Minería de datos Práctica 1:Clustering knn-means

Jose Ignacio Sánchez Josu Rodríguez

26 de octubre de 2014

ÍNDICE DE CONTENIDO

1.	Introducción	1
2.	Recursos	1
3.	Clasificación NO-supervisada o Clustering	1
	3.1. Clustering <i>k-means</i>	1
4.	Diseño	1
	4.1. Algoritmo en pseudocódigo	3
5.	Implementación	4
	5.1. Formato de entrada de datos	4
	5.2. Configuración del sistema	4
	5.3. Análisis del conjunto de datos para decidir la conveniencia de la normalización	4
	5.4. Evaluación: Silhouette Coefficient	5
	5.5. Visualización	7
	5.6. Problemas encontrados y soluciones adoptadas	7
	5.6.1. Problema con la normalización de los atributos	7
	5.6.2. Problema de generación de excesivas instancias	7
	5.6.3. Instancias repetidas en los gráficos	7
	5.6.4. Ausencia de representación para el cluster 0	8
	5.7. Métrica o distancia utilizada	8
6.	Validación del software	8
	6.1. Diseño del banco de pruebas	8
7.	Análisis de resultados	9
	7.1. Modificando inicializaciones	9
	7.2. Criterios de convergencia	9
	7.2.1. Número fijo de iteraciones	9
	7.2.2. Disimilitud entre codebooks	9
	7.3. Distintas métricas	9
8.	Conclusiones	9
	8.1. Técnicas de clustering: motivación	9
	8.2. Conclusiones generales	10
	8.3. Puntos débiles y propuestas de mejora	10
9.	Valoración subjetiva	10

ÍNDICE DE FIGURAS

1.	Clusters: Separación y cohesión	5
2.	Coeficiente silhouette para un punto i	5
3.	Esquema de dependencias del sistema	6
4.	Gráfica Matriz de pertenencias	7

1. Introducción

El objetivo principal de esta práctica es obtener la capacidad de formular un algoritmo de aprendizaje automático de clasificación **No-Supervisada**. Por otra parte, se trabajarán la capacidad de sintetizar uns técnica de aprendizaje automático no-supervisado, conocer su coste computacional así como sus limitaciones de representación y de inteligibilidad

2. Recursos

- PC con aplicación Weka.
- Bibliografía.
- Librerías de Weka.
- Manual de Weka.
- Guía de la práctica.
- Ficheros para los datos de la práctica: food.arff, colon.arff.
- Otros ficheros que no están en formato .arff:
 - En formato .txt: ClusterData.atributos.txt (este fichero si tiene la clase asociada para evaluar la calidad del clustering en ClusterData.clase.txt).
 - En formato .csv bank-data.csvclustering

3. Clasificación NO-supervisada o Clustering

(Definición) 3.1 Técnicas de aprendizaje donde no hay un conocimiento a priori, donde agrupa las instancias sin atributos dependientes pre-especificados.Los algoritmos de "clustering" son un método común de aprendizaje no supervisado.

3.1. Clustering k-means

4. Diseño

Estructuramos la ejecución del algoritmo en fases como se puede ver en la figura 4 , las cuales se detallan a continuación.

Primera fase: carga de datos y configuración

Inicialmente se carga la configuración establecida por el usuario en el fichero **kmeans.conf**, es decir: path del fichero y su formato, tipo de inicialización para el *codebook*, número de clusters, distancia a utilizar, número de clústers deseados, elección manual o automática sobre la normalización y diversas opciones más, especificando datos sobre el fichero que se utilizará para las instancias.

Segunda fase: Preproceso de datos

En el preproceso de datos se normalizará o no, dependiendo del parámetro indicado por el usuario. Si el parámetro es 0 no se normalizará, si es 1 se normaliza y si es 2 se hará uso del método experimental para decidir la idoneidad de la normalización.

Tercera Fase: Algoritmo K-means

En esta fase se implementa el algoritmo **K-means**.

- 1. En primer lugar inicia los *centroides* con el criterio establecido por el usuario, o la matriz de bits de pertenencias.
- 2. Recorre las instancias del conjunto y calcula la distancia a cada uno de los *codeword* actualizando la matriz de bits de pertenencia, el valor del bit es uno si es el centroide más cercano a la instancia.
- 3. Se calcula de nuevo el vector promedio para cada cluster.
- 4. Iterar los pasos dos y tres hasta converger.

