

Análisis Mecánico SPARC Project

Torque

De acuerdo a las especificaciones del motor a pasos NEMA 17 utilizado en el proyecto Sparc, éste proporciona un torque máximo de 3.2 Kg.cm, que de acuerdo al SI equivalen a .3138 N.m.

Al medir la tensión aplicada a la banda alrededor del eje del motor a pasos utilizando un dinamómetro didáctico, la perilla indica aproximadamente 0.4 N de tensión en ésta, el cual si lo multiplicamos por el radio de la polea alrededor del eje obtenemos el torque aplicado en éste último. En otras palabras:

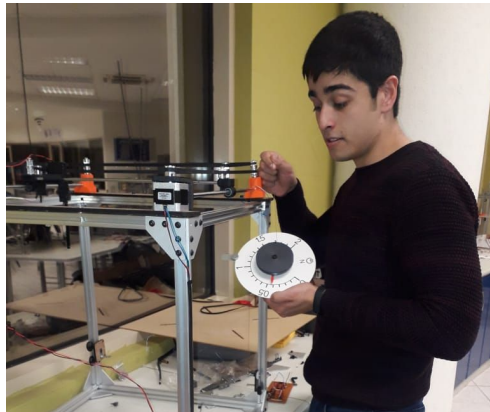


Imagen 1. Medición de tensión

$$\text{Torque aplicado} = (\text{Fuerza})(\text{distancia}) = (0.4 \text{ N})(0.0061 \text{ m}) = .0024 \text{ N.m}$$

La distancia se obtuvo dividiendo entre dos el diámetro externo de la polea gt2 que recibe la tensión. El torque real aplicado al sistema es entonces

$$.3138 \text{ N.m} - .0024 \text{ N.m} = .3114 \text{ N.m}$$

Es posible inferir que el motor no se encuentra ni siquiera cerca de ser forzado o sobreexigido.

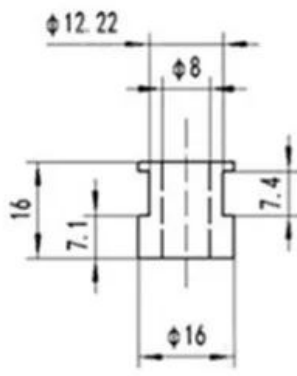


Imagen 2. Dimensiones de polea.

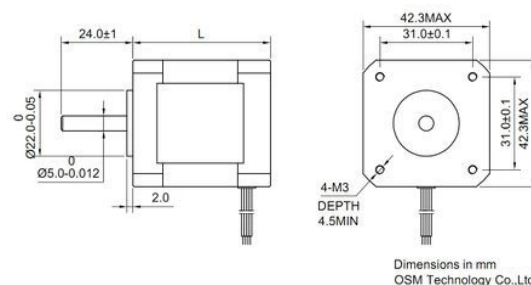


Imagen 3. Dimensiones de motor a pasos.

Factor de seguridad

La tensión de la banda calculada previamente afecta directamente al eje del motor a pasos en cuanto a Torsión y Flexión se refiere. Ambos aspectos se consideran en los teoremas de fatiga necesarios en el análisis de pruebas en diversos productos de la industria con la finalidad de aproximar la durabilidad de éstos últimos.

El siguiente análisis se basa en el teorema Mod-Goodman, que, basado serie cálculos y consideraciones que se explican con detalle a continuación, nos indica que sí el **factor final n** es menor a 1 nuestro sistema no es capaz de lograr 1 millón de ciclos en ejecución, mientras que siendo igual o mayor o 1 lo hace. El siguiente proceso denomina al eje del motor como fabricado en Latón.

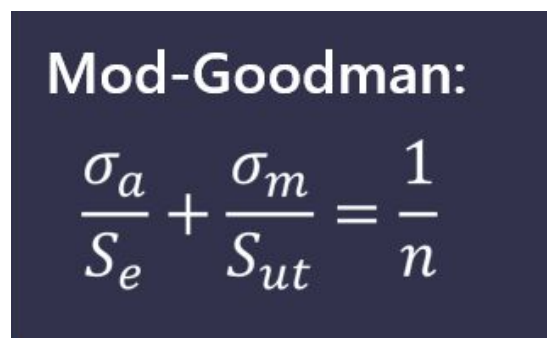

$$\frac{\sigma_a}{S_e} + \frac{\sigma_m}{S_{ut}} = \frac{1}{n}$$

Imagen 4. Teorema Mod-Goodman.

