Nome: Felipe Barroso de Castro
RA: 2311292
Curso: Engenharia de Software

Questão 1

Determine (demonstrando) se $\vec{\mathbf{F}}$ é ou não um campo vetorial conservador:

a)

$$\vec{\mathbf{F}}(x,\ y) = (2x - 3y)\hat{\boldsymbol{\imath}} + (-3x + 4y - 8)\hat{\boldsymbol{\jmath}}$$

Questão A

$$P = \frac{\partial P}{\partial y} = -3$$

$$Q = \frac{\partial Q}{\partial X} = -3$$

$$-3 = -3$$

Logo é um campo Conservativo

b)

$$\vec{\mathbf{F}}(x,\ y) = e^x \operatorname{sen} y\hat{\boldsymbol{\imath}} + e^x \cos y\hat{\boldsymbol{\jmath}}$$

Questão B

$$P = e^{x'} sen\ y + e^x + sen\ y' = e^x \cos y$$

$$Q = e^{x'} \cos y + e^x + \cos y' = e^x \cos y$$

$$e^x \cos y = e^x \cos y$$

Logo é um campo conservativo

c)

$$\vec{\mathbf{F}}(x,\ y) = e^x \cos y\hat{\boldsymbol{\imath}} + e^x \operatorname{sen} y\hat{\boldsymbol{\jmath}}$$

Questão C

$$P = e^{x'} \cos y + e^x \cos y' = -e^x sen\ y$$

$$Q = e^{x'} sen\ y + e^x sen\ y' = e^x sen\ y$$

$$P \neq Q$$

Logo não é um campo conservativo

d)

$$\vec{\mathbf{F}}(x,\ y) = 3x^2 - 2y^2\hat{\boldsymbol{\imath}} + 4xy + 3\hat{\boldsymbol{\jmath}}$$

Questão D

$$P = -4y$$

$$Q = 4y$$

$$P \neq Q$$

Logo não é um campo conservativo

e)

$$\vec{\mathbf{F}}(x,\ y) = (ye^x + \operatorname{sen} y)\hat{\boldsymbol{\imath}} + (e^x + x\cos y)\hat{\boldsymbol{\jmath}}$$

Questão E

$P = (y' \,.\, e^x + y \,.\, e^x) + sen\ y' = e^x + \cos y$

$Q = e^{x'} + (x' \,.\, \cos y + x \,.\, \cos y') = e^x + \cos y$

Logo é um campo Conservativo

f)

$$\vec{\mathbf{F}}(x,\ y) = (2xy + y^{-2})\hat{\boldsymbol{\imath}} + (x^2 - 2xy^{-3})\hat{\boldsymbol{\jmath}},\ \ \text{com y} < 0$$

Questão F

$P = 2x - 2y^{-3} = 2x - \dfrac{2}{y^3}$

$Q = 2x - 2y^{-3} = 2x - \dfrac{2}{y^3}$

Logo é um campo Conservativo.

g)

$$\vec{\mathbf{F}}(x,\ y) = (\ln y + 2xy^3)\hat{\boldsymbol{\imath}} + \left(3x^2y^2 + \frac{x}{y}\right)\hat{\boldsymbol{\jmath}}$$

Questão G

$P = \dfrac{1}{y} + 2.\left(x'.y^3 + x.y^{3'}\right) = \dfrac{1}{y} + 6xy^2$

$Q = 3.\left(x^{2'}.y^2 + x^2.y^{2'}\right) + \left(\dfrac{x' \,.\, y - x \,.\, y'}{y^2}\right) = \dfrac{1}{y} + 6xy^2$

Logo é um campo conservativo

h)

$$\vec{\mathbf{F}}(x,\ y) = (xy\cosh xy + \sinh xy)\hat{\boldsymbol{\imath}} + (x^2\cosh xy)\hat{\boldsymbol{\jmath}}$$

Questão H

$\cos hxy' = \cos hu' \,.\, u' = sen\ hu \,.\, u'$

$sen\ hxy' = sen\ hu' \,.\, u' = \cos hu \,.\, u'$

$P = (xy' \,.\, \cos hxy + xy + \cos hxy') + sen\ hxy'$

$P = x\cos hxy + xy\ senhxy \,.\, x + x\cos hxy$

$P = x\cos hxy + x\cos hxy + x^2 ysenhxy$

$P = 2x\ \cos hxy + x^2 ysenhxy$

$Q = x^{2'} \,.\, \cos hxy + x^2 \,.\, \cos hxy'$

$Q = 2x\ \cos hxy + x^2 ysenhxy$

$P = Q$

Logo é um campo conservativo

Questão 2

Suponha que você seja solicitado a determinar a curva que exige o mínimo de trabalho para um campo de força F para mover uma carga de um ponto a outro ponto. Você decide verificar primeiro se $\vec{\mathbf{F}}$ é conservativo, e de fato verifica-se que ela é. Como você responde à solicitação? **Explique com o máximo de detalhes.**

1. **Verificação do Campo Conservativo:**

Um campo de força **F** é conservativo se existe uma função escalar Φ(potencial) tal que F = -▽Φ. Para verificar se **F** é conservativo, podemos verificar se o rotacional de **F** é zero:

$$\nabla \times \mathbf{F} = 0$$

Se essa condição for satisfeita, então **F** é conservativo.

2. **Determinando o Potencial Φ:**

Se **F** é conservativo, existe um potencial Φ tal que:

$$\mathbf{F} = -\nabla\Phi$$

Integre **F** para encontrar Φ.

3. **Determinando a Curva de Mínimo Trabalho:**

Em um campo de força conservativo, o trabalho realizado para mover uma partícula de um ponto ***A*** a um ponto ***B*** depende apenas da diferença do potencial entre esses pontos:

$$W = \Phi(\boldsymbol{A}) - \Phi(\boldsymbol{B})$$

Portanto, a curva de mínimo trabalho será a curva que segue a linha de menor gradiente do potencial Φ. Essa é geralmente a linha reta no caso de campos de força simples.