Cuarta Fase: Evaluación

Existen distintos métodos propuestos de evaluación de Clustering, los que conocemos actualmente pueden dividirse en dos grupos:

- Extrinsic methods: Se aplican cuando disponemos de la etiqueta de las instancias, asignando una puntuación en función de las instancias correctamente agrupadas.
- *Intrinsic methods:* Se aplican cuando no disponemos de la clase. Los métodos que conocemos intentan medir la cohesión **intra-cluster** y la separación **inter-cluster**

Inicialmente pensamos en utilizar un método de los que utilizan datos de los que se conoce la clase previamente. Pero siguiendo el criterio de que se trata de implementar un sistema capaz de explorar patrones comunes en conjuntos de datos, de los que **NO** se conoce la clase a priori, evaluar con un problema que no se ajusta a este hecho se nos antoja que no es una medida muy realista, dado que se conocen el número de clusters "óptimo" a priori y que atributos correlan mejor con la clase.

Además en un contexto real en el que se intenta explorar un conjunto de datos para encontrar patrones similares, no se dispone de las predicciones o de la etiqueta de la clase, por lo que nos decidimos a analizar e implementar un método de evaluación.

Otro de los motivos para implementar nuestro propio método nace de la base para nosotros necesaria de independencia, es decir queremos un sistema capaz por si sólo de decidir cuanto de bien agrupa las instancias, para éste fin como es de esperar lo que buscamos es un índice indicador de la cohesión de las instancias agrupadas en un mismo cluster.

El método escogido ha sido el coeficiente **Silhouette**, esto es así porque como se explicará mas adelante, para calcular el indicador se utilizan medidas de cohesión y además de separación, por lo que nos parece que se ajusta a lo que buscamos para nuestro sistema, teniendo en cuenta que tratamos con heurísticos relativamente novedosos y de base experimental.

4.1. Algoritmo en pseudocódigo

```
Let k be the number of clusters to partition the data set
   Let X=x_1,x_2,...,x_n be the data set to be analyzed
   Let M=m_1,m_2,...,m_k be the code-book associated to the clusters
   Let dist(a,b) be the desired distance metric
   Let B = B_{11}, B_{12}, ..., B_{nk} be the temporary pertenece bit matrix
   Ensure: C = C_1, C_2, ..., C_k set of clusterized instances
   Begin:
10
      //randomly initialize the first centroids
11
     for each m_j
12
       m_j = randomsample(X)
13
      end
14
15
     //assign dataset instances to each cluster generated by the centroids
16
17
        B_{nj}=1 if argmin dist(x_n,m_j)=m_j \foreach m_j else B_{nj}=0
18
19
20
21
      for each B_{nj}
       if B_{nj} == 1
22
         C_j.add(x_i)
23
        end
24
25
26
      //iterate the algorithm generatin new centroids based on previously clusterized instances until
27
          there are no changes between iterations
      while changes in M do
28
       for each m_j
29
         m_j new = calculate centroid(C_j)
         if m_j new == m_j
31
           changes = false
32
         else
33
           changes = true
34
         end
35
         m_j = m_j new
36
        end
37
38
        for each x_n
         B_{nj}=1 if argmindist(x_n,m_j)=m_j \foreach m_j else B_{nj}=0
40
41
42
        for each B_{nj}
43
         if B_{nj} == 1
44
           C_j.add(x_i)
45
46
47
48
     \mathtt{return}\ C = C_1, C_2, ..., C_k
```

5. Implementación

5.1. Formato de entrada de datos

Este particular es el que menos tiempo y esfuerzo nos ha llevado en la implementación, ya que el manejo de archivos se encuentra resuelto con clases disponibles en el API de java.

Gracias al alto nivel de configuración del sistema, que se pasará a explicar a continuación, éste es capaz de tratar ficheros de entrada de los tres tipos propuestos: ARFF, TXT, CSV.

Tanto para los ficheros con extensión arff como txt hemos realizado nuestra propia implementación, para los ficheros de entrada hemos decidido hacer uso de la librería OpenCSV disponible de manera libre en Internet, aunque podrían ser tratados como los ficheros txt de manera interna en nuestro sistema, decidimos hacer uso de esta librería ya que desconocíamos de su existencia y nos pareció útil a la vez que práctico hacer uso de ella.