Donde:



= Bending stress



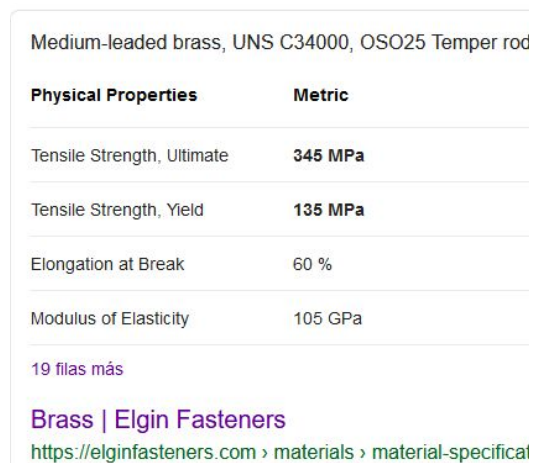
= Torsion



= Endurance limit



= Ultimate tensile strength



Medium-leaded brass, UNS C34000, OSO25 Temper rod	
Physical Properties	Metric
Tensile Strength, Ultimate	345 MPa
Tensile Strength, Yield	135 MPa
Elongation at Break	60 %
Modulus of Elasticity	105 GPa
19 filas más	
Brass Elgin Fasteners	
https://elginfasteners.com > materials > material-specifical	

Imagen 5. Datos clave del latón.

El análisis parte de la obtención del **Bending Stress** y de la **Torsion**, que a su vez requieren los momentos de inercia del eje (**I, J**). Al ser el eje un tubo no hueco, el diámetro interno es inexistente.

Una vez con estas variables calculadas, el **Bending Stress** se calcula considerando los **0.4 N** de fuerza aplicados casi en la punta del eje, es decir, en la parte media de la polea que se encuentra en la punta del eje. La distancia hasta el final del eje saliendo del motor son 24 mm pero el punto medio de la banda se encuentra 3.7mm debajo de eso (**20.3mm** ver dimensiones en imágenes). Éste momento se multiplica por **c**, que en este caso es el radio del eje.

Después se obtiene la **Torsion**, usando el torque real aplicado al eje multiplicado por el radio del mismo.

Una vez calculados los factores anteriores, sólo resta realizar la investigación correspondiente sobre el latón para obtener que **Ultimate Tensile Strength = 345 MPa** y que **Endurance Limit = 300 GPa**. Se ingresan los datos al teorema, se despeja la **n** y resulta que **n = 27.1902**. El factor es mayor a 1 con creces, el motor es capaz de rebasar un millón de ciclos trabajando.

$$\begin{aligned} \sigma_{\text{bending}} &= \frac{Mc}{I} & \tau_{\text{torsion}} &= \frac{Tr}{J} \\ I &= \frac{\pi}{64} (d_{\text{ext}}^4 - d_{\text{int}}^4) & J &= \frac{\pi}{32} (d_{\text{ext}}^4 - d_{\text{int}}^4) \\ \sigma_{\text{bending}} &= \frac{(0.4 \text{ N})(20.3 \times 10^{-3} \text{ m})(2.5 \times 10^{-3} \text{ m})}{3.0679 \times 10^{-11} \text{ m}^4} = 661690.4071 \text{ Pa.} \\ I &= \frac{\pi}{64} ((5 \times 10^{-3} \text{ m})^4 - 0^4) = 3.0679 \times 10^{-11} \text{ m}^4 \\ J &= \frac{\pi}{32} ((5 \times 10^{-3} \text{ m})^4 - 0^4) = 6.1359 \times 10^{-11} \text{ m}^4 \\ \tau_{\text{torsion}} &= \frac{(0.3114 \text{ Nm})(2.5 \times 10^{-3} \text{ m})}{6.1359 \times 10^{-11} \text{ m}^4} = 12687625.24 \text{ Pa} \\ \sigma_{\text{bending}} &= \sigma_a \quad / \quad \sigma_m = \tau_{\text{torsion}} & \frac{\sigma_a}{S_e} + \frac{\sigma_m}{S_{ut}} &= \frac{1}{n} \\ S_e &= 300 \text{ N/mm}^2 = 300 \text{ GPa.} & \downarrow & \\ S_{ut} &= 345 \text{ MPa. (brass latón)} & \rightarrow & \frac{661.6404 \text{ MPa}}{300 \text{ GPa}} + \frac{12.6876 \text{ MPa}}{345 \text{ MPa}} = \frac{1}{n} \\ n &= & & 0.367 = 1/n \\ n &= & & \boxed{n = 27.1902} \\ & & & 1 \text{ M ciclos seguros} \end{aligned}$$

REFERENCIAS

Anon, (n.d.). [online] Available at: https://www.researchgate.net/figure/Endurance-limit-on-different-materials_tbl2_256986146

Elginfasteners.com. (n.d.). *Brass | Elgin Fasteners*. [online] Available at: <https://elginfasteners.com/resources/materials/material-specifications/brass-material/>