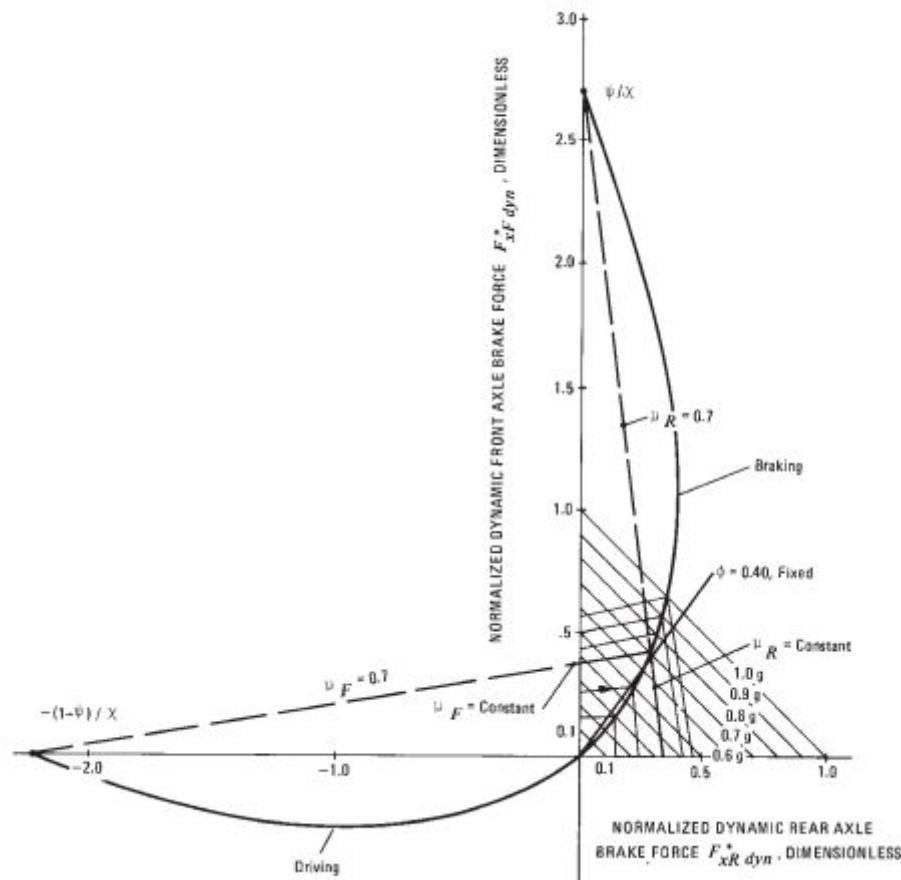


Figura 4: Parábola de Forças Normalizadas de Frenagem e Aceleração.

O ponto zero no eixo de força de frenagem traseira é obtido fazendo a força de frenagem dianteira igual a zero e resolvendo a equação:

$$\frac{F_{x^F}}{W} = 0 \rightarrow \frac{F_{x^R}}{W} = \frac{-(1-\psi)}{\chi} \quad (12)$$

Da mesma forma, fazendo a força de frenagem traseira igual a zero, podemos achar o ponto zero no eixo de força de frenagem dianteira.

$$\frac{F_{x^R}}{W} = 0 \rightarrow \frac{F_{x^F}}{W} = \frac{\psi}{\chi} \quad (13)$$

Fazendo uma inspeção na Figura 4, podemos perceber que a linha de coeficiente de atrito frontal $\mu_F = 0,7$ intercepta o eixo da força de frenagem frontal com uma desaceleração de aproximadamente 0,39g. Isso significa que em uma frenagem com um coeficiente de atrito de 0,7 entre a pista e o pneu com apenas o freio frontal funcionando, a máxima desaceleração possível será de 0,39g. A máxima desaceleração possível com apenas o freio traseiro funcionando pode ser calculada da mesma forma, que de acordo com a Figura 4, será de 0,33g.

Caso seja traçada uma linha partindo do ponto zero até algum ponto da curva ótima de frenagem, essa linha representará uma condição de coeficiente de atrito constante. Por exemplo, traçando uma linha a partir do ponto zero até o ponto 0,7g da curva ótima de frenagem, estabelecemos uma linha de coeficiente de atrito constante com o valor de 0,7. Traçando essas retas para vários pontos de aceleração, criamos as chamadas linhas de coeficiente de atrito constantes.

Uma outra forma de traçar as linhas de coeficiente de atrito constantes é através das equações (14) e (15), onde se definem os coeficientes de atrito de interesse e calculam a_F e a_R , depois é traçada a reta entre esse resultado e a aceleração correspondente ao valor do coeficiente de atrito.

$$a_F = \frac{(1-\psi)\mu_F}{1-\chi\mu_F} \quad (14)$$

$$a_R = \frac{\psi\mu_R}{1+\chi\mu_R} \quad (15)$$

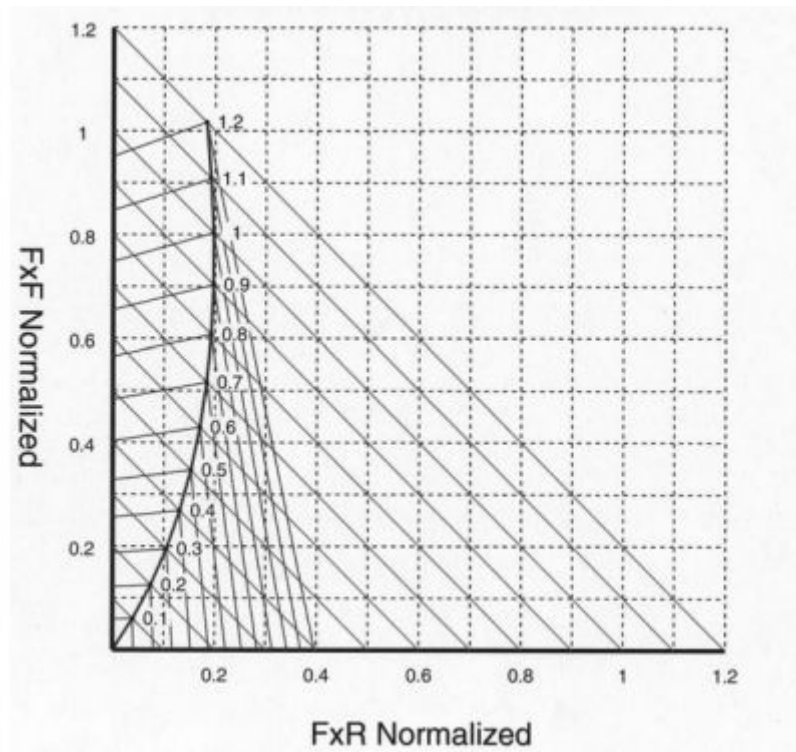


Figura 5: Diagrama de Forças de Frenagem: Forças de frenagem ótimas, linhas de coeficiente de atrito constantes e linhas de desaceleração constantes

4. Considerações finais:

A bibliografia utilizada para esse estudo foi: Brake Design and Safety, Limpert. Ela se encontra no drive da equipe.

22 de Fevereiro de 2021

MATHEUS LIMA DE OLIVEIRA

MEMBRO DE FREIOS
MATHEUS97@POLI.UFRJ.BR