5.2. Configuración del sistema

Cómo hemos nombrado anteriormente en este documento, el sistema es altamente configurable, por lo que los argumentos de configuración son numerosos y sabemos, dada nuestra propia experiencia, que no es eficiente tratar un número alto de argumentos de entrada a través de la línea de comandos.

La decisión a este respecto ha sido crear un fichero de configuración a través del cual el usuario tiene la posibilidad de ajustar la ejecución a sus datos o incluso realizar diferentes ejecuciones con distintos parámetros en la búsqueda de una ejecución óptima.

Parámetros:

- file : donde indicaremos el path del fichero que contiene el conjunto de datos.
- k: donde indicaremos el número de clusters para la ejecución.
- iterations: si este es 0 la parada ejecución se decidirá por disimilitud de los codebook.
- difference: valor para ponderar la diferencia de las distancias entre las instancias y los centroides. Es decir el cambio de pertenencia.
- distance: el exponente de la distancia Minkowski.
- initialize: para inicializar con una matriz de pertenencia aleatoria(0) o con instancias del conjunto escogidas aleatoriamente como codewords(1).
- file_ extension: indica la extensión del archivo.
- data_ line_ start: permite al usuario indicar la línea en la que comienzan los datos. Este parámetro nos pareció interesante por dos motivos. El primero es que permite manejar archivos con cualquier información antes de comenzar a extraer los datos y el segundo es que se pueden obtener datos conjuntos de datos de diferentes tamaños extraídos de un mismo fichero.
- delimiter: para indicar el delimitador entre los distintos atributos.
- normalize: para dejar que el usuario decida si normalizar(1) o no(0).Por otra parte cabe la posibilidad de dejar que el sistema decida si normalizar o no(2).
- ratio_ max: para indicar la disimilitud entre codebooks(0.0 distintos, 1.0 iguales).

5.3. Análisis del conjunto de datos para decidir la conveniencia de la normalización

Debido a las dudas surgidas en torno a la normalización de los atributos y su conveniencia, consideramos adecuado para la tarea tratar de buscar algún método que fuese de alguna manera indicador de la utilidad de la normalización.

Inicialmente nuestro planteamiento se basaba en utilizar la media de la desviación típica de los valores de cada atributo con el objeto de poder analizar los rangos de las diferencias entre valores de cada atributo. Sin embargo la media por su cuenta no nos es útil, ya que por ejemplo, si la media es alta pero la desviación es baja, en realidad, puede no haber mucha variación en los rangos. Esto nos llevó a hallar lo que denominamos Coeficiente de Variación:

$$C_V = \frac{\sigma}{\bar{x}} \tag{1}$$

De esta forma logramos un indicador más preciso sobre el rango que buscamos ya que nos indica la proporción de la variabilidad de las desviaciones, en lugar de la mera cantidad de desviación.

La motivación de este análisis viene dada más por el interés de hallar una forma de conocer la utilidad que pueda tener la normalización en un conjunto de datos, ya que objetivamente, el beneficio principal que puede tener es que si no afecta demasiado al resultado final, nos puede interesar más tener los atributos en su rango numérico inicial (p.ej.: es más visual ver un gráfico con edades entre 0 y 100 que entre 0 y 1).

Por otra parte, hemos tratado de hallar una cifra del Coeficiente de Variación que esté comúnmente aceptada como baja, pero no hemos encontrado ninguna fuente fidedigna para ello. Por lo tanto, hemos decidido establecer una cifra pequeña (0,1) teniendo en cuenta que ante la posibilidad de que haya rangos muy variados, puede ser más conveniente normalizar.

Huelga decir que este método y sus resultados son experimentales, pese a tener cierta base empírica carecemos de la certeza sobre su eficacia, siendo nuestro objetivo principal investigar respecto a la normalización en lugar de simplemente aplicarla por estar aceptada como conveniente.

5.4. Evaluación: Silhouette Coefficient

Es una combinación de las medidas de separación y cohesión:



Figura 1: Medidas de cohesión y separación

El coeficiente Silhouette s puede ser calculado para puntos independientes y para clusters. Para un punto individual,a=la distancia promedio de i a los puntos del mismo cluster;b=la distancia promedio de i a los puntos de los otros clusters 2.

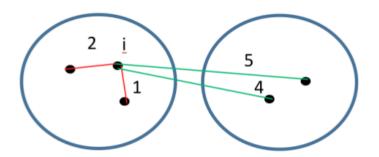


Figura 2: Coheficiente silhouette para un punto

Fuente e imágenes extraídas de (1)[pags 3,4]

Dependencias

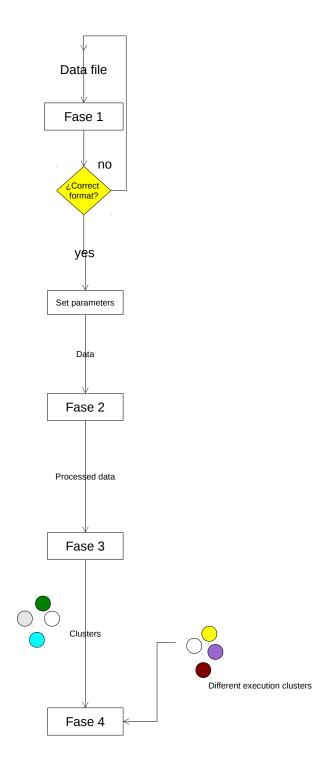


Figura 3: Dependencias del sistema $\,$

Para calcular el coeficiente del conjunto total de los clusters inicialmente se calcula el coeficiente para cada miembro de un mismo cluster y se calcula la media de todos los coeficientes hallados, se calcula ésto para cada cluster y se devuelve la media de todos los coeficientes hallados para todos los clusters.

5.5. Visualización

Con el fin de analizar los resultados de una forma visual, se presenta la representación gráfica de la matriz de pertenencias, el resumen de la ejecución por consola, y un informe detallado de la ejecución en formato pdf. Para este fin y dado que nos parece que no aporta a las competencias que se espera adquirir con la práctica hacemos uso de la librería **JFreeChart** para realizar los gráficos y de **iTex** para generar el informe en PDF. Al finalizar el sistema muestra una gráfica de la matriz de pertenencias, permitiendo analizar de una forma visual a que cluster pertenece cada instancia:

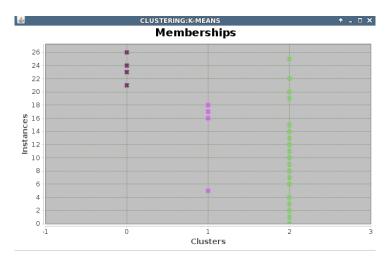


Figura 4: Pertenencias

5.6. Problemas encontrados y soluciones adoptadas

5.6.1. Problema con la normalización de los atributos

En un comienzo, para normalizar, nuestra intención era aplicar la función Z-Score sobre los atributos de las diferentes instancias. Sin embargo, de esta forma se obtenían resultados fuera del rango de [-1, 1], que es incorrecto para esta normalización. No se consiguió localizar el error, desconociendo si se trataba de una formulación incorrecta o un bug de programación. En lugar de ello se ha realizado una proyección lineal al intervalo [0,1] y de esta forma se ha conseguido unificar los atributos en el mismo intervalo.

5.6.2. Problema de generación de excesivas instancias

Una vez estructurado todo el código y con todos los módulos programados, nos encontramos con el problema de que durante la ejecución, se generaban demasiadas instancias. Esto se debía a que en cada iteración del algoritmo, los clusters no eran reseteados correctamente, y cada vez que se añadía una nueva instancia en lugar de eliminar la que estaba presente en su lugar, desplazaba esta última y se insertaba en su posición. Para corregir esto sencillamente se modificó la función de añadir instancias para que esta sobreescribiese la presente, y además, se vacían de instancias los clusters en cada iteración.

5.6.3. Instancias repetidas en los gráficos

Al igual que en el anterior problema, nos encontramos con que a la hora de visualizar los resultados, se marcaban más instancias de las que realmente había. La solución también pasó por realizar un reinicio de la

matriz de bits de pertenencia en cada iteración del algoritmo.

5.6.4. Ausencia de representación para el cluster 0

Una vez incorporado el código necesario para la generación de gráficos su funcionamiento era correcto, pero no mostraba los datos del cluster 0. El problema radicaba en que a la hora de tratar la matriz de bits de pertenencia, el primer caso se trataba fuera del bucle principal para obtener la distancia inicial con la que comparar,. Una vez corregido esto el gráfico se crea correctamente.

5.7. Métrica o distancia utilizada

La métrica utilizada para medir la distancia entre instancias del conjunto es la **Distancia de Minkowski**: Siendo:

$$P = (x_1, x_2, \dots, x_n) \text{ y } Q = (y_1, y_2, \dots, y_n) \in \mathbb{R}^n$$

La distancia Minkowski entre ambas instancias está definida por:

$$\left(\sum_{i=1}^{n} |x_i - y_i|^p\right)^{1/p}$$

Esta distancia es una generalización de la distancia Euclídea. En ella, variando el parámetro p, se pueden obtener distintas distancias. Siendo p=1 la distancia es la denominada Manhattan, con p=2 es la distancia Euclídea.(3)

Se ha programado como una implementación directa de su aplicación matemática, con una función que dadas dos instancias y el parámetro p devuelve la distancia entre ambas.

La ventaja de utilizar esta distancia es la flexibilidad que aporta variando su exponente para obtener diferentes distancias. De esta forma el algoritmo se puede adaptar a diferentes conjuntos de datos en los que la distancia entre instancias no tenga por qué ser estrictamente lineal.

6. Validación del software

6.1. Diseño del banco de pruebas

File	k	iterations	difference	distance	initialize	normalize	disimilitud
bank-data.csv	1	0	0.0	2	0	0	0.5
bank-data.csv	2	0	0.0	2	1	1	0.8
bank-data.csv	3	10	0.3	1	0	2	x
bank-data.csv	25	100	0	3.5	1	0	x
bank-data.csv	25	0	0	7.5	1	2	1.0
bank-data.csv	25	0	0	7.5	1	0	0.6
colon.arff	1	0	0.0	2	0	0	0.5
colon.arff	2	0	0.0	2	1	1	0.8
colon.arff	3	10	0.3	1	0	2	x
colon.arff	10	30	0	3.5	1	0	x
colon.arff	10	0	0	7.5	1	2	1.0
colon.arff	10	0	0	7.5	1	0	0.6
ClusterData.atributos.txt	1	0	0.0	2	0	0	0.5
ClusterData.atributos.txt	2	0	0.0	2	1	1	0.8
ClusterData.atributos.txt	3	10	0.3	1	0	2	X
ClusterData.atributos.txt	30	40	0	3.5	1	0	X
ClusterData.atributos.txt	30	0	0	7.5	1	0	1.0
ClusterData.atributos.txt	30	0	0	7.5	1	2	0.6

Tras resolver los problemas de implementación expuestos en puntos anteriores, el sistema pasa el banco de pruebas completo con éxito.

7. Análisis de resultados

Analizar los resultados no es tarea fácil, no existe un método de evaluación estandarizado para el clustering, por lo que nos basamos únicamente en el coeficiente ya que nos acerca a una medida de lo bien que el algoritmo agrupa las instancias.

Dicho esto y a la vista de los resultados aportados como anexo, se puede ver que el algoritmo es bastante eficiente. Podemos observar que para agrupar en un único cluster, la evaluación siempre nos dará el mismo resultado 1.0, que es el mejor que podemos obtener.

Si nos centramos la atención en los conjuntos de datos de los que disponemos la clase, con distancia euclidea y con disimilitud 1.0 aunque no obtenemos más de 0.3 de coeficiente, podemos analizar los datos con respecto a la ejecución y ver que el número de instancias de cada clase es similar al número de instancias en cada cluster. Esto nos índica que quizás merezca analizar los datos a partir de un índice no muy alto.

7.1. Modificando inicializaciones

Debido a que las inicializaciones posibles son matriz de pertenencia aleatoria o codebook inicial escogiendo instancias del conjunto de datos, los resultados no varían demasiado con el cambio de este método, pero el resultado si depende de como se inicializa el codebook.

7.2. Criterios de convergencia

7.2.1. Número fijo de iteraciones

Por lo general el aumento de iteraciones es proporcional al resultado, aunque llegado a un número de iteraciones el resultado no varía. Para los datos manejados generalmente a partir de la iteración diez el coeficiente silhouette no varía.

7.2.2. Disimilitud entre codebooks

Este punto se podría analizar igual que el punto anterior, dado que la disimilitud escogida lo que permite es un mayor número de iteraciones. Es decir que aunque pongamos que la disimilitud entre codebooks sea 0.2 y no 1.0 que es la máxima similitud, es decir que no para hasta que sean iguales, cuando alcanza el número de iteraciones a partir del cual el coeficiente no varía, se alcanza el mejor resultado posible.

7.3. Distintas métricas

Tras hacer diferentes ejecuciones, tanto con distancias mahattan y euclidea como con diversos exponentes para la distancia Minkowski, se observa que los mejores resultados se obtienen con las dos primeras, para los tipos de problemas de los que disponemos. Esto podría justificar porque algunas librerías de minería de datos ya existentes como Weka no implementen Minkowski para este tipo de algoritmo ya que a partir de un exponente de tres, los resultados del coeficiente disminuyen casi hasta cero.

8. Conclusiones

8.1. Técnicas de clustering: motivación

Tal y como se ha descrito anteriormente en este documento, el propósito de la clasificación no supervisada es, opuestamente a la clasificación supervisada, **descubrir** información, en lugar de predecirla. Explorar los datos en busca de patrones de comportamiento. Los campos y casos a los que es aplicable son múltiples y diversos: en sociología, análisis genético, reconocimiento facial, etcétera. Todo área de conocimiento capaz de recopilar gran cantidad de datos es susceptible y puede beneficiarse de metodologías de clustering. (2, Capítulo 7)

8.2. Conclusiones generales

Debido a la modularidad del software realizado, nos ha resultado relativamente sencillo encontrar los orígenes de los diversos errores y poder solucionarlos así como añadir varios módulos (p. ej.: generación de gráficos e informe, cálculos estadísticos) a lo largo del desarrollo, teniendo la estructura principal del código ya hecha. Además de esto, varias de las clases generadas son genéricas y pueden ser utilizadas en otros proyectos, como las funciones estadísticas de Statistics.java o la evaluación de clusters de Evaluation.java.

Por otra parte, la realización de esta práctica nos ha llevado a conocer en mayor profundidad el funcionamiento de un algoritmo de cierta complejidad, haciendo un uso mínimo de librerías externas. De no haber sido así, no se habría descubierto el algoritmo del coeficiente Silhouette, y aún menos haberlo implementado sin acudir a código ajeno, de hecho se podría haber prescindido de estas librerías. También cabe destacar la capacidad para manejar diversas que se ha obtenido, así como el uso de varias funciones estadísticas para calcular si es apto normalizar o no (experimental).

8.3. Puntos débiles y propuestas de mejora

Dadas la complejidad y la diversidad de funciones implementadas en el software, ha habido ciertos aspectos en los que no ha sido posible centrarse tanto como cabía. Podría destacarse el rendimiento del mismo, que pese a ser correcto y no tomar demasiado tiempo con volúmenes grandes de datos, no ha sido puesto a revisión exhaustiva por lo que podría ser mejorado.

Además de esto, la cantidad de métodos de evaluación que se han podido implementar son limitados. Sin embargo no lo consideramos un punto débil destacable, ya que el algoritmo implementado, tras su análisis y diversas pruebas, nos ha parecido consistente y efectivo.

9. Valoración subjetiva

1. ¿Cuánto tiempo has trabajado en esta tarea? Desglosado:

Coste temporal	
Diseño de software	5
Implementación de software	40
Tiempo trabajando con Weka	1
Búsqueda bibliográfica	1
Informe	2.5

ANEXOS

Datos de agrupamiento de la instancias obtenidas del archivo data/colon.arff en 2 Clusters

Autores: Iñigo Sanchez Mendez y Josu Rodríguez

Parámetros de la ejecución:

Iteraciones: 0

Ponderación de comparación de las distancias de la instancia al centroide actualizado: 0.0

La distancia utilizada: Distancia Euclidea

Inicialización: 1 Normalización: 0

Disimilitud codebooks: 1.0

CLUSTER 0

| Instance |
|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|
| 8 | 10 | 11 | 24 | 27 | 28 | 29 | 30 |
| Instance |
| 33 | 42 | 43 | 44 | 45 | 46 | 49 | 51 |

CLUSTER 1

| Instance |
|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|
| 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| Instance |
| 9 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 |
| Instance |
| 19 | 20 | 21 | 22 | 23 | 25 | 26 | 31 |
| Instance |
| 32 | 34 | 35 | 36 | 37 | 38 | 39 | 40 |
| Instance |
| 41 | 47 | 48 | 50 | 52 | 53 | 54 | 55 |

Los resultados de la evaluación de la ejecución: Coeficiente silhouette: 0.23516332146595348

Datos de agrupamiento de la instancias obtenidas del archivo data/bank-data.csv en 2 Clusters

Autores: Iñigo Sanchez Mendez y Josu Rodríguez

Parámetros de la ejecución:

Iteraciones: 0

Ponderación de comparación de las distancias de la instancia al centroide actualizado: 0.3

La distancia utilizada: Distancia Euclidea

Inicialización: 1 Normalización: 1

Disimilitud codebooks: 1.0

CLUSTER 0

| Instance |
|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|
| 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
| Instance |
| 10 | | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 |
| Instance |
| 18 | 19 | 20 | 21 | 22 | 23 | 24 | 25 |
| Instance |
| 26 | 27 | 28 | 29 | 30 | 31 | 32 | 33 |
| Instance |
| 34 | 35 | 36 | 37 | 38 | 39 | 40 | 41 |
| Instance |
| 42 | 43 | 44 | 45 | 46 | 47 | 48 | 49 |
| Instance |
| 50 | 51 | 52 | 53 | 54 | 55 | 56 | 57 |
| Instance |
| 58 | 59 | 60 | 61 | 62 | 63 | 64 | 65 |
| Instance |
| 66 | 67 | 68 | 69 | 70 | 71 | 72 | 73 |
| Instance |
| 74 | 75 | 76 | 77 | 78 | 79 | 80 | 81 |
| Instance |
| 82 | 83 | 84 | 85 | 86 | 87 | 88 | 89 |
| Instance |
| 90 | 91 | 92 | 93 | 94 | 95 | 96 | 97 |
| Instance |
| 98 | 99 | 100 | 101 | 102 | 103 | 104 | 105 |
| Instance |
| 106 | 107 | 108 | 109 | 110 | 111 | 112 | 113 |
| Instance |
| 114 | 115 | 116 | 117 | 118 | 119 | 120 | 121 |
| Instance |
| 122 | 123 | 124 | 125 | 126 | 127 | 128 | 129 |
| Instance |
| 130 | 131 | 132 | 133 | 134 | 135 | 136 | 137 |

| Instance |
|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|
| 138 | 139 | 140 | 141 | 142 | 143 | 144 | 145 |
| Instance |
146	147	148	149	150	151	152	153
	Instance						
Instance		Instance	Instance	Instance	Instance	Instance	Instance
154	155	156	157	158	159	160	161
Instance							
162	163	164	165	166	167	168	169
Instance							
170	171	172	173	174	175	176	177
Instance							
178	179	180	181	182	183	184	185
Instance							
186	187	188	189	190	191	192	193
Instance							
194	195	196	197	198	199	200	201
Instance							
202	203	204	205	206	207	208	209
Instance							
210	211	212	213	214	215	216	217
Instance							
218	219	220	221	222	223	224	225
Instance							
226	227	228	229	230	231	232	233
Instance							
234	235	236	237	238	239	240	241
					Instance		
Instance	Instance		Instance	Instance			Instance
242	243	244	245	246	247	248	249
Instance							
250	251	252	253	254	255	256	257
Instance							
258	259	260	261	262	263	264	265
Instance							
266	267	268	269	270	271	272	273
Instance							
274	275	276	277	278	279	280	281
Instance							
282	283	284	285	286	287	288	289

Instance	Instance	Instance	Instance	Instance	Instance	Instance	Instance
290	291	292	293	294	295	296	297
Instance	Instance	Instance	Instance	Instance	Instance	Instance	Instance
298	299	300	301	302	303	304	305
Instance 306	Instance 307	Instance 308	Instance 309	Instance 310	Instance 311	Instance 312	Instance
Instance	Instance	Instance	Instance	Instance	Instance	Instance	Instance
314	315	316	317	318	319	320	321
Instance	Instance	Instance	Instance	Instance	Instance	Instance	Instance
322	323	324	325	326	327	328	329
Instance 330	Instance	Instance	Instance	Instance	Instance	Instance	Instance 337
Instance	Instance	Instance	Instance	Instance	Instance	Instance	Instance
338		340	341	342	343	344	345
Instance	Instance	Instance	Instance	Instance	Instance	Instance	Instance
346	347	348	349	350	351	352	353
Instance	Instance	Instance	Instance	Instance	Instance	Instance	Instance
354	355	356	357	358	359	360	361
Instance	Instance	Instance	Instance	Instance	Instance	Instance	Instance
362	363	364	365	366	367	368	369
Instance	Instance	Instance	Instance	Instance	Instance	Instance	Instance
370	371	372	373	374	375	376	377
Instance	Instance	Instance	Instance	Instance	Instance	Instance	Instance
378	379	380	381	382	383	384	385
Instance	Instance	Instance	Instance	Instance	Instance	Instance	Instance
386	387	388	389	390	391	392	393
Instance	Instance	Instance	Instance	Instance	Instance	Instance	Instance
394	395	396	397	398	399	400	401
Instance	Instance	Instance	Instance	Instance	Instance	Instance	Instance
402	403	404	405	406	407	408	409
Instance	Instance	Instance	Instance	Instance	Instance	Instance	Instance
410	411	412	413	414	415	416	417
Instance	Instance	Instance	Instance	Instance	Instance	Instance	Instance
418	419	420	421	422	423	424	425
Instance	Instance	Instance	Instance	Instance	Instance	Instance	Instance
426	427	428	429	430	431	432	433
Instance	Instance	Instance	Instance	Instance	Instance	Instance	Instance
434	435	436	437	438	439	440	441

| Instance |
|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|
| 442 | 443 | 444 | 445 | 446 | 447 | 448 | 449 |
| Instance |
| 450 | 451 | 452 | 453 | 454 | 455 | 456 | 457 |
| Instance |
| 458 | 459 | 460 | 461 | 462 | 463 | 464 | 465 |
| Instance |
| 466 | 467 | 468 | 469 | 470 | 471 | 472 | 473 |
| Instance |
| 474 | 475 | 476 | 477 | 478 | 479 | 480 | 481 |
| Instance |
| 482 | 483 | 484 | 485 | 486 | 487 | 488 | 489 |
| Instance |
| 490 | 491 | 492 | 493 | 494 | 495 | 496 | 497 |
| Instance |
| 498 | 499 | 500 | 501 | 502 | 503 | 504 | 505 |
| Instance |
| 506 | 507 | 508 | 509 | 510 | 511 | 512 | 513 |
| Instance |
| 514 | 515 | 516 | 517 | 518 | 519 | 520 | 521 |
| Instance |
| 522 | 523 | 524 | 525 | 526 | 527 | 528 | 529 |
| Instance |
| 530 | 531 | 532 | 533 | 534 | 535 | 536 | 537 |
| Instance |
| 538 | 539 | 540 | 541 | 542 | 543 | 544 | 545 |
| Instance |
| 546 | 547 | 548 | 549 | 550 | 551 | 552 | 553 |
| Instance |
| 554 | 555 | 556 | 557 | 558 | 559 | 560 | 561 |
| Instance |
| 562 | 563 | 564 | 565 | 566 | 567 | 568 | 569 |
| Instance |
| 570 | 571 | 572 | 573 | 574 | 575 | 576 | 577 |
| Instance |
| 578 | 579 | 580 | 581 | 582 | 583 | 584 | 585 |
| Instance |
| 586 | 587 | 588 | 589 | 590 | 591 | 592 | 593 |

| Instance |
|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|
| 594 | 595 | 596 | 597 | 598 | 599 | 600 | 601 |

Los resultados de la evaluación de la ejecución:

Coeficiente silhouette: 1.0

Referencias

- [1] Tutorial 3. Introduction to MOA Clustering, Frederic Stahl October 2013
- [2] Introduction to Machine Learning, Second Edition, Ethem Alpaydın
- [3] Amorim, R.C. and Mirkin, B., Minkowski Metric, Feature Weighting and Anomalous Cluster Initialisation in K-Means Clustering, Pattern Recognition, vol. 45(3), pp. 1061-1075, 2012